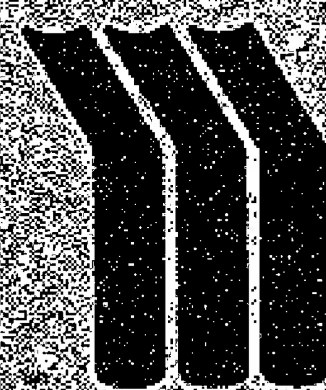


هندسه ایرانی

کاربرد هندسه در عمل

تألیف ابوالوفاء محمد بن محمد البوزجانی

برگردان به عبارت روز و گردآوری ضمیمه

از: سید علیرضا جذبی

هندسهٔ ایرانی
کتاب تجارت

فی مایحتاج الیه العمال و الصنّاع من الاشکال الهندسیه

تألیف

ابوالوفاء محمد بن محمد البوزجانی

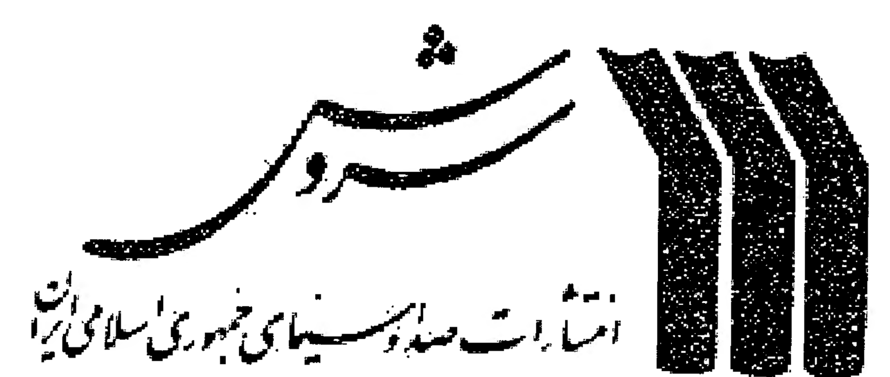
یا

کاربرد هندسه در عمل

برگردان به عبارت روز و گردآوری ضمیمه
توسط: سیدعلیرضا جذبی

سروش
تهران ۱۳۶۹

ابوالوفاء بوزجانی، محمدبن محمد، ۳۲۸ – ۳۸۸ ؟ ق.
[فی مایحتاج الیه العمال والصناع من الاشکال الهندسیه (فارسی)]
هندسه ایرانی، کتاب تجارت، یا، فی مایحتاج الیه العمال والصناع من الاشکال الهندسیه، یا، کاربرد هندسه در عمل / تألیف ابوالوفاء محمد بن محمد البوزجانی، برگردان به عبارت روز و گردآوری ضمیمه توسط علیرضا جذبی. – تهران: سروش، ۱۳۶۹.
۱۵۵ص. : مصور.
این کتاب یک بار در قرن چهارم به فارسی ترجمه گردید و بار دیگر در قرن نهم توسط ابواسحاق بن عبدالله کوبنائی به فارسی برگردانده شد.
کتابنامه: ص. ۱۵۵.
۱. هندسه – متون قدیمی تا قرن ۱۴. ۲. ریاضیات اسلامی – متون قدیمی تا قرن ۱۴. الف. جذبی، علیرضا، ۱۳۰۴ – مصحح. ب. عنوان. ج. عنوان: فی مایحتاج الیه العمال والصناع من الاشکال الهندسیه. د. عنوان: کتاب تجارت. هـ. عنوان: کاربرد هندسه در عمل.
۵۱۶/۰۲ QA ۴۴۴
واحد تولید اطلاعات آرشیوها و کتابخانه‌های صدا و سیما



تهران، خیابان استاد مطهری، تقاطع خیابان دکتر مفتح، ساختمان جام‌جم
چاپ اول: ۱۳۶۹
ویراستار: زهرا آقاسیدصادق
پانچیست: گلزار کنعانی‌زاده
نمونه‌خوان: مهوش تکلیف
طراح روی جلد و صفحه‌آرا: ملیحه حجتی
ناظرچاپ: محمد سیدین نور
لیتوگرافی: مردمک
این کتاب در پنج‌هزار نسخه در چاپخانهٔ مهدیه چاپ و صحافی شد.

بها: ۱۲۵۰ ریال

فهرست مطالب

یادداشت ناشر

هنر معماری اسلامی ایرانی که اساس آن مبتنی بر هندسه است در ایران بر اصولی غیرمکتوب متکی بوده که سینه به سینه به نسلهای بعدی رسیده، و متأسفانه با گذشت زمان این توارث از بین رفته و به دلیل غیرمکتوب بودن آنها و یا اگر مکتوب بوده در اثر حوادث زمان و زبان به نسلهای بعد منتقل نشده و چنانچه چند اثر مکتوبی هم وجود داشته یا در کتابخانه ها خاك می خورده و یا به دلیل فقر از دست رفته و به کتابخانهٔ موزه های غرب منتقل شده و از دسترس اهل فن به دور افتاده است، به طوری که اکنون در گوشه و کنار مملکت تعداد انگشت شماری از معماران را می توان پیدا کرد که به اصول این هنر آشنا باشند و در نتیجه اکثراً با علم هندسه که با سبك خاص و ماهرانه‌ای بستر این هنر زیباست آشنا نیستند. حال که با انقلاب اسلامی، جامعهٔ ایرانی می خواهد که حرکت و جهشی در پیشرفت و زنده نمودن هنر معماری خود داشته باشد، جا دارد که مهندسان و آرشیتکتها به این هنر اصیل توجه کنند و آن را به صورت علمی در دانشکده های معماری تدریس نمایند و باعث احیای این هنر شوند.

یکی از آثار مکتوب ناشناخته ای که می تواند اساس تدریس در دانشکده های معماری باشد همین کتاب موجود یعنی کتاب *هندسهٔ ایرانی* است، که توسط دانشمند ایرانی ابوالوفاء البوزجانی به زبان عربی تدوین گردیده است و فعلا فقط يك نسخه از آن در کتابخانهٔ لیدن پاریس و دور از دسترس می باشد و در قرن چهارم يك مرتبه به فارسی سره ترجمه و مرتبهٔ دیگر در قرن نهم توسط دانشمند و ریاضیدان دیگری به نام اسحاق کوبنانی جهت استفادهٔ هنرمندانی که به عربی آشنایی نداشته‌اند به فارسی متداول زمان خویش برگردانیده شده است که هر دو ترجمه گرچه به فارسی متداول زمان خویش بوده، ولی در زمان فعلی فهم آن چندان آسان تر از متن عربی اثر نیست و اکنون به همت والای مهندس معمار آقای سیدعلیرضا جذبی با استفاده از دو نسخهٔ خطی که یکی در کتابخانهٔ دانشگاه تهران و دیگری در کتابخانهٔ آستان قدس رضوی موجود است و يك میکروفیلم هم از نسخهٔ دیگری که در کتابخانهٔ لیدن پاریس می باشد تهیه گردیده و به فارسی امروز برگردانیده، سپس ویرایش و آمادهٔ چاپ شده است. هندسهٔ کتاب به وسیلهٔ آقای محمود امتیازجو بازنگری و ویرایش شده است. این کار یکی از اولین گامها در راه احیای کاربرد هندسه در هنر معماری اسلامی ایران است. امید آن داریم که اگر اشکالاتی در آن بود، ان شاءالله با همکاری سایر اساتید محترم این فن برطرف شود.

پیشگفتار

بسم الله الرحمن الرحیم

پس از سپاس بی پایان خداوندگار بزرگ و تحیت و صلوات بر خاتم پیامبران و سرور موجودات، محمدمصطفی صلی الله علیه و آله و جانشینان و اوصیاءِ آن بزرگوار، معروض می دارد، این ذرهٔ بی مقدار سیدعلیرضا فرزند سیدهبةالله جذبی در اثر مدت سی سال و اندی کار در کارگاههای مختلف ساختمانی و تماس با صاحبان حرف گوناگون، این موضوع را مورد توجه قرار داد که صاحبان صنایع مختلف برای دستیابی به اَشکال مورد نیاز خود در عمل معمولا دچار اِشکالات زیادی هستند و برای کشیدن هر شکل هندسی صحیح مدت زیادی از اوقات خود را صرف می کنند، در حالی که اگر راه صحیح ترسیمات هندسی را بدانند به آسانی و با صرف وقت کمتری به خواسته های خود خواهند رسید. بدین جهت بر آن شد تا یادداشتی ازمجموع ترسیمات هندسی که مورد نیاز در کارهای مختلف است فراهم آورد.

برای به دست آوردن روش کشیدن اَشکال گوناگون به کتب مختلف هندسهٔ فعلی و کتابهای رسم و همچنین رسمهای فنی به زبانهای مختلف مراجعه شد، ولی در کلیهٔ آنها جز چند مسئله که به طور تکرار آورده شده است و احتمالا یکی دو مسئلهٔ دیگر، موفق به پیدا کردن آنچه مورد نظر بود، نگردیدم، لذا با در نظر گرفتن نتیجهٔ کارهای پیشینیان که در صنایع مختلف این مرزوبوم مورد استفاده قرار گرفته است بر آن شدم که برای دستیابی به خواسته های خود به دستنوشته های گذشتگان مراجعه کنم و بدین ترتیب با تمام کمی بضاعت در علوم ریاضی به بررسی کتب اهل فن در این مورد پرداختم و نه تنها استفاده های بسیاری نصیب گردید، بلکه بدین امر آگاهی یافتم که اکثر مسایل مهم ریاضی مورد استفادهٔ اکنون دانشمندان، یا مستقیماً از طرف ریاضیدانان ایرانی ابداع و برای اولین مرتبه مطرح شده است، و یا توسط آنها جمع آوری و ارائه گردیده است. در هر حال در این جست‌وجو به رساله ای از ریاضیدان قرن چهارم هجری استاد ابوالوفاء محمدبن محمد البوزجانی به نام *فی مایحتاج الیه العمال و الصناع من الا شکال الهندسیه* برخورد کردم. این دانشمند که به واسطهٔ تبحر زیاد در علم هندسه بحق از طرف دیگر دانشمندان زمان خود و بعد از خود ملقّب به مهندس گردیده است با توجه به احتیاجات استادان فنون مختلف صنعت جهت راهنمایی آنها در روش کشیدن صحیح اَشکال هندسی اقدام به تألیف این رساله کرده است.

این رساله که مانند دیگر نوشته های آن دوره به زبان عربی یعنی زبان متداول بین علمای آن دوره تألیف شده است، چون برای صاحبان صنعت که چندان از زبان عربی آگاهی نداشتند استفاده از آن با اِشکال مواجه بود در قرن چهارم در زمان ابومنصور بهاءالدوله و به امر او از تازی به پارسی با لغات فارسی سره که متداول آن زمان بود ترجمه گردید و بعداً نیز در قرن نهم هجری برای بهتر مورد استفاده قرار گرفتن، توسط ابواسحاق بن عبدالله کوبنانی از ریاضیدانان معروف، به دستور شمس الدین ابوبکر شاه بن نجم الدین محمود شاه بن حاجی تاج الدین کودك بار دیگر به فارسی دورهٔ خود ترجمه شد.

با دستیابی به این رساله ها و با توجه به آنکه تقریباً آنچه مورد نظر بود در آن وجود دارد، لذا متن آن را مبدأ قرار دادم و رساله ای که توسط کوبنانی اضافه شده بود به صورت ضمیمهٔ اوّل و آنچه اضافه بر آنها جمع آوری شده بود به صورت ضمیمهٔ دوّم در آخر کتاب اضافه نمودم لکن چون کتابت این رساله ها متناسب با اصطلاحات این زمان نبوده و همچنین دو ترجمهٔ اوّل و دوّم نیز با یکدیگر متفاوت بوده است با مطابقت دادن آنها و تکمیل دستنوشته ها جهت درك بهتر صاحبان حرف اقدامً به بازنویسی آن با کتابت و لغت امروز گردید. ولی از نظر حفظ امانت در اَشکال ازهمان حروف فارسی استفاده شد. باشد که مورد استفاده برای همهٔ هنرمندان و صنوف مختلف صاحبان صنعت قرار گیرد و انتظار دارد در صورتی که اِشکالاتی به نظر اهل فن و اساتید محترم رسید بر این ناچیز تفقد فرموده آگاهم فرمایند تا ضمن فراگیری بهتر نسبت به اصلاح آنها اقدام شود و بدین جهت قبلا از محبتهایی که در این مورد نصیب این بنده می گردد کمال سپاسگزاری و تشکر رامبذول می دارد.

سیدعلیرضا جذبی

شرح حال:

ابوالوفاء محمدبن محمدبن یحیی بن اسماعیل بن عباس بوزجانی مشهور به حاسب یکی از بزرگان و مشاهیر در علم هندسه است و چنانکه ابن خلکان گوید تولد او به تاریخ اول رمضان ۳۲۸هـ.ق در شهر بوزجان از شهرهای خراسان میان هرات و نیشابور بوده است و مطابق نوشتهٔ ابی الفرج ابن الندیم در کتاب *الفهرست* به سال ۳۴۸هـ.ق به عراق هجرت کرد و در بغداد سکونت گزید و تا مرگش که در رجب سال ۳۸۷ یا ۳۸۸هـ.ق اتفاق افتاده مطابق آنچه ابن الاثیر در تاریخ خود آورده در آنجا بوده است.

چنانکه ابن ندیم گوید، ابوالوفاء ابتدا علوم اعداد و حساب را نزد عموی خود ابوعمرو المغازلی و خالویش ابی عبدالله محمدبن عنبه آموخته است و ابوعمرو خود هندسه را نزد ابویحیی مروزی (الماردی) و ابوالعلاءبن کرتیب فرا گرفته بود.

ابوالوفاء در علم هندسه استخراجات غریبه ای دارد که قبل از او کسی به آنها دست نیافته است، ابن خلکان گوید: شیخ ما علامهٔ کمال الدین ابوالفتح موسی بن یونس تغمده الله برحمته که در علوم هندسه و حساب قدح اعلیٰ و ید طولیٰ است در وصف کتب ابوالوفاء مبالغه داشت و در اکثر مطالعات خویش بر آنها اعتماد می کرد و قول ابوالوفاء را در اثبات مقاصد خود حجّت می آورد و چند کتاب از تألیفات ابوالوفاء نزد وی بود. و چنانکه در کتاب *تاریخ الحکماءِ* قفطی و *تاریخ الحکماءِ* شهرورزی و ابن خلکان آمده است ابوالوفاء را در استخراج اوتار تصنیفی نیکو و سودمند است. همچنین او شرحی بر کتب ریاضی اقلیدس و کتاب *الحدود* ارسطیقس یونانی نوشته و علاوه بر آن، آن را تصحیح و بر آن براهینی از خود اضافه کرده است.

آثار ریاضی و نجومی که از وی بازمانده است عبارتند از:

۱ـ کتابی در حساب به نام: *کتاب فی مایحتاج الیه من علم الحساب و العمال و غیرهم* که همان کتاب *المنازل فی الحساب* است که ابی قفطی به آن اشاره کرده است: وهو سبعة ابواب: المنزلة الاولی ـ فی النسبة، المنزلة الثانیه ـ فی الضرب والقسمة، المنزلة الثالثه ـ فی الاعمال المساحات، المنزلة الرابعة ـ فی اعمال الخراج، المنزلة الخامسة ـ فی اعمال المقاسمات، المنزلة السادسة ـ فی الصروف، المنزلة السابعة فی معاملات التجار. که این کتاب در سالهای اخیر از طرف آقای دکتر احمد سعیدان استاد دانشگاه اردن مورد بررسی و تحقیق و تصحیح قرار گرفته و به نام کتاب *علم الحساب عربی* در اردن چاپ شده است و وپکه در *مجلهٔ آسیایی* ۱۸۵۵، ص ۲۴۶ به بعد عناوین و فصول آن را ترجمه کرده است.

۲ـ کتاب *کامل*: که محتملا همان مجسطی می باشد که ابن قفطی به آن اشاره کرده است و منتخباتی از آن را کارادوود در *مجلهٔ آسیایی* ۱۸۹۲، ص ۷۱ـ۴۰۸ ترجمه نموده است.

۳ـ کتاب *الهندسه* به عربی و فارسی که احتمال دارد همان کتاب فارسی، کتاب *ساختمانهای هندسی* کتابخانهٔ ملی پاریس باشد که وپکه آن را در *مجلهٔ آسیایی* ۱۸۵۵، ص ۵۶ـ۲۱۸ و ۵۹ـ۳۰۹ مورد تحلیل قرار داده است.

۴ـ کتابی به نام *الزیج الشامل* که در فلورانس و پاریس و لندن نسخه هایی از آن هست و از مؤلفی بی نام بر جای مانده که محتملا از کتاب *زیج ابوالوفاء* اقتباس شده است.

ابوالوفاء شرحهای بسیاری بر کتب مختلف ریاضی نوشته که متأسفانه از آنها چیزی برجای نمانده است، ولی آنچه از کتب دیگر برمی آید شرحهای نوشته شده توسط ابوالوفاء عبارتند از:

۱ـ تفسیر کتاب *الخوارزمی فی الجبر و المقابله*.

۲ـ تفسیر کتاب *دیوفنطس فی الجبر*.

۳ـ تفسیر *امیر حسن فی الجبر* یا *علل براهین هندسیه*.

۴ـ *المدخل الی الارثماطیقی مقالة*.

۵ـ *فیما ینبغی ان یحفظ قبل کتاب ارثماطیقی.*
۶ـ *البراهین علی القضایا التی تستعمل،* دیو فنطس فی کتابه و علی ما استعمله هو فی التفسیر.
۷ـ *استخراج ضلع المکعب بمال مال و مایترکب منهما مقالة.*
۸ـ *معرفة الدایره من الفلك مقالة.*
۹ـ *الکامل* ــ و هو ثلاث مقالات: المقالة الاولی فی الامور التی ینبغی ان تعلم قبل حرکات الکواکب، المقالة الثانیه فی حرکات الکواکب و المقالة الثالثه فی الامور التی تعرض لحرکات الکواکب.
۱۰ـ زیج *الواضح* ــ وهو ثلاث مقالات: المقالة الاولی فی الاشیاء التی ینبغی ان تعلم قبل حرکات الکواکب، المقالة الثانیه فی حرکات الکواکب، المقالة الثالثه فی الاشیاء التی تعرض لحرکات الکواکب.
۱۱ـ همچنین ترجمهٔ، کتاب جرم*الشمس و القمر* ابن الندیم یا حد*الشمس و القمر* ابن قفطی را به او نسبت داده اند.
۱۲ـ نقل و اصلاح مبحث جبر معروف به *الحدود* ارسطیقس نیز از اوست، ولی معلوم نیست ترجمه از فارسی یا سریانی است.

اهمیت بزرگ و اساسی ابو الوفاء در کار تکمیل علم مثلثات است و قاعدهٔ مقادیر اربعه که امروز مبنای حل مثلثات کروی می باشد از اوست یعنی: $\text{Sin } a:\text{Sin } b=\text{Sin } A:1$

و همچنین شکلی که قدما شکل ظلی می نامیدند
از ابتکارات اوست: $\text{Tg } a:\text{Tg } A=\text{Sin } b:1$
و همین طور قضیهٔ منیلائوس از اوست: $\text{Cos } a=\text{Cos } b:\text{Cos } c$
که از همین فرمولها در مثلث قائم الزاویهٔ کروی قاعده ای را استخراج می کنند و شاید ابو الوفاء اول کسی باشد که در مثلثات کروی غیر قائم الزاویه با زاویه‌های مایل نظریهٔ جیب را آورده است (کارادووو، مجلهٔ *آسیایی* ص ۴۰ـ۴۰۸) و همین طور حساب جیب زاویهٔ ۳۰ درجه را مدیون او هستیم که نتیجه را تا هشت رقم اعشاری که با مقدار حقیقی مطابقت دارد حساب کرده است (وپکه ـ مجلهٔ *آسیایی* ۱۸۶۰، ص ـ ۲۹۶ به بعد). و به همین طریق روش عمل او در ساختمانهای هندسی که تا حدی مبتنی بر نمونه های هندسی است بسیار جالب توجه و با اهمیت است. (وپکه ـ مجلهٔ *آسیایی* ۱۸۵۵، ص ۵۶ـ۲۱۸) و بالاخره ابو الوفاء از شهود رصد ابوسهل و یحیی بن رستم کوهی بوده است (رجوع شود به *آثار الباقیه* چاپ زافالو صفحهٔ ۲۵)[1].

ابو الوفاء بعد از شرح کتب و رسالات می نویسد: و اما فی الهندسه فهو یبحث فی حل مسائل هندسیه بفتحه واحد للبرجل، و فی رسم المضلّعات المنتظمه، و منها التساعی باعتبار ضلعه یساوی تقریباً نصف ضلع المثلث المتساوی الاضلاع. و هو یبحث ایضاً فی القطع المکانی و فی حلول هندسیة لمعادلات من النوع س ۴=۱ س ۴+۱ س ۳=ب
ففی المثلثات المستویه ابتکر طریقه الانشاء جداول جیوب واعطی جیب نصف الدرجه صحیحاً و فی المثلثات الکرویه قدیکون ابو الوفاء اوّل من عمم قانون الجیوب علی المثلث الکروی، القائم و غیر القائم و قد استعاض عن نظریه منیلائوس بعلامات بین النسب الثلثیه.

---

۱. همان طور که گفته شد کتاب *فی مایحتاج الیه الکتاب و العمال و غیرهم من علم الحساب* ابو الوفاء از طرف دکتر احمد سعیدان بررسی و مورد تحقیق قرار گرفته و به نام کتاب *علم الحساب العربی* در اردن به چاپ رسیده است که ما مقدمهٔ آن را در اینجا می آوریم:
المؤلف:
هو ابو الوفاء البوزجانی، محمدبن محمدبن یحیی بن اسماعیل بن العباس. ولد فی بوزجان من بلاد نیسابور (قوهستان) فی ۱ رمضان سنهٔ ۳۲۸هـ و انتقل الی العراق فی سنهٔ ۳۴۸ و عاش فی بغداد حیث وضع کتابه هذا، و فیها مات فی سنهٔ ۳۸۸هـ.ق مطابق ۹۹۸ میلادی.

رسالهٔ تجارت

فی مایحتاج الیه العمال و الصنّاع من الاشکال الهندسیه

یــا

کاربرد هندسه درعمل

مقدمه

الحمدلله الموفق علی السداد فی الاقوال و الرشاد فی الاعمال و الصلوة علی نبیه المفضال محمد و آله خیر آل. این کتاب *فی مایحتاج الیه العمال و الصناع من الاشکال الهندسیه* تألیف استاد ابوالوفاء محمدبن محمد البوزجانی که در مائهٔ سوم هجری می‌زیسته است می باشد و در قرن سوم یا چهارم هجری به نام *کتاب تجارت* برای استفادهٔ صناع به فرمان ملك منصور بهاءالدوله به زبان پارسی ترجمه شده است، که دو نسخهٔ آن یکی در کتابخانهٔ مرکزی دانشگاه تهران و دیگری در کتابخانهٔ آستان قدس رضوی موجود می باشد و بعداً در قرن نهم هجری بار دیگر توسط دانشمند و ریاضیدان ایرانی ابواسحاق بن عبدالله کوبنانی به فارسی ترجمه شد که نسخه ای از آن در کتابخانهٔ ملی پاریس [شمارهٔ P.۱۶۹ (بلوشهٔ ۷۲۲)] موجود می باشد و خود رساله ای به نام *وفی تداخل الاشکال المتشابهة والمتوافقه* به آن اضافه کرده که به صورت ضمیمهٔ اول عیناً پس ازاتمام مطالب، اصل کتاب آورده شده است. وچون روشهای سادهٔ به کار گرفته شده در این کتاب برای رسم شکلهای هندسی به نوعی است که برای صاحبان صنایع و هنرمندان حرفه های مختلف در هر زمان قابل استفاده می باشد، بدون احتیاج به برهان و علت هر عمل به آسانی قابل فهم است، لذا در این زمان مطالب آن با روش کتابت این دوره هماهنگ و برگردانیده شده است و به نام کاربرد هندسه در عمل در اختیار صاحبان فنون مختلف قرار داده می‌شود. امید است که مورد استفاده قرار گیرد و چنانچه خطایی به نظر رسید موجب امتنان است که مطالب آن را اعلام فرمایند، تا ان شاءالله در چاپهای بعدی به طور صحیح و کامل‌تری تنظیم و ارائه گردد. قبلا از این منّتی که بر این ناچیز که با کمی بضاعت علمی اقدام به این بزرگ نموده گذاشته می شود سپاسگزاری می نماید.

ابوالوفاء این کتاب را مشتمل بر یك مقدمه و دوازده باب نهاده است، بدین ترتیب:

مقدمه ـ در معرفت احوال خط کش و پرگار و گونیا.

باب اول ـ در اصل چیزهایی که دانستن آنها واجب است.

باب دوم ـ در عمل شکلهای متساوی‌الاضلاع (یك اندازه پهلو و زاویه)

باب سوم ـ در عمل شکلها در دایره و بر دایره.

باب چهارم ـ در عمل دایره بر شکلها.

باب پنجم ـ در عمل دایره در شکلها.

باب ششم ـ در عمل شکلها در شکلها و بر شکلها.

باب هفتم ـ در تقسیم مثلثات (مثلثها).

باب هشتم ـ در تقسیم مربعات (مربعها).

باب نهم ـ در تقسیم مربعی به مربعات بسیار و عکس آن.

باب دهم ـ در تقسیم شکلهای مختلف‌الاضلاع و جدا کردن راه.

باب یازدهم ـ در تقسیم دایره.

باب دوازدهم ـ در تقسیم سطح کره.

مقدمه

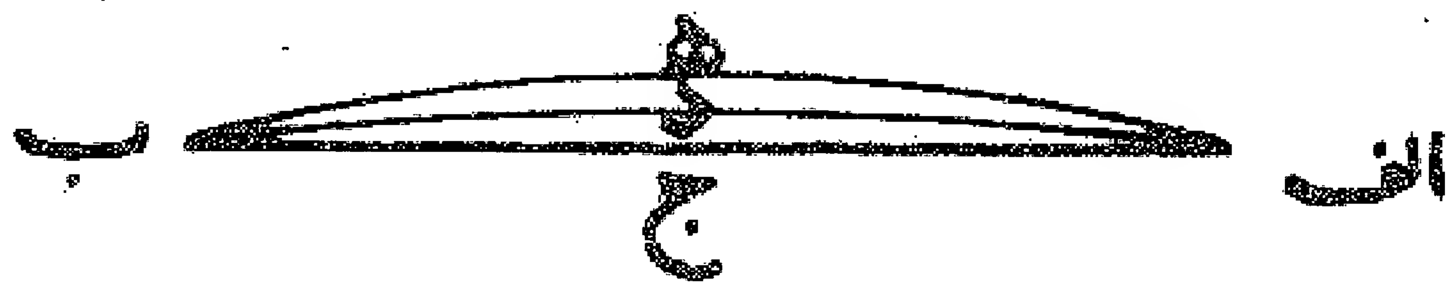
در معرفت و شناخت خط کش و پرگار و گونیا

تعریف ـ بدان که درستی و راستی اعمال به درستی سه چیز است: ۱ـ خط کش، ۲ـ پرگار، ۳ـ گونیا.

خط کش: وسیله ای است برای به دست آوردن خط مستقیم یعنی خط راستی که در او هیچ کژی نباشد. و این چنین خطی را ارشمیدس کوتاه ترین خط بین دو نقطه بیان کرده است.

مسئلهٔ ۱

اگر بین دو نقطهٔ **ا** و **ب** خطهای بسیاری مانند خطوط **اجـب**، **ادب** و **اهـب** بکشیم، کوتاه ترین آن خطها بین این دو نقطه که در این وضع خط **اجـب** است خطی مستقیم می باشد. و هر خط کش که دو طرف آن به روی خط مستقیم قرار گیرد خط کش راست است و برای کشیدن خطهای کوتاه مورد استفاده می باشد، ولی اگر بخواهند بین دو نقطه که فاصلهٔ آنها زیاد است خط مستقیم بکشند از راههای دیگر استفاده می کنند.

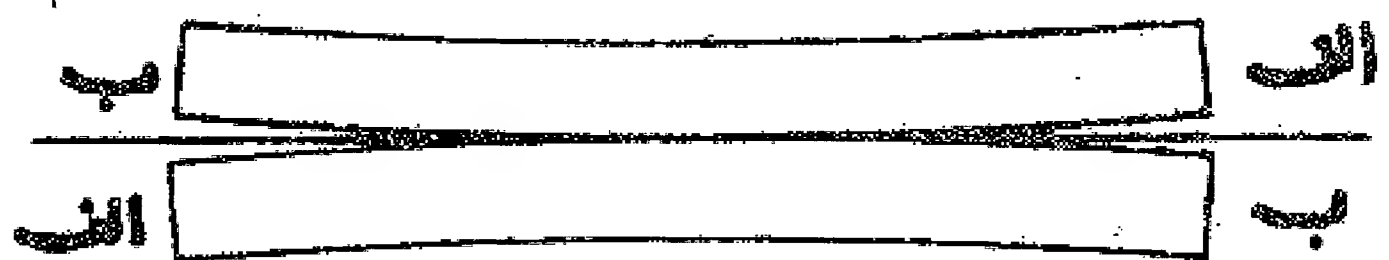


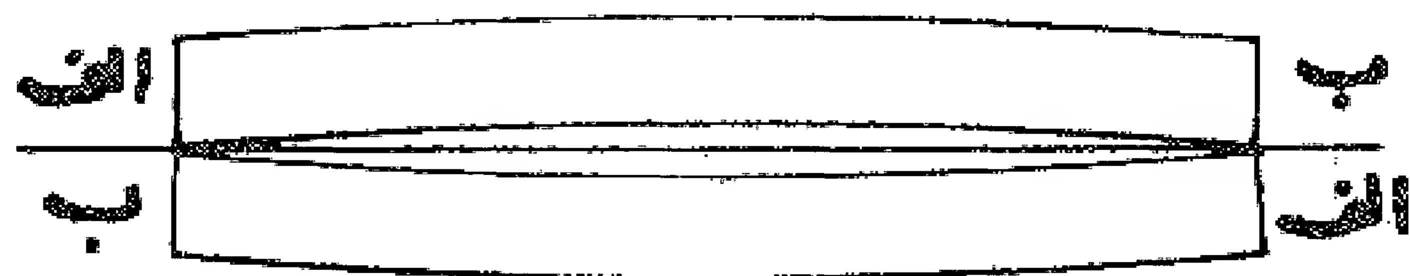
مسئلهٔ ۲

برای کشیدن خط مستقیم با طول زیاد، ریسمانی را سیاه می نمایند و بر سطحی که می خواهند امتداد خط را ثابت می کنند و بعد از آنکه طرف مستقیم را که با ریسمان نشان شد، چنانچه اصلاحی لازم باشد انجام می دهند. خط کشهای بلند را معمولا از آهن و روی یا دیگر اجسام صلب می سازند و آن را با سوهان می سایند و اگر از چوب باشد با تیشه می تراشند و سپس آن را راست و مستقیم می کنند.[1]

مسئلهٔ ۳

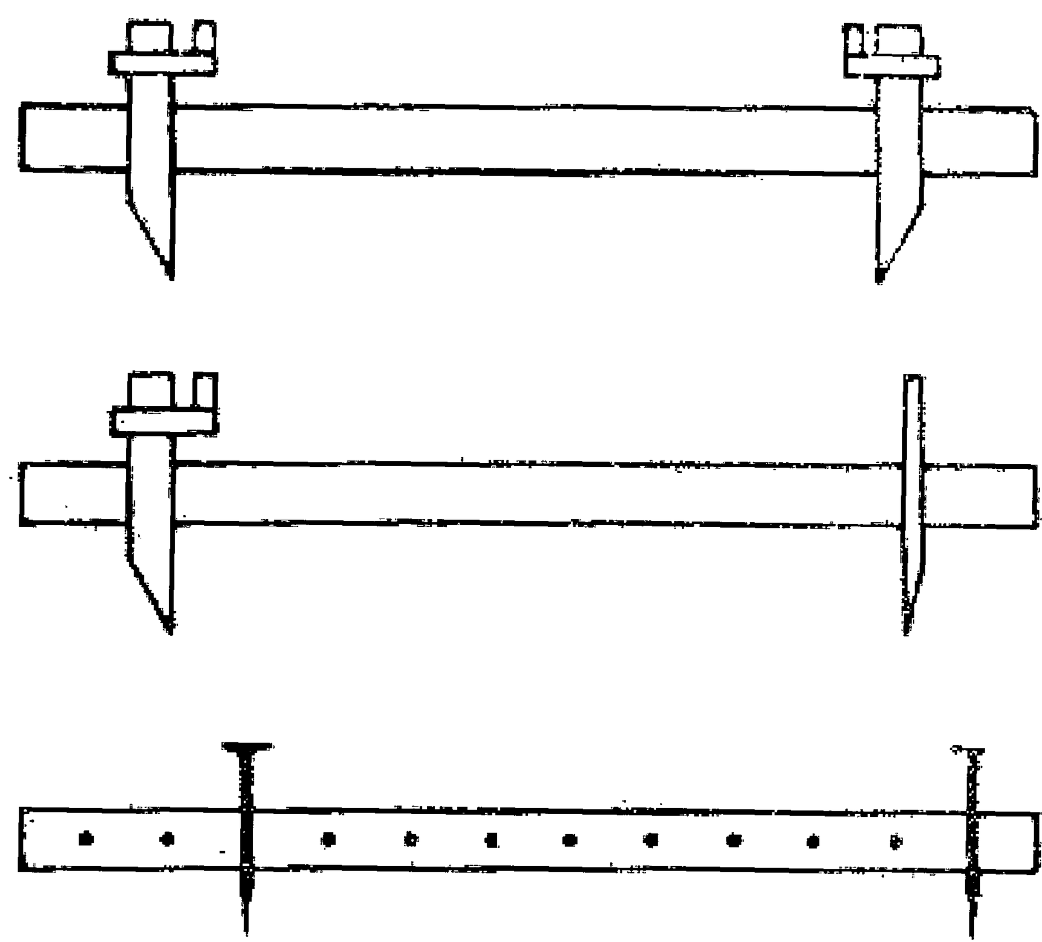
شناخت صحت خط کش: پس از آنکه به نوعی خط کش تهیه و یا خریداری شد برای آنکه معلوم شود که بر یك استقامت است یا نه، آن را بر سطح مستوی قرار می دهیم و خطی را رسم می کنیم و سپس خط کش را برگردانیده، به روی خط می گذاریم و خط دیگری می کشیم چنانچه این خط بر خط اول افتد، خط کش مستقیم و درست و در غیر این صورت خط کش صحیح نبوده، کژی خط کش و محل آن معلوم می گردد که باید اصلاح شود. ولی صاحبان حِرَف درستی خط کش و شمشه را با نگاه از یك طرف در امتداد طرف دیگر روی شعاع چشم تشخیص می دهند و اصلاح





۱ـ امروزه خط کشهای بلند از چوب و فلز و دیگر اجسام در بازار موجود است و به ساخت آنها معمولا احتیاجی نیست و در کارهای بنّایی برای خط کشی از همان چوب بلند چهار تراش که به نام شمشه موسوم است استفاده می کنند.

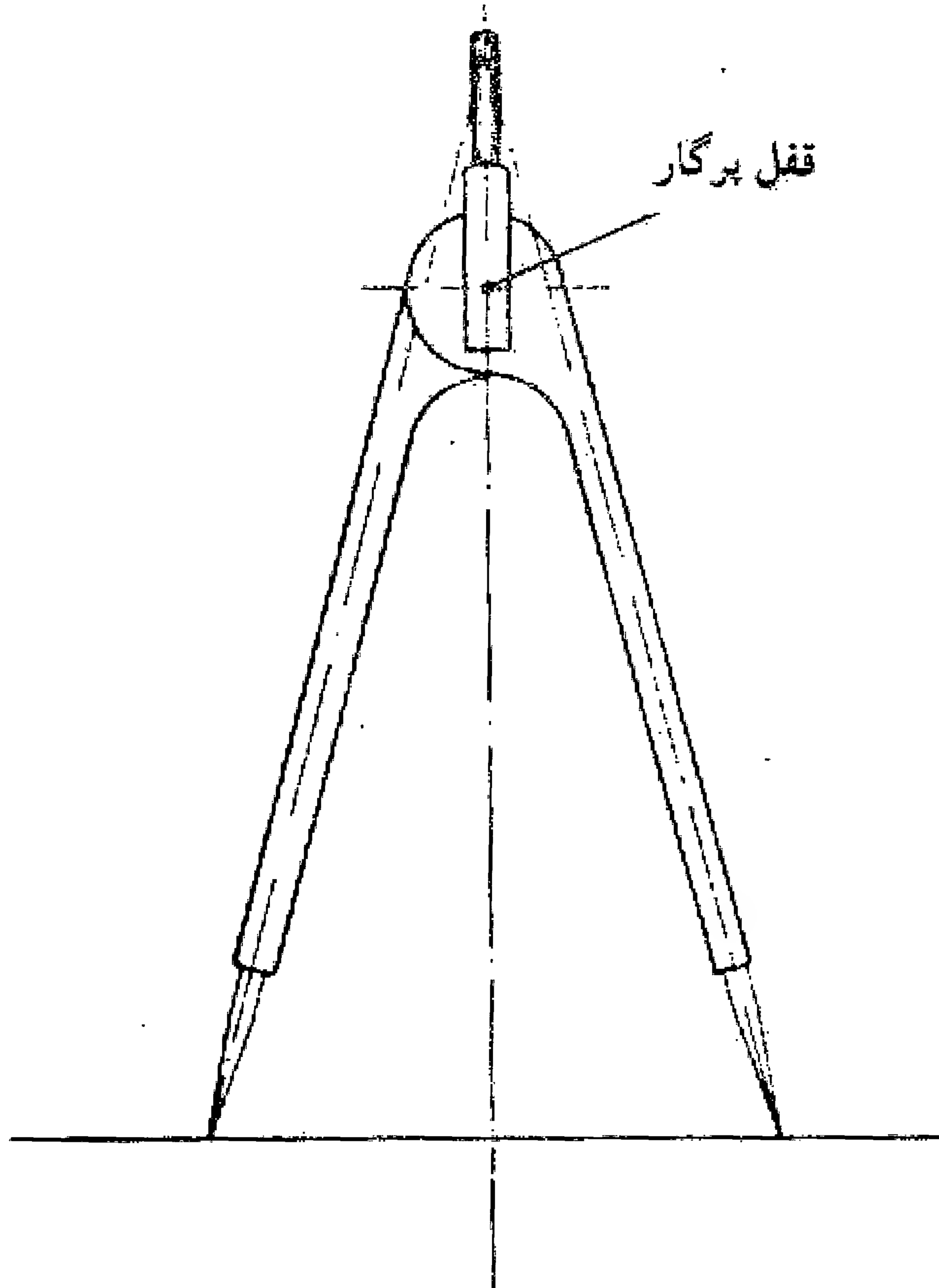
می کنند، تا مواضعی که از استقامت شعاع چشم پست و بالا افتاده از بین برده شود و خط کش راست گردد.[۲]



مسئلهٔ ۴

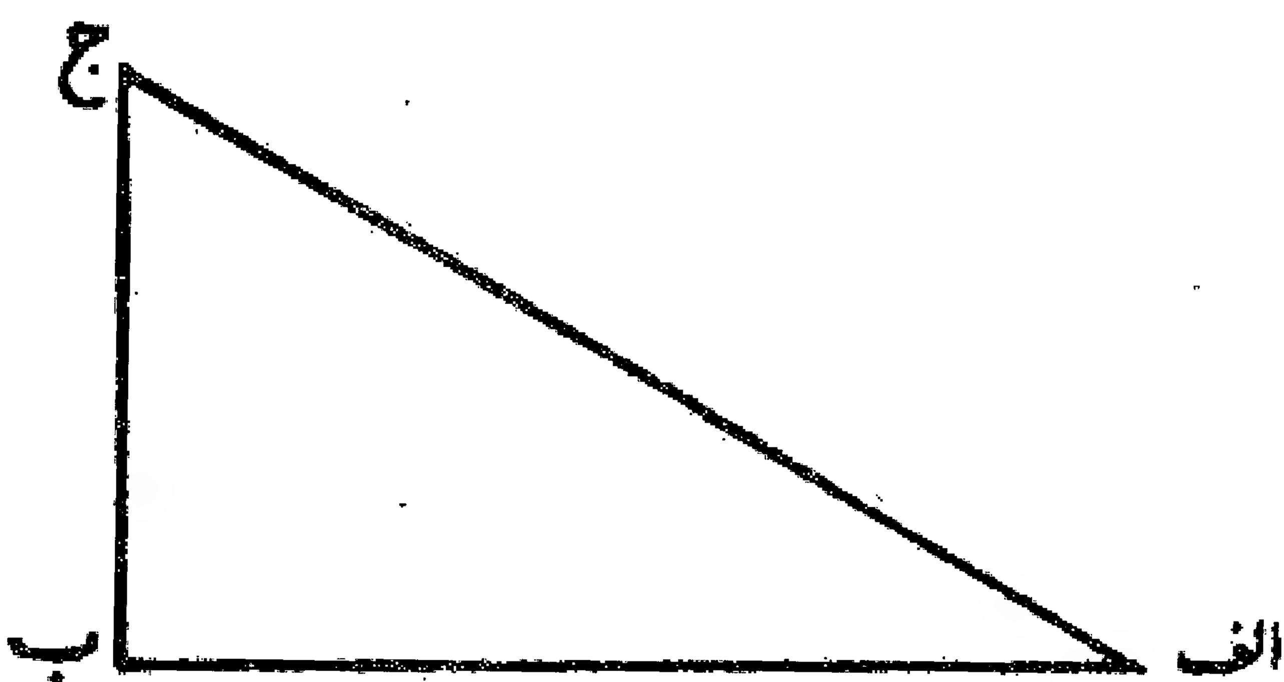
پرگار: برای کشیدن دایره و قسمت کردن آن و اندازه گرفتن خطوط به یك اندازه (با قسمتهای مساوی) از پرگار استفاده می شود.

شناخت و صحت پرگار: درستی پرگار به درستی محل قفل پرگار و همواری دوپایهٔ پرگار می باشد. درستی قفل پرگار وقتی است که در باز و بسته بودن پرگار موقع کار تغییری پدید نیاید. و بهترین پرگار آن است که قفل دستهٔ آن به نحوی باشد که باز و بستن آن آسان باشد و در موقع باز و بسته بودن ثابت و به قدر ممکن میسر باشد و اگر عیبی در آن پدید آید به راحتی و سرعت بتوان آن را اصلاح کرد. این نوع پرگار برای کشیدن دایره های معمولی می باشد، ولی اگر احتیاج به رسم دایره های بزرگ باشد دیگر این نوع پرگار خالی از اِشکال نیست و بدین جهت برای رسم دایره های بزرگ از پرگار دولابی استفاده می کنند. وطرز تهیهٔ آن چنان است که دو پایه پرگار کوتاه ساخته و آن را بر روی خط کش بلندی به فاصلهٔ شعاع دایرهٔ مورد نظر مستحکم می نمایند که یکی از دوپایه را در مرکز دایره قرار می‌دهند و با دیگری دایره را می کشند. و یا آنکه در وسط خط کش خطی می کشند و بر روی آن سوراخهای زیادی به فاصلهٔ معین و به اندازهٔ ضخامت سوزن پرگار به وجود می آورند، سپس در یك طرف، سوزن پرگار یا میخی را برای مرکز مستحکم کرده و به فاصلهٔ شعاع مورد نظر در سوراخ دیگر، میخ دیگری نصب و دایره را رسم می کنیم. این نوع پرگار به صورت کشویی نیز ساخته می شود که با آن می توان دوایر کوچك و بزرگ را رسم کرد.



مسئلهٔ ۵

گونیا[۳]: و آن زاویهٔ قائمه است که از آن در ساختن چهارسوها «مربعها» و کشیدن زاویهٔ بناها و مانند اینها استفاده می شود و صحیح بودن گونیا دارای وجوه بسیار است که ما در این کتاب بعض از آنها را به اختصار بیان می کنیم. و صورت آن این است:

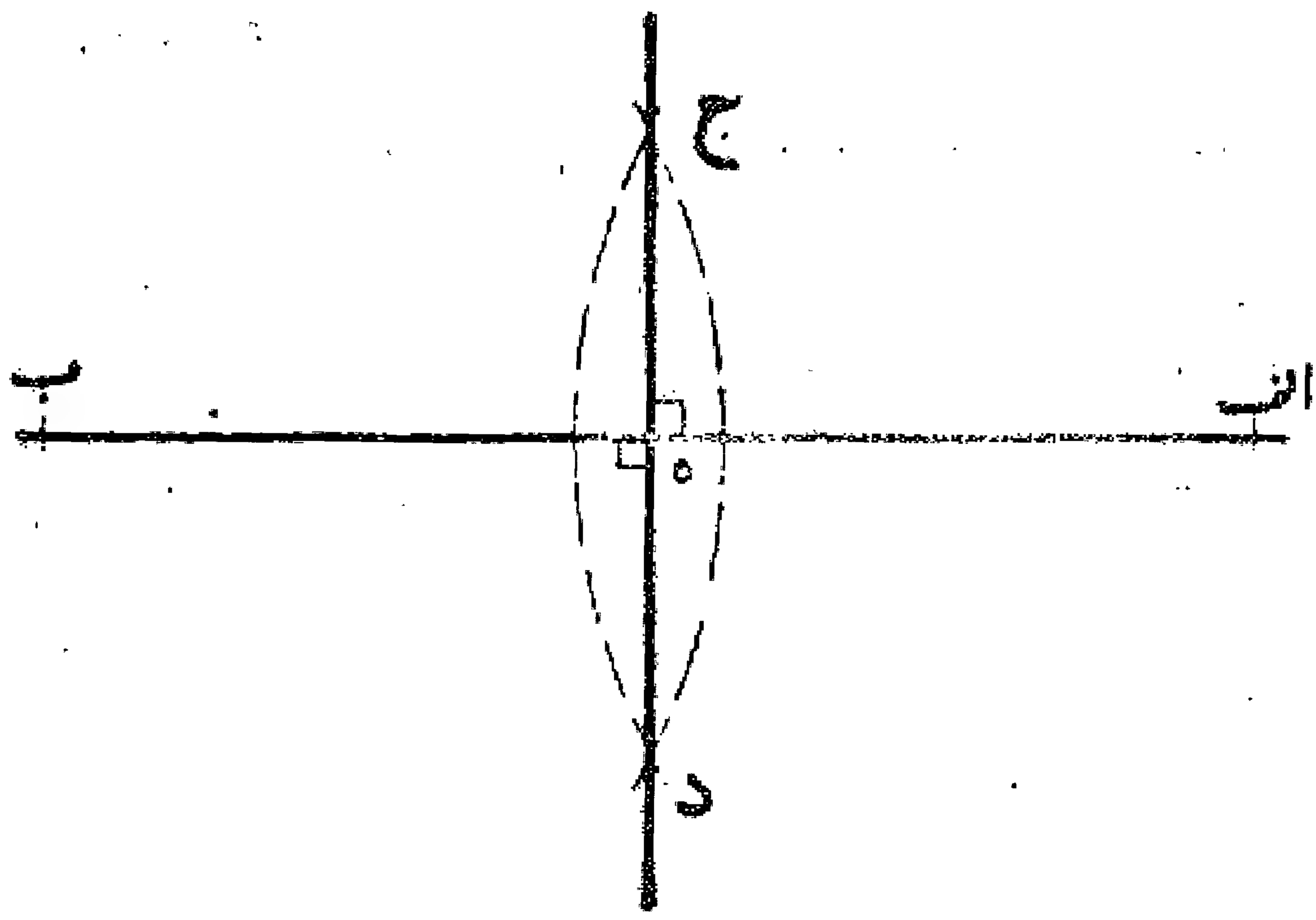


۲. در این رساله هر کجا از خط کش یا ستاره گفت‌وگو می شود منظور خط کش بدون درجه بندی می باشد.

۳. اصطلاح گونیا در زبان قدما زاویهٔ قائمه است نه وسیله ای که امروزه به نام گونیا مورد استفاده می باشد. و این وسیله را هم بدان جهت گونیا گویند که با آن زاویهٔ قائمه رسم می کنند و همچنین دو خط عمود بر یکدیگر را نیز گونیا گویند.

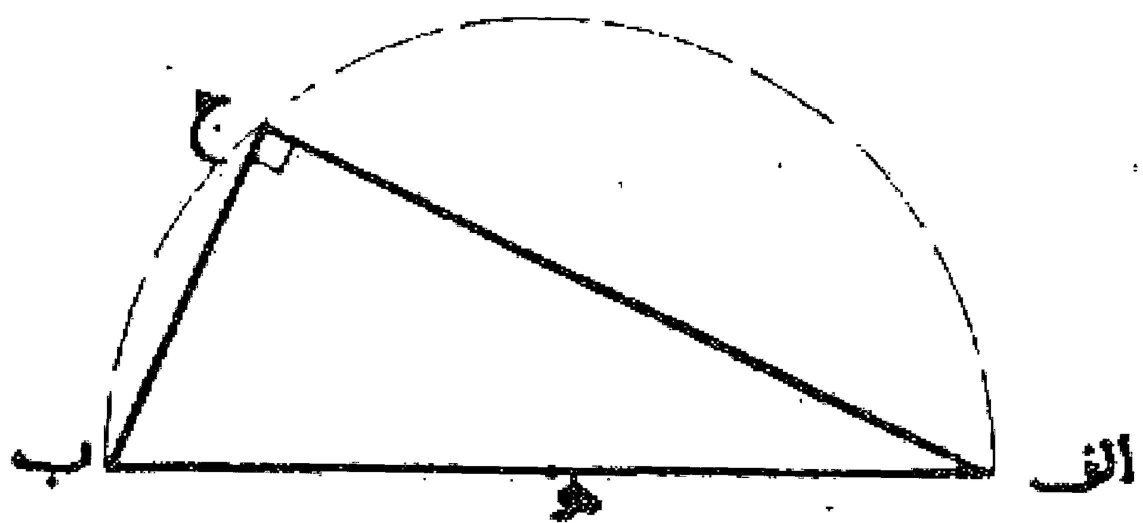
مسئلهٔ ۶

ساختن گونیا: می خواهیم گونیایی بسازیم: خط مستقیم ا ب را می کشیم و دو نقطهٔ ا و ب را مرکز قرار می دهیم و با یك فتح[۴] پرگار دو دایره می کشیم تا در نقاط جـ و د یکدیگر را قطع کنند، سپس از نقطهٔ جـ خطی به نقطهٔ د وصل می نماییم تا با خط ا ب در نقطهٔ هـ تلاقی کند. هر چهار زاویهٔ اطراف نقطهٔ هـ قـائمه می باشند. بدین صورت:[۵]



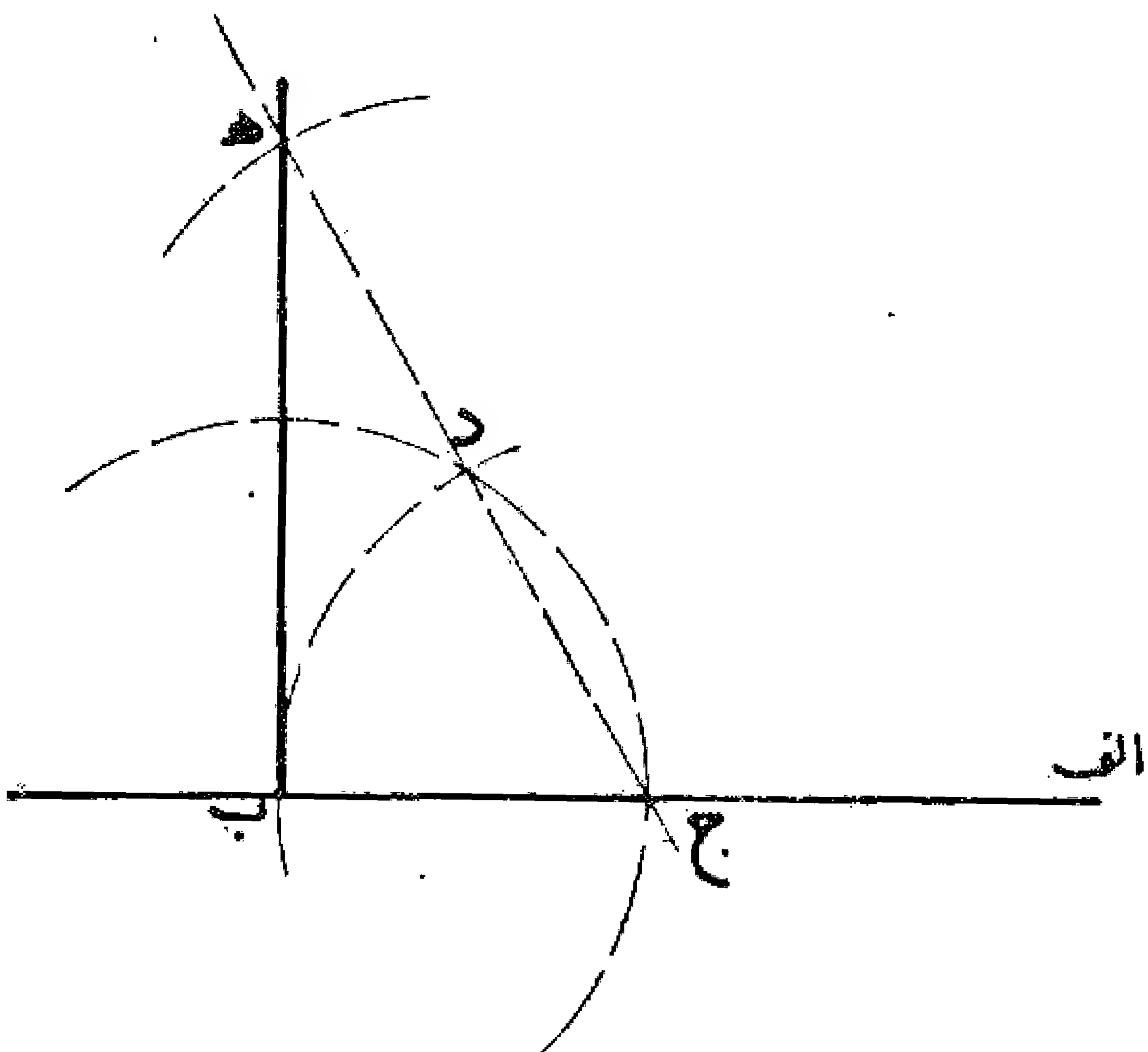
مسئلهٔ ۷

وجهی دیگـر در رسم گونیـا: بـر خط مستقیم ا ب نیم دایره ای رسم می نماییم و نقطهٔ جـ را بر روی آن در هر کجا که بخواهیم نشان می کنیم، سپس دو خط ا جـ و ب جـ را رسم می نماییم. در این حالت زاویهٔ ا جـ ب قائمه می باشد. بدین صورت:



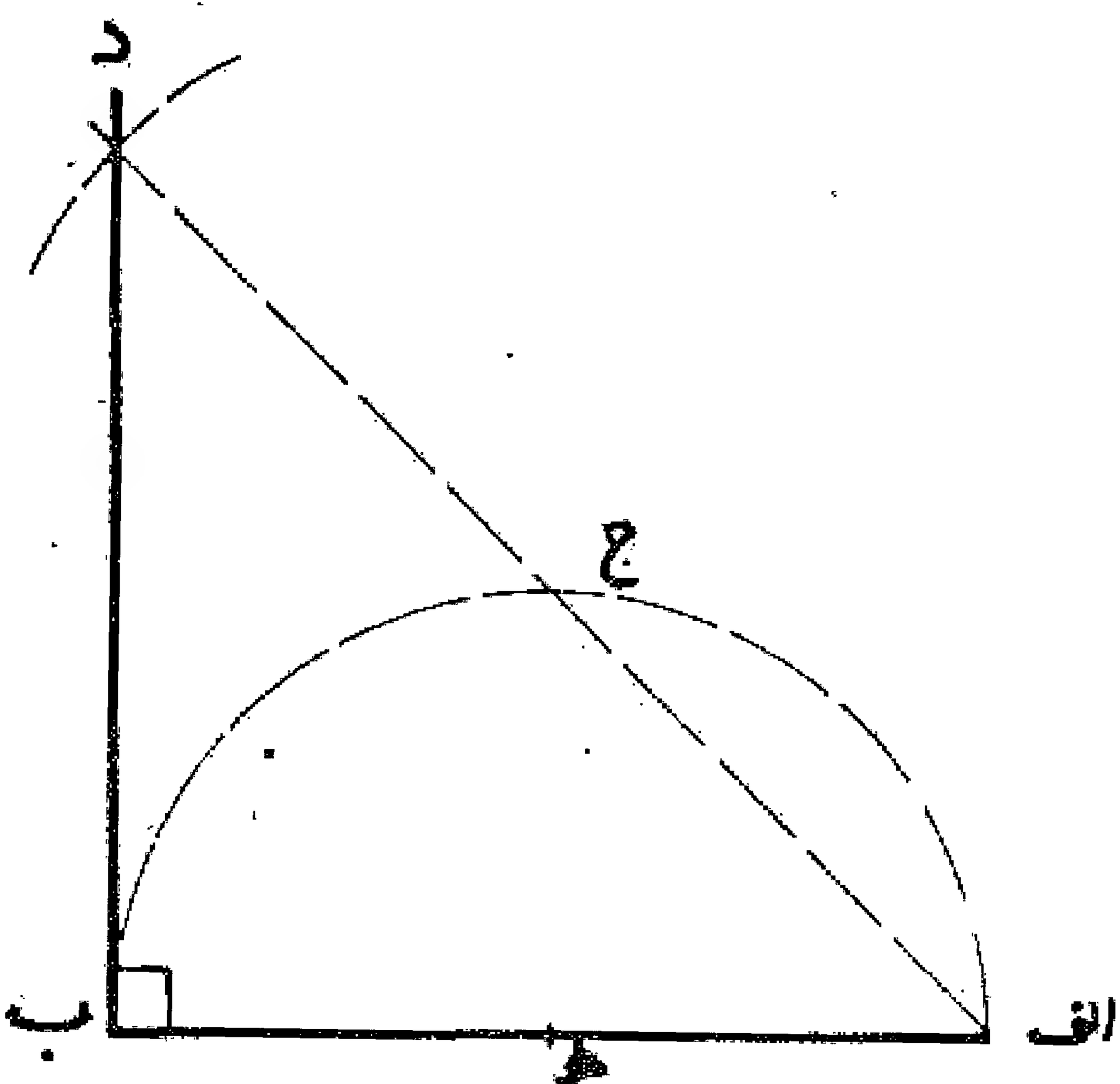
مسئلهٔ ۸

می خواهیم که بر خط ا ب در نقطهٔ ب زاویهٔ قائمه بسازیم: ابتدا بر روی خط ا ب نقطهٔ جـ را هر کجا که بخواهیم نشان می کنیم و پرگار را به اندازهٔ ب جـ باز می نماییم، سپس دو نقطهٔ ب و جـ را مرکز قرار می‌دهیم و به شعاع ب جـ دو دایره می کشیم تا یکدیگر را در نقطهٔ د قطع کنند، بعد از نقطهٔ جـ خطی به نقطهٔ د وصل می نماییم و آن را به اندازهٔ د جـ تا نقطهٔ هـ ادامه می دهیم. حال چنانچه از نقطهٔ هـ خطی به نقطهٔ ب وصل کنیم، زاویهٔ هـ ب جـ قائمه می باشد. بدین صورت:



مسئلهٔ ۹

وجهی دیگر: بر خط ا ب نیم دایره ای رسم و آن را به دو نیمه تقسیم می کنیم (چنانکه بعداً یاد کنیم) تا نقطهٔ جـ به دست آید، سپس از نقطهٔ ا خطی به نقطهٔ جـ وصل می نماییم و آن را به اندازهٔ ا جـ امتداد می دهیم تا نقطهٔ د به دست آید. چنانچه از نقطهٔ د خطی به نقطهٔ ب وصل کنیم زاویهٔ د ب ا زاویهٔ قائمه می باشد بدین صورت:



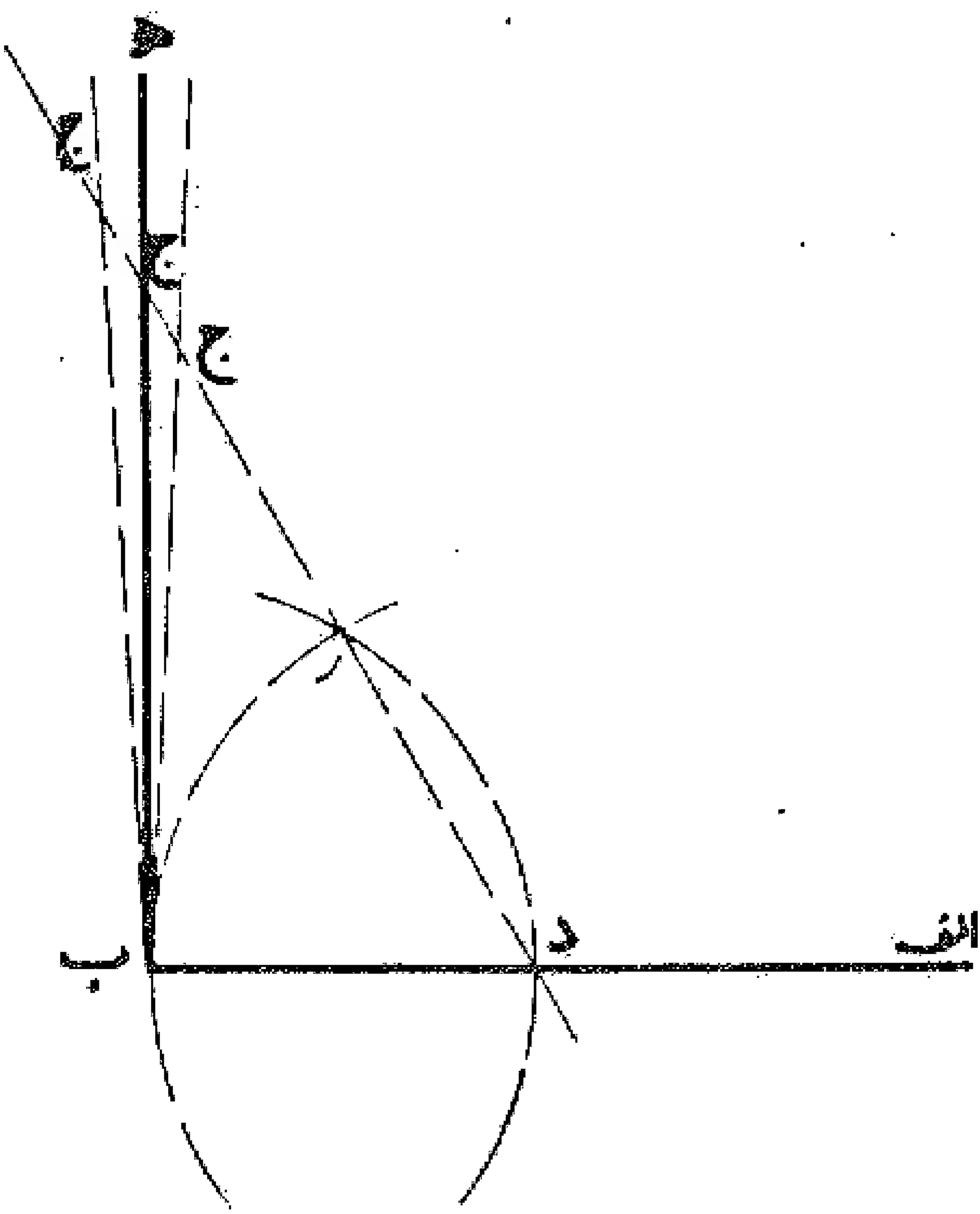
شناخت صحت گونیا: اگر بخواهیم درستی گونیایی را امتحان کنیم که زوایای حاصلهٔ آن قائمه است، یا نه به روشهای زیر عمل می نماییم:

---

۴. فتح پرگار عبارت است از مقدار باز بودن دو پایهٔ پرگار و به عبارت دیگر فاصلهٔ دو سر پرگار.
۵. خط ا ب در نقطهٔ هـ به دو نیمه نیز تقسیم می شود.

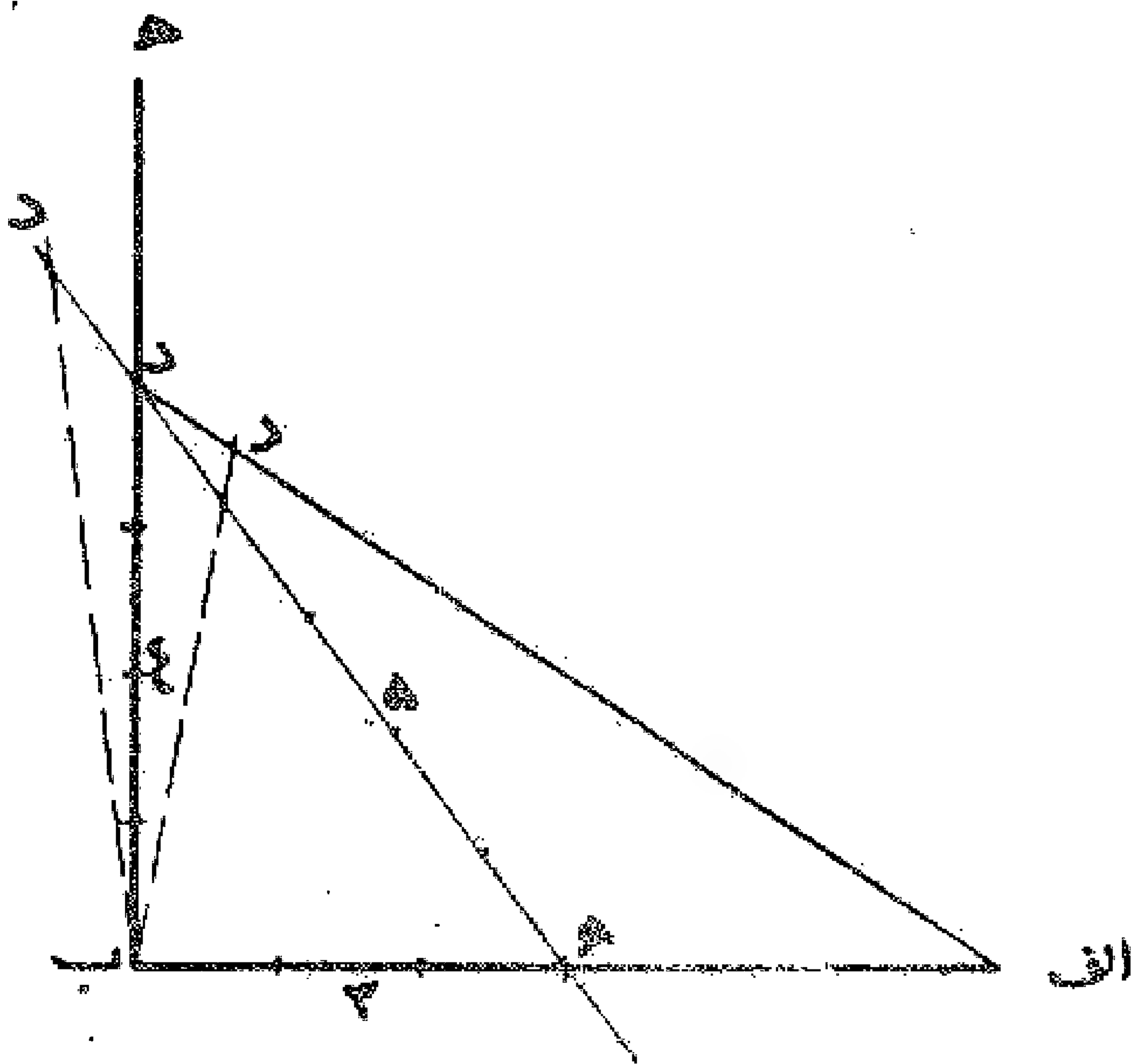
مسئلهٔ ۱۰

اگر بخواهیم بدانیم که زاویهٔ ا ب هـ قائمه است یا نه، بر خط ا ب نقطهٔ د را نشان می کنیم ودو نقطهٔ ب و د را مرکز قرار می دهیم و به طول ب د دو دایره می کشیم تا در نقطهٔ ر یکدیگر را قطع نمایند. حال خط د ر را می کشیم و آن را امتداد می دهیم و روی آن خط ر جـ معادل د ر جدا می کنیم، اگر نقطهٔ جـ بر خط ب هـ افتد، زاویهٔ ا ب هـ قائمه می باشد و گونیا صحیح است و اگر نقطهٔ جـ خارج خط ب هـ افتد، زاویهٔ ا ب هـ حاده یعنی کمتر از زاویهٔ قائمه است، واگر نقطهٔ جـ داخل خط ب هـ افتد، زاویهٔ ا ب هـ منفرجه یعنی بیشتر از زاویهٔ قائمه خواهد بود، بدین صورت:



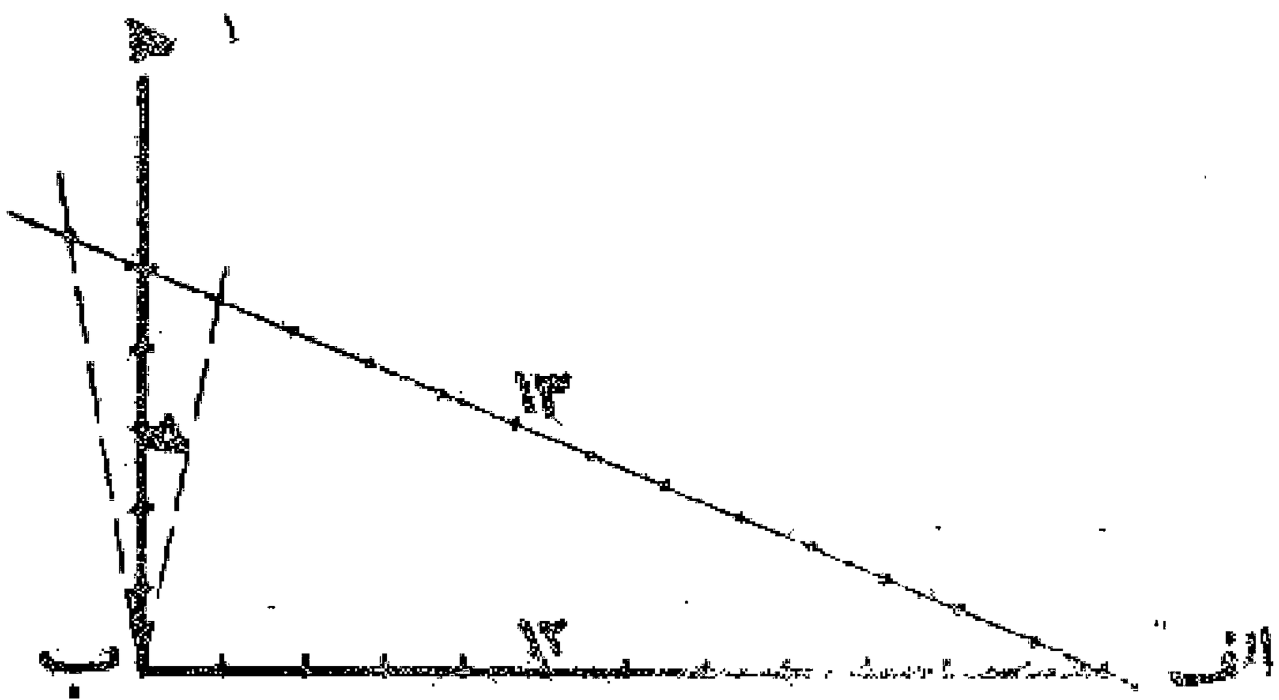
مسئلهٔ ۱۱

وجهی دیگر در امتحان گونیا: صاحبان حرفه ها امتحان گونیا را به نوع دیگری انجام می دهند. مثلا چون بخواهند بدانند که زاویهٔ ا ب هـ قائمه است یا نه، پرگار را بازو با آن فتح روی خط ا ب سه مقدار مساوی از جانب ب جدا کنند و هم به آن فتح چهار مقدار مساوی روی ب هـ جدا نمایند و با خطی انتهای این دو مقدار را به یکدیگر وصل کنند، سپس با همان فتح پرگار این خط را بپیمایند، اگر مقدار آن پنج بخش مساوی باشد، زاویه قائمه و گونیا صحیح است، ولی اگر بیشتر از پنج باشد زاویه منفرجه واگر کمتر باشد زاویه حاده خواهد بود، بدین صورت:



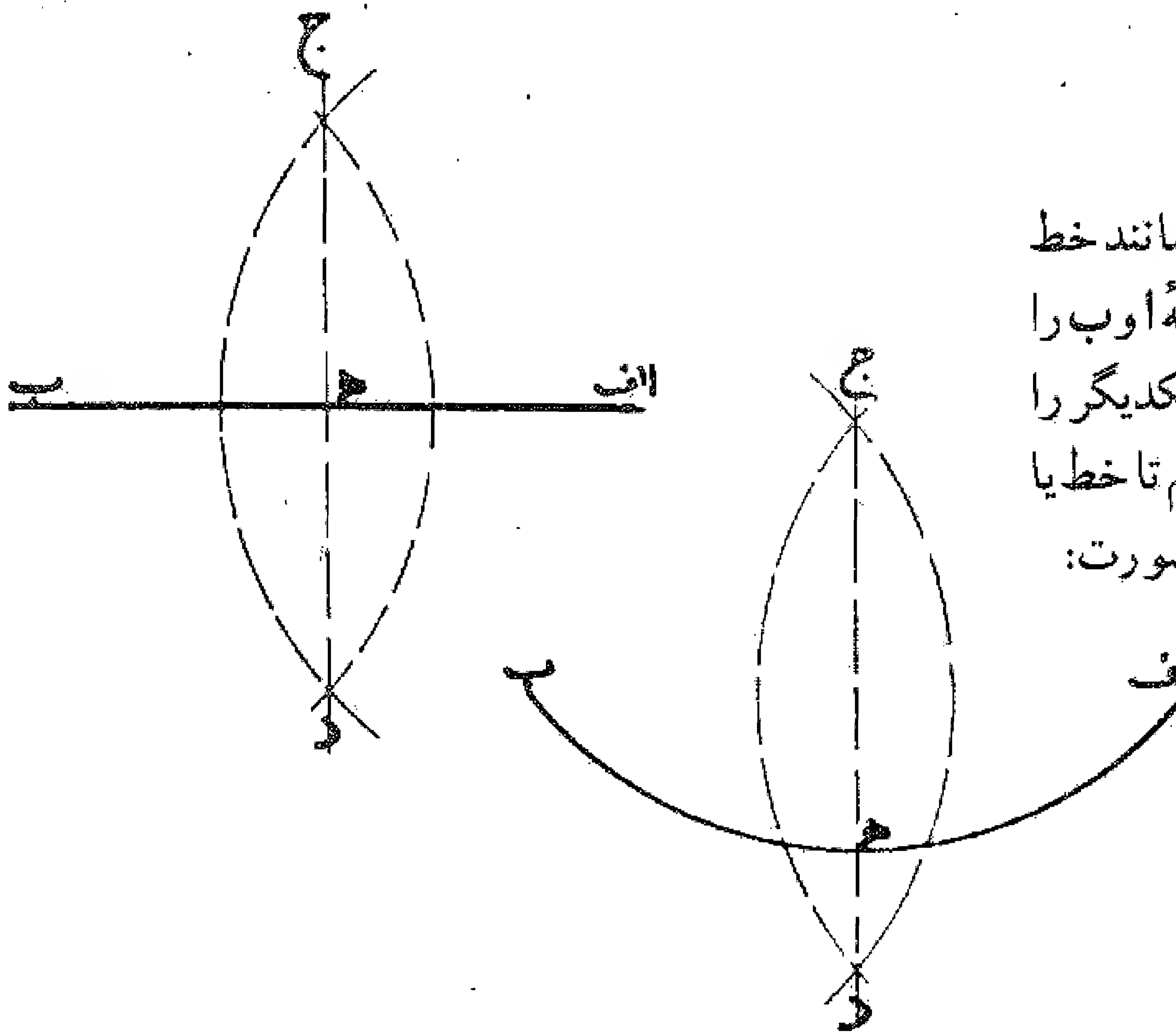
مسئلهٔ ۱۲

وجهی دیگر در امتحان گونیا: اگر بخواهیم، بدین روش نیز می توان صحت گونیا را به دست آورد. پرگار را باز می کنیم و روی خط ا ب مساوی دوازده فتح پرگار و به همان فتح روی خط ب هـ مساوی پنج فتح جدا می نماییم و خط ا هـ را می کشیم و با همان فتح پرگار آن را می پیماییم اگر سیزده مقدار باشد، گونیا زاویه قائمه است واگر بیشتر افتد زاویه منفرجه واگر کمتر افتد حاده خواهد بود، بدین صورت:



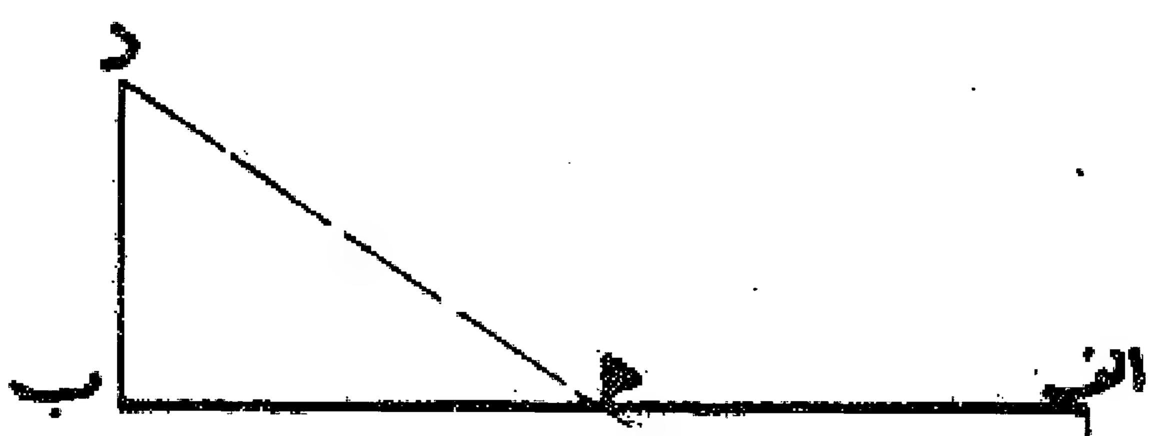
باب اوّل

در شناخت اصولی که دانستن آن لازم است



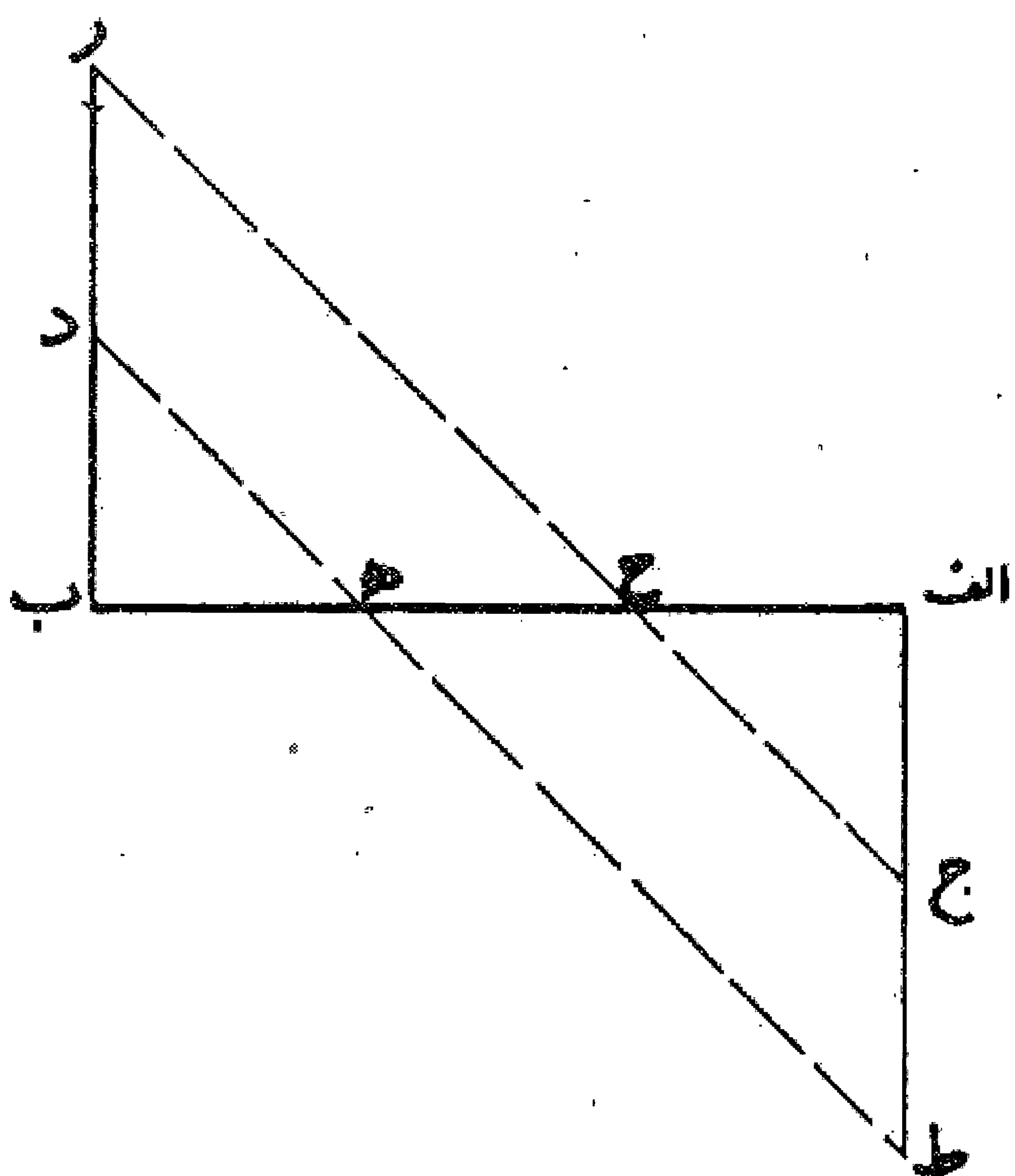
مسئلهٔ ۱۳

اگر بخواهیم که خط مستقیمی یا قوسی از دایره ای را مانند خط ا ب یا قوس ا ب دو نیمه کنیم، ابتدا دو طرف آن یعنی دو نقطهٔ ا و ب را مرکز قرار می دهیم و به یك فتح پرگار دو قوس می کشیم تا یکدیگر را در دو نقطهٔ جـ و د قطع نمایند. سپس خط جـد را رسم می کنیم تا خط یا قوس ا ب را در نقطهٔ هـ به دو نیمه تقسیم نماید. بدین صورت:



مسئلهٔ ۱۴

وجهی دیگر در تقسیم خط به دو نیم یا به اقسام متساوی: اگر بخواهیم که خط ا ب را به دو نیمه کنیم ابتدا از نقطهٔ ا خط ا جـ را و از نقطهٔ ب در جهت مخالف خط ب د را، به زاویهٔ قائمه اخراج می نماییم. سپس خط ا جـ را مساوی خط ب د جدا می کنیم و خط جـد را رسم می نماییم تا خط ا ب را در نقطهٔ هـ قطع کند. در این حالت خط ا ب در نقطهٔ هـ به دو نیمه تقسیم می شود. بدین صورت:



مسئلهٔ ۱۵

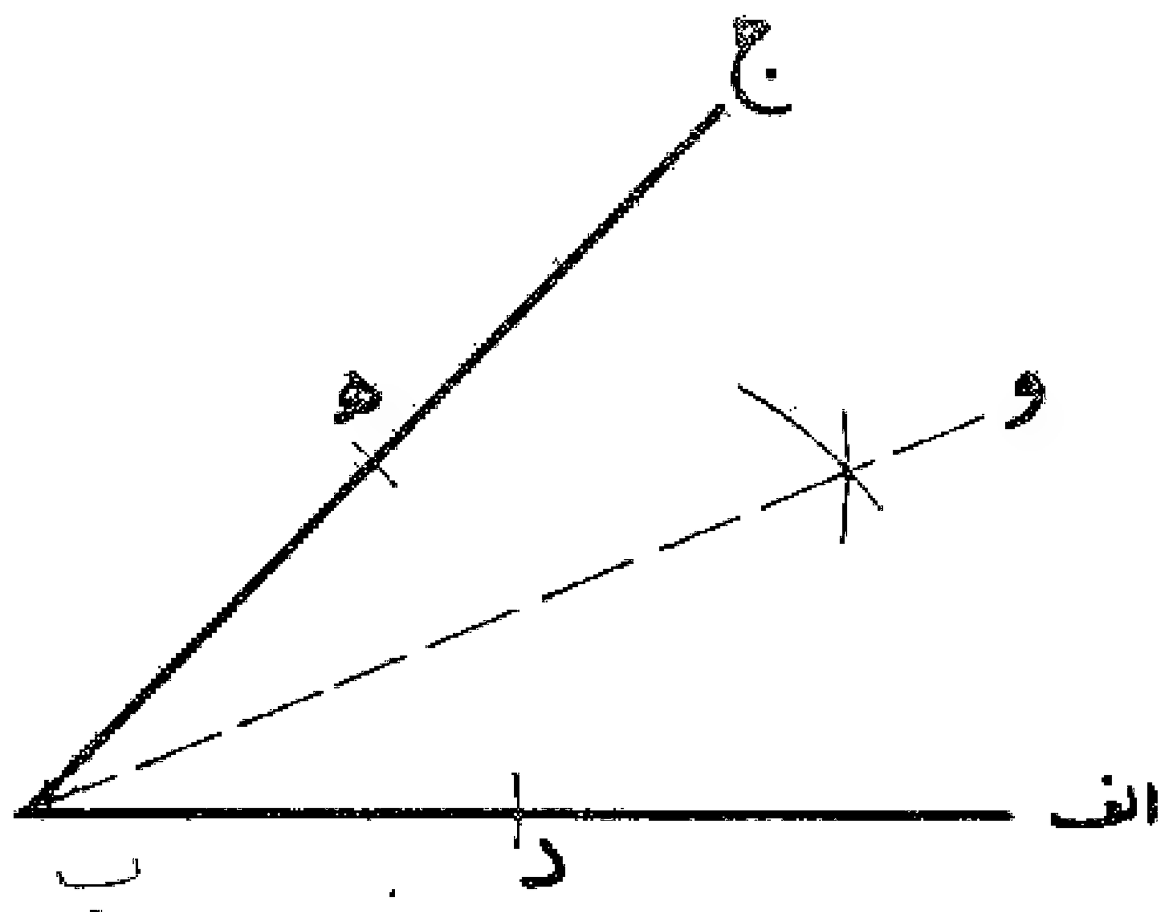
اگر بخواهیم که خط ا ب را به سه قسمت مساوی تقسیم کنیم، پس از اخراج دو خط گونیای مساوی ا جـ و ب د آنها را به اندازهٔ خودشان تا نقاط ر و ط امتداد می دهیم، سپس از نقطهٔ د خطی به نقطهٔ ط و از نقطهٔ ر خطی به نقطهٔ جـ می پیوندیم تا خط ا ب را در دو نقطهٔ ح و هـ قطع نمایند، خطوط ا ح و ح هـ و هـ ب هر کدام ثلثی از خط ا ب می باشند. بدین صورت:

مسئلهٔ ۱۶

اگر بخواهیم خط ا ب را زیادتر از سه قسمت یعنی به چهار قسمت یا پنج قسمت یا زیادت تقسیم مساوی نماییم و یا آنکه بخواهیم از خطی، ثلثی یا ربعی یا جزوی دیگر جدا کنیم به همین نحو عمل می نماییم.

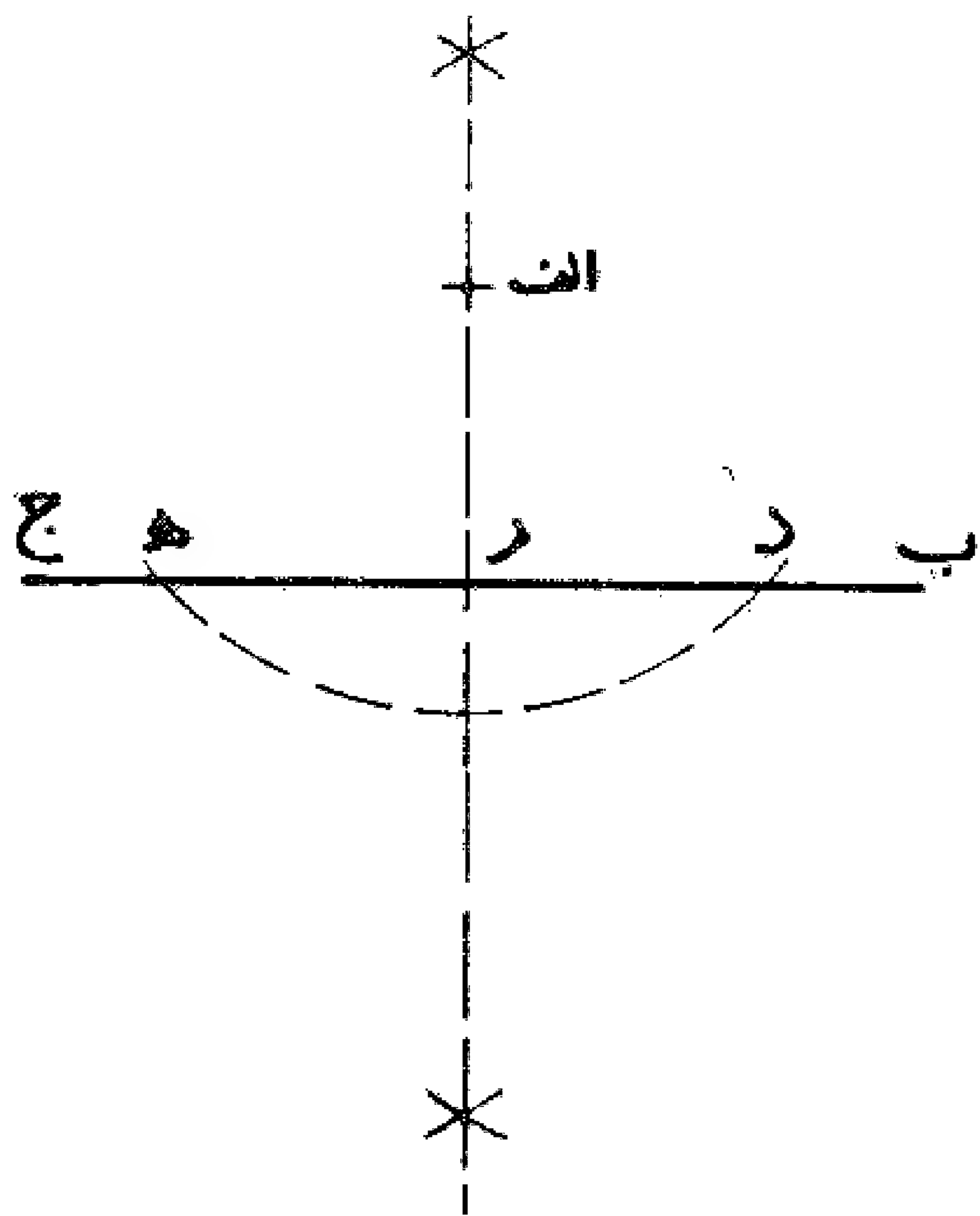
مسئلهٔ ۱۷

تقسیم زاویه به دو قسمت مساوی: اگر بخواهیم که زاویهٔ ا ب جـ را به دو نیمه تقسیم کنیم، ابتدا پرگار را بازمی نماییم و به هر مقدار که باشد و به مرکز ب دو نقطهٔ د و هـ را روی دو ضلع زاویه نشان می کنیم، سپس این دو نقطه را مرکز قرار می‌دهیم و دو قوس می کشیم تا یکدیگر را در نقطهٔ و قطع کنند. حال از نقطهٔ و خطی به نقطهٔ ب رسم می نماییم، زاویهٔ ا ب جـ با خط ب و به دو نیمه تقسیم شده است. بدین صورت:



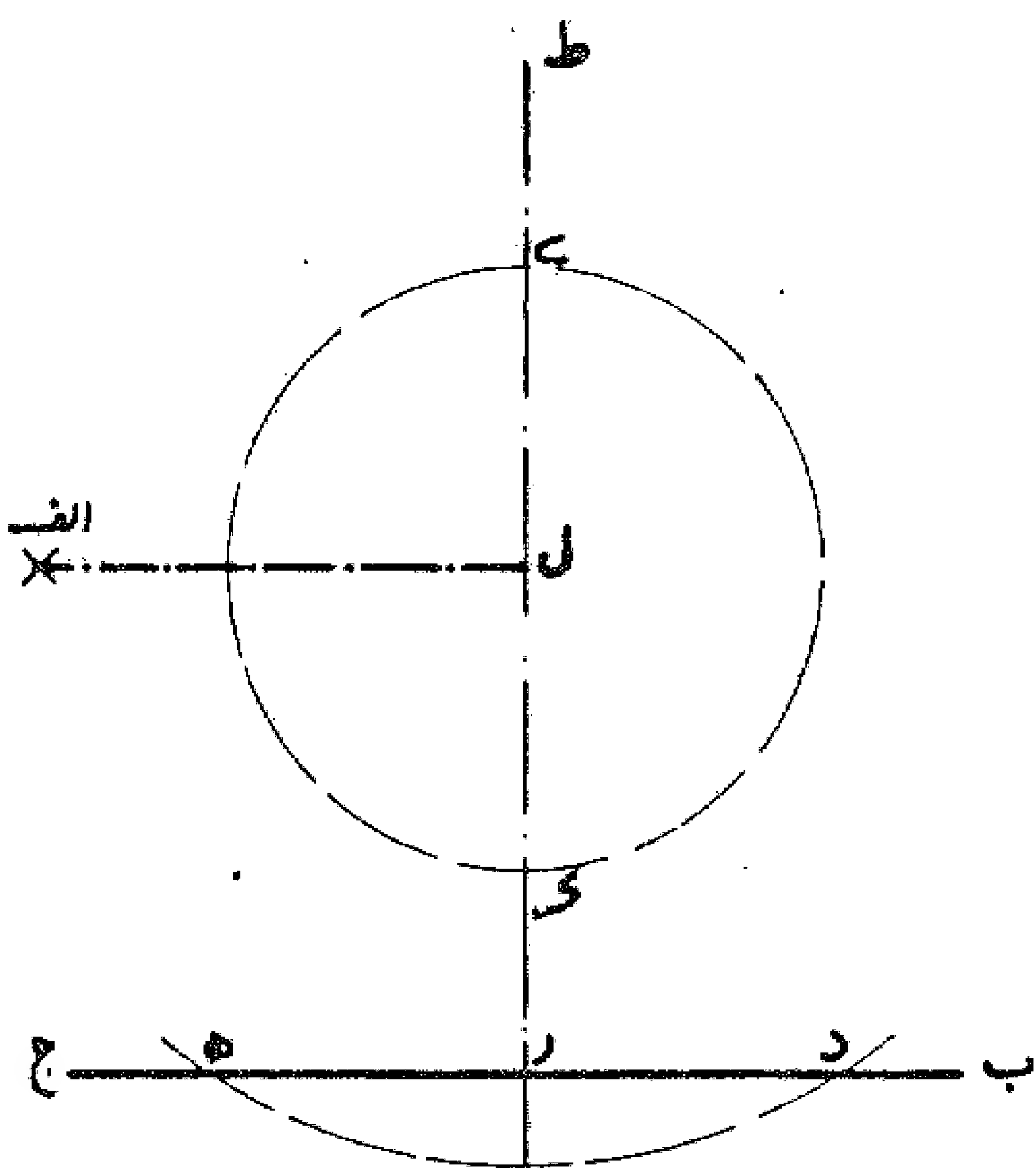
مسئلهٔ ۱۸

رسم خط عمود از نقطهٔ خارج از خط بر خط: اگر بخواهیم که از نقطهٔ ا خارج خط ب جـ خطی با زاویهٔ قائمه بر خط ب جـ بکشیم، ابتدا نقطهٔ ا را مرکز قرار می‌دهیم و دایره ای رسم می کنیم تا خط ب جـ را در دو نقطهٔ د و هـ قطع نماید. بعد قطعهٔ د هـ را که در داخل دایره افتاده است بر نقطهٔ ر به دو نیمه تقسیم می کنیم، و خط ا ر را رسم می نماییم، این خط بر خط ب جـ عمود می باشد. بدین صورت:



مسئلهٔ ۱۹

اگر بخواهیم از نقطه ای در هوا مانند نقطهٔ ا عمودی بر سطح مستوی، مانند سطح زمین یا سطح دیوار ویا سقفی فرود آوریم ـــ خط عمود بر سطح چنان است که بر همهٔ خطهایی که در آن می باشند عمود می باشد ـــ در آن سطح خط مستقیمی مانند خط ب جـ هر کجا که باشد رسم می کنیم، سپس نقطهٔ ا را مرکز ساخته دایره ای بر سطح مفروض رسم می نماییم تا خط ب جـ را در دو نقطهٔ د و هـ قطع کند، (برای این کار ریسمانی اختیار می نماییم و یك سر آن را در نقطهٔ ا قرار می دهیم و طرف دیگر را روی سطح مفروض نهاده و به همان بُعد بر آن سطح می گردانیم تا دایره احداث شود) سپس قطعهٔ د هـ را در نقطهٔ ر به دو نیمه تقسیم می کنیم و خط عمود و منصف ح ر ط را رسم می نماییم که از دو طرف امتداد دارد. حال به مرکز ا دایره ای دیگر بر سطح مفروض رسم می کنیم تا خط ح ر ط را در دو نقطهٔ ی و ك قطع نماید. حال چنانچه قطعهٔ ی ك را در نقطهٔ ل به دو نیمه تقسیم کنیم، خطی که از نقطهٔ ا به نقطهٔ ل کشیده شود خط عمود بر سطح مفروض می باشد.[1] بدین صورت:



---

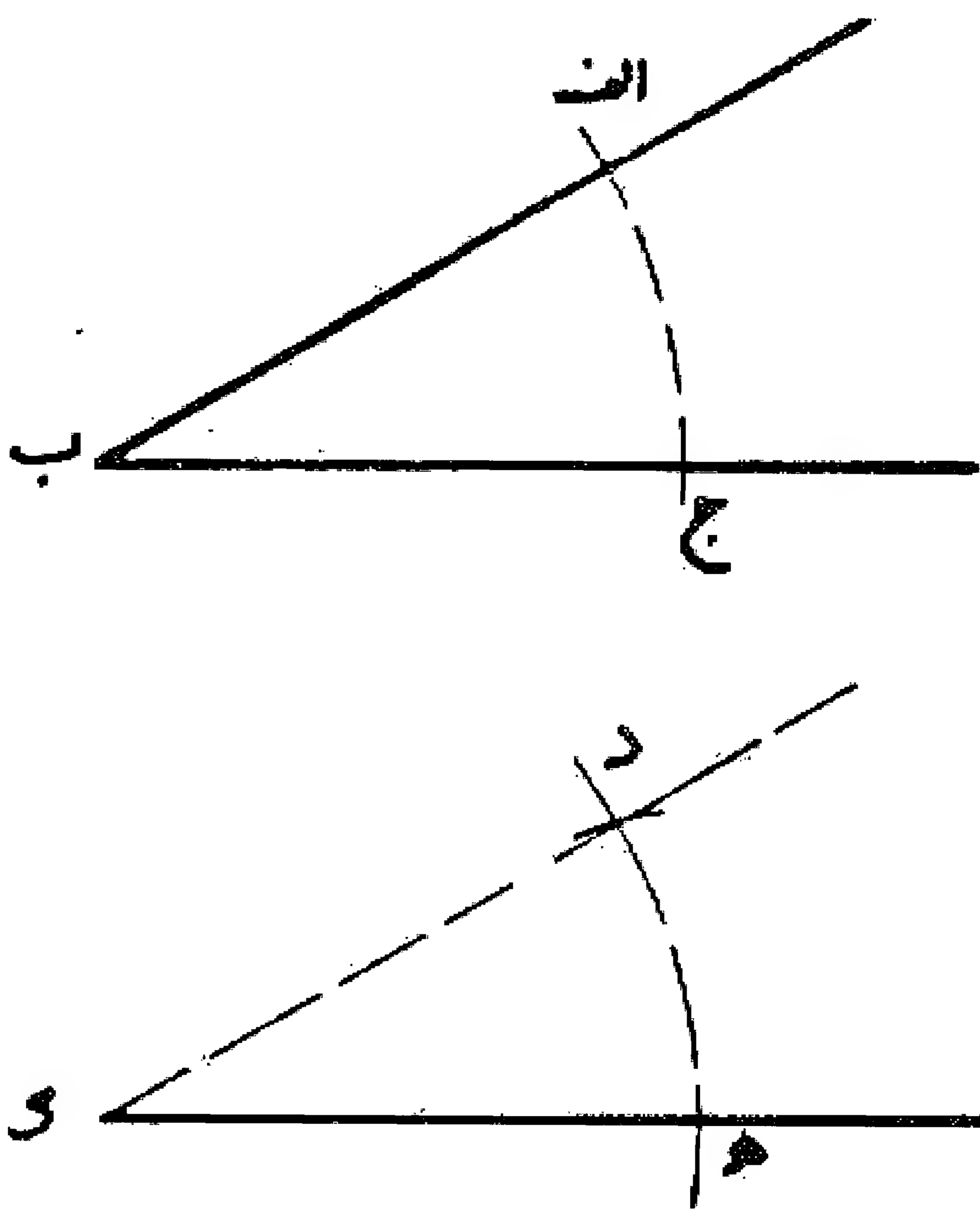
۱. چنانچه به جای کشیدن دایرهٔ دوم از همان دایرهٔ اول استفاده شود، محل تلاقی آن را با خط عمود و منصف ب جـ یعنی خط ح ر ط پیدا کرده، نقطه ای که این قطعه را به دو نیمه تقسیم کند پای عمود وارده از نقطهٔ ا بر سطح مفروض می باشد.

مسئلهٔ ۲۰

چنانچه سطح مفروض، سطح زمینی هموار (موازی با افق) باشد، عادت اهل فن آن است که از نقطهٔ واقع در هوا شاغولی فروگذارند تا به زمین برسد، نقطه‌ای که شاغول به زمین می‌رسد پای خط عمود می‌باشد.

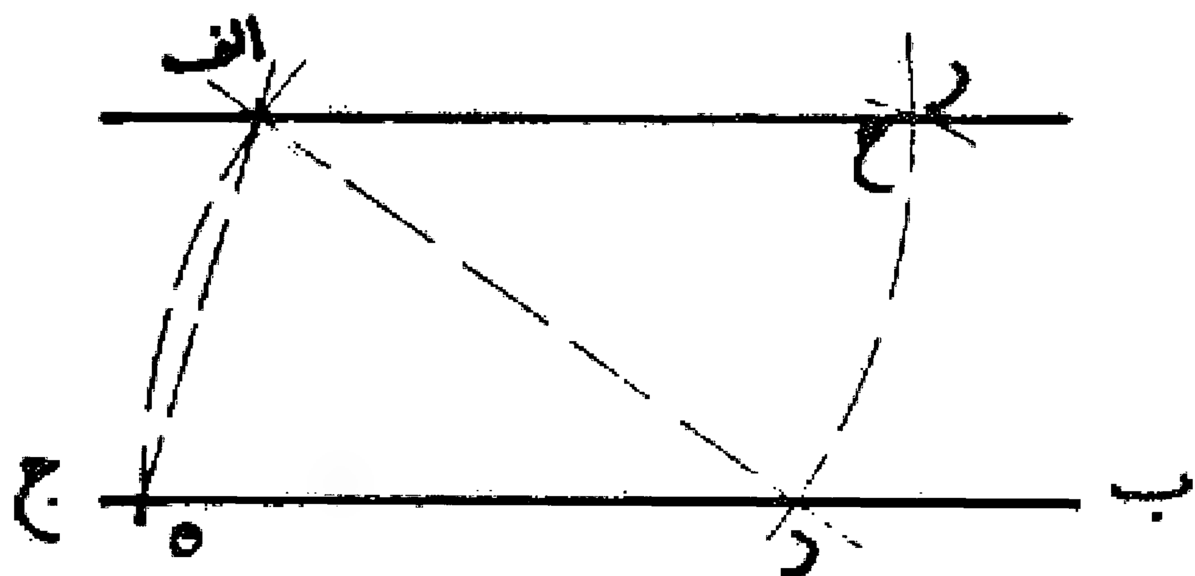
مسئلهٔ ۲۱

اگر بخواهیم که بر نقطهٔ ك واقع بر خط ك هـ زاویه‌ای مساوی زاویهٔ ا ب جـ بنا کنیم، ابتدا نقطهٔ ب را مرکز قرار می‌دهیم و به بعد ا ب قوس جـ را رسم می نماییم، سپس نقطهٔ ك را مرکز قرار می‌دهیم و به همان فتح پرگار قوسی رسم می کنیم تا خط ك هـ را در نقطهٔ هـ قطع کند، بعد به اندازهٔ ا جـ از نقطهٔ هـ قوس هـ د را جدا می کنیم و از نقطهٔ ك خطی بر آن می کشیم، زاویهٔ هـ ك د مساوی زاویهٔ ا ب جـ می باشد بدین صورت:



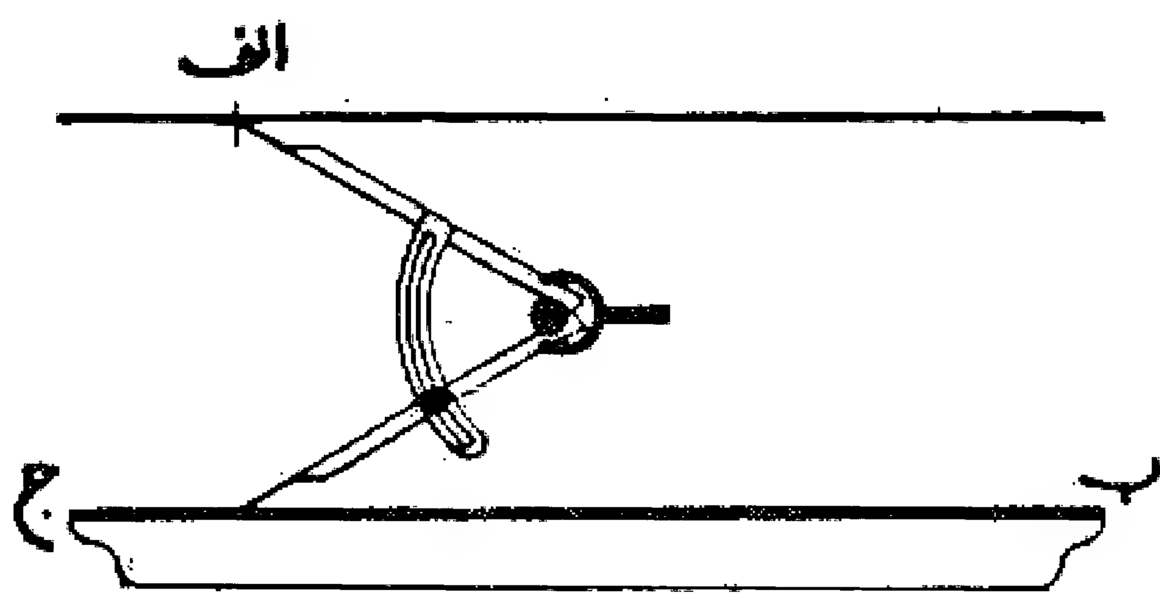
مسئلهٔ ۲۲

ترسیم خط موازی: اگر بخواهیم که از نقطهٔ ا خطی موازی خط مستقیم مفروض مثلا خط ب جـ رسم کنیم، ابتدا بر خط ب جـ نقطه‌ای مانند د اختیار می نماییم و پرگار را معادل طول ا د باز می کنیم و به مرکز د قوسی رسم می نماییم تا خط ب جـ را در نقطهٔ هـ قطع کند و بعد به مرکز ا و با همان فتح پرگار قوس د ر را رسم می نماییم، حال پرگار را به اندازهٔ ا هـ باز و از نقطهٔ د روی قوس د ر نقطهٔ ح را معادل آن نشان می نماییم. خطی که نقطهٔ ح را به نقطهٔ ا پیوند دهد موازی خط ب جـ می باشد، بدین صورت:



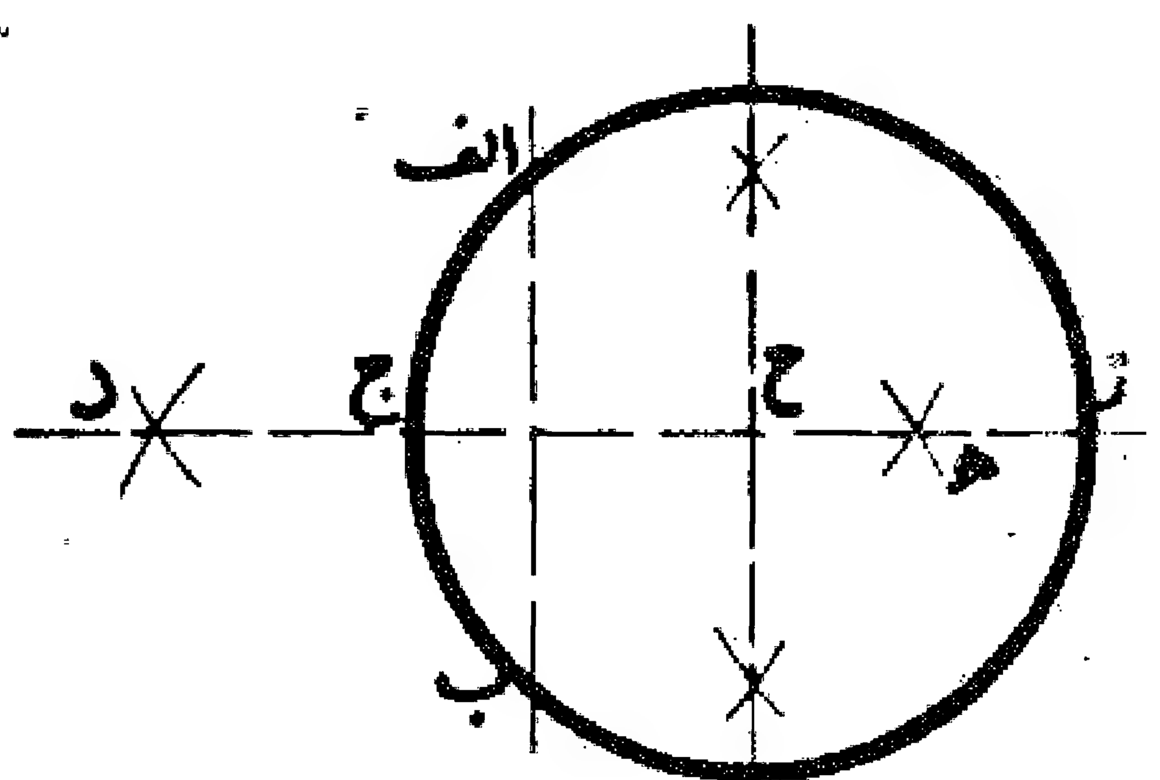
مسئلهٔ ۲۳

اگر بخواهیم که به رسم اهل صناعت عمل کنیم، اول پرگار را به اندازهٔ فاصلهٔ بین نقطهٔ ا و خط ب جـ باز می نماییم، بعد خط کش را روی خط ب جـ می گذاریم، یك سر پرگار را روی خط ب جـ قرار می‌دهیم، یعنی به خط کش تکیه داده و سر دیگر را روی نقطهٔ ا می گذاریم و به هر دو سر پرگار خط می کشیم، چون یك سر بر خط ب جـ منطبق می باشد، سر دیگر از نقطهٔ ا خطی موازی خط ب جـ رسم می کند. بدین صورت:



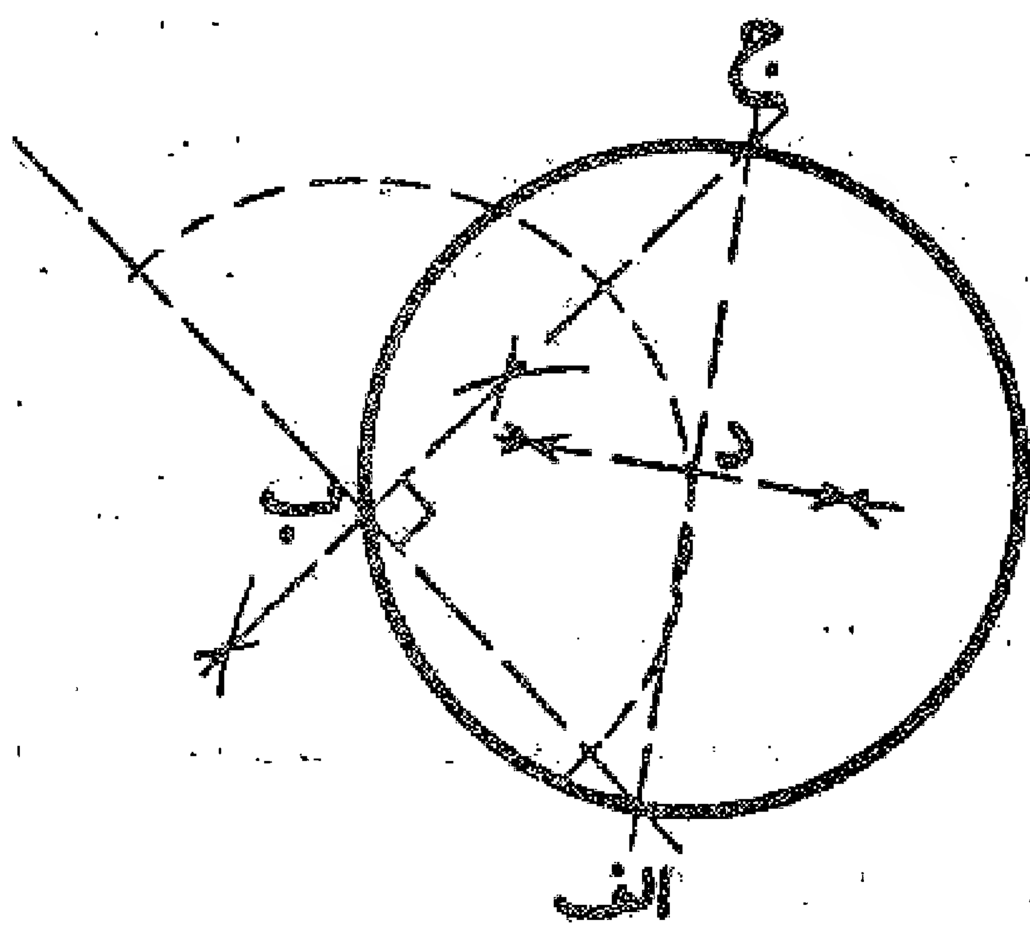
مسئلهٔ ۲۴

اگر بخواهیم مرکز دایرهٔ مفروضی را مانند دایرهٔ ا جـ ب پیدا کنیم، اول وتر ا ب را می کشیم، سپس به شعاع ا ب و به مرکز ا و ب قوسهایی رسم می نماییم تا در نقاط هـ و د تلاقی کنند، (یعنی خط عمود و منصف آن را رسم می نماییم) و بعد خط د هـ را رسم می کنیم و آن را امتداد می دهیم تا دایره را در نقاط جـ و ز قطع نماید، حال قطعهٔ جـ ز را که در دایره افتاده، در نقطهٔ ح نصف می کنیم، این نقطه مرکز دایره است. بدین صورت:



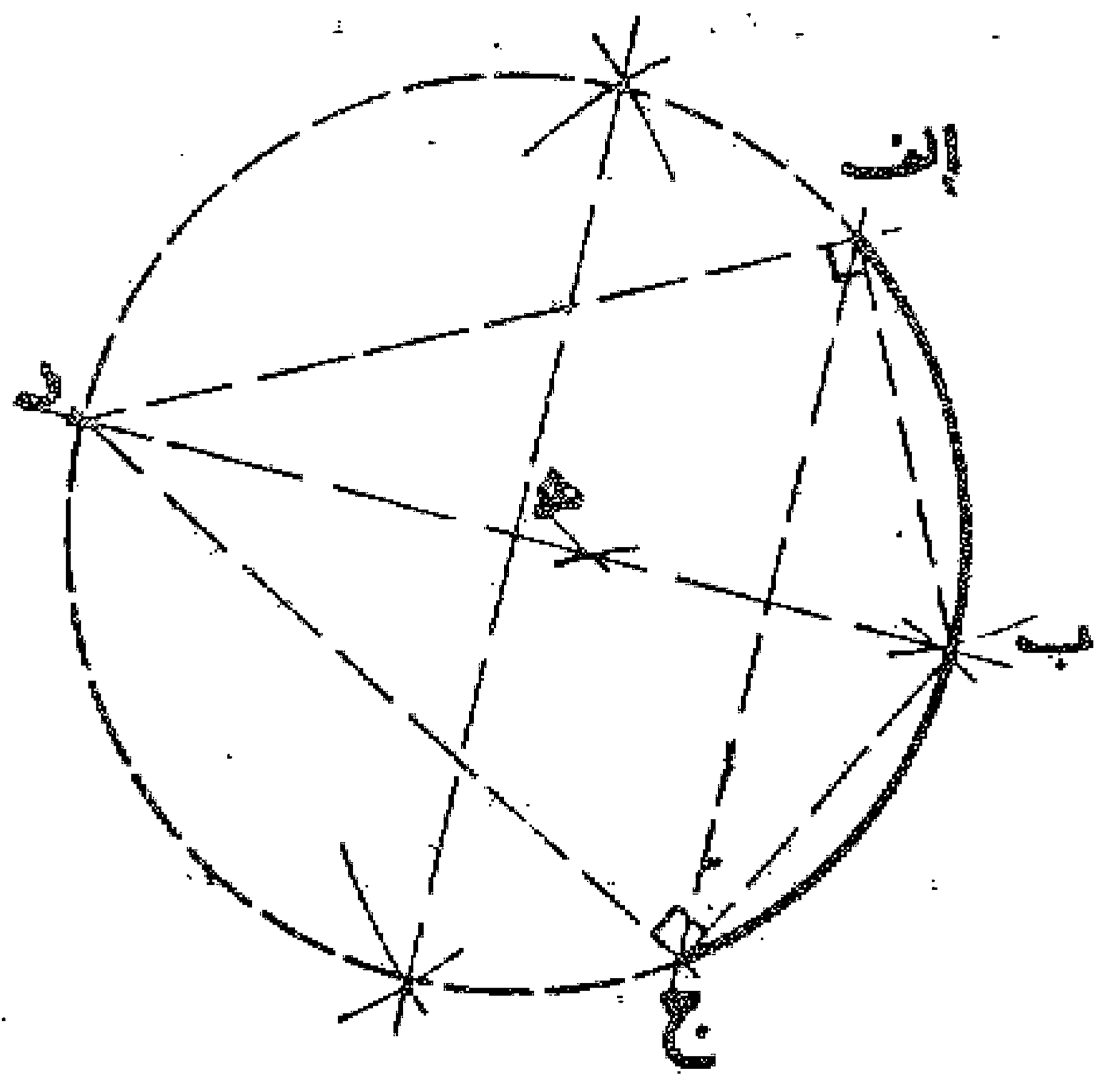
مسئلهٔ ۲۵

وجهی دیگر: در دایرهٔ ا ب جـ وتر ا ب را به هر نحو که بخواهیم می کشیم، سپس از نقطهٔ ب خطی به زاویهٔ قائمه از آن اخراج می کنیم تا با دایره در نقطهٔ جـ متقاطع شود، بعد خط ا جـ را رسم می نماییم، حال چنانچه این خط را در نقطهٔ د نصف کنیم این نقطه مرکز دایره می باشد. بدین صورت:



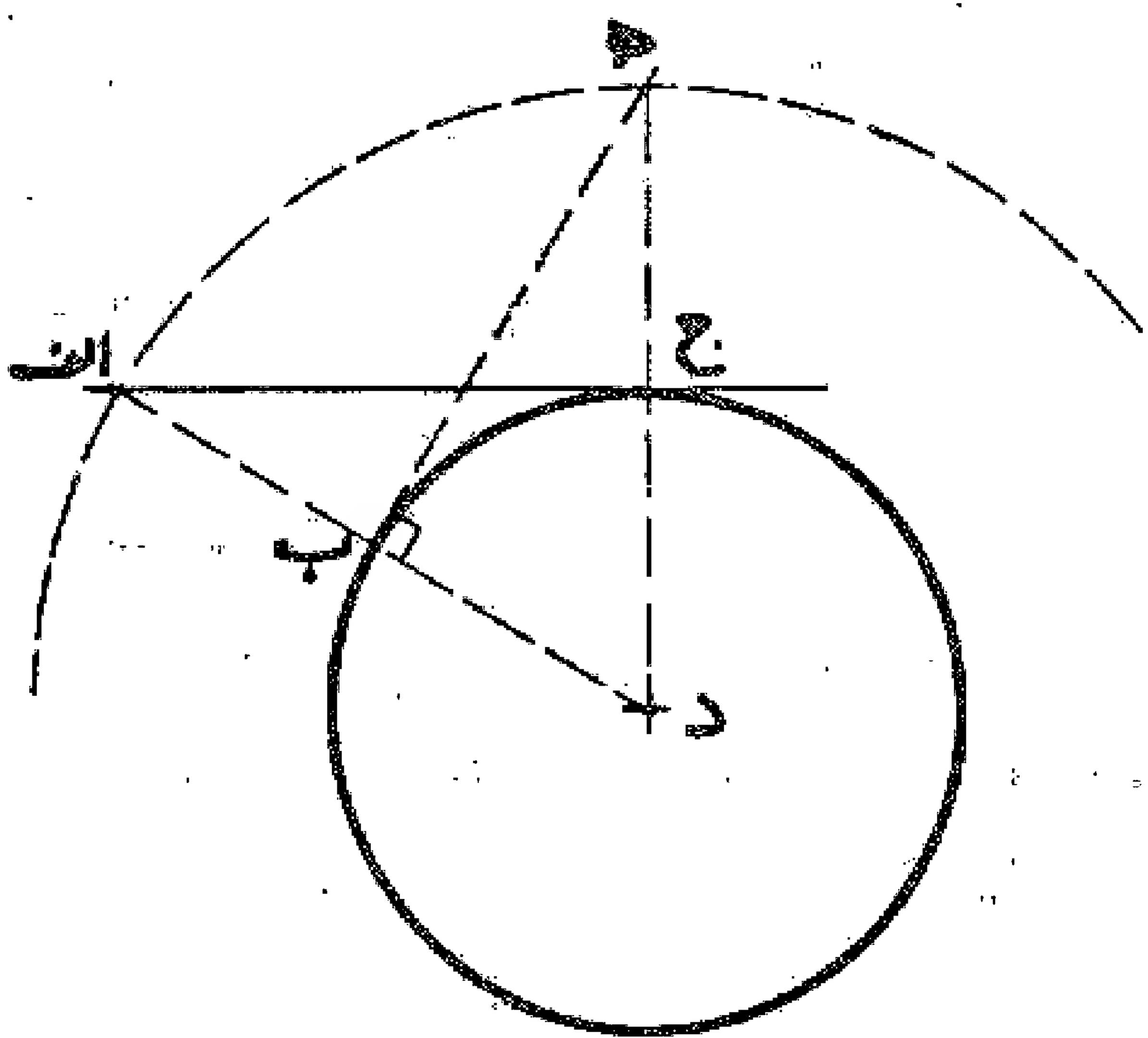
مسئلهٔ ۲۶

طرز پیدا کردن مرکز قطعهٔ دایره (قوس) و تمام کردن آن: اگر بخواهیم که مرکز قطعهٔ ا بـ جـ از دایره ای را پیدا کنیم و آن را تکمیل نماییم ابتدا قطعهٔ ا ب جـ را در نقطهٔ ب به دو نیمه تقسیم می کنیم، بعد دو وتر ا ب و جـ ب را رسم می کنیم، و از نقطهٔ ا بر خط ا ب عمودی اخراج می کنیم و همین طور از نقطهٔ جـ بر خط جـ ب، تا این دو عمود در نقطهٔ د یکدیگر را قطع نمایند. حال از نقطهٔ د خطی به نقطهٔ ب پیوند نموده و آن را نصف می کنیم. این نقطه مرکز دایرهٔ قوس می باشد. بدین صورت و به این مرکز و طول هـ ب دایره تکمیل می شود مطابق شکل:



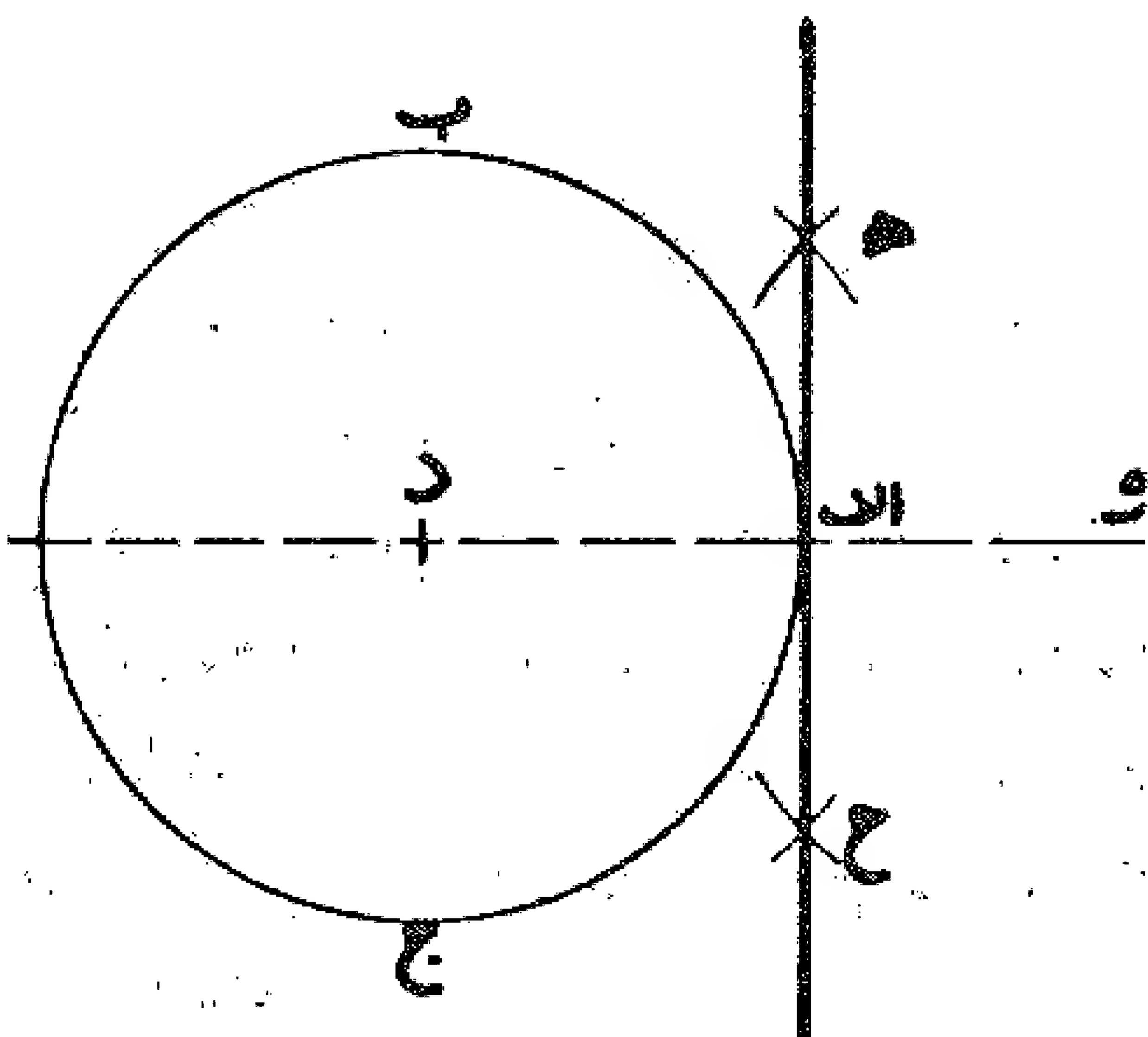
مسئلهٔ ۲۷

اگر بخواهیم که از نقطهٔ ا واقع در بیرون دایرهٔ ب جـ خطی مماس بر آن رسم کنیم، اول خطی از نقطهٔ ا به مرکز دایره یعنی نقطهٔ د پیوند می نماییم، تا دایره را در نقطهٔ ب قطع کند، سپس از نقطهٔ ب عمودی بر خط ا د اخراج می نماییم تا دایره ای را که به مرکز د و شعاع ا د رسم می کنیم در نقطهٔ هـ قطع نماید، حال نقطهٔ هـ را به نقطهٔ د مرکز دایره پیوند می دهیم تا دایره را در نقطهٔ جـ قطع کند، خط ا جـ را رسم می کنیم، این خط بر دایره مماس است. بدین صورت:

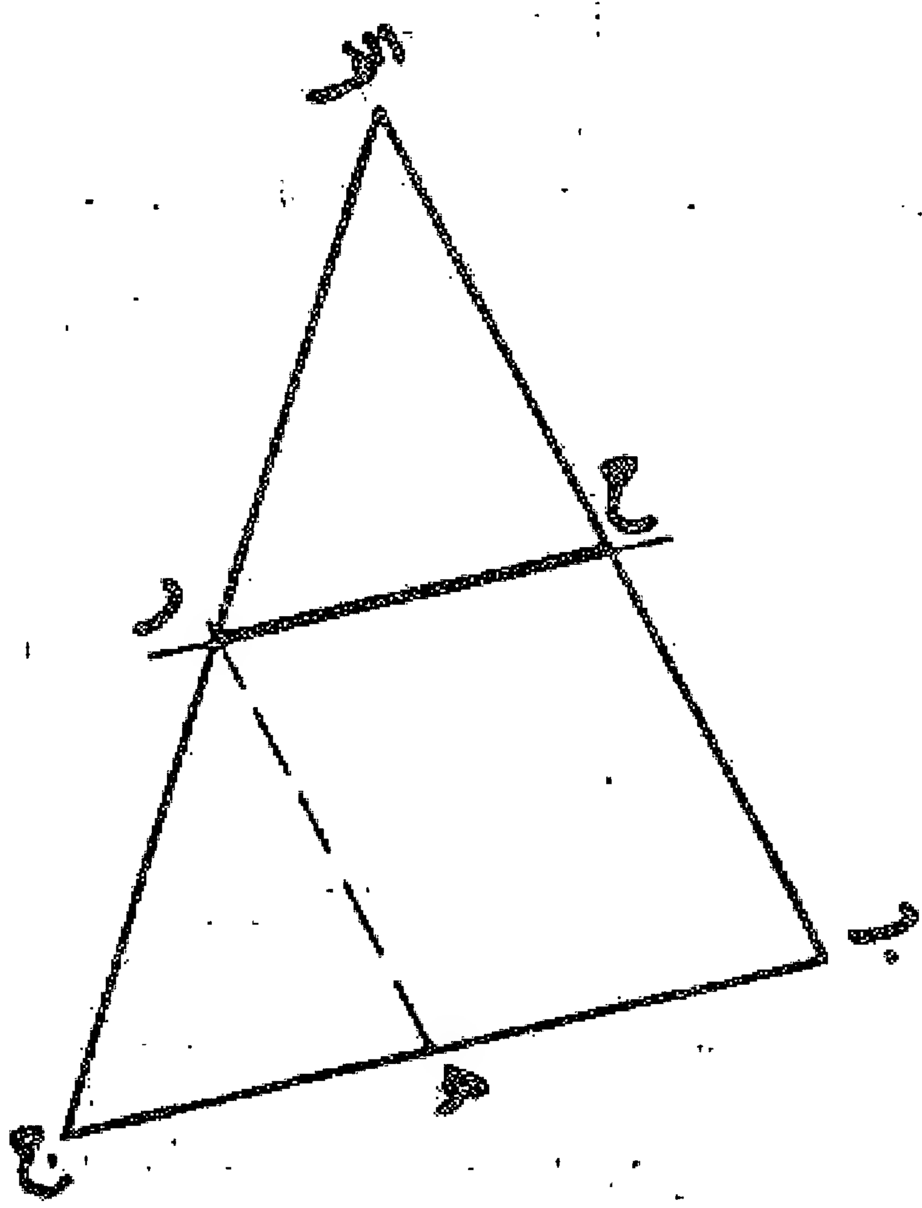


مسئلهٔ ۲۸

اگر بخواهیم که از نقطهٔ ا واقع بر محیط دایرهٔ ا ب جـ مماسی به این دایره اخراج کنیم، ابتدا از نقطهٔ ا خطی به مرکز دایره پیوند و سپس از نقطهٔ ا خطی بر این خط عمود می کنیم، این خط بر دایره مماس می باشد. بدین صورت:

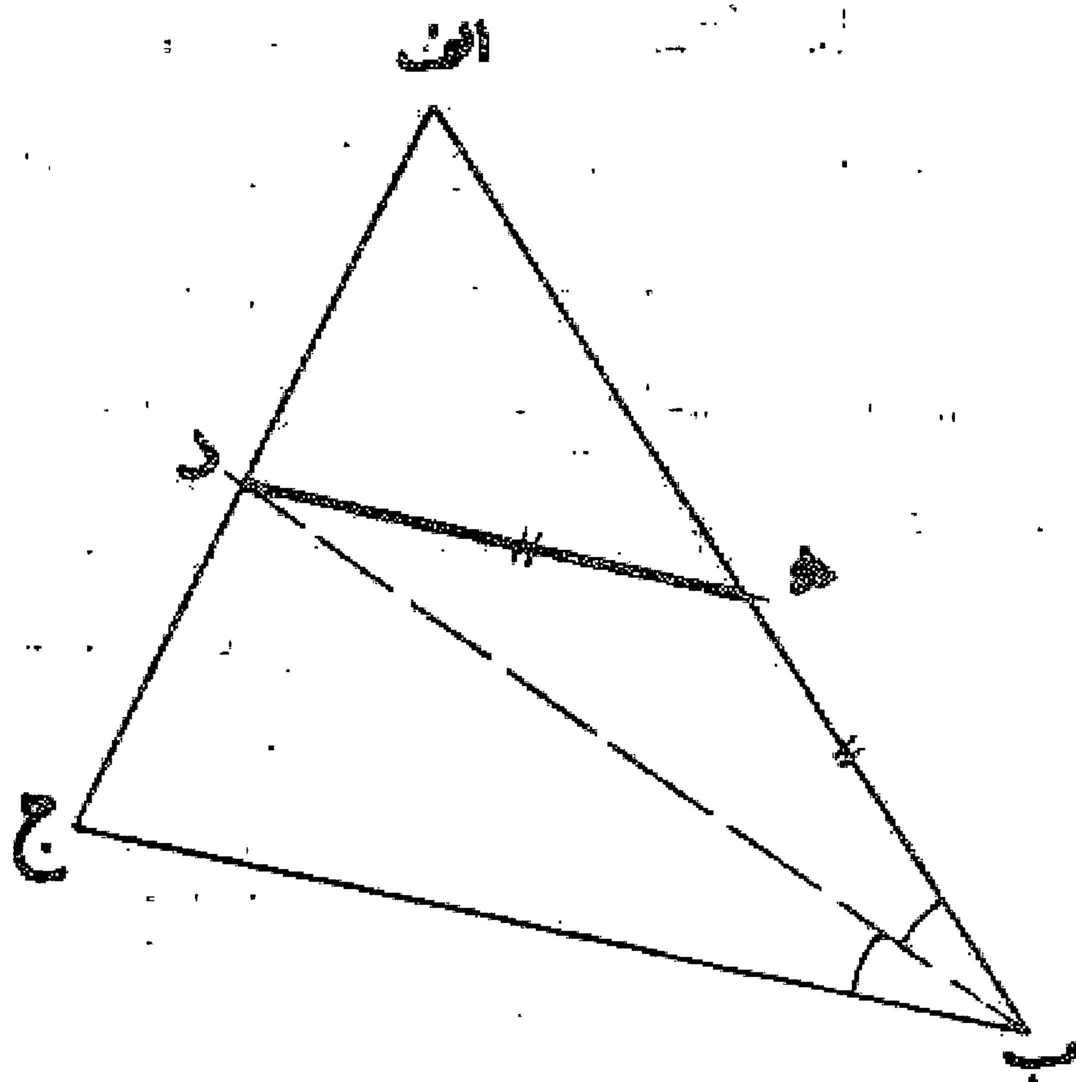


مسئلهٔ ۲۹



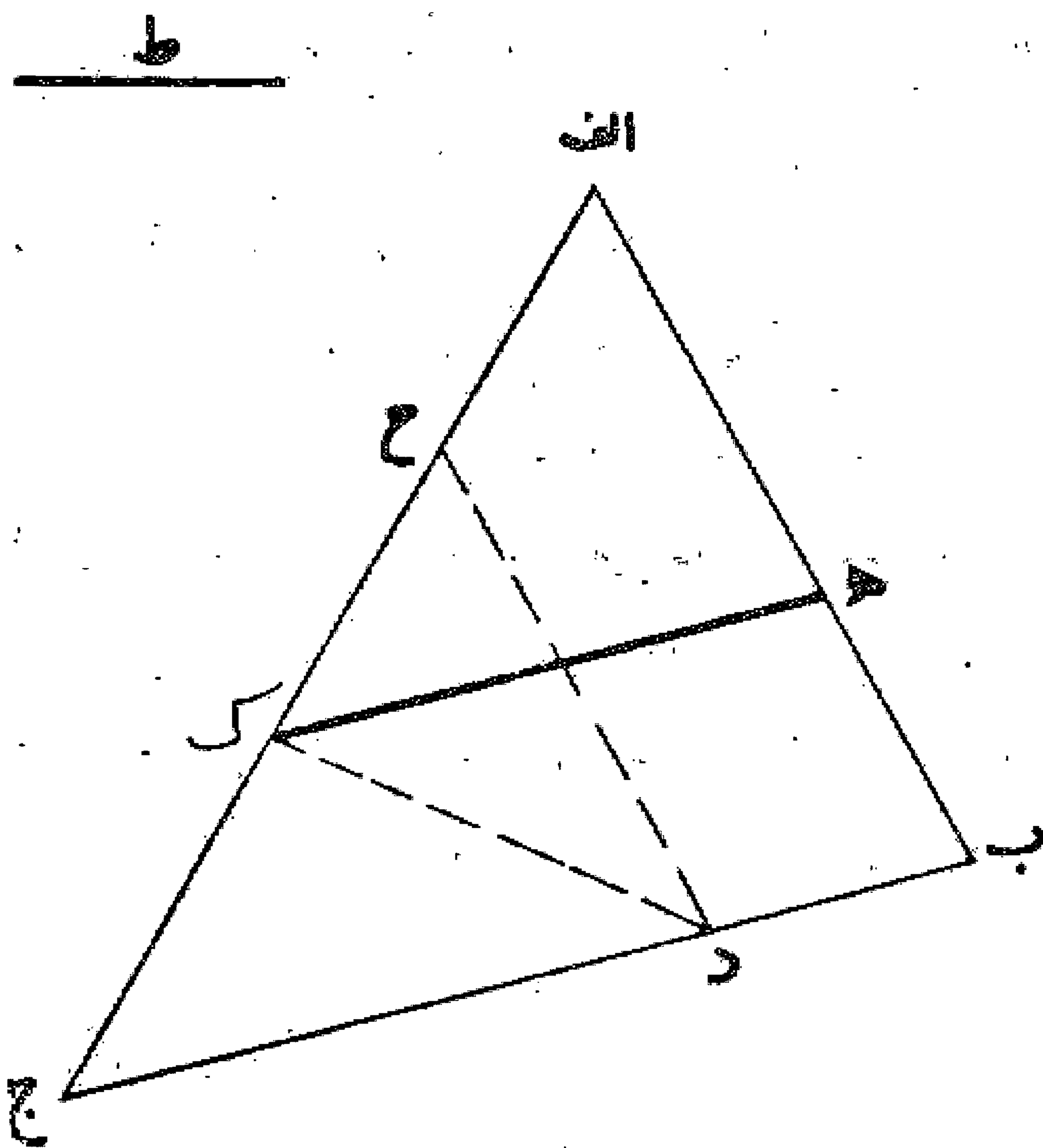
می خواهیم در مثلث ا ب جـ خطی موازی ب جـ بکشیم به شرط آنکه طول آن مساوی خط مفروض د باشد: اول روی ضلع ب جـ طول ب هـ را مساوی خط د جدا می کنیم و بعد از نقطهٔ هـ خطی موازی ضلع ا ب رسم می نماییم تا ضلع ا جـ را در نقطهٔ ر قطع کند، حال خطی از نقطهٔ ر به موازات ضلع ب جـ رسم می نماییم تا ضلع ا ب را در نقطهٔ ح قطع کند، این خط موازی ضلع ب جـ و مساوی خط د می باشد.[۲] بدین صورت:

مسئلهٔ ۳۰



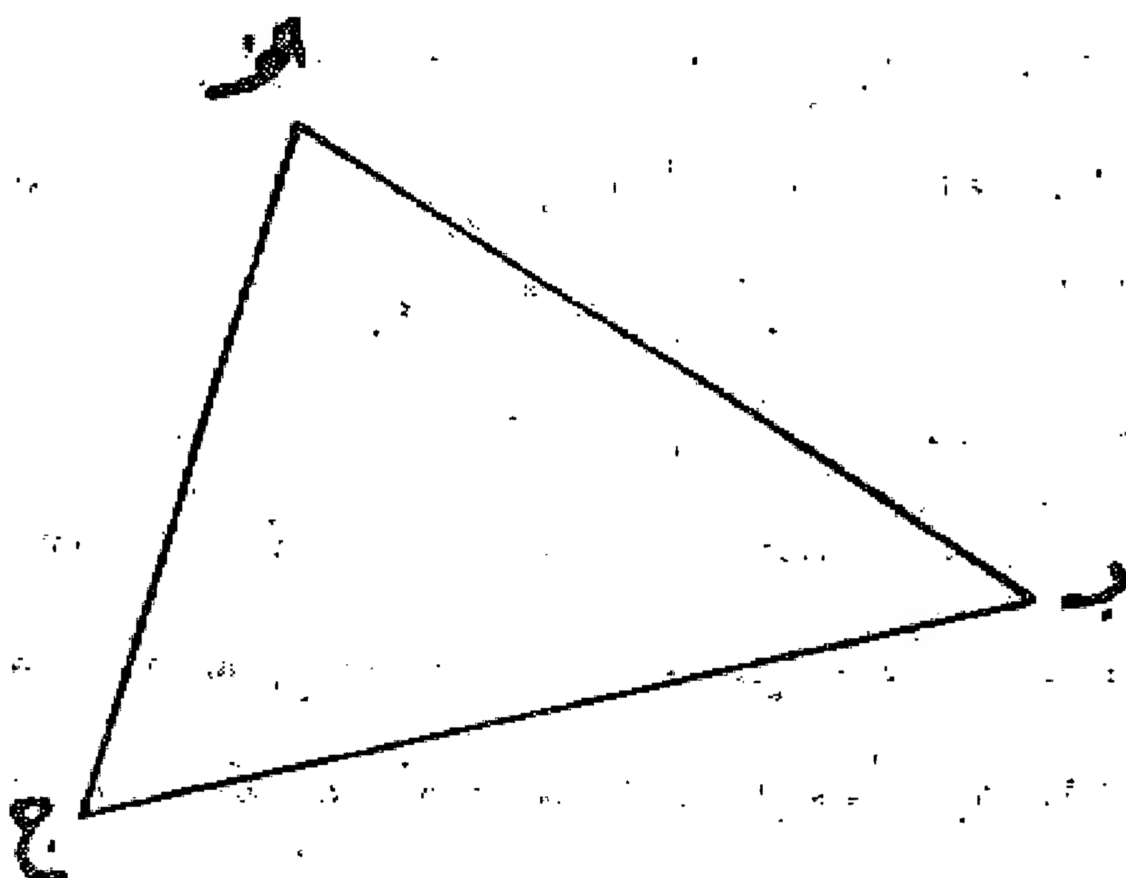
می خواهیم در مثلث ا ب جـ خطی موازی ضلع ب جـ رسم کنیم به نحوی که طول آن مساوی قطعه ای از ضلع ا ب که بین این دو خط موازی قرار می گیرد باشد: برای این کار اول زاویهٔ ا ب جـ را نصف می نماییم و خط منصف آن را اخراج می کنیم تا ضلع ا جـ را در نقطهٔ د قطع کند، سپس از نقطهٔ د خط د هـ را موازی ضلع ب جـ اخراج می نماییم. خط د هـ که موازی ضلع ب جـ است مساوی قطعه ای از ضلع ا ب واقع در بین این خط و ضلع ب جـ می باشد. بدین صورت:

مسئلهٔ ۳۱



اگر بخواهیم که در مثلث ا ب جـ خطی چنان رسم کنیم که اولا موازی ضلع ب جـ باشد و ثانیاً طول آن برابر مجموع دو خط باشد که یکی از آنها قطعهٔ بین آن خط و ضلع ب جـ از ضلع ا ب و دیگری خط مفروض داده شده باشد، برای این کار اول روی ضلع ب جـ قطعهٔ ب د را مساوی خط داده شده جدا و از نقطهٔ د خط د ح را موازی ضلع ا ب رسم می نماییم. سپس زاویهٔ ح د جـ را توسط خط د ك به دو نیمه تقسیم می کنیم و از نقطهٔ ك محل تلاقی این منصف الزاویه و ضلع ا جـ خط ك هـ را موازی ضلع ب جـ رسم می نماییم. این خط مساوی خط مفروض به اضافهٔ قطعهٔ هـ ب از ضلع ا ب واقع بین دو خط موازی بوده و همچنین موازی ضلع ب جـ می باشد. بدین صورت:

مسئلهٔ ۳۲

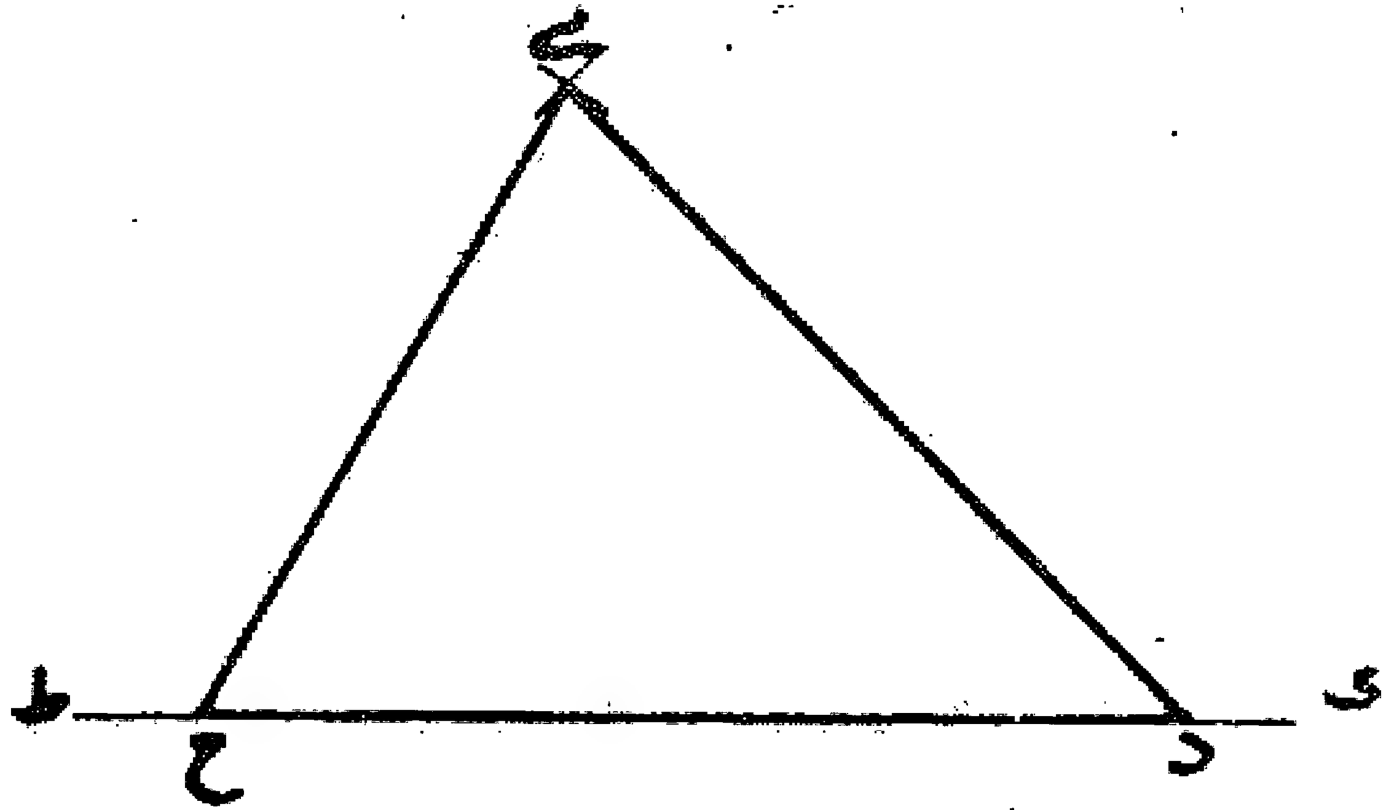


اگر بخواهیم که مثلثی مانند مثلث ا ب جـ که اضلاع آن مساوی اضلاع مثلث دیگر باشد رسم کنیم، اول خط ك ط را می کشیم. و روی آن قطعهٔ د ح را مساوی ب جـ جدا می نماییم سپس به مرکز نقطهٔ د و به طول ضلع ا ب قوسی می کشیم، همچنین نقطهٔ ح را مرکز قرار می دهیم و به طول ضلع ا جـ قوس دیگری رسم می کنیم تا قوس اول را در نقطهٔ ی قطع کند. حال خط د ی و ح ی را می کشیم تا مثلث ح ی د

---

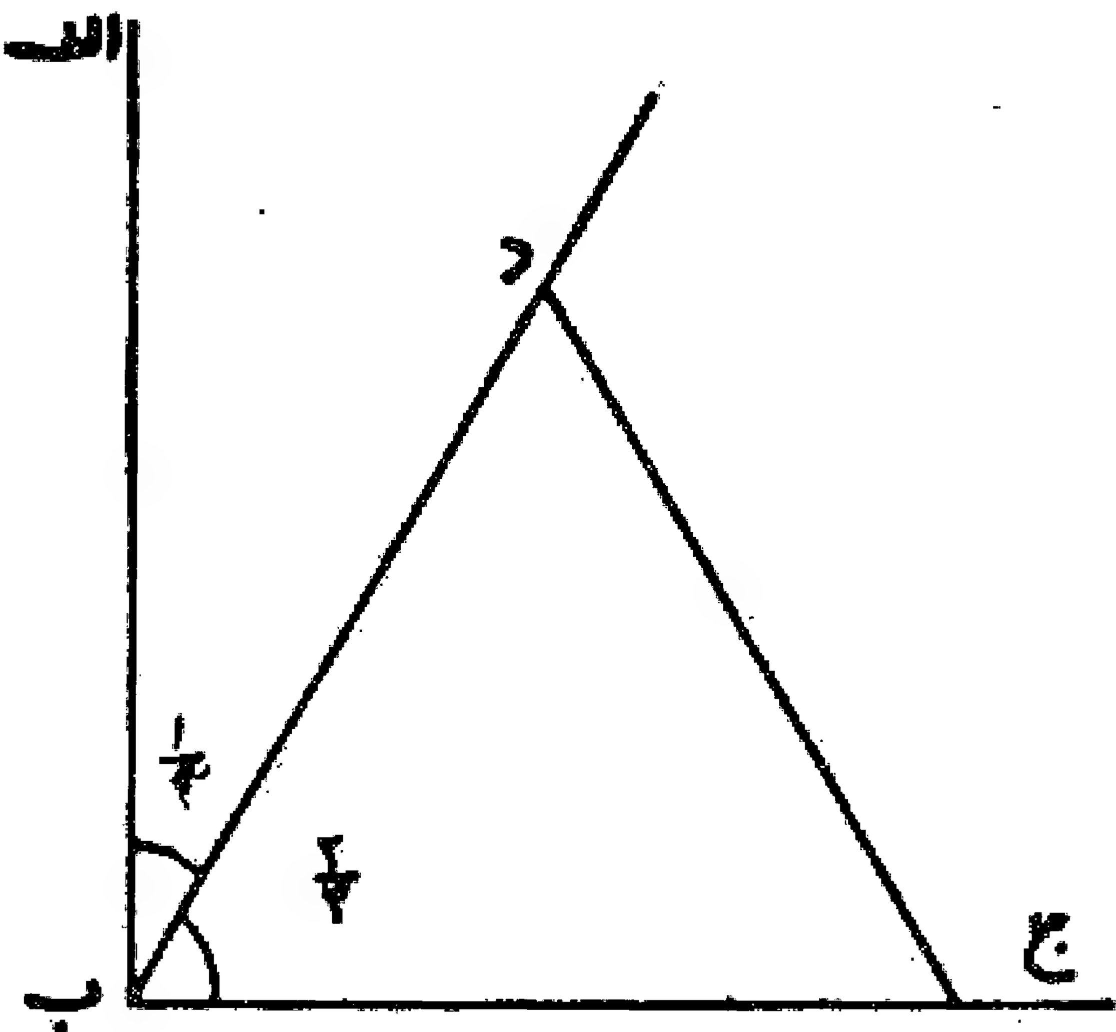
۲. چنانچه طول خط د بیشتر از طول ضلع ب جـ باشد نقطهٔ هـ در امتداد خط ب جـ قرار می گیرد و در این صورت خط مورد نظر در امتداد اضلاع ا جـ و ا ب واقع خواهد شد.

حاصل آید که اضلاع آن مساوی اضلاع مثلث ا ب جـ است.[۳] بدین صورت:



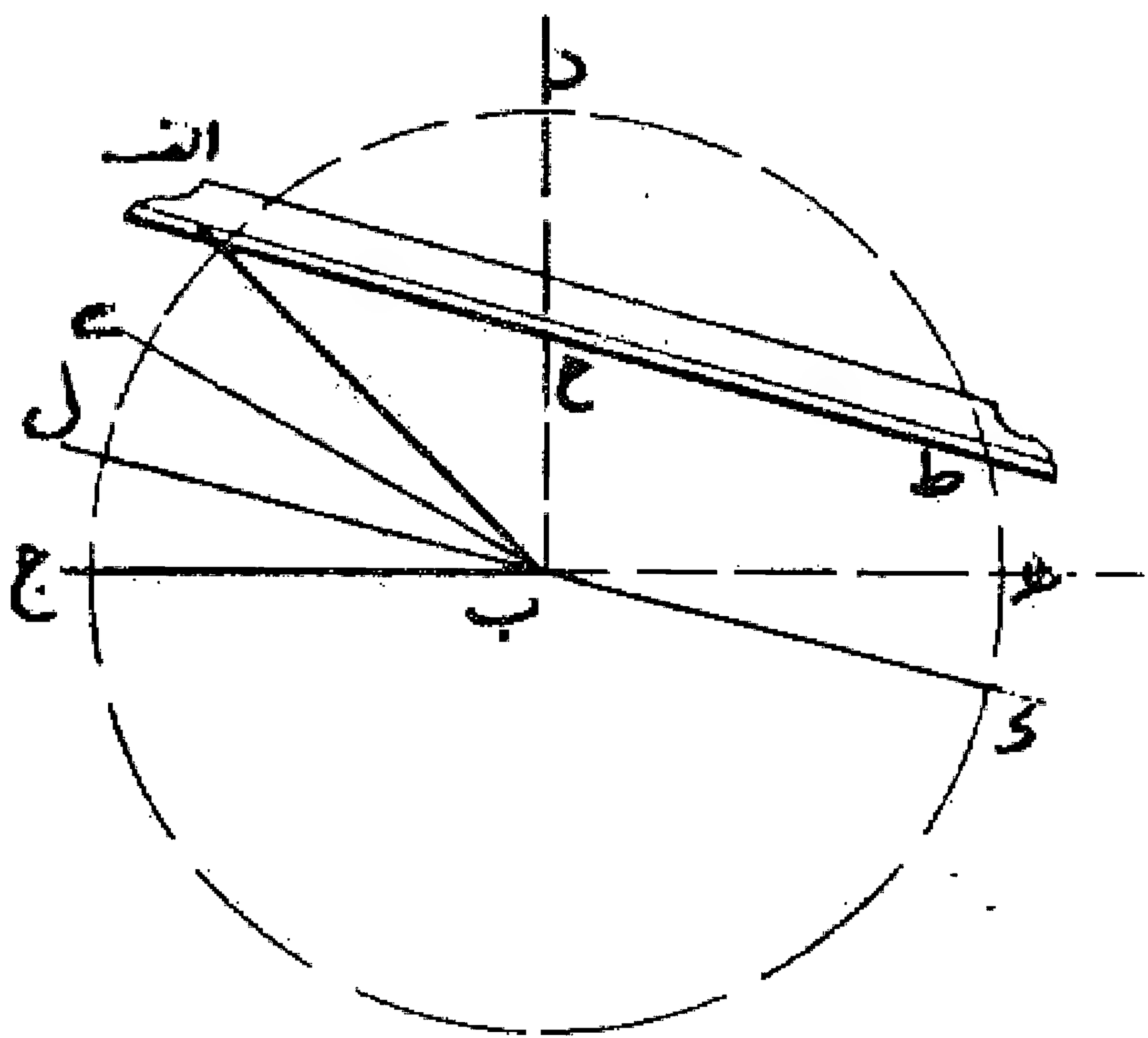
مسئلهٔ ۳۳

تقسیم زاویه به سه قسمت مساوی: می خواهیم زاویهٔ ا ب جـ را به سه قسمت مساوی تقسیم کنیم، اگر این زاویه قائمه باشد بر خط ب جـ مثلثی متساوی الاضلاع مانند مثلث ب د جـ می کشیم، در این صورت زاویهٔ ا ب د که در بیرون مثلث متساوی الاضلاع از زاویهٔ قائمه باقی می ماند ثلث زاویهٔ قائمه بوده و زاویهٔ د ب جـ که زاویهٔ مثلث متساوی الاضلاع است دو ثلث دیگر یا به عبارت دیگر زاویهٔ ا ب د دو دانگ و زاویهٔ د ب جـ چهار دانگ زاویهٔ قائمه می باشند. بدین صورت:



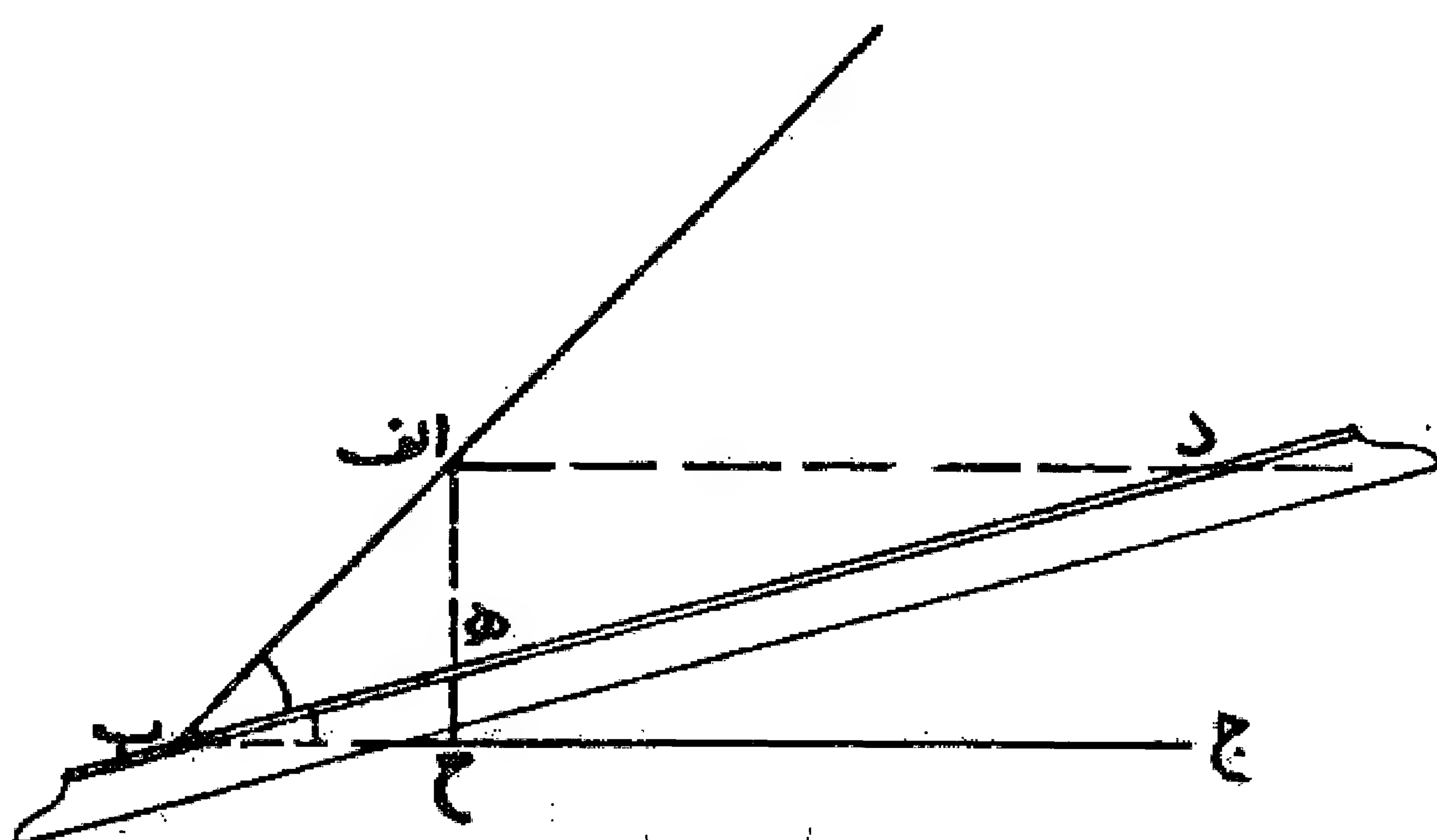
مسئلهٔ ۳۴

اگر زاویهٔ ا ب جـ اززاویهٔ قائمه کوچك تر باشد نقطهٔ ب رأس زاویه را مرکز قرار می دهیم و به شعاع ا ب دایره ای رسم می نماییم. همچنین از نقطهٔ ب عمود ب د را بر خط ب جـ اخراج می کنیم تا دایره را در نقطهٔ د قطع نماید. همین طور ضلع ب جـ را امتداد می دهیم تا دایره را در نقطهٔ هـ قطع کند. حال یك طرف خط کش را در نقطهٔ ا می گذاریم و آن قدر آن را حرکت می دهیم تا قطعه خط ح ط که بین عمود ب د و قوس د هـ واقع شده است مساوی د ب (نصف قطر دایره) گردد به شرط آنکه خط کش از نقطهٔ ا جدا نشود، پس قوس ك هـ را مساوی ط هـ جدا می کنیم و خط ك ب را می کشیم و آن را ادامه می دهیم تا در نقطهٔ ل به محیط دایره برسد. زاویهٔ ل ب جـ که به دست می آید ثلث زاویهٔ ا ب جـ می باشد و با نصف کردن زاویهٔ ل ب ا زاویهٔ ا ب جـ به سه قسمت مساوی تقسیم می شود، بدین صورت:



مسئلهٔ ۳۵

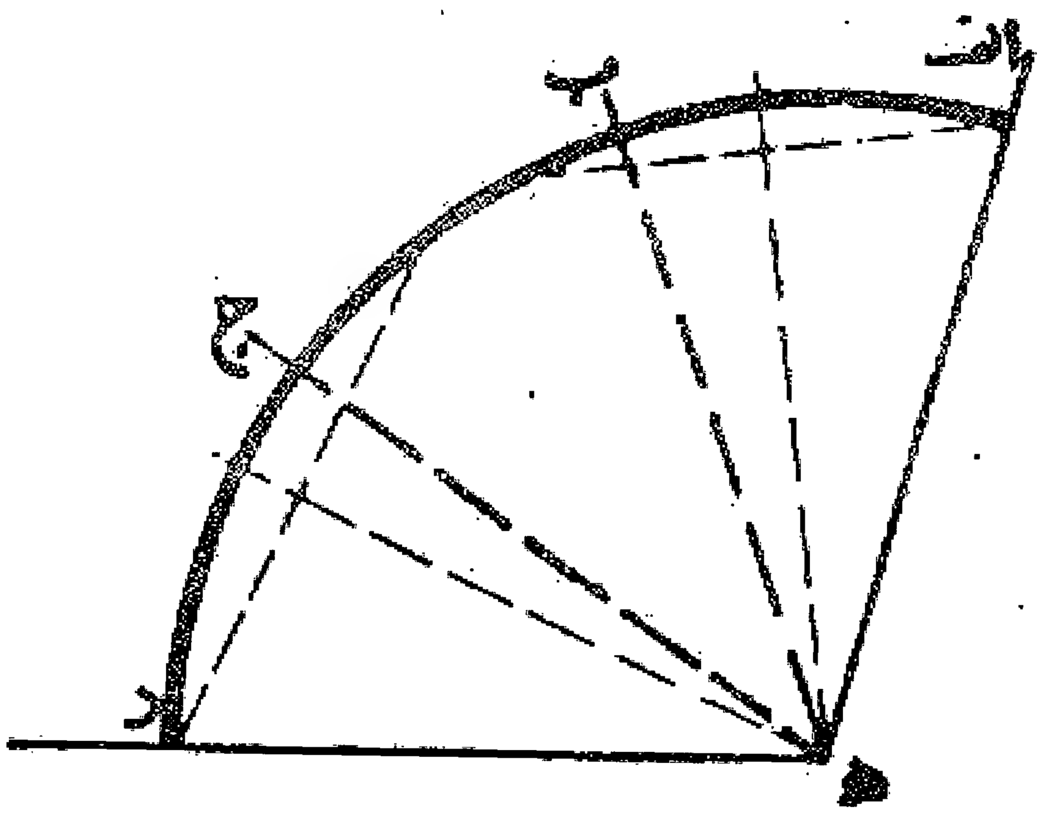
وجهی دیگر: اگر بخواهیم که زاویهٔ ا ب جـ را به سه قسمت مساوی تقسیم کنیم، از نقطهٔ ا روی یکی از اضلاع زاویه عمود ا ح را بر ضلع دیگر ب جـ فرود می آوریم و از نقطهٔ ا خط ا د را به موازات ضلع ب جـ رسم می کنیم، حال خط کش را بر نقطهٔ ب قرار داده و آن را حرکت می دهیم تا مقداری که میان خط ا د و خط عمود ا ح پدید می آید یعنی قطعه د هـ مساوی دو برابر ضلع ا ب شود، به شرط آنکه خط کش از نقطهٔ ب جدا نشده باشد؛ زاویهٔ هـ ب ح که به دست می آید ثلث زاویهٔ ا ب جـ خواهد بود. بدین صورت:



---

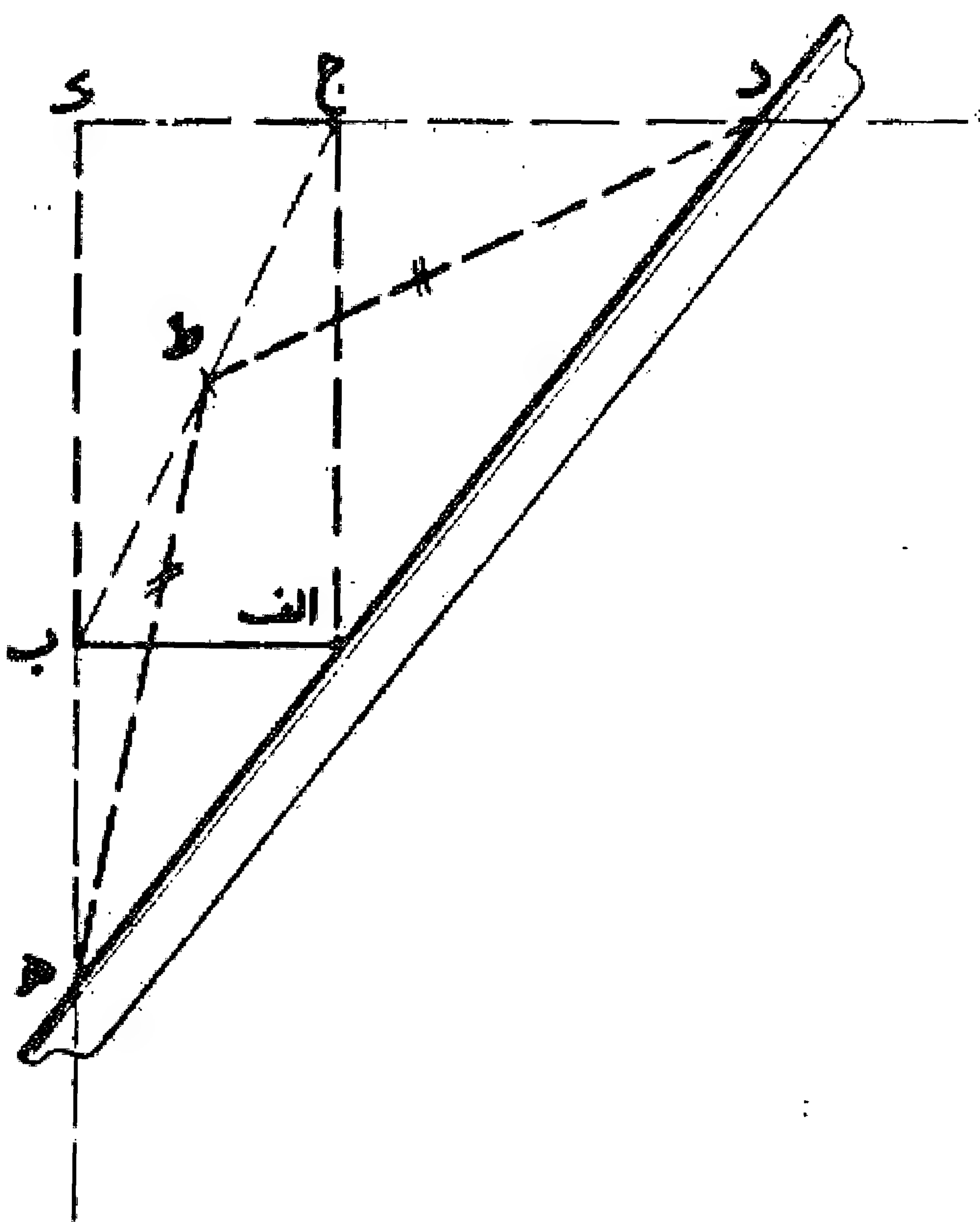
۳. این مسئله را می توان چنین طرح کرد: مثلثی رسم کنید که سه ضلع آن داده شده باشد.

مسئلهٔ ۳۶



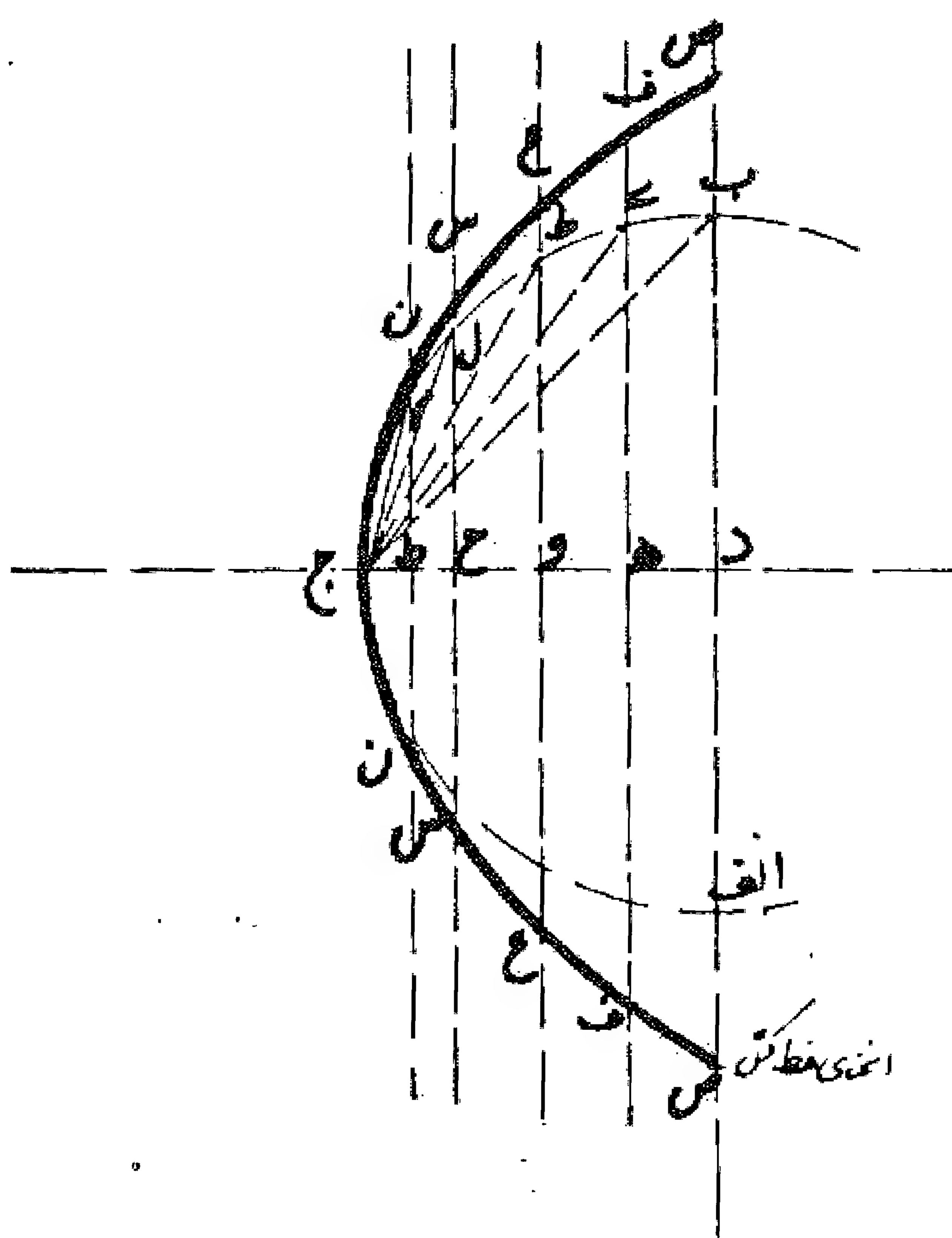
تقسیم قوس به سه قسمت مساوی: اگر بخواهیم که قوس ا د را به سه قسمت مساوی تقسیم کنیم، ابتدا مرکز دایره ای را که قوس ا د قطعه ای از آن است پیدا و آن را به دو سر قوس وصل می نماییم وزاویهٔ مرکزی ا هـ د را به دست می آوریم، حال نظیر یکی از راههای بالا این زاویه را به سه قسمت تقسیم و خطوط تقسیم یعنی هـ ب و هـ جـ را رسم می کنیم تا قوس را قطع نماید، این نقاط قوس را به سه قسمت مساوی تقسیم می کنند.[۴] بدین صورت:

مسئلهٔ ۳۷



ساختن خانه (مکعب) یا کره که حجم آن دو برابر خانه یا کرهٔ دیگر باشد: اگر بخواهیم مکعب متساوی السطوح قائم الزاویه با حجم دو برابر مکعب دیگر یا کره ای با حجم دو برابر کرهٔ دیگر، یا به هر نسبتی دیگر بسازیم بدین طریق عمل می کنیم: ابتدا خطی مانند خط ا ب معادل طول ضلع مکعب یا قطر کرهٔ مفروض رسم می نماییم. از نقطهٔ ا خط ا جـ را معادل دو برابر ا ب از آن اخراج می کنیم و مستطیل ا ب ك جـ را تمام می نماییم و قطر ب جـ را رسم و آن را در نقطهٔ ط نصف می کنیم. سپس دو خط ك جـ و ك ب را امتداد می دهیم. حال خط کش را بر نقطهٔ ا می گذاریم و آن را می گردانیم تا دو خط ط د و ط هـ متساوی گردند، به شرط آنکه خط کش از نقطهٔ ا جدا نشود، نقاط د و هـ را نشان می نماییم. در این صورت چنانچه مکعبی به طول ب هـ و یا کره ای به قطر ب هـ بسازیم حجم آن مکعب یا کره دو برابر حجم مکعب یا کره با ضلع و یا شعاع ا ب می باشد و صورتش این است که کشیدیم:

مسئلهٔ ۳۸



طریقهٔ ساختن آیینهٔ آتش زننده: اگر بخواهیم آیینه ای بسازیم که در فاصلهٔ معینی شعاع آفتاب را متمرکز کند و بسوزاند، باید اول خط کشی که انحنای این آیینه را با آن بتوان اصلاح کرد بسازیم و آن به این صورت است که، اول دایره ای مانند نیم دایرهٔ ا ب جـ رسم می کنیم که شعاع آن مساوی با فاصلهٔ آیینه از نقطهٔ احتراق باشد سپس قطر ا د ب را از دو طرف امتداد می دهیم و شعاع د جـ را بر آن عمود می نماییم. بعد شعاع د جـ را به قسمتهای مساوی مثلا قسمتهای جـ ط، ط ح، ح و، و هـ، هـ د تقسیم می کنیم و هر چه تقسیمها کوچك تر باشد انحنای خط کش دقیق تر به دست خواهد آمد. سپس ازاین نقاط خطوطی بر شعاع د جـ عمود اخراج می نماییم و آنها را از دو طرف امتداد می دهیم تا در نقاط ب، ی، ك، ل، م به محیط دایره برسند. حال از نقطهٔ جـ خطوطی به این نقاط وصل می کنیم و خط ط ن را مساوی خط جـ م و خط ح س را مساوی خط جـ ل و خط و ع را مساوی خط جـ ط و خط هـ ف را مساوی خط جـ ی و خط د ص را مساوی خط جـ ب جدا و نقاط جـ، ن، س، ع، ف، ص را

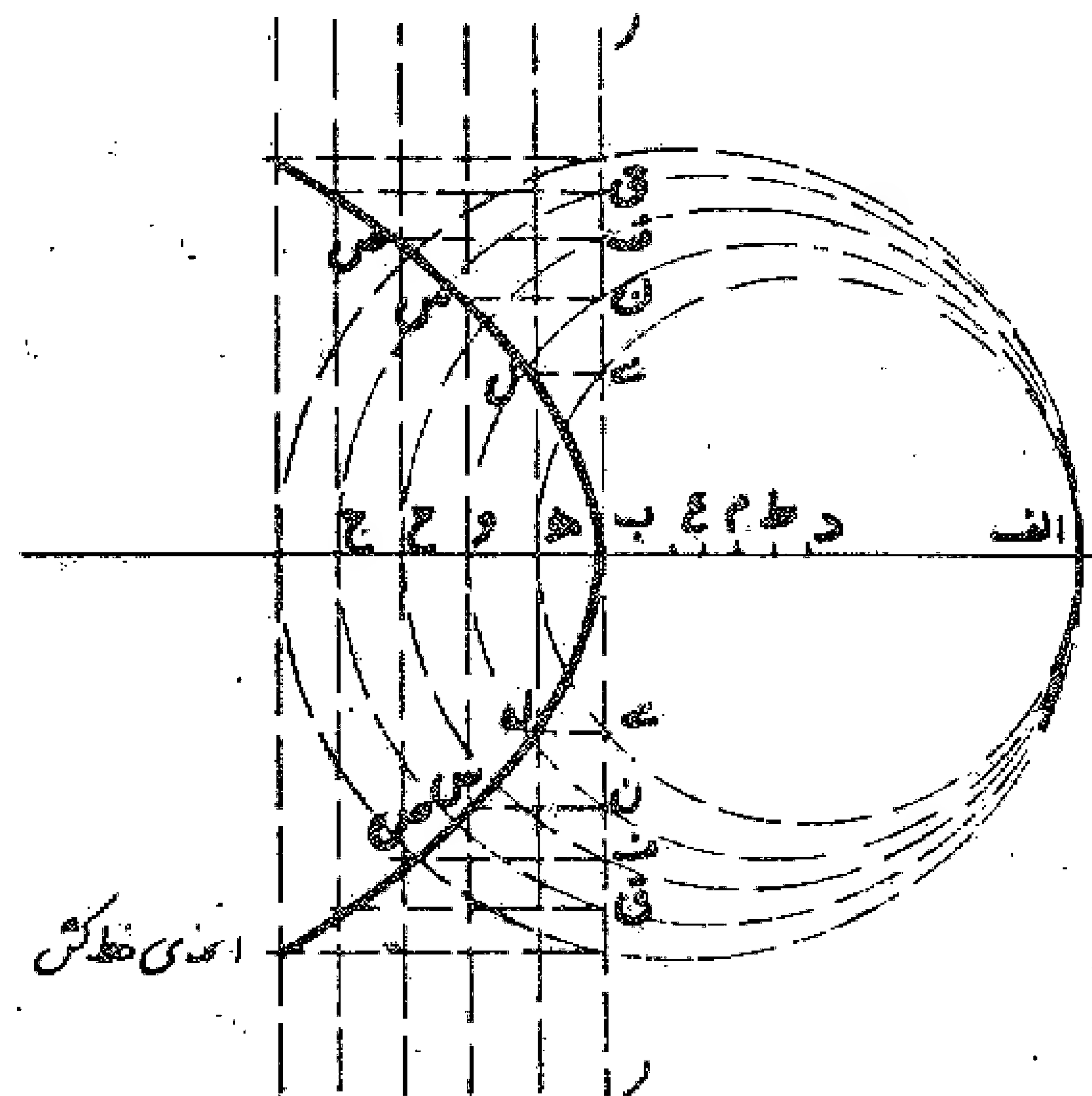
---

۴. در عمل توسط صاحبان فن معمولا برای تقسیم از پرگار استفاده می شود که با کم وزیاد کردن فتح آن و شمردن طول خط و یا قوس آن را تقسیم می کنند.

به یکدیگر وصل می کنیم و خط کش را بر این منحنی می سازیم. حال چنانچه آیینه ای از آهن و مس، روی، یا فلز دیگری بسازیم و آن را با سوهانی که کژی آن مطابق انحنای خط کش باشد دقیقاً صیقل دهیم به نحوی که اگر نقطهٔ جـ خط کش را بر وسط آیینه قرار دهیم و آن را بگردانیم در همهٔ جوانب بر سطح آیینه منطبق شود، این آیینه پس از جلا دادن و روشن شدن در مقابل آفتاب در فاصلهٔ معینی که در نظر گرفته شده آتش سوزی تولید می کند و سوزنده است مطابق شکل صفحهٔ قبل:

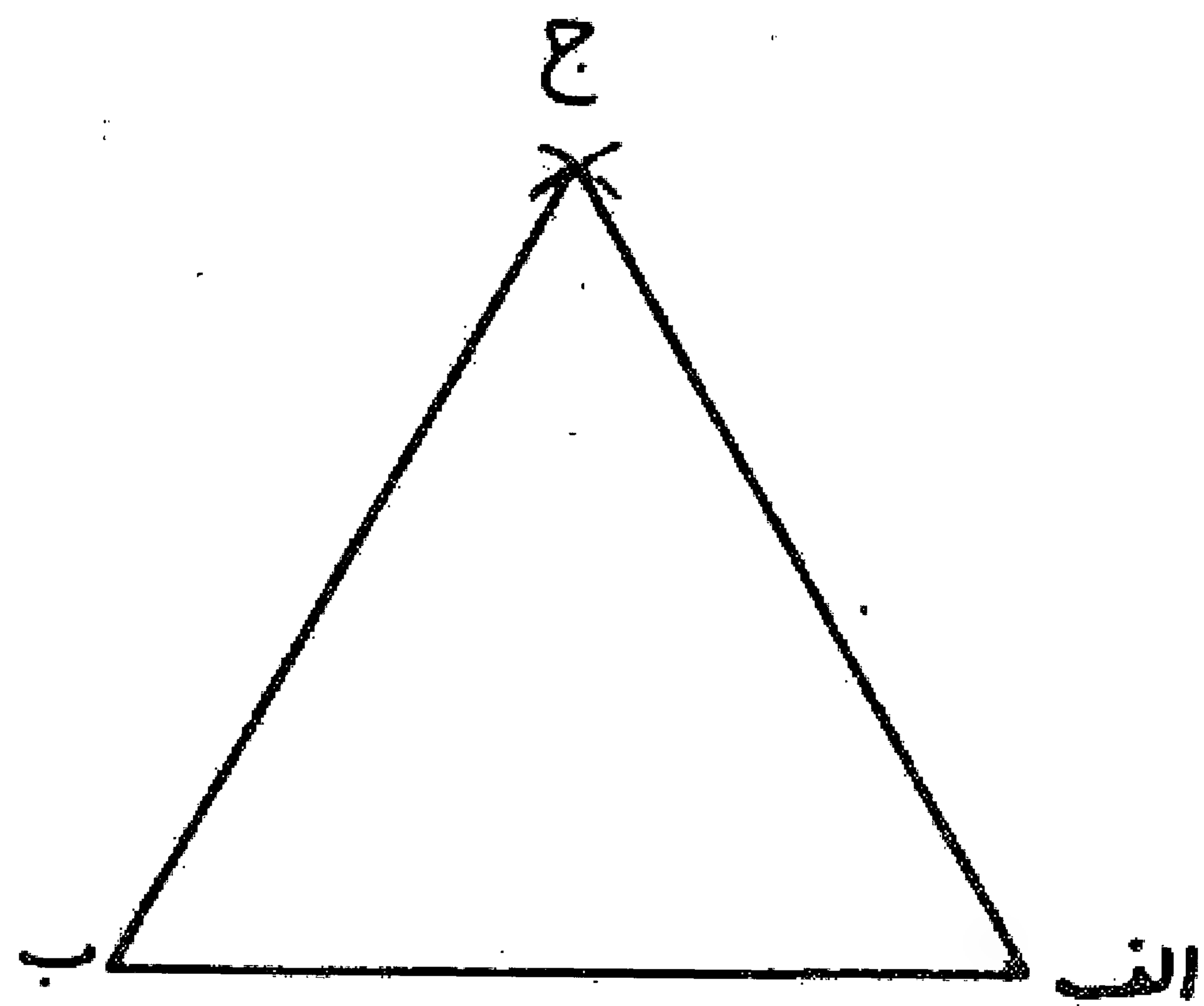
مسئلهٔ ۳۹

وجهی دیگر (در طرز ساختن خط کش آیینهٔ احتراقی):
خط ا ب را دو برابر فاصله ای که می خواهیم در آن فاصله احتراق تولید کند از یك طرف امتداد می دهیم، سپس از نقطهٔ ب عمودی بر خط ا ب اخراج می کنیم و از هر دو جهت آن را ادامه می دهیم، روی امتداد خط ا ب از نقطهٔ ب فواصل مساوی کوچك به تعدادی که بخواهیم نظیر ب هـ، هـ و، و ح، ح جـ نشان می نماییم. سپس به ترتیب قطعات ا هـ، ا و، ا ح، ا جـ را قطر قرار می دهیم و نصف می نماییم. و به مرکز نقاط ط، د م، ع، دوایری رسم می کنیم تا خط عمود بر ا ب را در نقاط ی، ن، ف، ق، قطع نمایند. بعد از این نقاط خطوط عمودی بر خط ب د اخراج می کنیم تا خطوط عمودی را که از نقاط هـ، و، ح، جـ، بر خط ا جـ اخراج شده است در نقاط ل، س، ص، قطع نمایند، حال منحنی ب ل س ص را می کشیم و خط کش را مطابق آن می سازیم و آیینه را چنان می سازیم که اگر نقطهٔ ب خط کش را در وسط آیینه قرار دهیم و بگردانیم سطح آیینه بر منحنی خط کش منطبق باشد. در این صورت این آیینه بعد از جلا دادن چنانچه در مقابل آفتاب قرار گیرد در فاصلهٔ در نظر گرفته شده اشعهٔ آن سوزنده و قابل اشتعال می باشد و صورتش این است که رسم گردید.



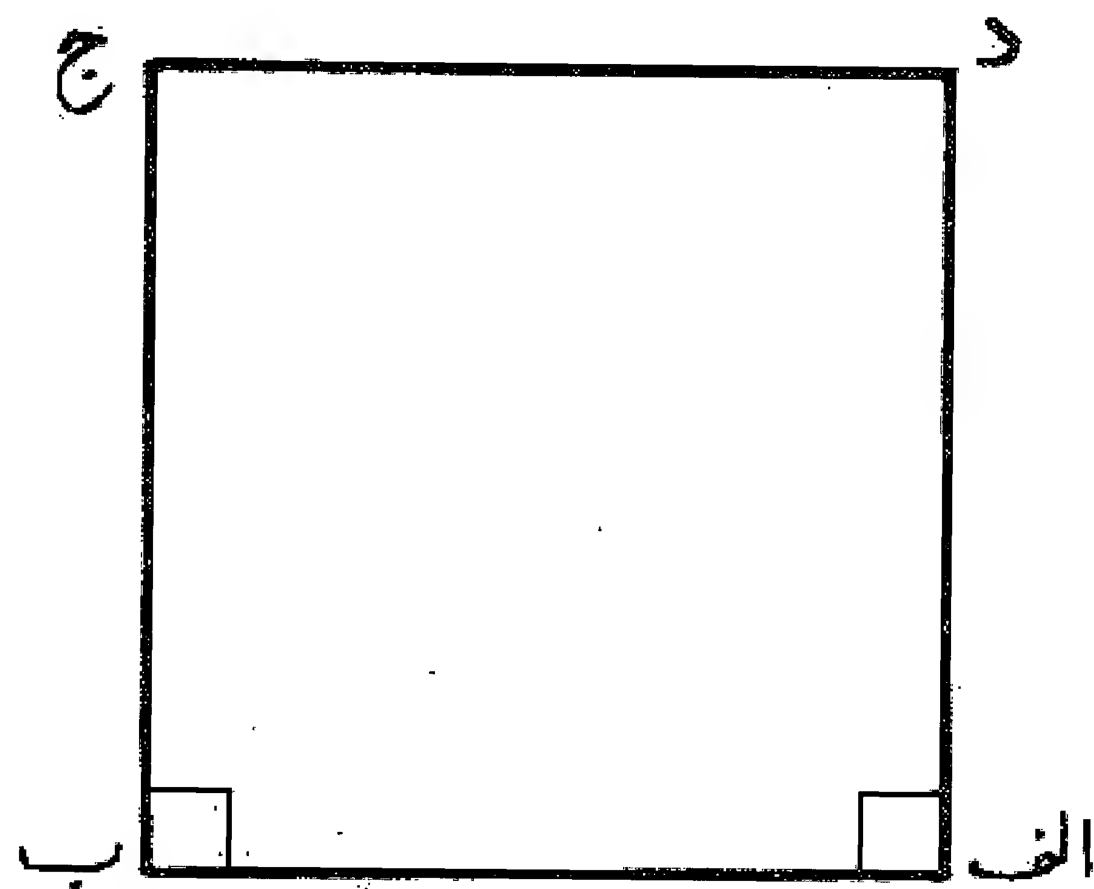
باب دوّم

شیوهٔ کشیدن اَشکال متساوی‌الاضلاع و الزوایا



مسئلهٔ ۴۰

رسم مثلث (سه سو): اگر بخواهیم که بر خط ا ب مثلث متساوی الاضلاعی رسم کنیم، اوّل نقطهٔ ا و نقطهٔ ب را مرکز قرار می‌دهیم و به شعاع ا ب دو قوس می‌زنیم تا یکدیگر را درنقطهٔ جـ تلاقی نمایند. سپس از نقاط ا و ب دو خط به نقطهٔ جـ می‌کشیم تا مثلث متساوی الاضلاع ا ب جـ به دست آید.[1] بدین صورت:

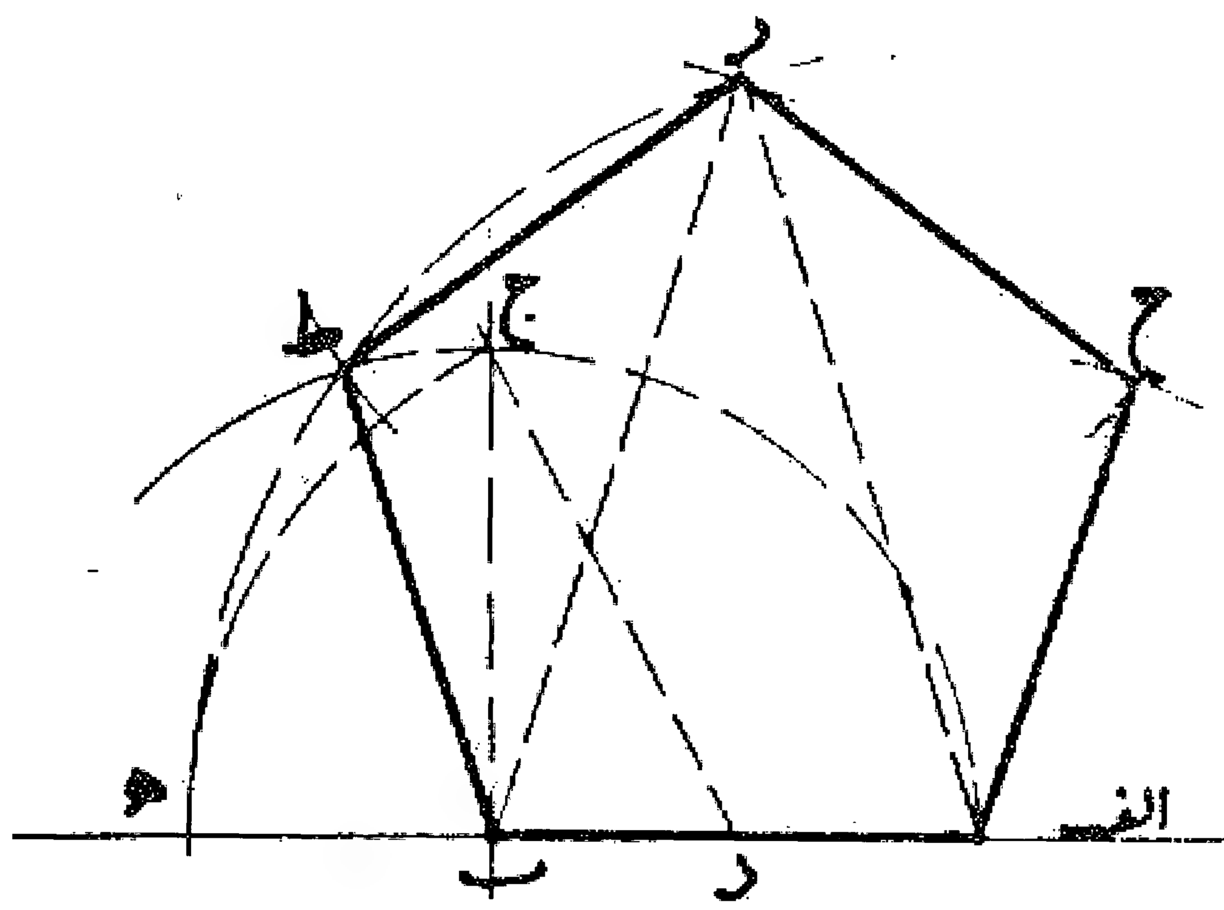


مسئلهٔ ۴۱

رسم مربع (چهارسو): اگر بخواهیم بر خط ا ب مربعی رسم نماییم، اول از دو نقطهٔ ا و ب دو عمود بر خط ا ب اخراج و به اندازهٔ طول ا ب روی آنها دو نقطهٔ د و جـ را نشان می‌کنیم، سپس خط جـ د را می‌کشیم، مربع ا ب جـ د به دست می‌آید. بدین صورت:

مسئلهٔ ۴۲

رسم پنج ضلعی (مخمس، پنج سو): اگر بخواهیم بر خط ا ب پنج ضلعی متساوی الاضلاعی رسم نماییم، اول از نقطهٔ ب عمود ب جـ را مساوی ا ب اخراج می‌کنیم، سپس نقطهٔ د وسط خط ا ب را مرکز قرار می‌دهیم و به طول د جـ قوس جـ هـ را می‌کشیم تا امتداد خط ا ب را در نقطهٔ هـ قطع کند. حال دو نقطهٔ ا و ب را مرکز قرار می‌دهیم و به فاصلهٔ ا هـ دو قوس رسم می‌نماییم تا یکدیگر را در نقطهٔ ر قطع کنند. خط ا ر و ب ر را می‌کشیم تا مثلث ا ر ب که آن را مثلث پنج ضلعی گویند به دست آید، و این مثلث در بسیاری از ترسیمات مورد نیاز می‌باشد، بعد نقاط ا، ب، ر را مرکز قرار می‌دهیم و به طول ا ب قوسهایی رسم می‌کنیم تا در نقاط ح و ط یکدیگر را قطع نمایند. و با کشیدن خطوط ا ح، ح ر، ر ط، ط ب مخمس متساوی الاضلاع و الزوایای ا ب ط ر ح به دست می‌آید. بدین صورت که کشیدیم:

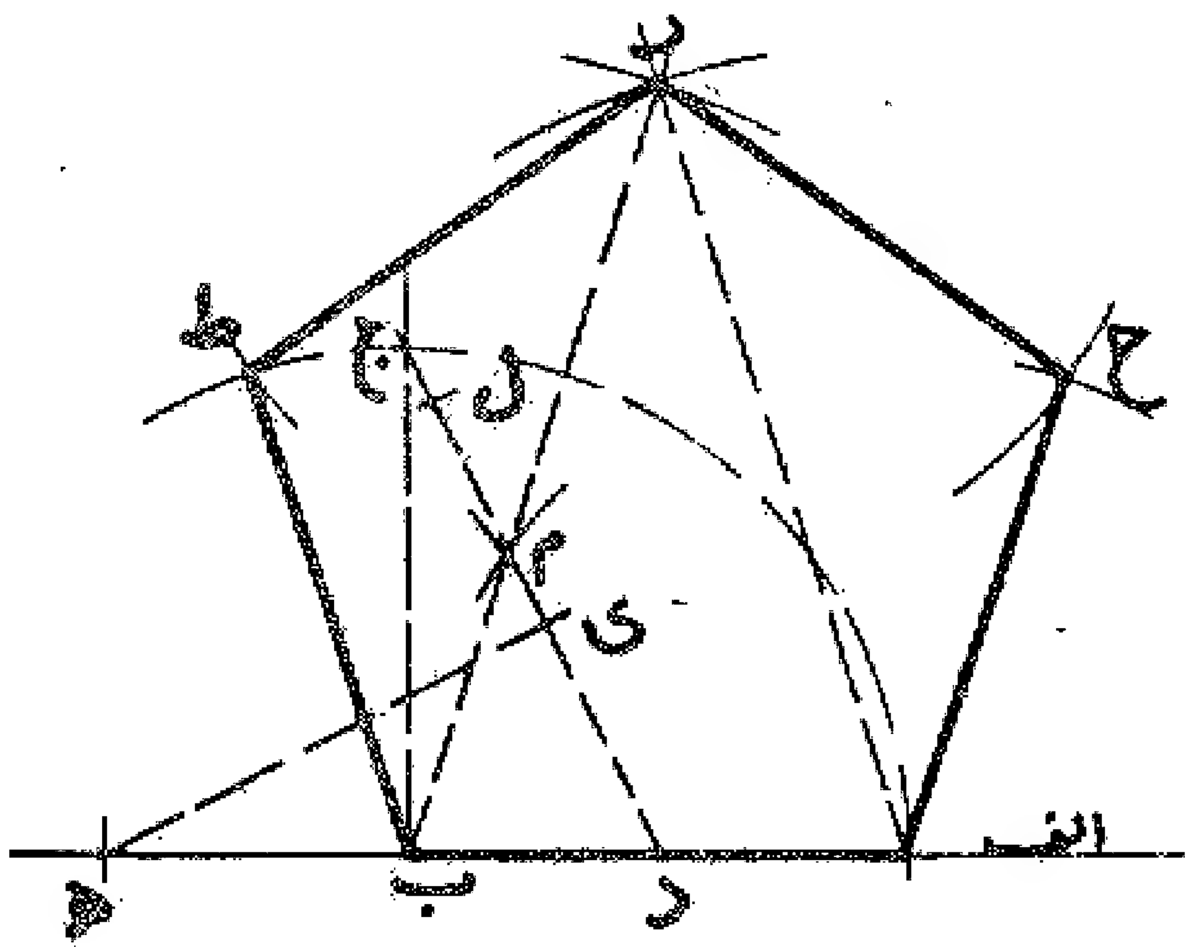


---

۱. آنچه باید توجه داشت آن است که در این فصل هر کجا نام مثلث یا مربع و یا پنج ضلعی یا نظایر آن به طور مطلق گفته شود، منظور مثلث یا مربع یا پنج ضلعی یا..... که متساوی الاضلاع و الزوایا می‌باشد است.

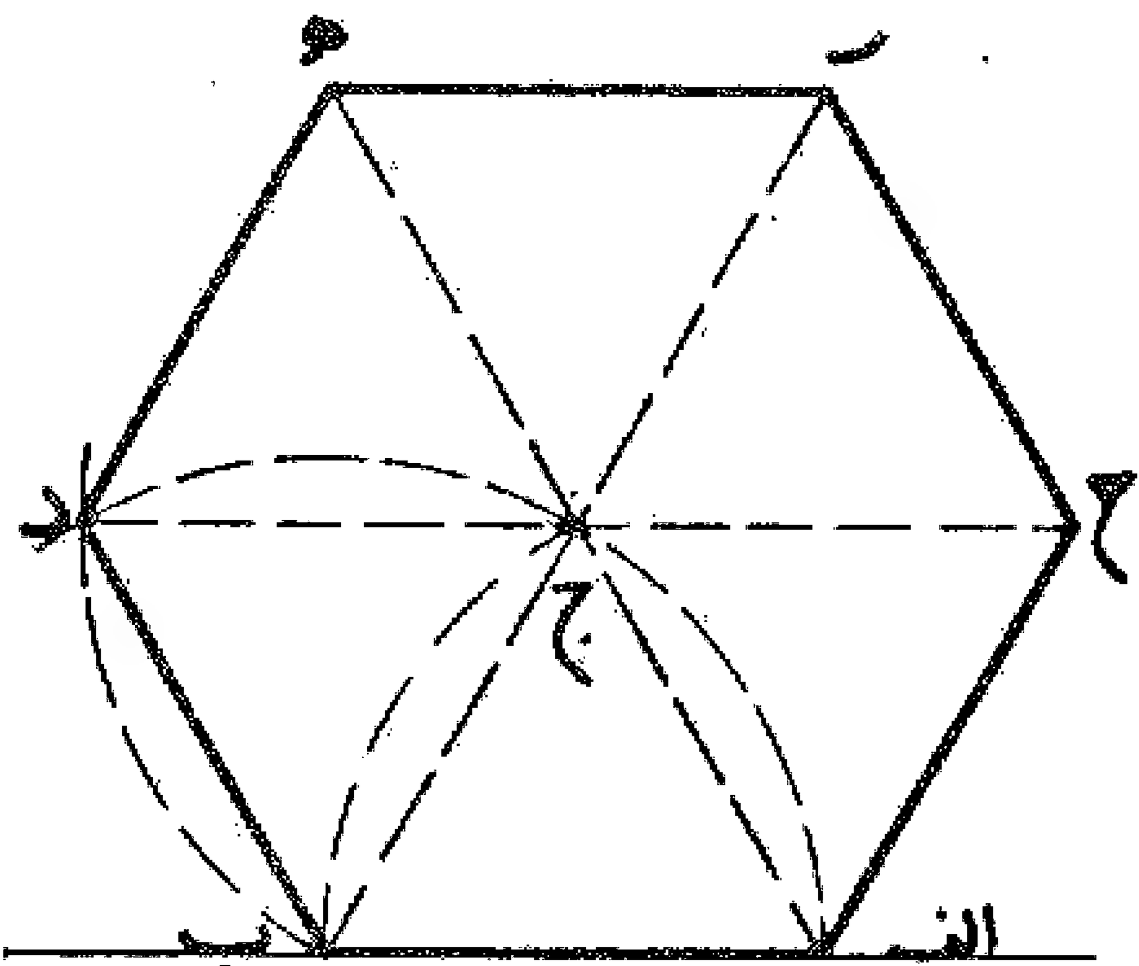
مسئلهٔ ۴۳

وجهی دیگر: اگر شرط کنیم که بر خط ا ب پنج ضلعی متساوی الاضلاع (یك اندازه پهلو) بسازیم که فتح پرگار در همهٔ احوال به اندازهٔ خط ا ب باشد و تغییری ننماید، از نقطهٔ ب عمود ب جـ را بـه انـدازهٔ ا ب اخراج می کنیم، سپس خط ا ب را در نقطهٔ د نصف می نماییم و خط جـ د را می کشیم و روی آن از نقطهٔ د قطعهٔ د ل را معادل ا ب جدا می کنیم و عمود و منصف آن یعنی خط ك هـ را رسم می نماییم تا متداد ا ب را در نقطهٔ هـ قطع کند. سپس دو نقطهٔ ا و هـ را مرکز قرار می‌دهیم و به شعاع ا ب یعنی همان فتح پرگار دو قوس می کشیم تا یکدیگر را در نقطهٔ م قطع نمایند، بعد خطی از نقطهٔ ب به نقطهٔ م وصل می کنیم و آن را به اندازهٔ خط ا ب از نقطهٔ م ادامه می‌دهیم تا نقطهٔ ر به دست آید، و با رسم خط ا ر مثلث ا ر ب را به دست می آوریم. حال نقاط ا و ر را مرکز قرار می‌دهیم و با همان فتح پرگار دو قوس می‌زنیم تا در نقطهٔ ح با یکدیگر تلاقی نمایند و همچنین دو نقطهٔ ب و ر را مرکز ساخته، با همان فتح پرگار به اندازهٔ ا ب دو قوس می‌زنیم و نقطهٔ ط را به دست می آوریم، سپس خطوط ا ح، ح ر، ر ط، ط ب را می کشیم و پنج ضلعی متساوی الساقین و الزوایا را تکمیل می کنیم، بدین صورت:



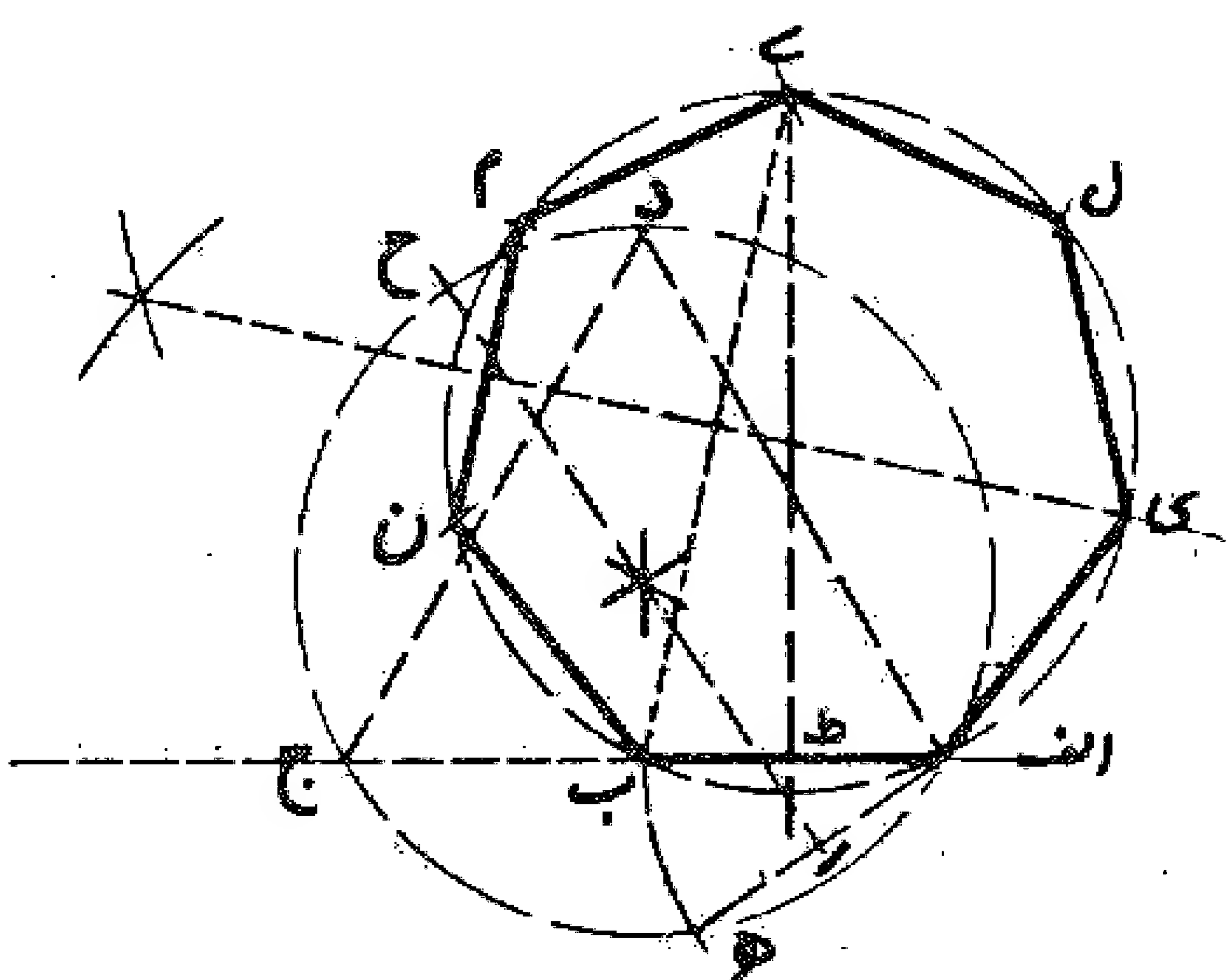
مسئلهٔ ۴۴

طرز ترسیم شش ضلعی (مسدس): می خواهیم بر خط ا ب شش ضلعی متساوی الاضلاع و الزوایا رسم نماییم. اول بر خط ا ب مثلثی متساوی الاضلاع مانند مثلث ا ب جـ می کشیم، سپس دو ضلع ا جـ و ب جـ را امتداد می دهیم و روی هر کدام از نقطهٔ جـ طولی معادل ا ب جدا می کنیم تا نقاط هـ و ر به دست آید. بعد به روی خط ب ج مثلث متساوی الاضلاع ب جـ د را می کشیم و خط د جـ را امتداد می دهیم و از نقطهٔ جـ نقطهٔ ح را به فاصلهٔ جـ د جدا می نماییم. حال خطهای د هـ، هـ ر، ر ح و ح ا را می کشیم تا شش ضلعی متساوی الاضلاع و الزوایای ا ب د هـ ر ح به دست آید. بدین صورت:



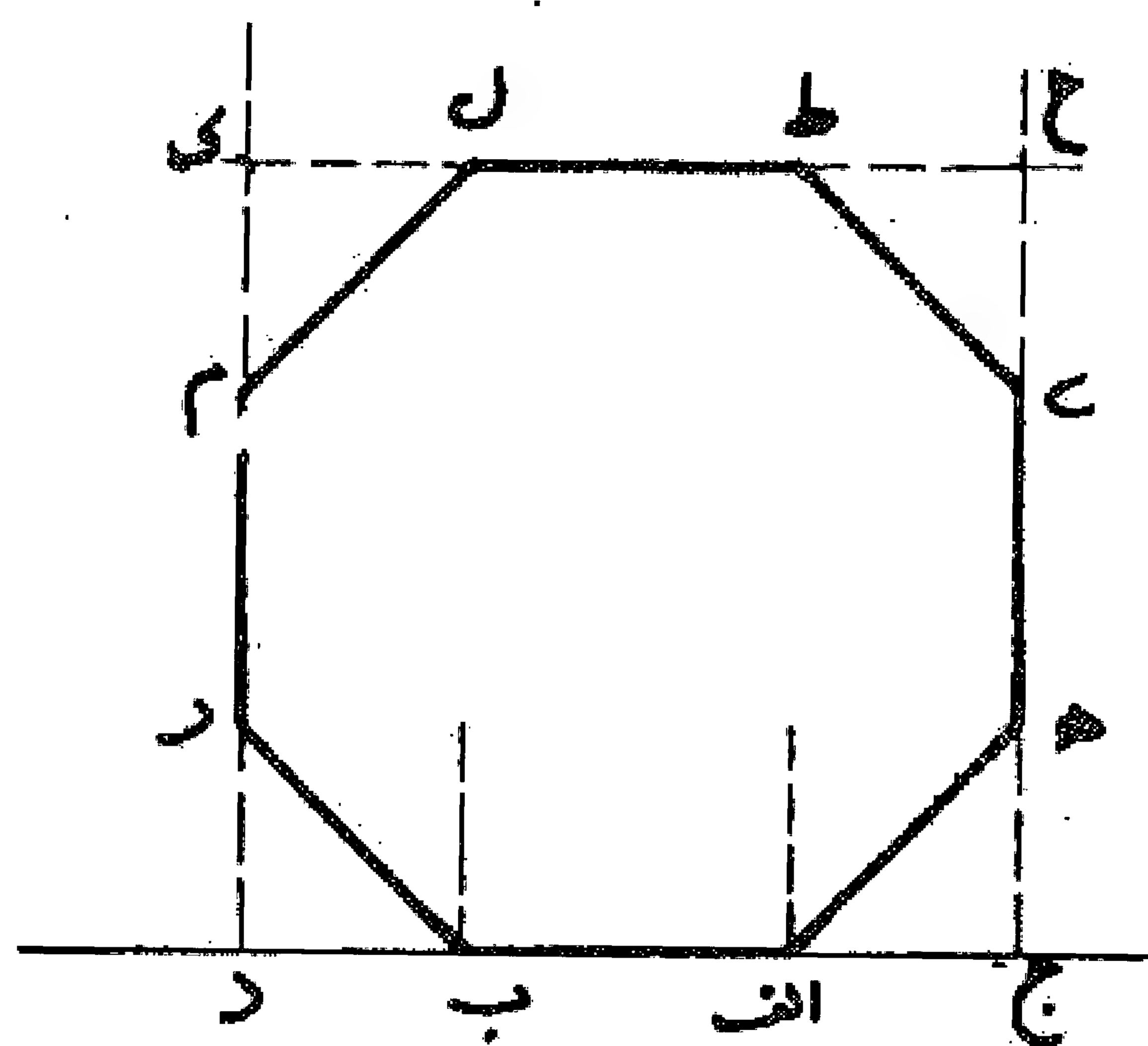
مسئلهٔ ۴۵

طرز کشیدن هفت ضلعی: می خواهیم بر خط ا ب هفت ضلعی متساوی الاضلاع رسم کنیم. ابتدا خط ا ب را به اندازهٔ خودش تا نقطهٔ جـ امتداد می دهیم و بر خط ا جـ مثلث متساوی الاضلاع ا جـ د را رسم می نماییم. سپس دایرهٔ محیطی این مثلث را رسم می کنیم (چنان که بعداً بیان خواهیم کرد) بعد از نقطهٔ ا وتر ا هـ را معادل خط ا ب می کشیم و آن را در نقطهٔ ر نصف می کنیم و خط عمود و منصف آن را می کشیم و امتداد می دهیم تا دایرهٔ محیطی را در نقطهٔ ح قطع نماید. حال خط ا ب را در نقطهٔ ط به دو نیم تقسیم می کنیم و خط عمود و منصف آن را به اندازهٔ طول ر ح امتداد می دهیم و نقطهٔ ی را مشخص می نماییم، حال بر سه نقطهٔ ا ب ی دایره ای رسم می کنیم (چنان که بعداً گفته می شود) و در این دایره قوسهای ا ك، ك ل، ل ی، ی م، م ن،



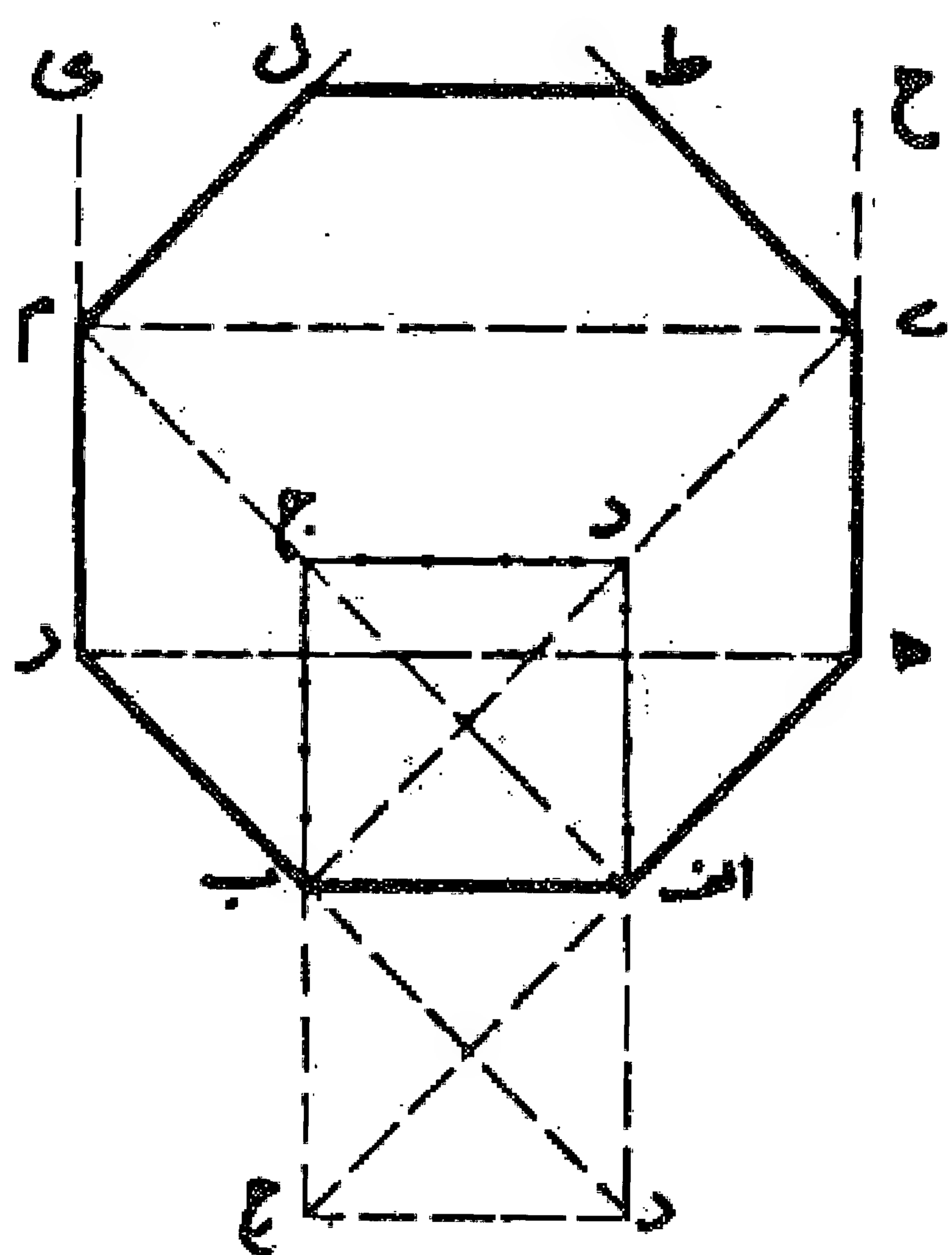
ن ب را مساوی قوس ا ب جدا می نماییم و با رسم وتر این قوسها، هفت ضلعی ا ك ل ی م ن ب به دست می آید.[۲] بدین صورت که رسم شده است:

مسئلهٔ ۴۶



طرز کشیدن هشت ضلعی: می خواهیم بر خط ا ب هشت ضلعی متساوی الاضلاعی مساوی آن رسم نماییم. اول خط ا ب را از دو طرف ادامه می‌دهیم و بر هر یك از نقاط ا و ب زاویه‌ای مانند زاویه های هـ ا جـ و ر ب د معادل نصف قائمه با آنها می سازیم. سپس خط ا هـ و ب ر را مساوی ا ب جدا می کنیم و از نقاط هـ و ر دو عمود بر خط ا ب فرود می آوریم مانند هـ جـ و ر د و بعد بر خط جـ د مربع جـ د ك ح را رسم می کنیم و خطوط ح ط، ح ی، ك ل، ك م را معادل جـ هـ جدا می نماییم تا نقاط ی، ط، ل، م به دست آید، حال خطوط ط ی و ل م را می کشیم تا هشت ضلعی ا ب ر م ل ط ی هـ حاصل شود. بدین صورت که کشیدیم:

مسئلهٔ ۴۷

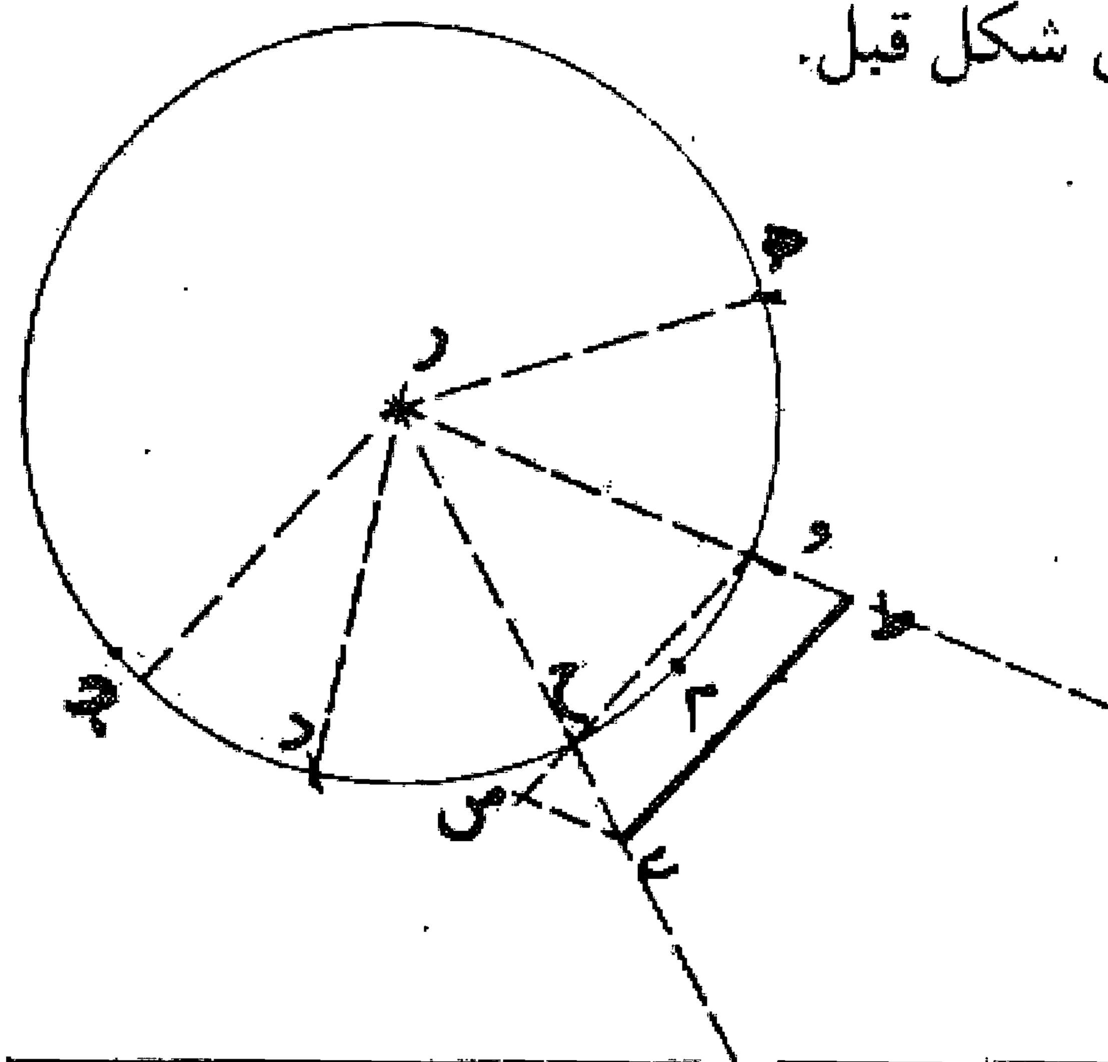


وجهی دیگر: اگر بخواهیم که این هشت ضلعی را با یك فتح پرگار رسم نماییم، اول پرگار را معادل طول خط ا ب باز می کنیم و تا اتمام رسم آن را ثابت نگه می داریم و سپس بر خط ا ب مربع ا ب جـ د را رسم می نماییم ــ همان طور که قبلا شرح داده شد ــ و بعد دو قطر ا جـ و ب د را رسم می کنیم و آنها را معادل طول ا ب تا نقاط هـ و ر امتداد می دهیم. سپس خط هـ ر را رسم می نماییم و دو خط عمود هـ ی و ر م معادل خط ا ب را بر آن رسم می کنیم و خط ی م را می کشیم. حال زاویهٔ بین امتداد خطهای هـ ی و ی م و همچنین زاویهٔ بین امتداد خط ر م و م ی را با دو خط ی ط و م ل به دو نیمه تقسیم می نماییم و خط ی ط و م ل را مساوی خط ا ب جدا می کنیم و بالاخره با رسم خط ط ل هشت ضلعی متساوی الاضلاع و الزوایای ا ب ر م ل ط ی هـ را کامل می نماییم. بدین صورت:

مسئلهٔ ۴۸

وجهی دیگر: در این طرز کشیدن می توان مربع ا ب جـ د را در طرف داخل رسم کرد که در این صورت اول نقاط ی و م به‌دست می آید و برای کشیدن بقیهٔ اضلاع به همان نحوی که گفته شد عمل می کنیم. مطابق شکل قبل.

مسئلهٔ ۴۹

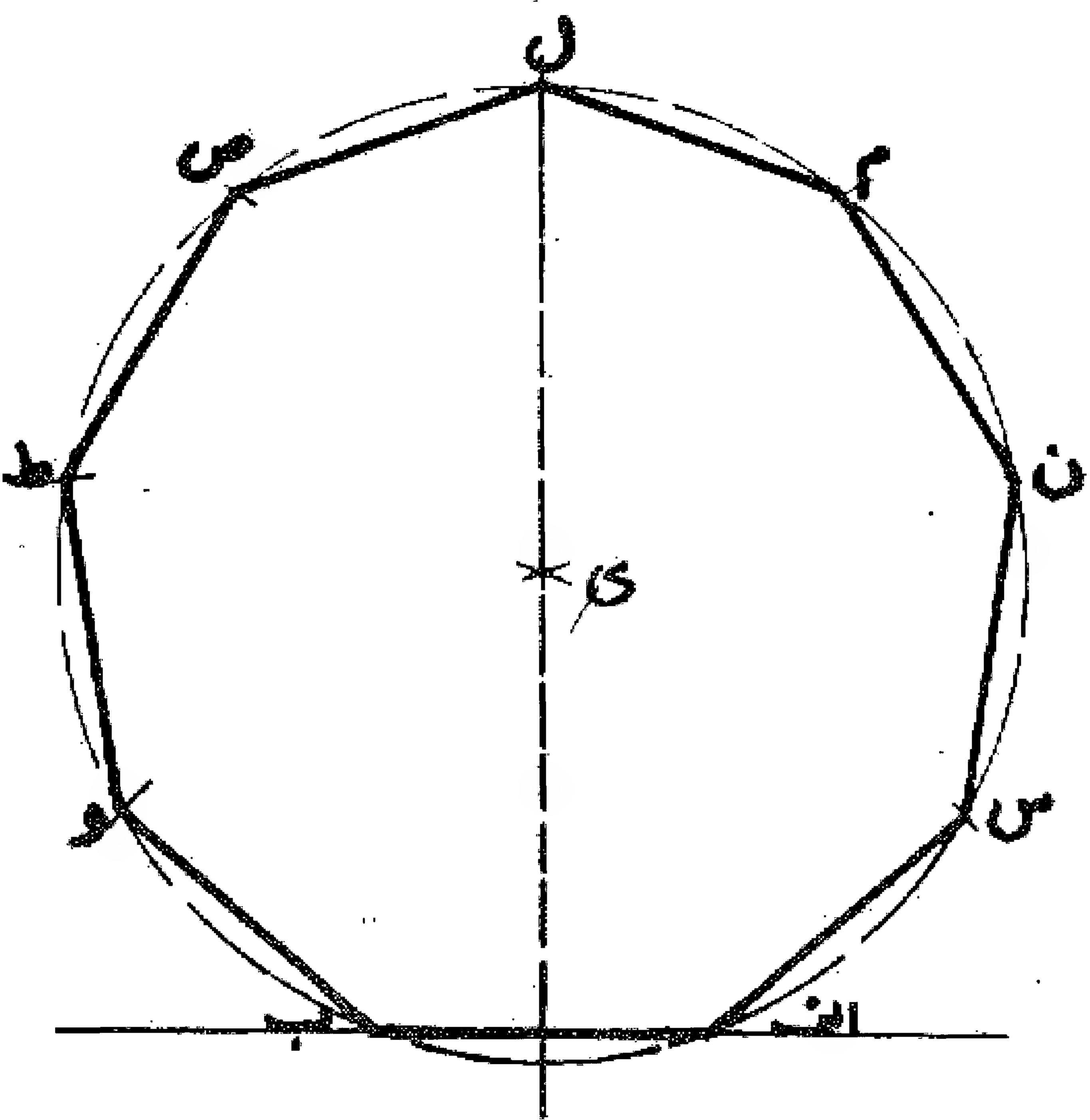


طرز کشیدن نه ضلعی منتظم: اگر بخواهیم بر خط ا ب نه ضلعی متساوی الاضلاع و الزوایا رسم نماییم، اول دایرهٔ دلخواه جـ د هـ را به هر شعاع که بخواهیم رسم می کنیم و نقطهٔ م را روی آن انتخاب و به طول نصف قطر دو نقطهٔ هـ و د را روی دایره نشان می نماییم و سپس قوس هـ د را به سه قسمت

---

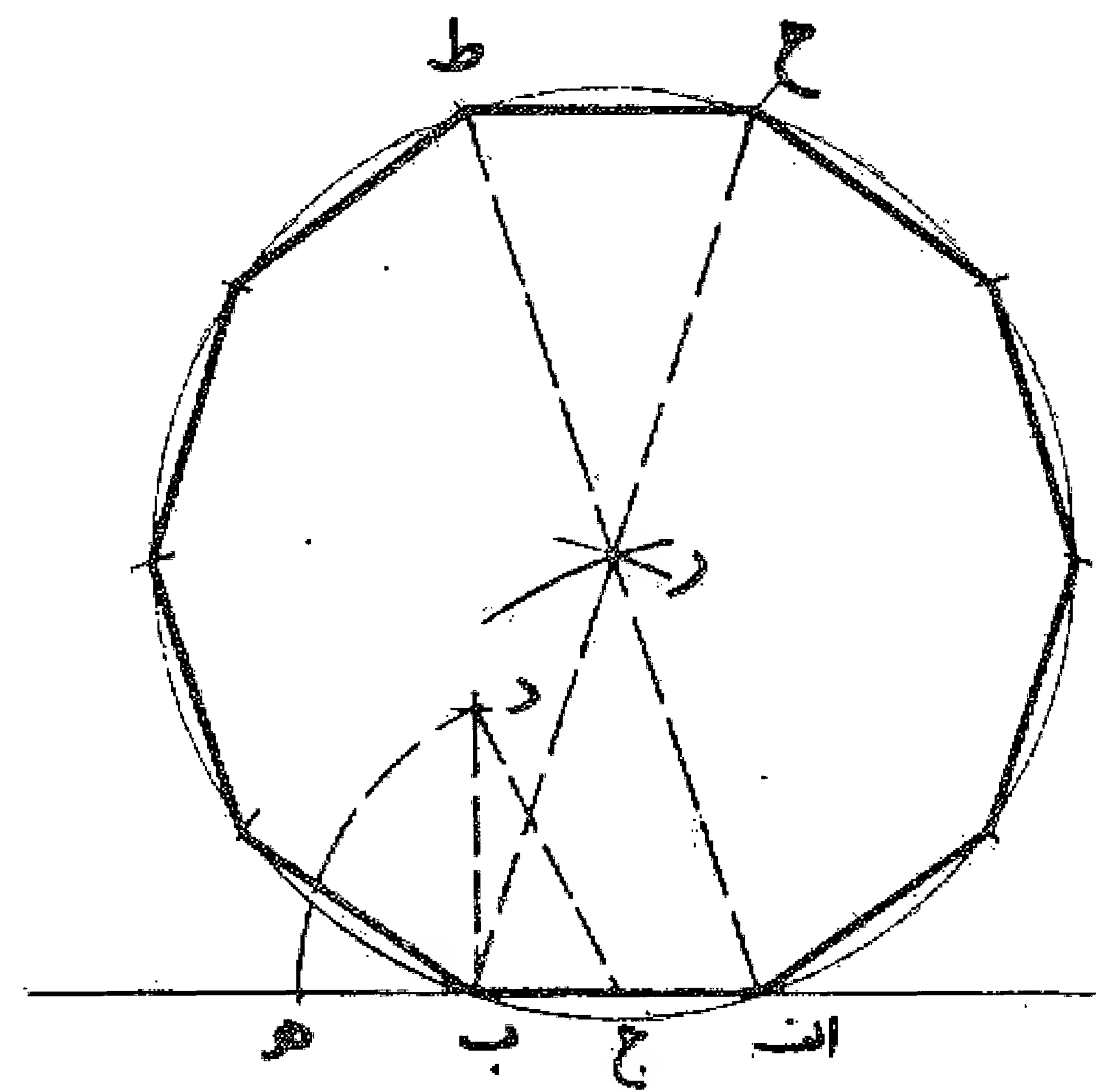
۲. برای تقسیم دایرهٔ ا ی ب کافی است هر کدام از دو قوس ا ی و ی ب را به سه قسمت مساوی تقسیم کنیم. ضمناً این رسم هفت ضلعی تقریبی می باشد و مثلث ا ی ب را مثلث هفت ضلعی می گویند.
همچنین دایرهٔ محیطی هفت ضلعی منتظم مساوی با دایرهٔ محیطی مثلث متساوی الاضلاعی است که ضلع آن دو برابر ضلع هفت ضلعی باشد.

تقسیم می نماییم و ثلث آن را در نظر می گیریم و دو شعاع ر و و رح را رسم می کنیم. سپس خط ط ی را در مثلث هـ رح چنان رسم می نماییم که موازی و ح و مساوی ا ب باشد. حال به مرکز دو نقطهٔ ا و ب و طول ط ر دو قوس می کشیم تا یکدیگر را در نقطهٔ ك قطع کنند و سپس نقطهٔ ك را مرکز قرار می دهیم و دایرهٔ ا ب ل را می کشیم و قوس ا ل ب را به هشت قسمت مساوی تقسیم و وترهای آنها را رسم می کنیم تا با خط ا ب نه ضلعی متساوی الاضلاع و الزوایا به دست آید. بدین صورت که کشیدیم:



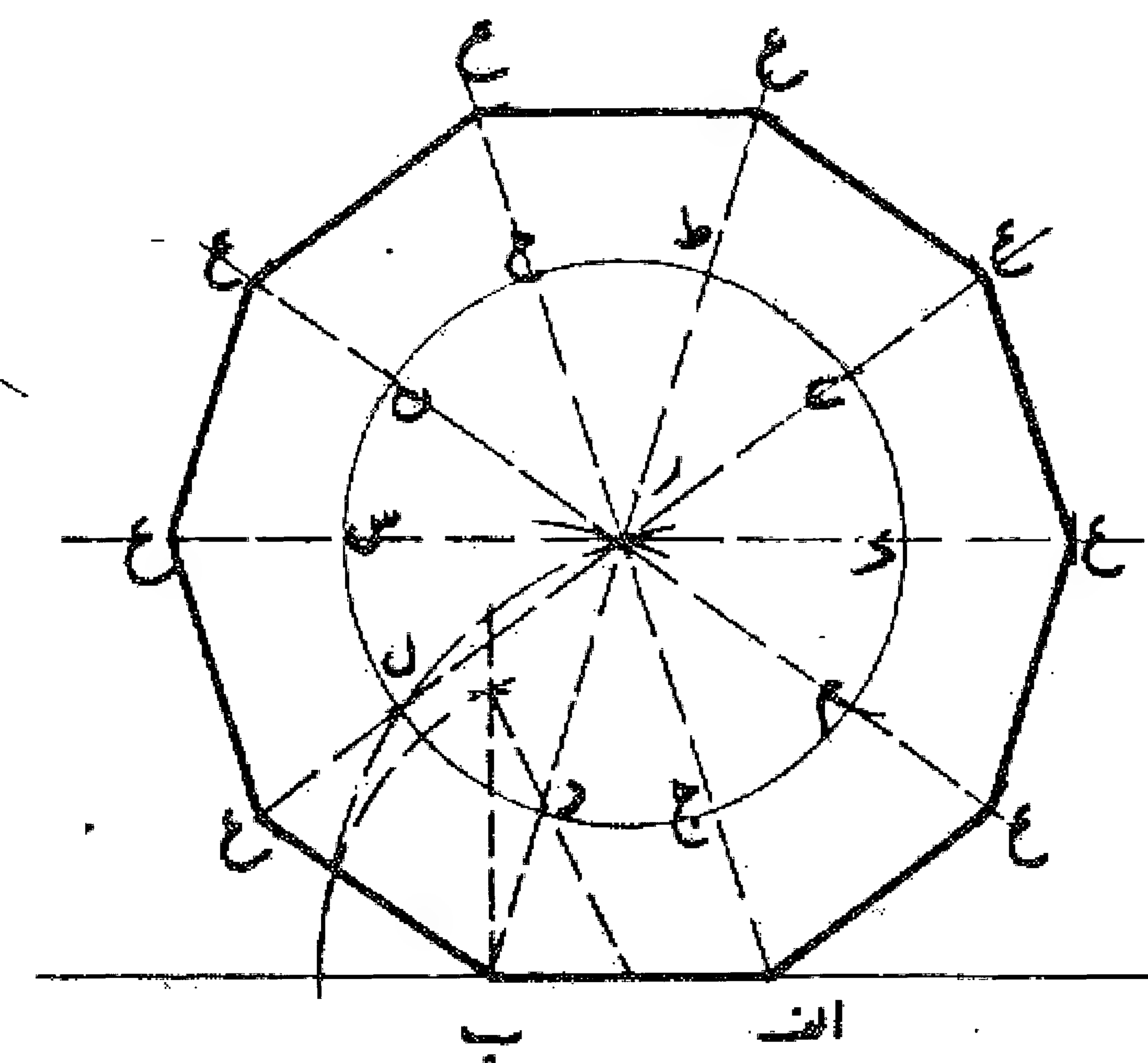
مسئلهٔ ۵۰

طرز ترسیم ده ضلعی متساوی الاضلاع و الزوایا: اگر بخواهیم بر خط ا ب ده ضلعی بسازیم، اول خط ا ب را در نقطهٔ جـ نصف می کنیم و از نقطهٔ ب عمود ب د را معادل ا ب اخراج نموده و به مرکز جـ وسط ا ب و شعاع جـ د نقطهٔ هـ را روی امتداد ا ب نشان می کنیم، سپس به مرکز نقاط ا و ب و طول ا هـ دو قوس رسم می نماییم تا یکدیگر را در نقطهٔ ر قطع کنند. نقطهٔ ر مرکز دایره ای است که ده ضلعیی با ضلع ا ب محاط در آن می باشد. حال به مرکز ر و شعاع ر ب دایره ای رسم می نماییم تا امتداد ا ر و ب ر را در دو نقطهٔ ح و ط قطع نماید، سپس هر یك از دو قوس ا ح و ب ط را به چهار قسمت مساوی تقسیم می کنیم و وترهای این قوسها را می کشیم، ده ضلعی متساوی الاضلاع و الزوایا به دست می آید. بدین صورت که کشیدیم:



مسئلهٔ ۵۱

وجهی دیگر: اگر بخواهیم بر خط ا ب ده ضلعی متساوی الاضلاع و الزوایا رسم کنیم به طوری که فقط پرگار را به اندازهٔ خط ا ب باز نماییم، برای این کار اول مثلث پنج ضلعی روی خط ا ب را رسم و بعد به مرکز نقطهٔ ر و شعاع ا ب دایره ای رسم می کنیم تا خطوط ا ر و ب ر را در نقاط جـ و د و امتداد آنها را در نقاط ط و ح قطع نماید. حال هر یك از دو قوس جـ ط و د ح را به چهار قسمت متساوی تقسیم و از مرکز دایره به این نقاط وصل می کنیم و آنها را به اندازهٔ فاصلهٔ ا جـ امتداد می دهیم، چنانچه این نقاط را به یکدیگر وصل نماییم، ده ضلعی حاصل متساوی الاضلاع و الزوایا می باشد. بدین صورت که کشیدیم.



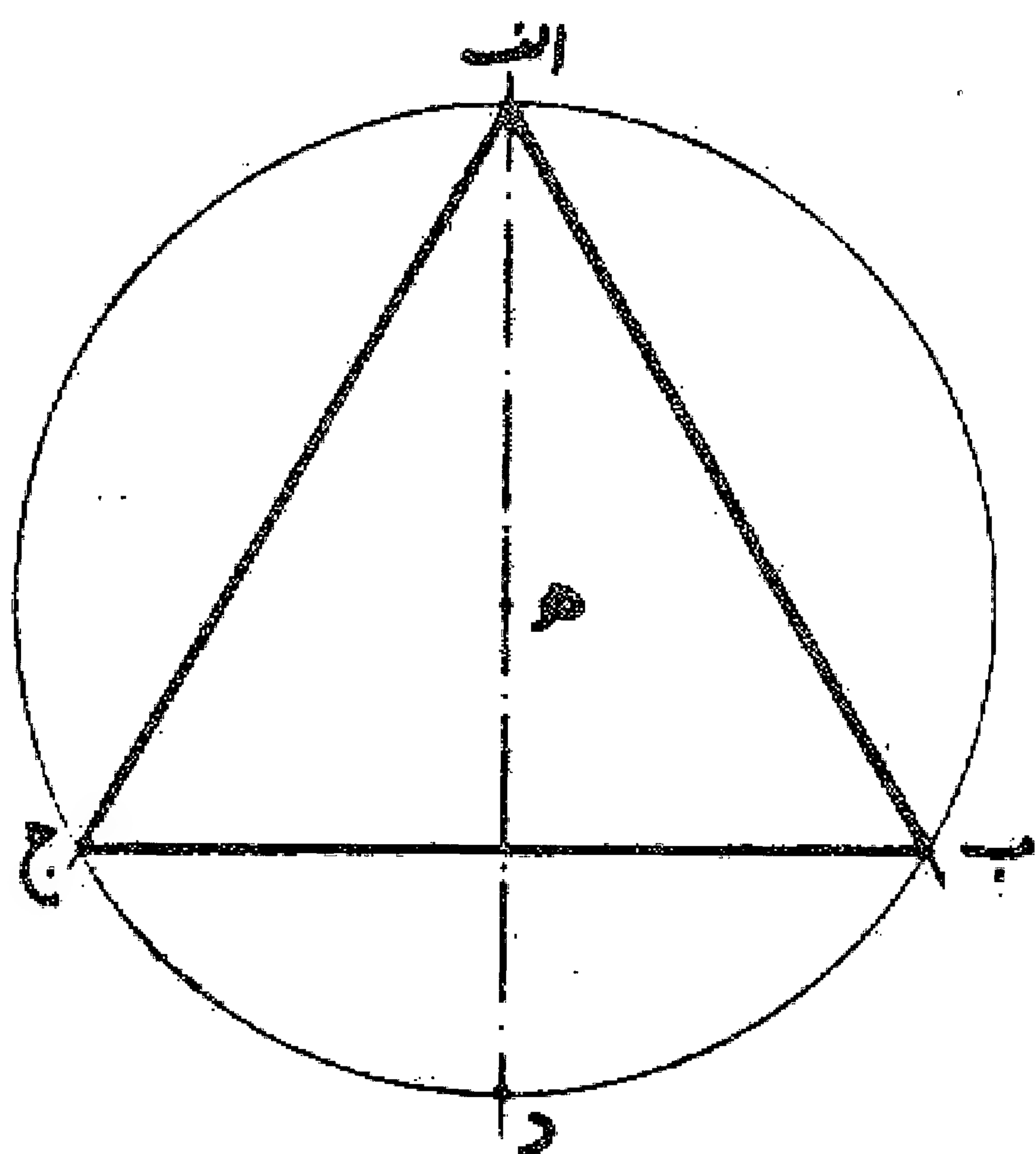
باب سوم

شیوهٔ کشیدن اَشکال در دایره و بر دایره

بین صاحبان صنایع متداول آن است که چون در دایره یا بر دایره بخواهند چند ضلعی رسم کنند محیط آن دایره را با باز و بستن دهانهٔ پرگار و با چند مرتبه تکرار به عدد اضلاع چندضلعی مورد نظر تقسیم و سپس چندضلعی را رسم می نمایند. مثلا چنانچه بخواهند در دایره ای پنج ضلعی رسم کنند به نحوی که گفته شد پس از چند مرتبه کم و زیاد کردن دهانهٔ پرگار دایره را به پنج قسمت تقسیم و نقاط تقسیم را به یکدیگر وصل می نمایند. و اگر بخواهند بر دایره پنج ضلعی رسم کنند، پس از تقسیم دایره از نقاط تقسیم مماسهایی بر دایره می کشند تا یکدیگر را قطع نمایند. ولی این طرز تقسیم دایره نه نزد مهندسان پسندیده است و نه نزد زیرکان و ماهران اهل صناعت، زیرا تقسیم دایره به طریقهٔ فوق نه تنها بسیار دشوار می باشد، بلکه نقاط تقسیم نیز به تقریب و تخمین به دست می آید نه به تحقیق و تعیین. بدین جهت عمل پسندیده نزد مهندسان و ماهران اهل صنعت آن است که اول به نوعی تدبیر کنند که طول ضلع چندضلعی به دست آید و سپس به طریقه هایی که گفته می شود دایره را دقیقاً تقسیم و چندضلعی در دایره یا بر دایره رسم نمایند. بدین جهت لازم است برای پیدا کردن طول ضلع چندضلعی طریقی انتخاب کنیم که صحیح بودن آن را به برهان هندسی شناخته باشیم. و همان طور که گفته شد چون در دایره شکلی نهاده شد رسم آن شکل بر دایره آسان است بدین طریق که کافی است از محلهای تقسیم خطوط مماسی بر دایره رسم نماییم تا یکدیگر را تلاقی کنند و شکل بر دایره به دست آید.

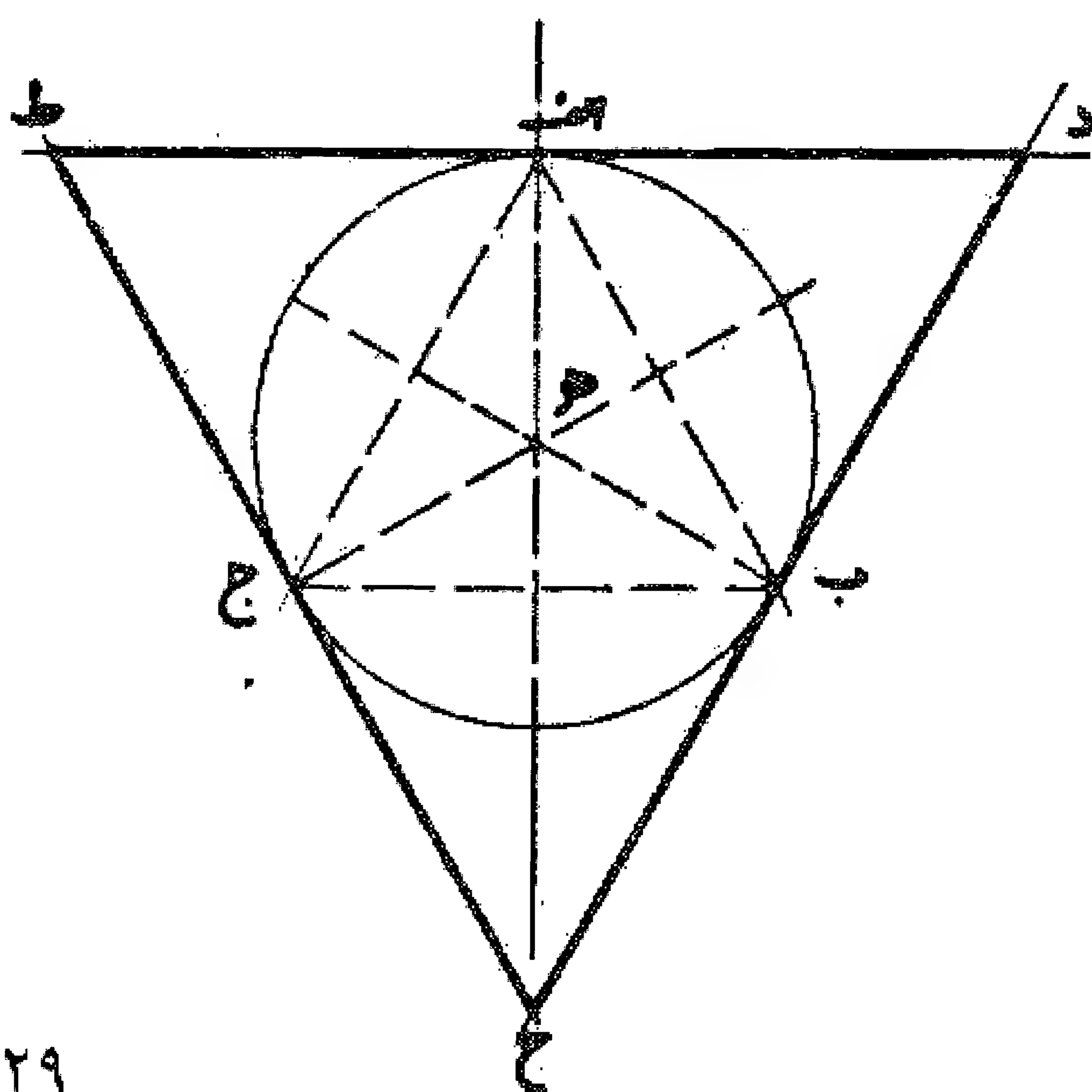
مسئلهٔ ۵۲

طرز ترسیم مثلث در دایره: چون بخواهیم در دایرهٔ ا ب جـ به مرکز هـ مثلث متساوی الاضلاع رسم کنیم قطر ا هـ د را می کشیم و نقطهٔ د را مرکز قرار می دهیم و به طول هـ د دو نقطهٔ ب و جـ را تعیین می نماییم. سپس خطوط ا ب و ب جـ و جـ ا را رسم می کنیم تا مثلث ا ب جـ متساوی الاضلاع و الزوایا به دست آید. بدین صورت که کشیدیم:

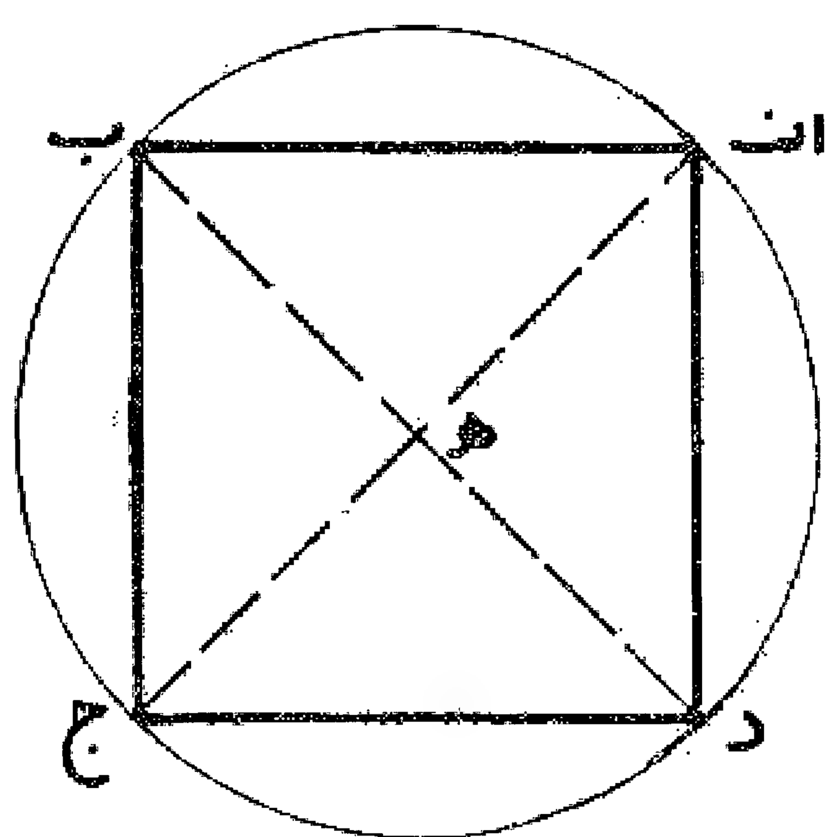


مسئلهٔ ۵۳

رسم مثلث بر دایره: وقتی بخواهیم بر دایرهٔ ا ب جـ مثلث متساوی الاضلاع رسم نماییم ابتدا در آن دایره، مثلث متساوی الاضلاع ا ب جـ را رسم و، سپس از نقاط ا و ب و جـ خطوطی مماس بر دایره خارج می کنیم تا یکدیگر را در نقاط د، ط، ح قطع نمایند و مثلث متساوی الاضلاع د ح ط به دست آید، بدین صورت که کشیدیم:

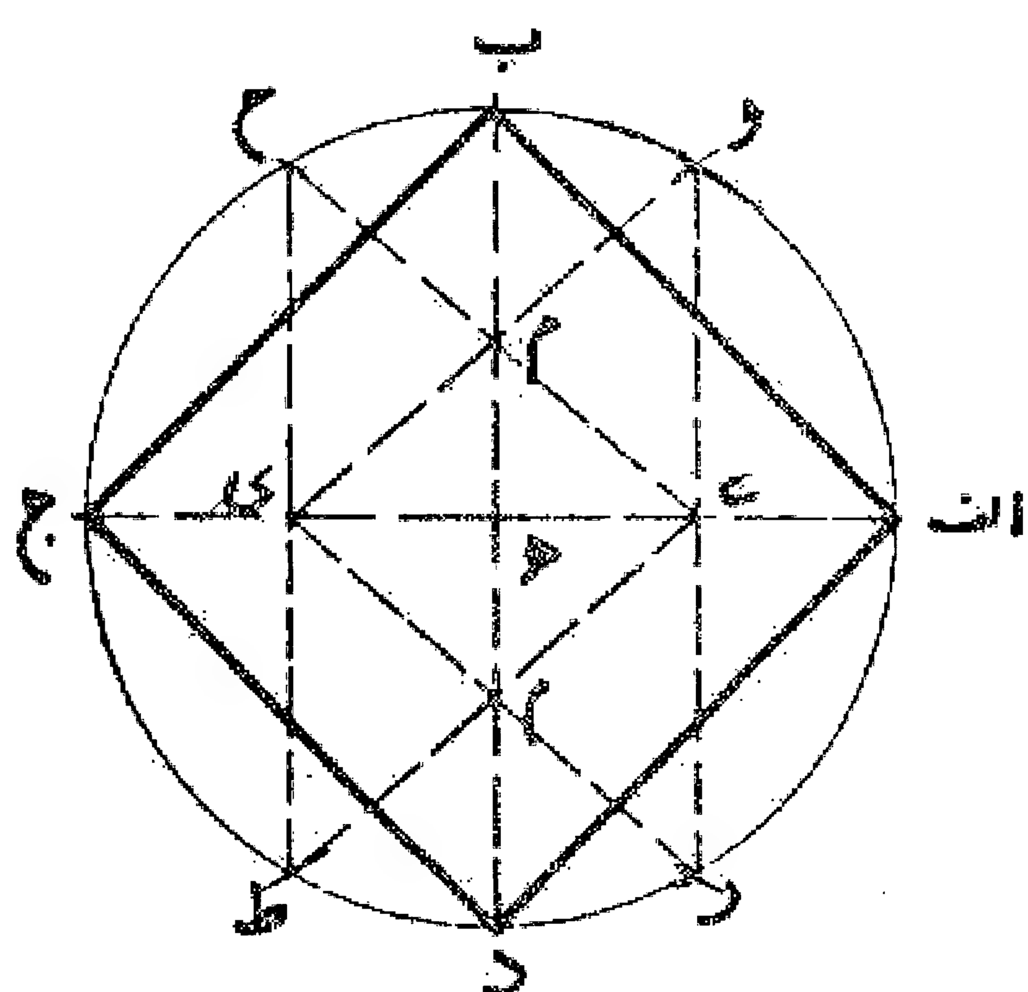


مسئلهٔ ۵۴



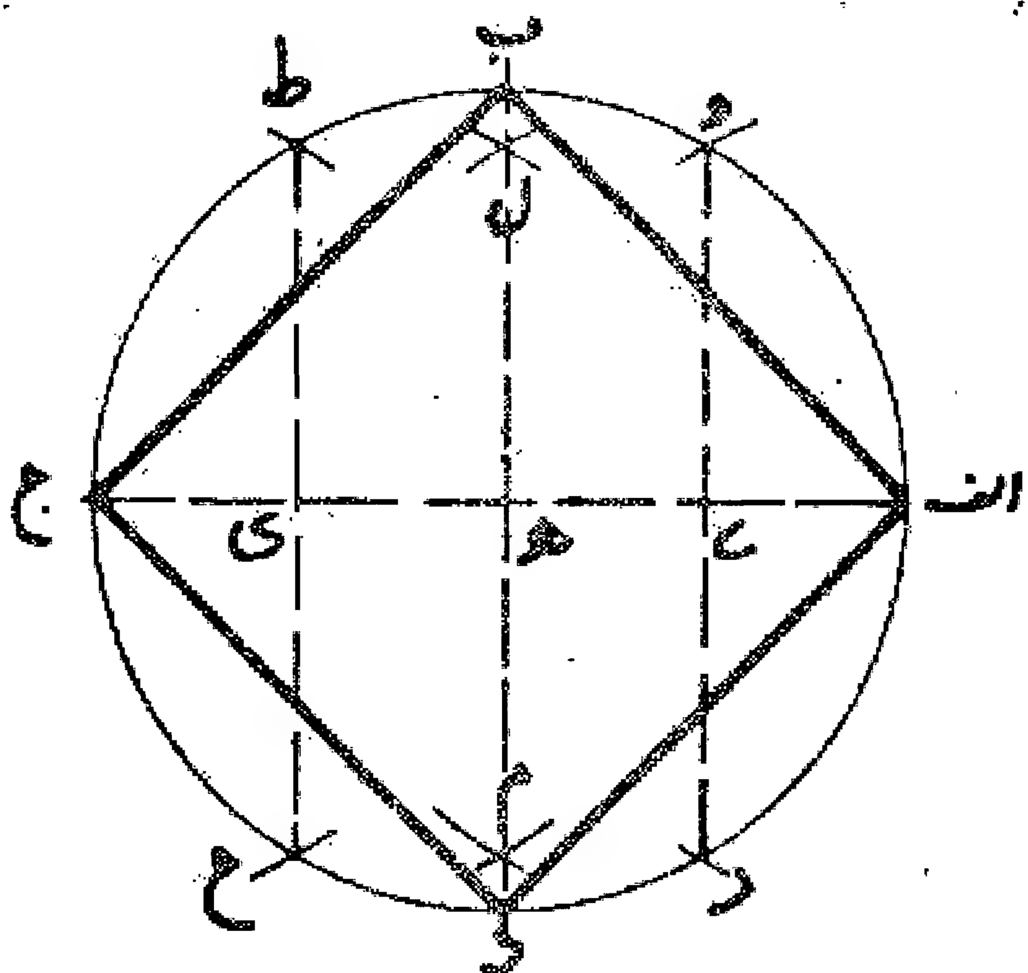
طرز ترسیم مربع در دایره: اگر بخواهیم در دایره ای مانند دایرهٔ ا ب جـ د مربعی متساوی الاضلاع رسم کنیم دو قطر ا جـ و ب د را عمود بر یکدیگر می کشیم. سپس وترهای ا ب، ب جـ، جـ د، د ا را رسم می کنیم تا مربع متساوی الاضلاع و الزوایای ا ب جـ د به دست آید. بدین صورت:

مسئلهٔ ۵۵



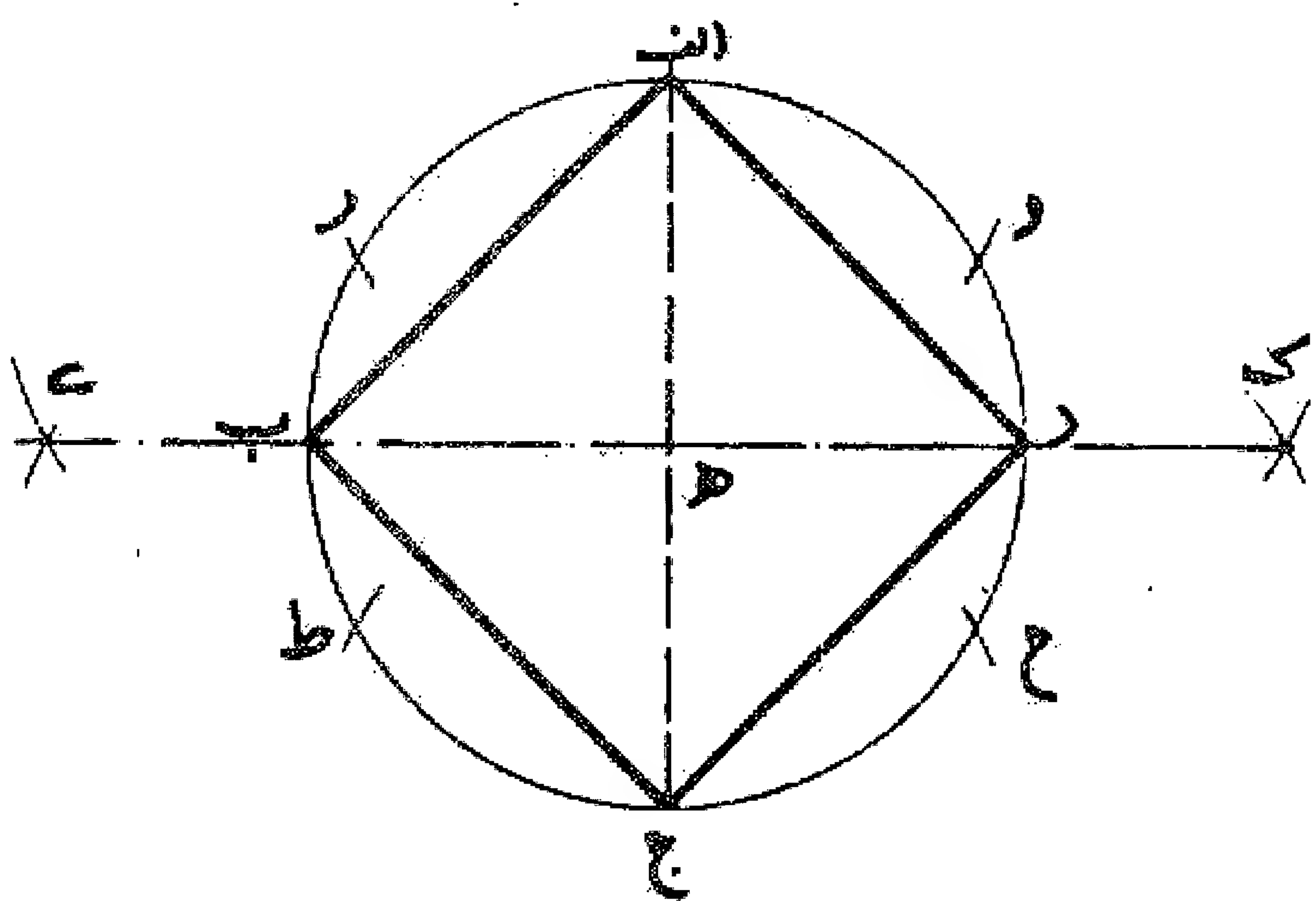
وجهی دیگر: اگر بخواهیم مربع را با یك فتح پرگار که معادل نصف قطر دایره است رسم نماییم اول قطر ا جـ را رسم وبعد به مرکز ا، با همان فتح پرگار نقاط و، ر را نشان می کنیم و خط و ر را می کشیم تا قطر ا جـ را در نقطهٔ ی قطع نماید، سپس به مرکز نقطهٔ جـ و با همان فتح پرگار نقاط ح وط را نشان می کنیم و خط ح ط را می کشیم تا قطر ا جـ را در نقطهٔ ك قطع نماید. حال دو خط ر ك و ط ی را می کشیم تا یکدیگر را در نقطهٔ م قطع کنند. خطی را که از نقطهٔ م به مرکز دایره وصل می نماییم قطر عمود بر قطر ا جـ می باشد و آن را ازدوطرف امتداد می دهیم تا با دایره در نقاط ب و د تلاقی کند و با کشیدن وترهای ا ب، ب جـ، جـ د، د ا مربع ا ب جـ د را به دست می آوریم. بدین صورت که کشیدیم:

مسئلهٔ ۵۶



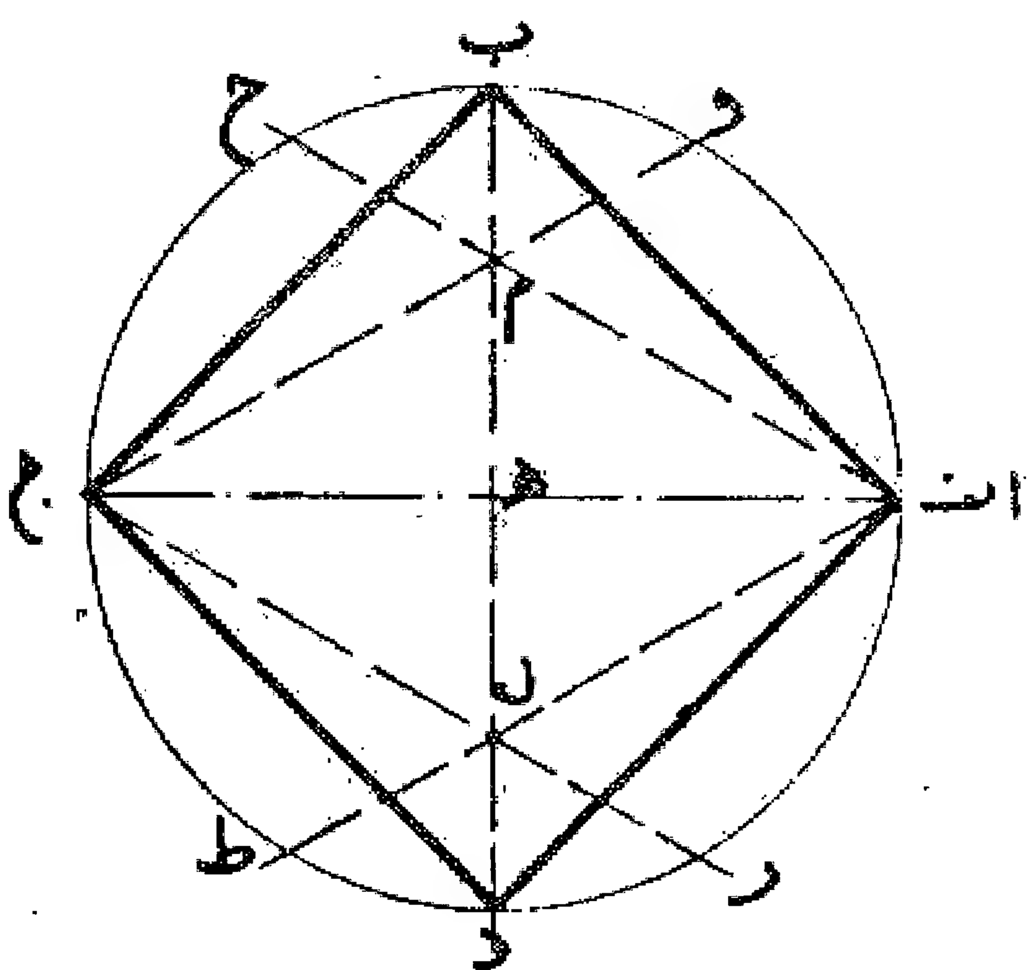
وجهی دیگر: قطر ا جـ را می کشیم و به مرکز ا نقاط و، ر، و به مرکز جـ نقاط ح، ط را نشان می کنیم و با کشیدن خطوط و ر و ح ط محل تلاقی آنها را با قطر ا جـ یعنی نقاط ی و ك را تعیین می نماییم. سپس دو نقطهٔ ی و ك را مرکز قرار می دهیم و با همان فتح پرگار قوسهایی می زنیم تا یکدیگر را در نقاط ل و م قطع کنند. سپس خط ل م را می کشیم، این خط عمود و منصف قطر ا جـ است و امتداد آن، دایره را در دو نقطهٔ ب و د قطع می نماید، حال با کشیدن وترهای ا ب، ب جـ، جـ د، د ا مربع ا ب جـ د را تکمیل می کنیم. بدین صورت که کشیدیم:

مسئلهٔ ۵۷



وجهی دیگر: قطر ا جـ را می کشیم و به مرکز ا نقاط و، ر و به مرکز ج نقاط ح و ط را نشان می کنیم. سپس نقاط و، ر، ح، ط را مرکز قرار می دهیم و با همان فتح پرگار قوسهایی می زنیم تا یکدیگر را در نقاط ی و ك قطع نمایند. بعد خط ی ك را می کشیم، این خط دایره را در دو نقطهٔ ب و د قطع می کند و بر قطر ا جـ عمود است. حال با کشیدن خطوط ا ب، ب جـ جـ د، د ا مربع متساوی الاضلاع و الزوایا را به دست می آوریم. بدین صورت که کشیدیم:

مسئلهٔ ۵۸

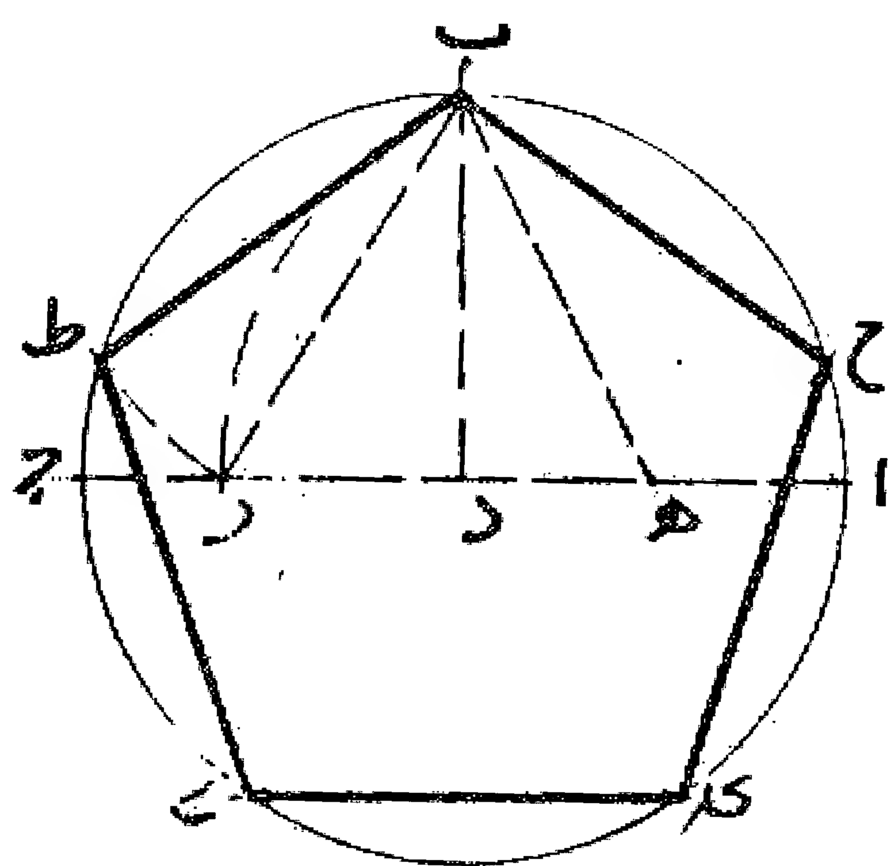


وجهی دیگر: پس از کشیدن قطر ا جـ و نشان کردن نقاط و، ر، ح، ط، خطوط ا ط و جـ ر را رسم می کنیم تا یکدیگر را در نقطهٔ ل قطع نمایند. سپس از نقطهٔ ل خطی به مرکز دایره وصل می کنیم و ازدوطرف امتداد می دهیم تا با دایره در نقاط ب و د متقاطع شود. حال با رسم خطوط ا ب، ب جـ، جـ د، د ا مربع را تمام می کنیم. بدین صورت که کشیدیم:

مسئلهٔ ۵۹

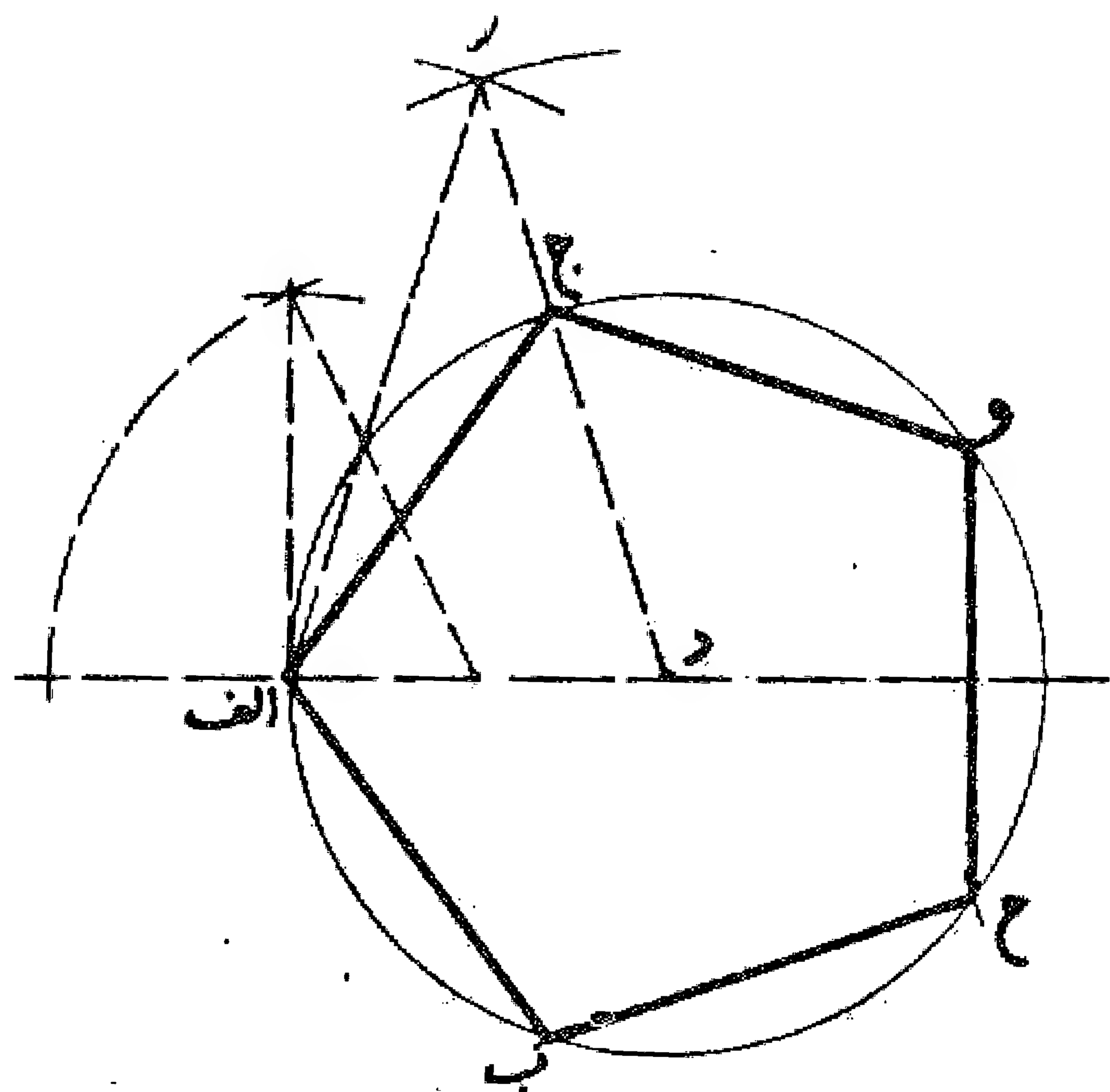
وجهی دیگر: پس از کشیدن قطر اجـ و نشان کردن نقاط ر و ط و پیدا نمودن نقطهٔ ل به همان ترتیب یعنی با همان فتح پرگار از نقاط ا و جـ نقاط و و ح را نشان و خطوط اح و جـ و را رسم می کنیم تا در نقطهٔ م یکدیگر را قطع نمایند. حال نقطهٔ ل را به نقطهٔ م وصل می کنیم و از دو طرف امتداد می دهیم تا با دایره در نقاط ب و د متقاطع شود. سپس با رسم خطوط اب، ب جـ، جـ د، د ا مربع را تمام می کنیم. به صورتی که در مسئلهٔ قبل کشیدیم:

مسئلهٔ ۶۰



طرز رسم پنج ضلعی منتظم در دایره: اگر بخواهیم که در دایره ای پنج ضلعی منتظمی محاط نماییم، اول قطر ا د جـ را می کشیم و از نقطهٔ د که مرکز است عمود د ب را رسم می کنیم، سپس شعاع ا د را در نقطهٔ هـ نصف و به مرکز هـ و طول هـ ب قوسی رسم می کنیم تا قطر اجـ را در نقطهٔ ر قطع نماید. بعد به مرکز ب و طول ب ر قوس ر ط را می کشیم تا قوس ب ط را از دایره جدا کند. این قوس مساوی یك پنجم محیط دایره می باشد. حال قوسهای ط ی، ی ك، ك ح، ح ب را مساوی ب ط جدا می کنیم و وتر آنها را می کشیم تا پنج ضلعی ب ط ی ك ح با اضلاع و زوایای مساوی به دست آید. بدین صورت:

مسئلهٔ ۶۱

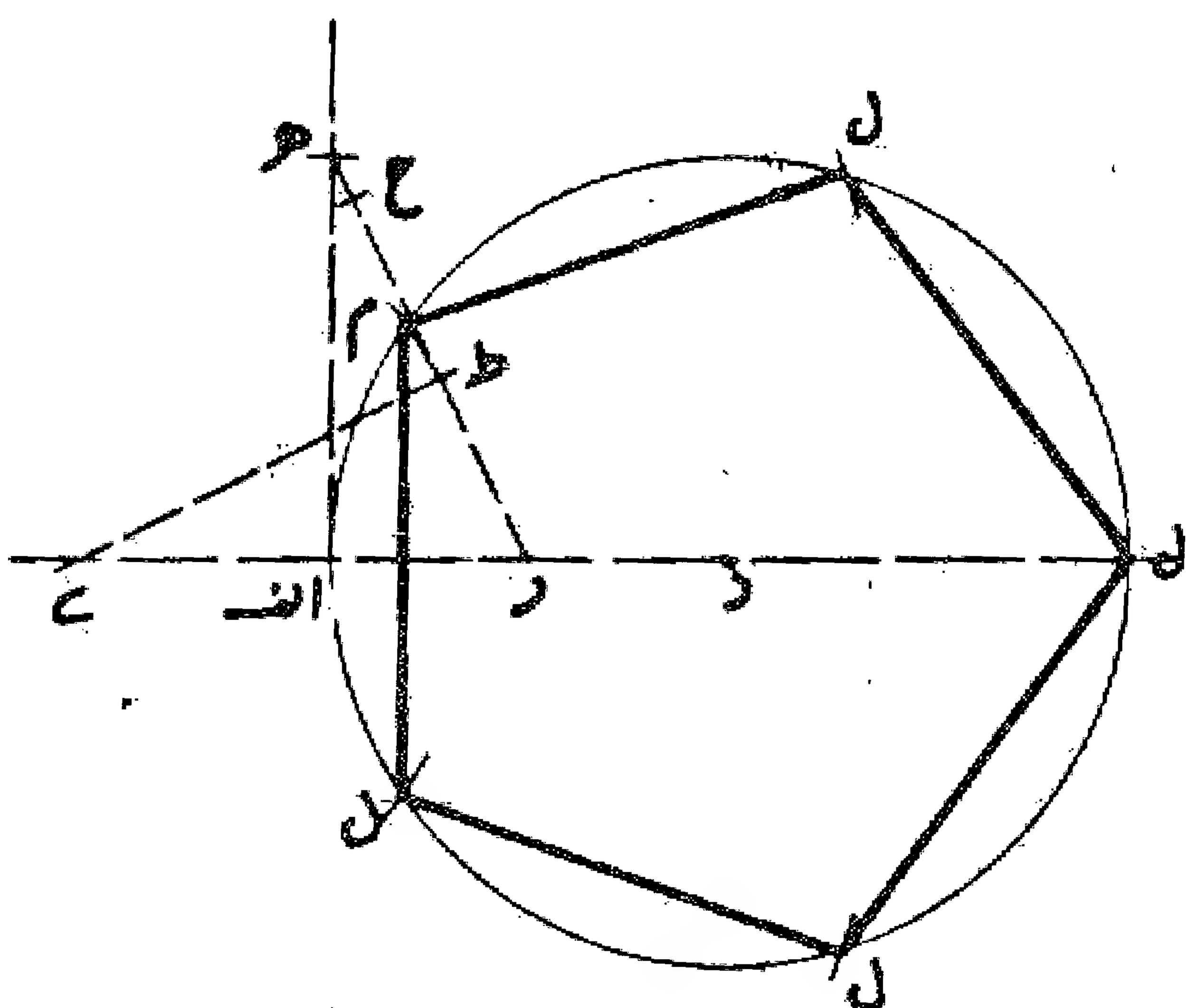


وجهی دیگر: اگر بخواهیم کشیدن پنج ضلعی، یا به عبارت دیگر تقسیم دایره به پنج قسمت مساوی یعنی مساوی شعاع دایره با یك فتح پرگار انجام گیرد، بر روی قطعه خط ا د یعنی نصف قطر دایره ــ به همان طریقه که قبلاً گفته شد ــ مثلث پنج ضلعی را رسم می نماییم. ضلع د ر از این مثلث دایره را در نقطهٔ جـ قطع می کند. حال قوس جـ ب ا را به چهار قسمت مساوی تقسیم می کنیم. از وترهای این چهار قوس با وتر اجـ پنج ضلعی متساوی الاضلاع به دست می آید.

مسئلهٔ ۶۲

وجهی دیگر: قوس اجـ مساوی یك پنجم محیط دایره و وتر آن ضلع پنج ضلعی می باشد و چنانچه محیط دایره را بر طول این قوس تقسیم کنیم پنج ضلعی متساوی الاضلاع و الزوایا به دست می آید.

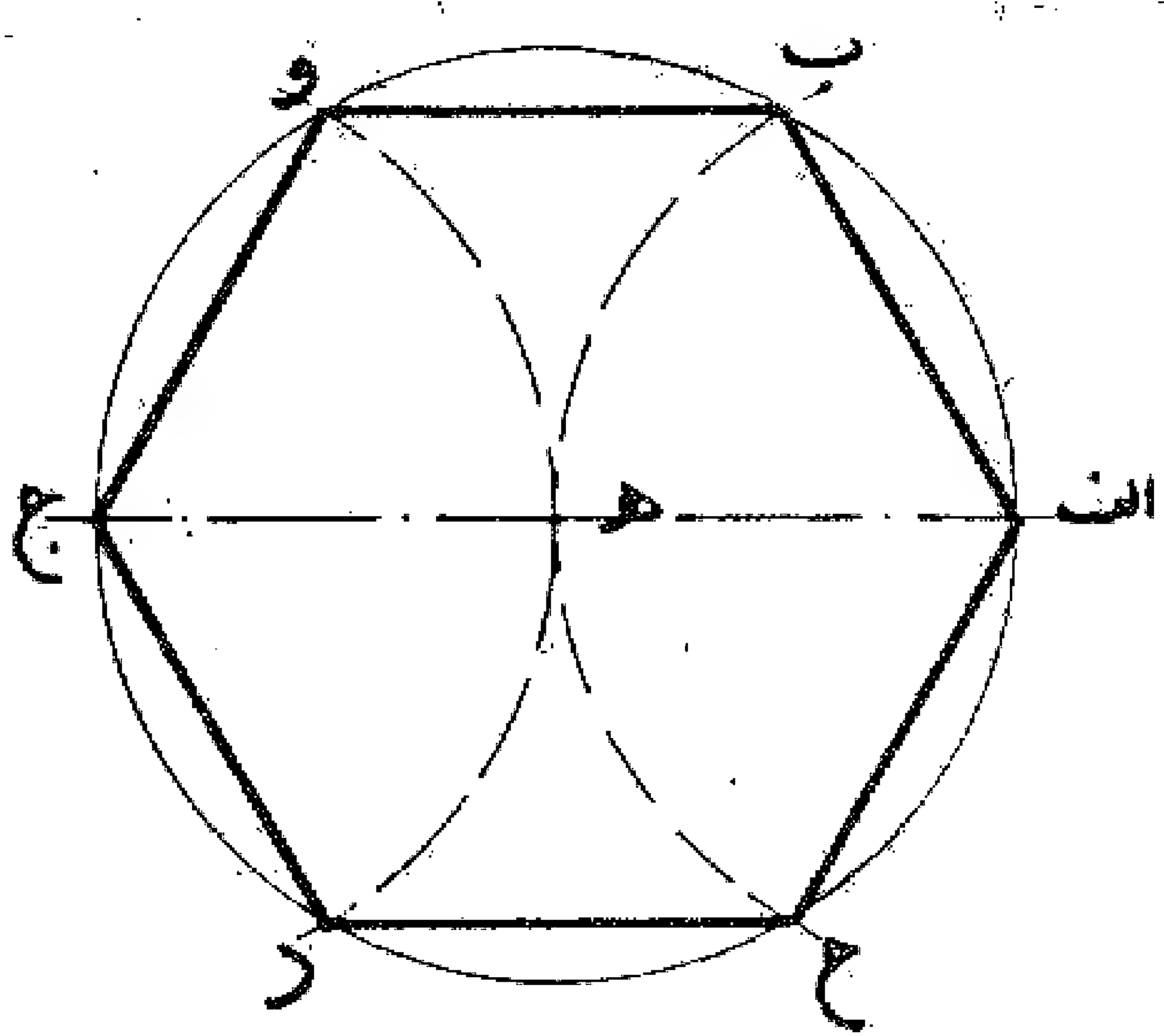
مسئلهٔ ۶۳



وجهی دیگر: خط ا د را رسم و از نقطهٔ ا عمود ا هـ را معادل آن اخراج می کنیم. سپس خط ا د را در نقطهٔ ر نصف می نماییم و خط ر هـ را می کشیم و بر روی این خط قطعهٔ ر ح را مساوی ا د جدا و آن را در نقطهٔ ط به دو قسمت مساوی تقسیم می کنیم و عمود ط ی را از آن خارج می نماییم تا امتداد ا د را قطع کند. حال به مرکز ی و به طول ی ط قوسی رسم می نماییم تا دایره را در دو نقطهٔ م و ل تلاقی کند، قوس م ل یك پنجم محیط دایره می باشد. بدین صورت که کشیدیم:

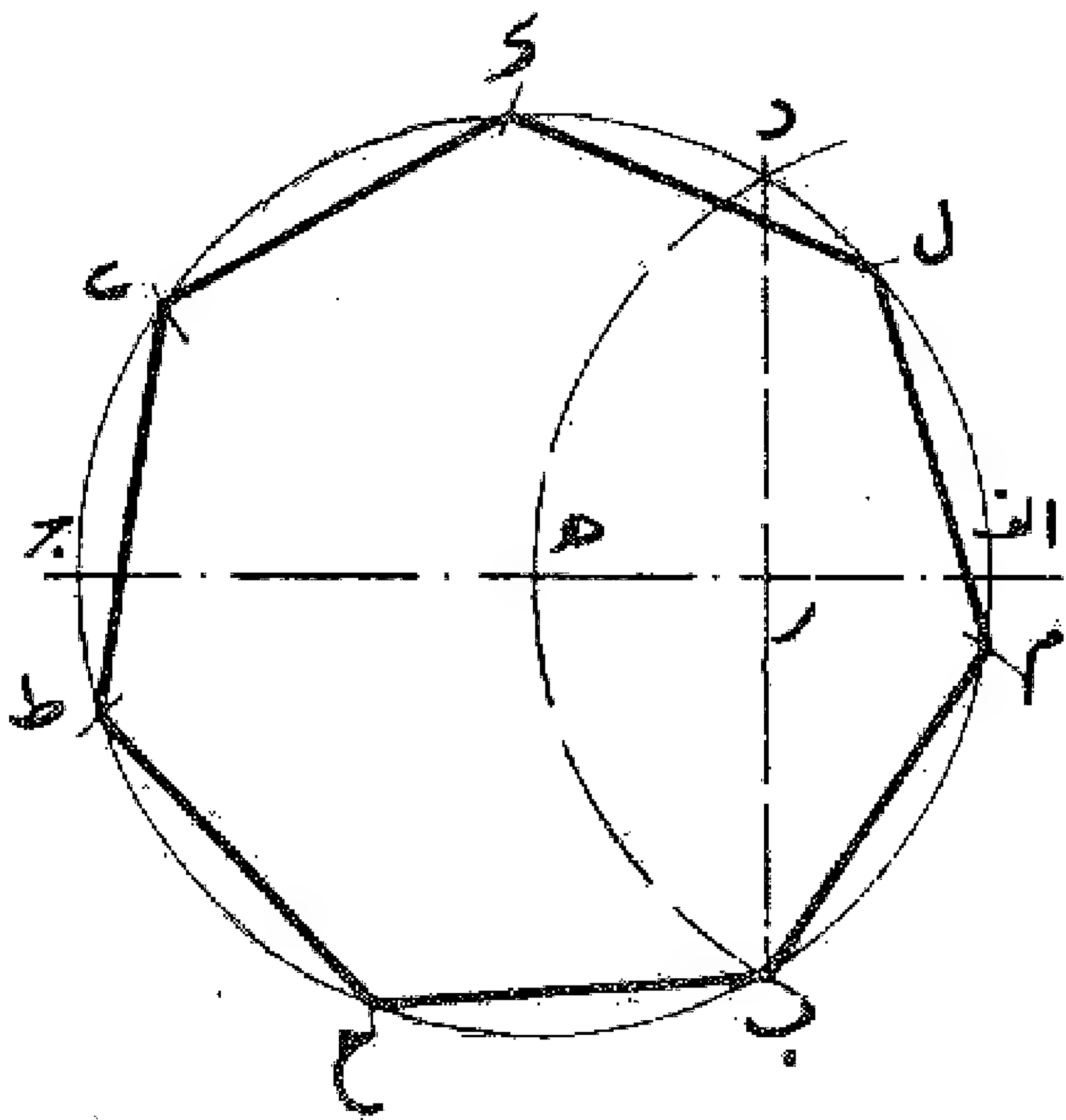
مسئلهٔ ۶۴

روش ترسیم شش ضلعی منتظم در دایره: اگر بخواهیم در دایرهٔ **اب جـ** شش ضلعی متساوی الاضلاع رسم کنیم، ابتدا قطر **ا جـ** را می کشیم و به مرکز **ا** و **جـ** و به طول شعاع دایره نقاط **ب، ح، د، و** را نشان می نماییم. سپس با کشیدن وترهای **ا ب، ب و، و جـ، جـ د، د ح، ح ا** شش ضلعی متساوی الاضلاع را به دست می آوریم. بدین صورت:



مسئلهٔ ۶۵

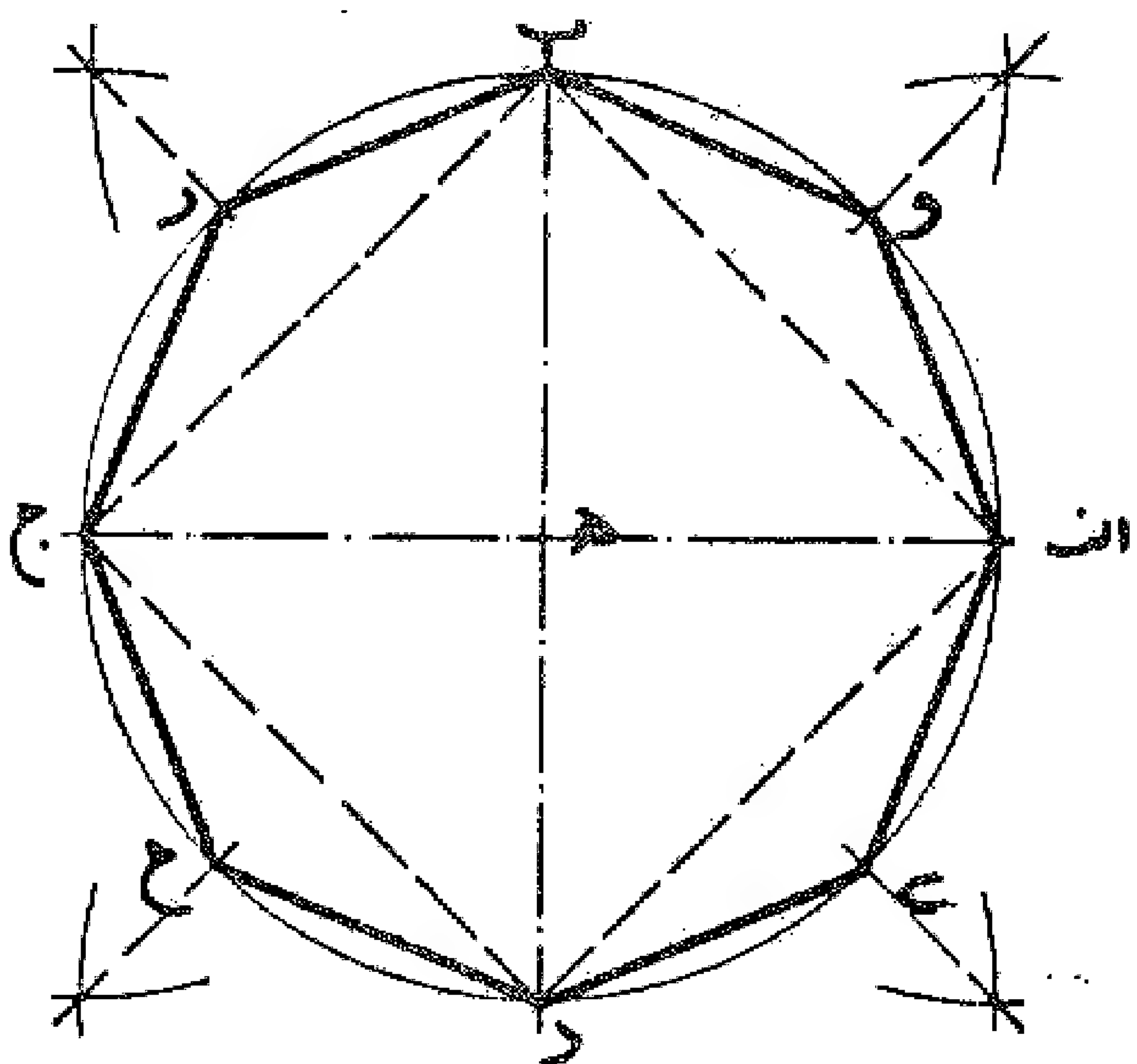
روش ترسیم هفت ضلعی منتظم در دایره: اگر بخواهیم در دایرهٔ **ا ب جـ** هفت ضلعی متساوی الاضلاعی رسم نماییم، ابتدا قطر **ا جـ** را می کشیم و سپس نقطهٔ **ا** را مرکز قرار می دهیم و باهمان فتح پرگار یعنی مساوی نصف قطر دایره، نقاط **ب** و **د** را نشان می کنیم و خط **ب د** را رسم می کنیم تا قطر **ا جـ** را در نقطهٔ **ر** قطع نماید. حال به مرکز **ب** و طول **ب ر** نقطهٔ **ح** را نشان می کنیم، قوس **ب ح** مساوی یك هفتم محیط دایره (به تقریب نه به تحقیق) می باشد. پس چون دایره را بدین مقدار تقسیم و وترهای میان قسمتها را رسم نماییم هفت ضلعی **ب ح ط ی ك ل م** به دست می آید. بدین صورت:



مسئلهٔ ۶۶

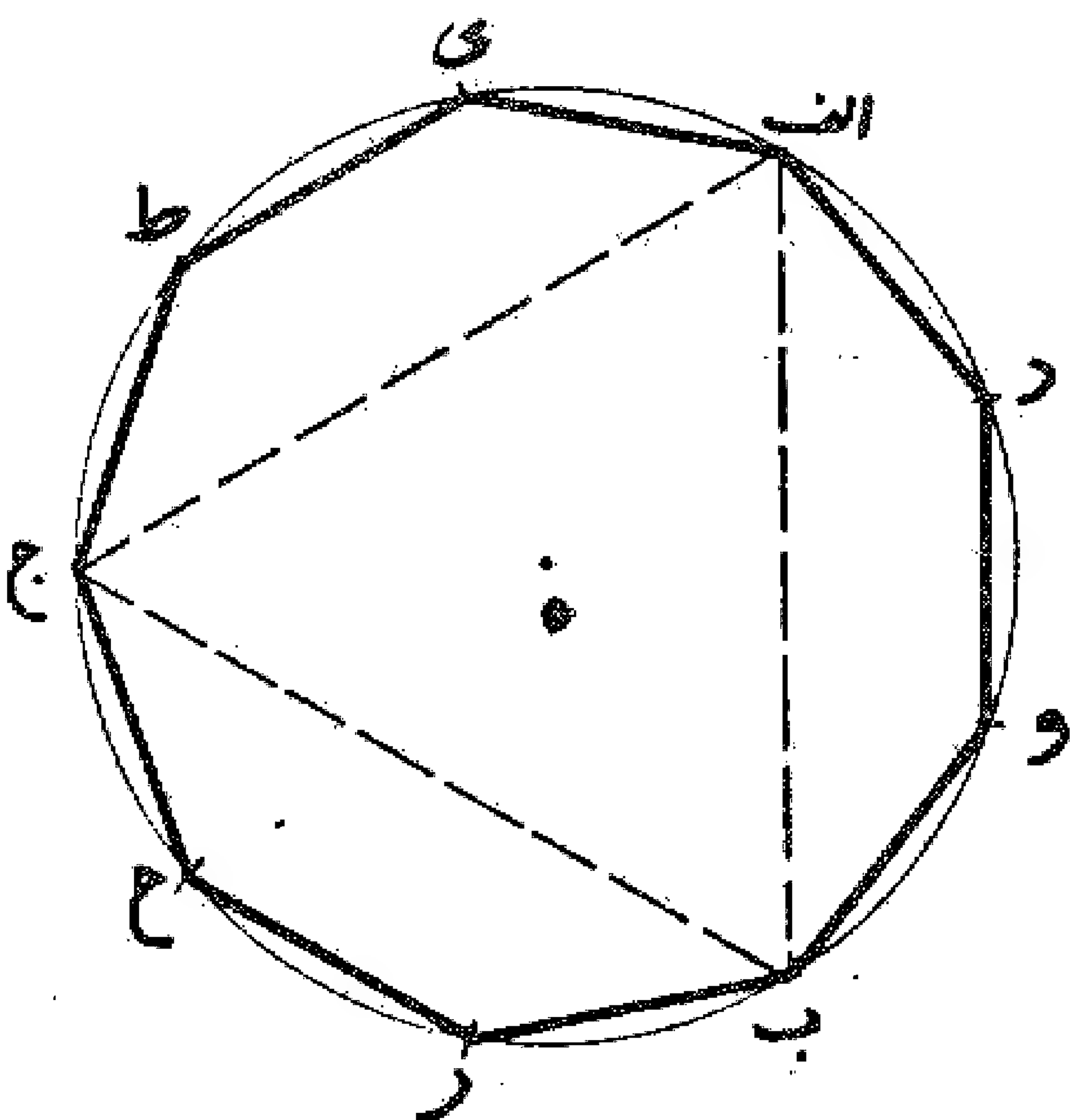
روش ترسیم هشت ضلعی منتظم در دایره: اگر بخواهیم در دایره هشت ضلعی رسم کنیم اول مربعی رسم و، سپس هر کدام از قوسهای چهارگانه را به دو نیمه تقسیم می کنیم و وترها را می کشیم تا هشت ضلعی متساوی الاضلاع به دست آید. بدین صورت:

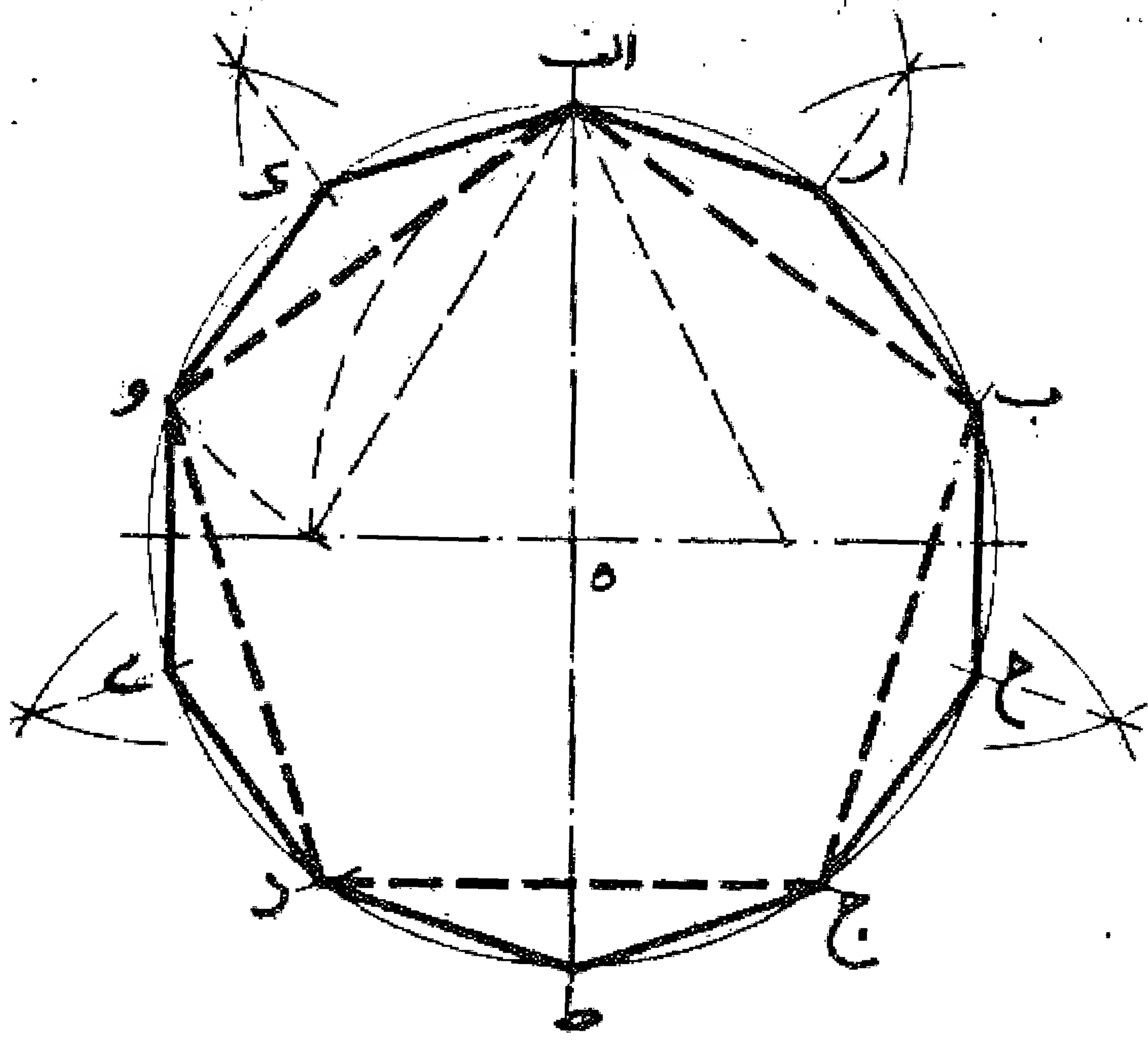
به عبارت دیگر اول دو قطر از دایره عمود بر یکدیگر رسم می کنیم تا دایره را به چهار قسمت مساوی تقسیم نماید. سپس منصف الزاویه‌های این چهار بخش را می کشیم تا دایره به هشت قسمت مساوی تقسیم شود. حال با اتصال نقاط تقسیم هشت ضلعی منتظم را در دایره تکمیل می کنیم.



مسئلهٔ ۶۷

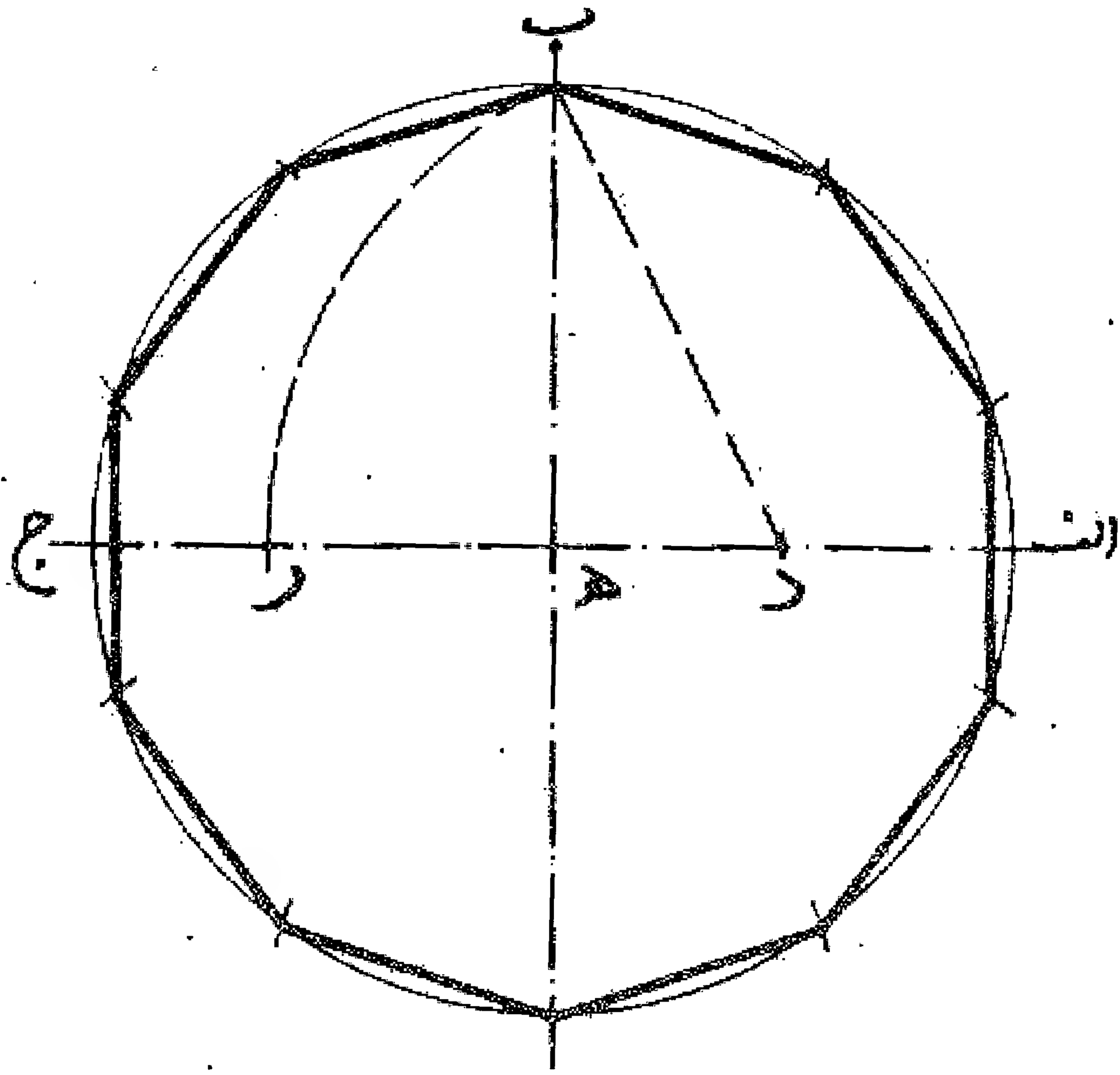
روش ترسیم نه ضلعی منتظم در دایره: اگر بخواهیم در دایره‌ای نه ضلعی منتظم رسم نماییم اول در دایره مثلث متساوی الاضلاع می کشیم ــ چنانکه قبلا گفته شد ــ و بعد هر کدام از قوسهای سه‌گانه را به سه قسمت مساوی تقسیم و وترهای نه گانه را رسم می کنیم تا نه ضلعی متساوی الاضلاع به دست آید. بدین صورت:





مسئلهٔ ۶۸

روش ترسیم ده ضلعی منتظم در دایره: اگر بخواهیم که در دایره‌ای ده ضلعی رسم کنیم. اول در آن دایره پنج ضلعی می کشیم ــ همان طور که قبلا گفته شد ــ و سپس هر قوس را نصف می نماییم تا دایره به ده قسمت متساوی تقسیم شود و بعد با کشیدن وتر این قوسها ده ضلعی منتظم به دست می آید. بدین صورت:



مسئلهٔ ۶۹

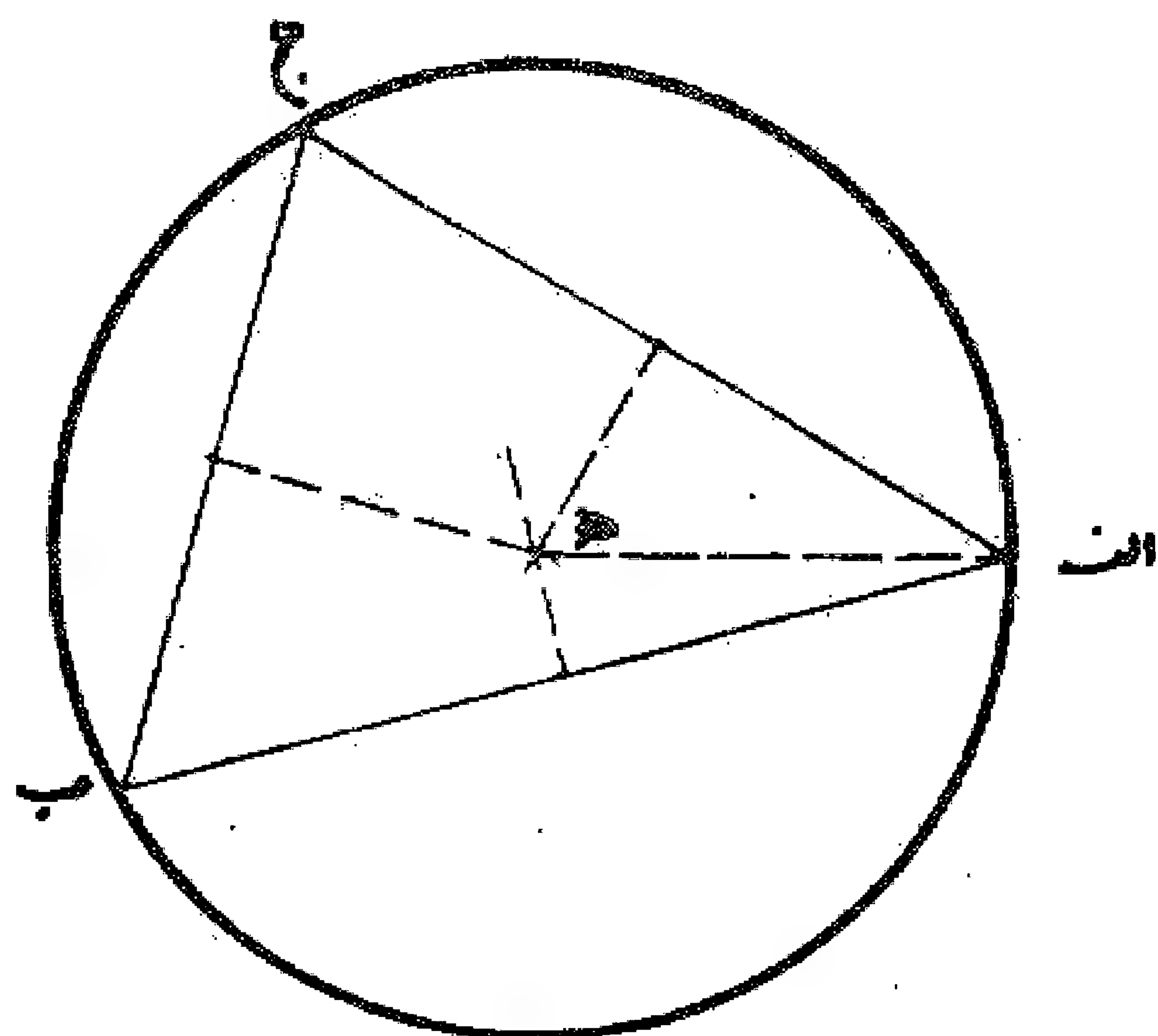
وجهی دیگر: اگر بخواهیم که در دایره ده ضلعی رسم نماییم، همان طور که قبلا در رسم پنج ضلعی متساوی الاضلاع گفته شد عمل می کنیم. در این عمل قطعه خط هـ ر ضلع ده ضلعی یا وتر یك دهم محیط دایره می باشد و چون دایره را با آن فتح تقسیم نماییم به ده قسمت مساوی تقسیم شود که با رسم وتر آن قسمتها ده ضلعیی به دست آید که هر ضلع آن مساوی هـ ر می باشد. بدین صورت:

مسئلهٔ ۷۰

در عمل اَشکال بر دایره: همان طور که در اوّل باب گفته شد کافی است اول اَشکال را در دایره رسم نمود یا نقاط رئوس اَشکال را بر روی دایره تعیین کرد و سپس از این نقاط مماسهایی بر دایره رسم نمود و آنها را امتداد داد تا یکدیگر را قطع کنند و کثیر الاضلاع منتظم مورد نظر بر دایره به دست آید.

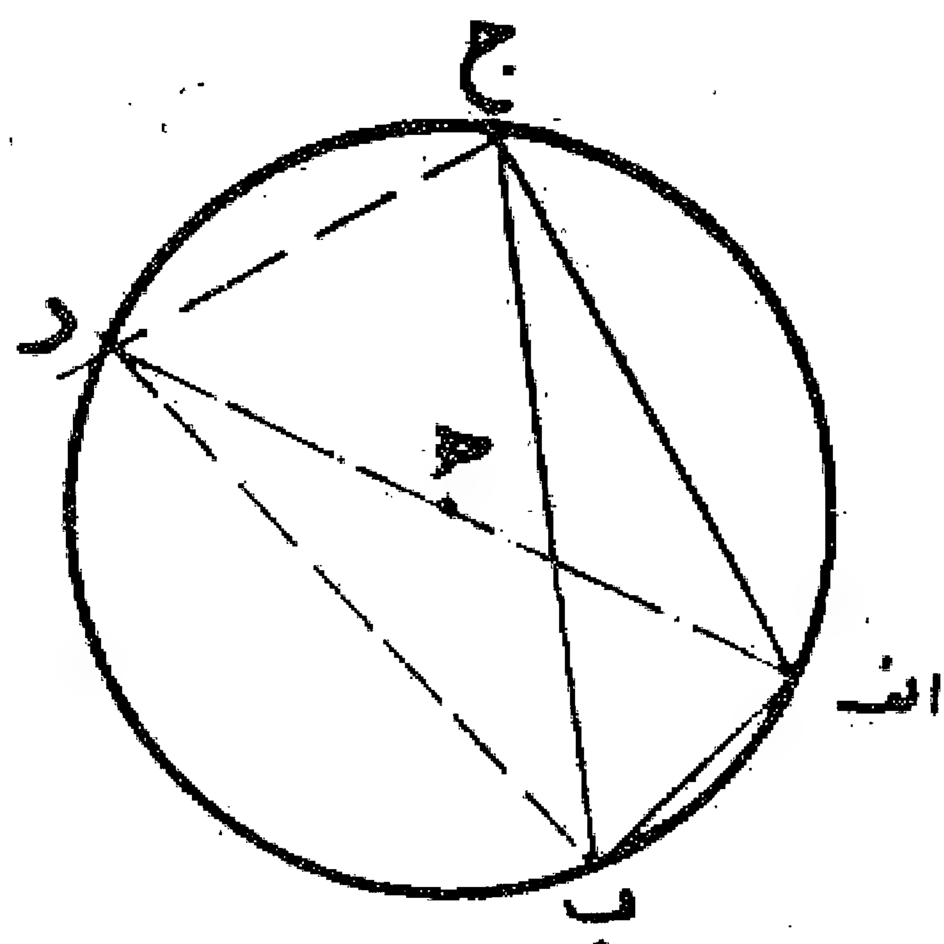
باب چهارم

روش ترسیم دایره بر اَشکال



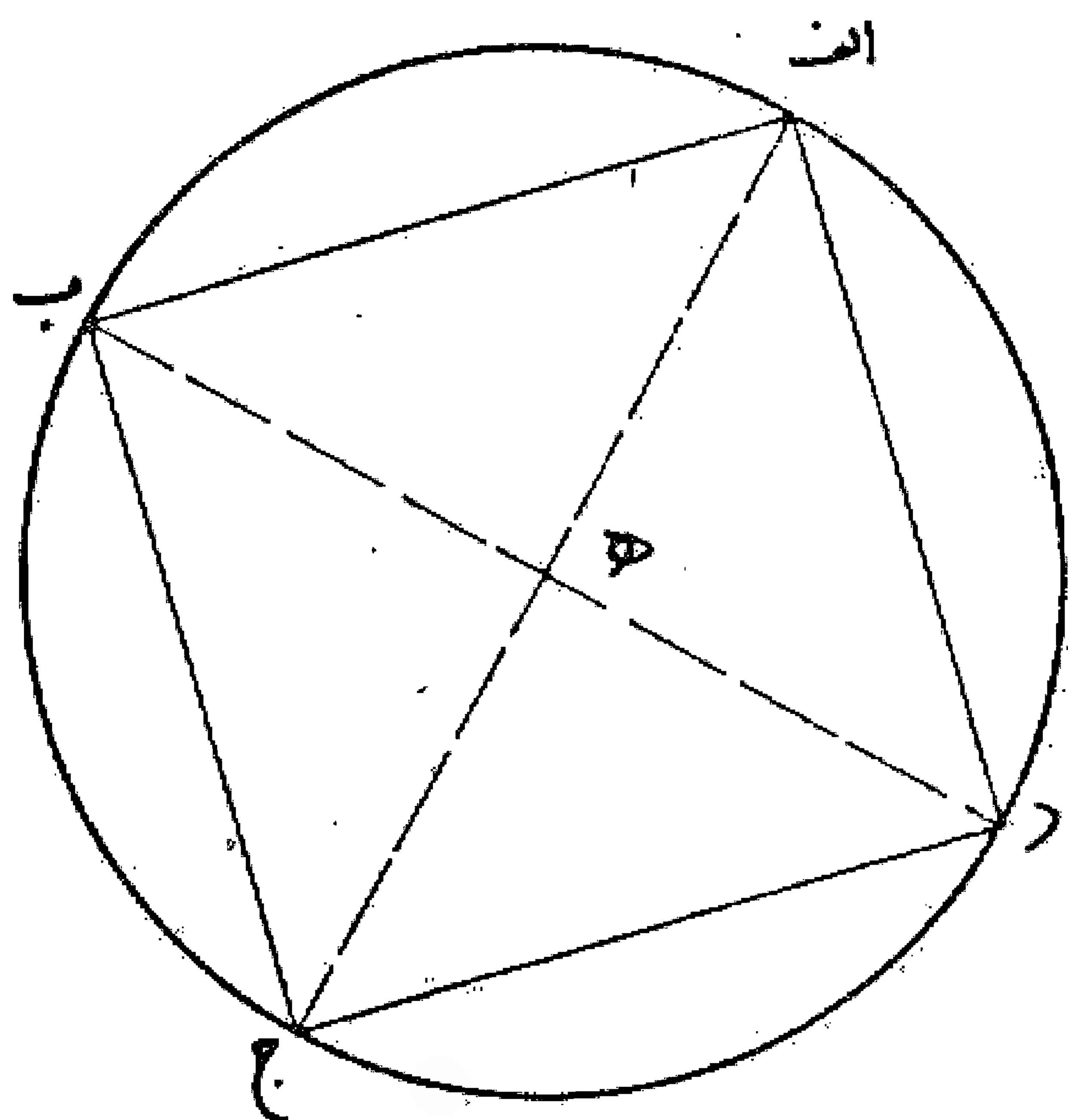
مسئلهٔ ۷۱

روش ترسیم دایره بر مثلث: اگر بخواهیم دایرهٔ محیطی مثلثی را رسم نماییم و یا بر سه نقطه که بر یك خط مستقیم نیستند دایره ای بکشیم مانند مثلث یا سه نقطهٔ ا ب جـ ـــ همان طور که قبلا گفته شد، ـــ عمود و منصف خط ا ب را رسم می نماییم و سپس به همان ترتیب عمود و منصف ضلع ا جـ را، تا یکدیگر را در نقطهٔ هـ قطع کنند، حال چنانچه به مرکز هـ و طول هـ جـ دایره ای رسم نماییم این دایره از سه نقطهٔ ا، ب، جـ، که رأسهای مثلث می باشند می گذرد. بدین صورت:



مسئلهٔ ۷۲

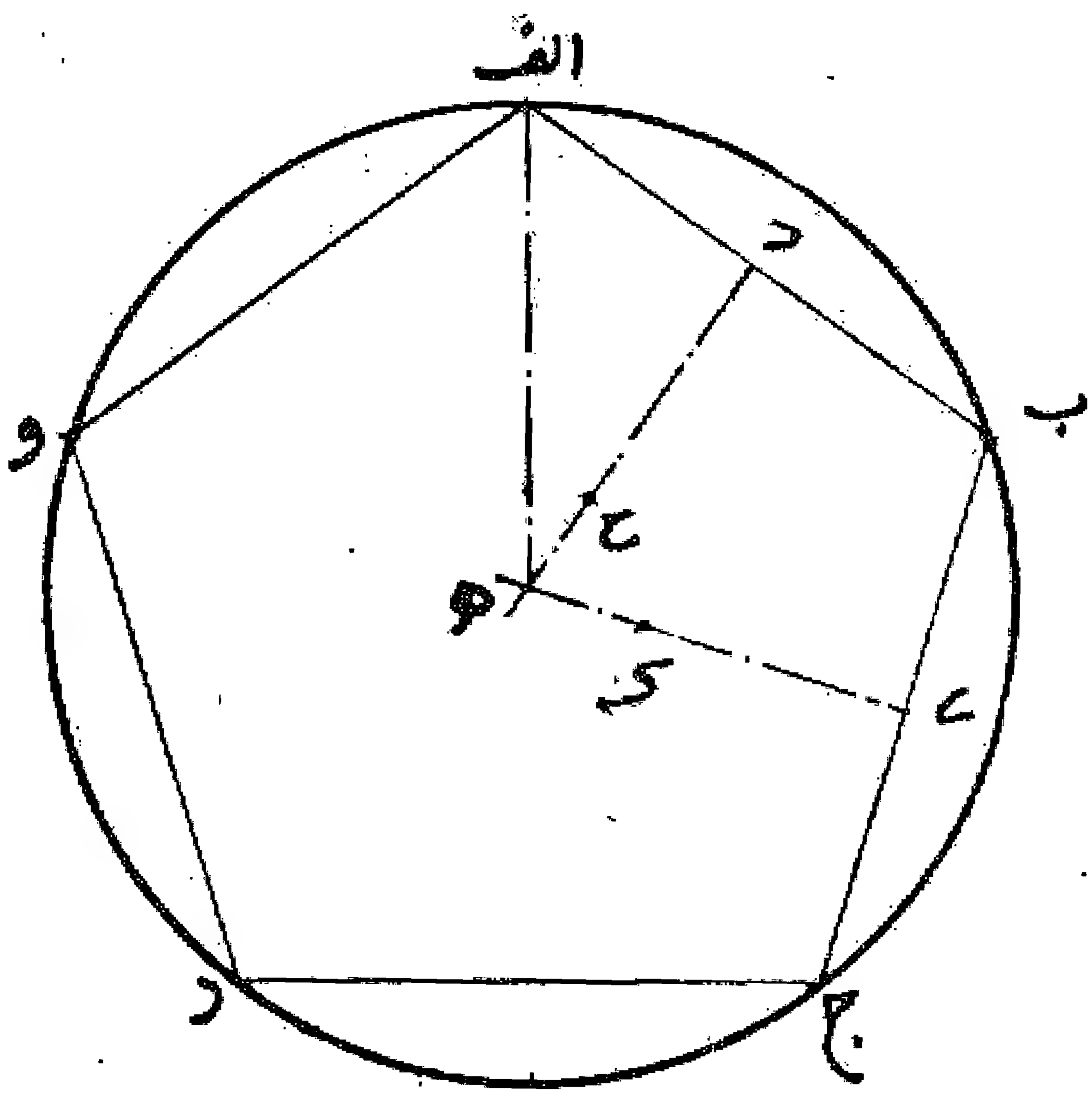
وجهی دیگر: ازدو رأس ب و جـ دو عمود بر خطوط ا ب و ا جـ اخراج می نماییم تا یکدیگر را در نقطهٔ د قطع کنند. سپس خط ا د را می کشیم و آن را در نقطهٔ هـ نصف می نماییم. این نقطه مرکز دایرهٔ محیطی می باشد که از سه رأس مثلث ا ب جـ می گذرد. بدین صورت:



مسئلهٔ ۷۳

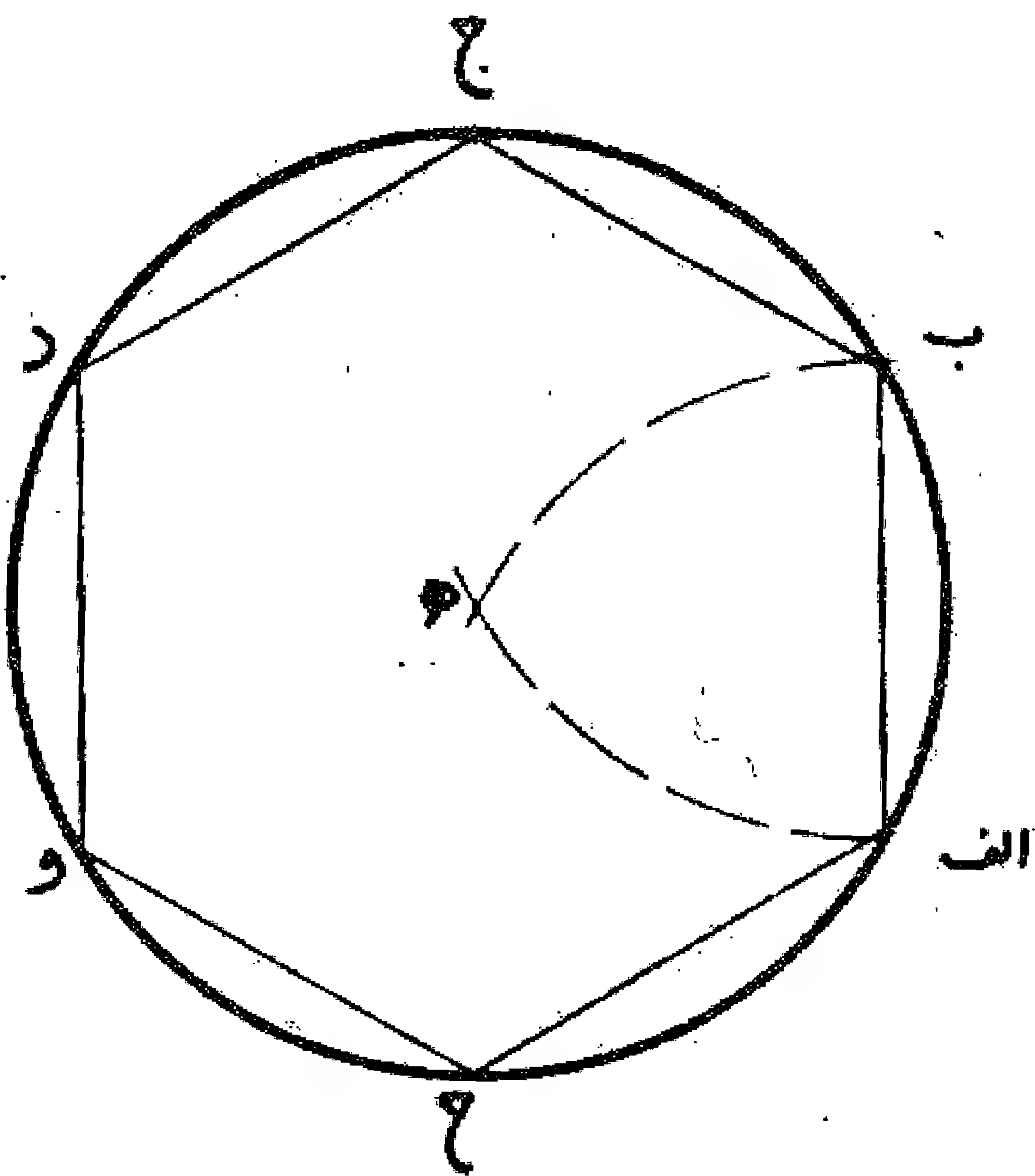
روش رسم دایره بر مربع: اگر بخواهیم دایرهٔ محیطی مربع ا ب جـ د را رسم کنیم، دو قطر ا جـ و ب د را می کشیم تا یکدیگر را در نقطهٔ هـ قطع نمایند. این نقطه مرکز دایره ای است که به این مربع محیط می باشد و در مستطیل هم به همین نحو است. بدین صورت:

مسئلهٔ ۷۴



روش ترسیم دایره بر پنج ضلعی: اگر بخواهیم دایره ای بر پنج ضلعی اب جـد و محیط کنیم، ابتدا عمود و منصف ضلع اب یعنی خط دح را رسم می نماییم، سپس عمود و منصف ضلع ب جـ یعنی خط ی ك را می کشیم تا خط د ح را در نقطهٔ هـ قطع کند. حال نقطهٔ هـ مرکز دایره ای است که بر پنج ضلعی محیط می باشد. بدین صورت:

مسئلهٔ ۷۵



روش ترسیم دایره بر شش ضلعی: اگر بخواهیم بر شش ضلعی ا ب جـ د و ح دایره ای محیط کنیم دو رأس ا و ب را مرکز قرار می دهیم و به طول ضلع شش ضلعی دو قوس رسم می نماییم تا یکدیگر را در نقطهٔ هـ داخل شش ضلعی قطع کنند. نقطهٔ هـ مرکز دایره ای است که از رأسهای شش ضلعی می گذرد. بدین صورت:

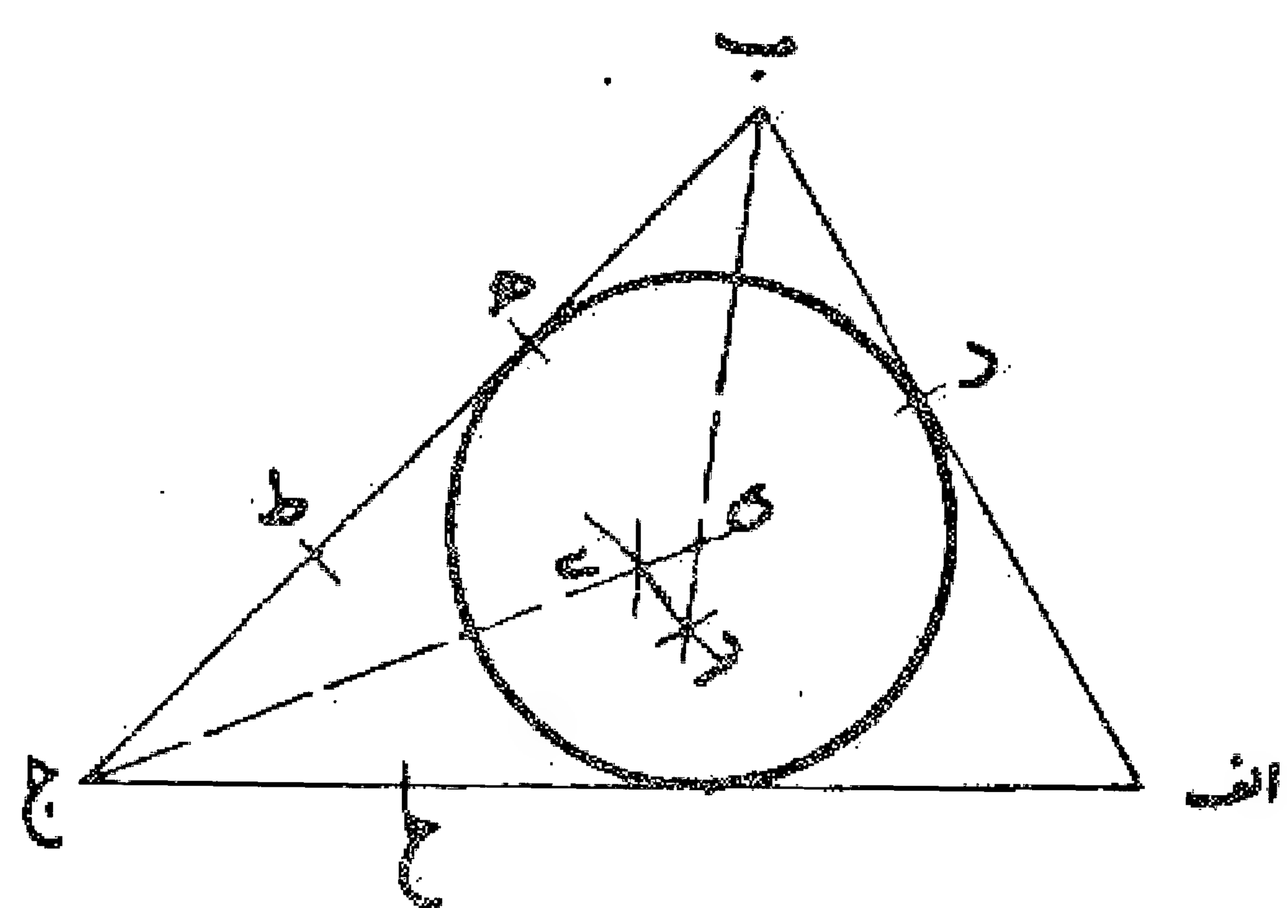
مسئلهٔ ۷۶

روش ترسیم دایره بر دیگر چندضلعیهای متساوی الاضلاع والزوایا: روش همان است که در سه ضلعی و پنج ضلعی گفته شد یعنی دو عمود و منصف دوضلع چندضلعی را می کشیم تا یکدیگر را قطع نمایند. نقطهٔ تقاطع، مرکز دایرهٔ محیطی چند ضلعی می باشد و ترسیم آن همان طور که در پنج ضلعی گفته شد به آسانی دست می دهد چه اضلاع زیاد باشد و چه کم. والله اعلم.

باب پنجم

رسم دایره در اَشکال

مسئلهٔ ۷۷



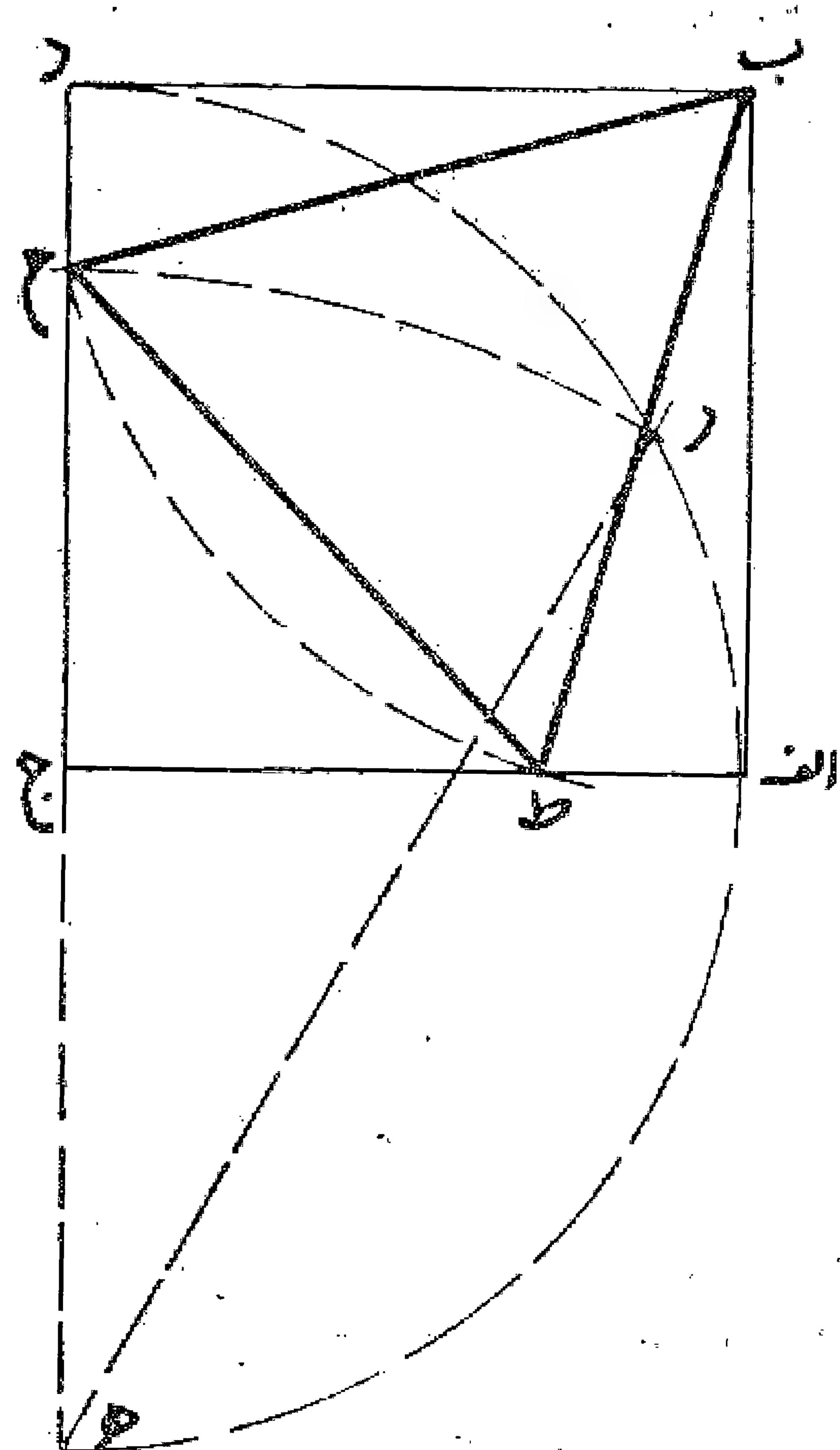
روش ترسیم دایره در مثلث: اگر بخواهیم در مثلثی مانند مثلث ا ب جـ دایره ای محاط کنیم، ابتدا به مرکز نقطهٔ ب و با یك فتح پرگار دو نقطهٔ د و هـ را روی دو ضلع ا ب و جـ ب جدا می نماییم و سپس این دو نقطه را مرکز قرار می دهیم و با همان فتح پرگار دو قوس می کشیم تا یکدیگر را در نقطهٔ ر قطع کنند. و به همین نحو به مرکز نقطهٔ جـ دو نقطهٔ ح و ط را روی دو ضلع جـ ب و جـ ا تعیین می کنیم و با مرکز قرار دادن آنها و کشیدن دو قوس، نقطه ی را به دست می آوریم. بعد دو خط ب ر و جـ ی را می کشیم تا یکدیگر را در نقطهٔ ك تلاقی نمایند. این نقطه مرکز دایرهٔ محاطی مثلث می باشد. بدین صورت:

مسئلهٔ ۷۸

روش ترسیم دایره در دیگر چند ضلعیهای متساوی الاضلاع و الزوایا: روش به همین نحو می باشد یعنی هر گاه برای دو زاویه از زوایای آن شکل منصف الزاویه رسم کنیم محل تلاقی آن دو خط مرکز دایرهٔ محاطی آن کثیر الاضلاع می باشد و این مطلوب است.

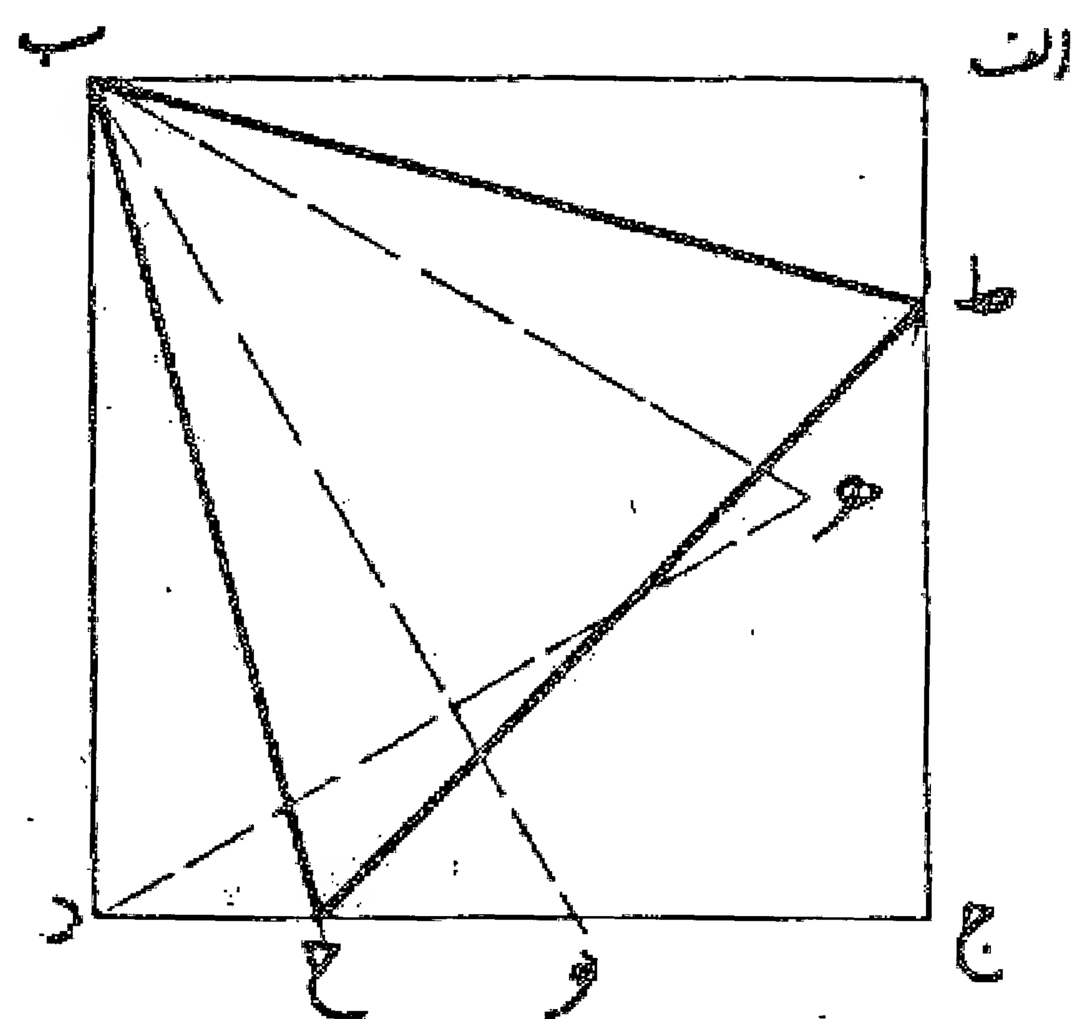
باب ششم

در رسم اَشکال در اَشکال و بر اَشکال



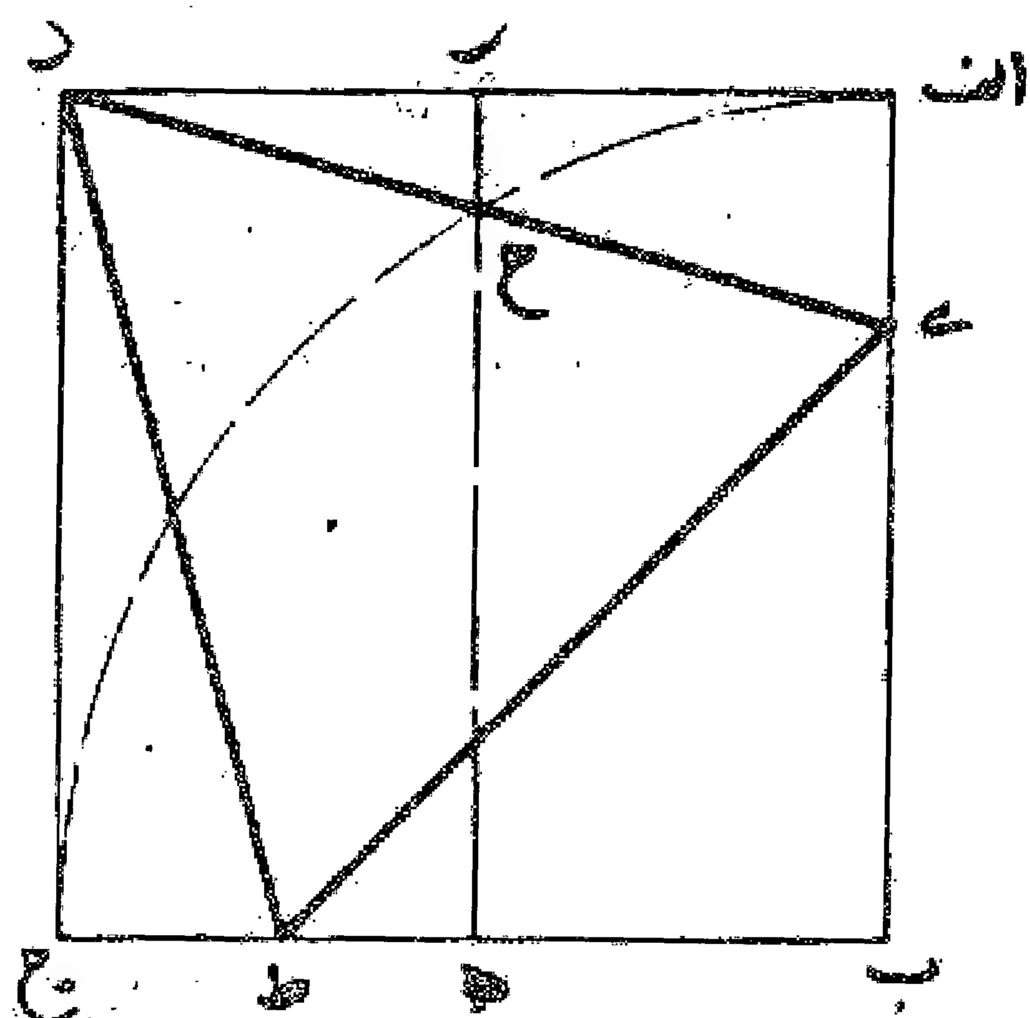
مسئلهٔ ۷۹

روش ترسیم مثلث در مربع: اگر بخواهیم مثلث متساوی الاضلاعی در مربعی مانند مربع ا ب جـ د رسم نماییم، اول ضلع د جـ را به اندازهٔ خودش تا نقطهٔ هـ امتداد می دهیم و بر خط هـ د نیم دایره ای رسم می کنیم و بعد به مرکز د و به طول د جـ روی آن نقطهٔ ر را نشان می نماییم. سپس به مرکز نقطهٔ هـ و طول هـ ر قوسی رسم می کنیم تا ضلع د جـ را در نقطهٔ ح قطع نماید. بعد قطعهٔ ا ط را مساوی د ح جدا می کنیم. حال خطهای ب ط، ط ح، ح ب، را می کشیم. مثلث متساوی الاضلاع ب ح ط به دست می آید. بدین صورت:



مسئلهٔ ۸۰

وجهی دیگر: بر روی ضلع ب د از مربع، مثلث متساوی الاضلاع ب د هـ را می سازیم. سپس زاویهٔ د ب هـ را به خط ب و نصف می نماییم و بعد زاویهٔ و ب د را با خط ب ح به دو نیمهٔ مساوی تقسیم می کنیم. خط ب ح یك ضلع مثلث می باشد و برای رسم دوضلع دیگر کافی است قطعهٔ ا ط را مساوی د ح جدا کرده و خطوط ب ط و ط ح را رسم کنیم تا مثلث ب ط ح متساوی الاضلاع به دست آید. بدین صورت:

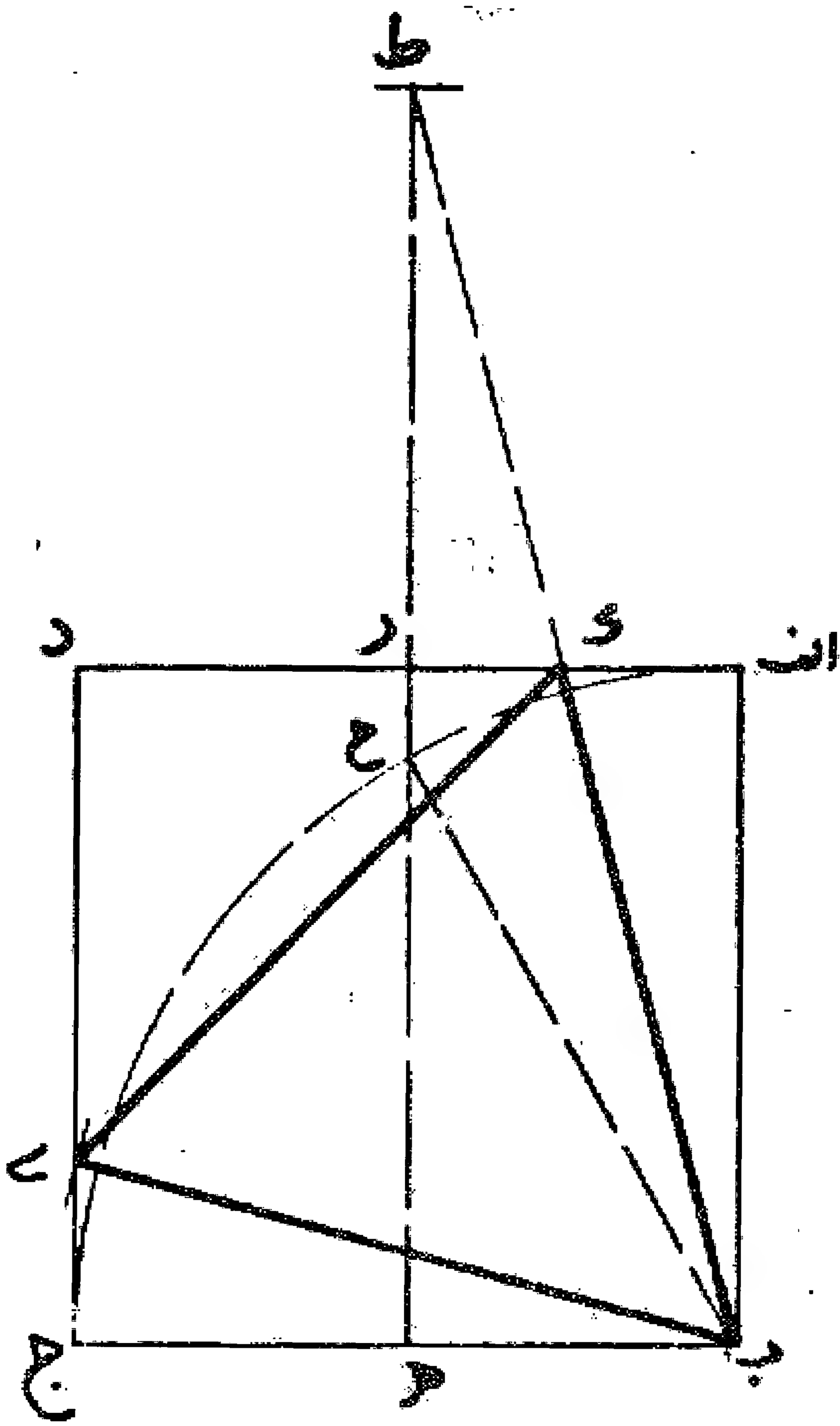


مسئلهٔ ۸۱

وجهی دیگر: هر یك از اضلاع ا د، ب جـ را در نقاط هـ و ر نصف کرده و خط هـ ر را رسم می نماییم. سپس نقطهٔ ب را مرکز قرار می دهیم و به شعاع ب جـ قوس ا ح جـ را می کشیم تا با خط هـ ر در نقطهٔ ح تلاقی کند. بعد قطعهٔ جـ ط و ای را به اندازهٔ دو برابر ح ر جدا می نماییم و مثلث د ط ی را رسم می کنیم. بدین صورت:

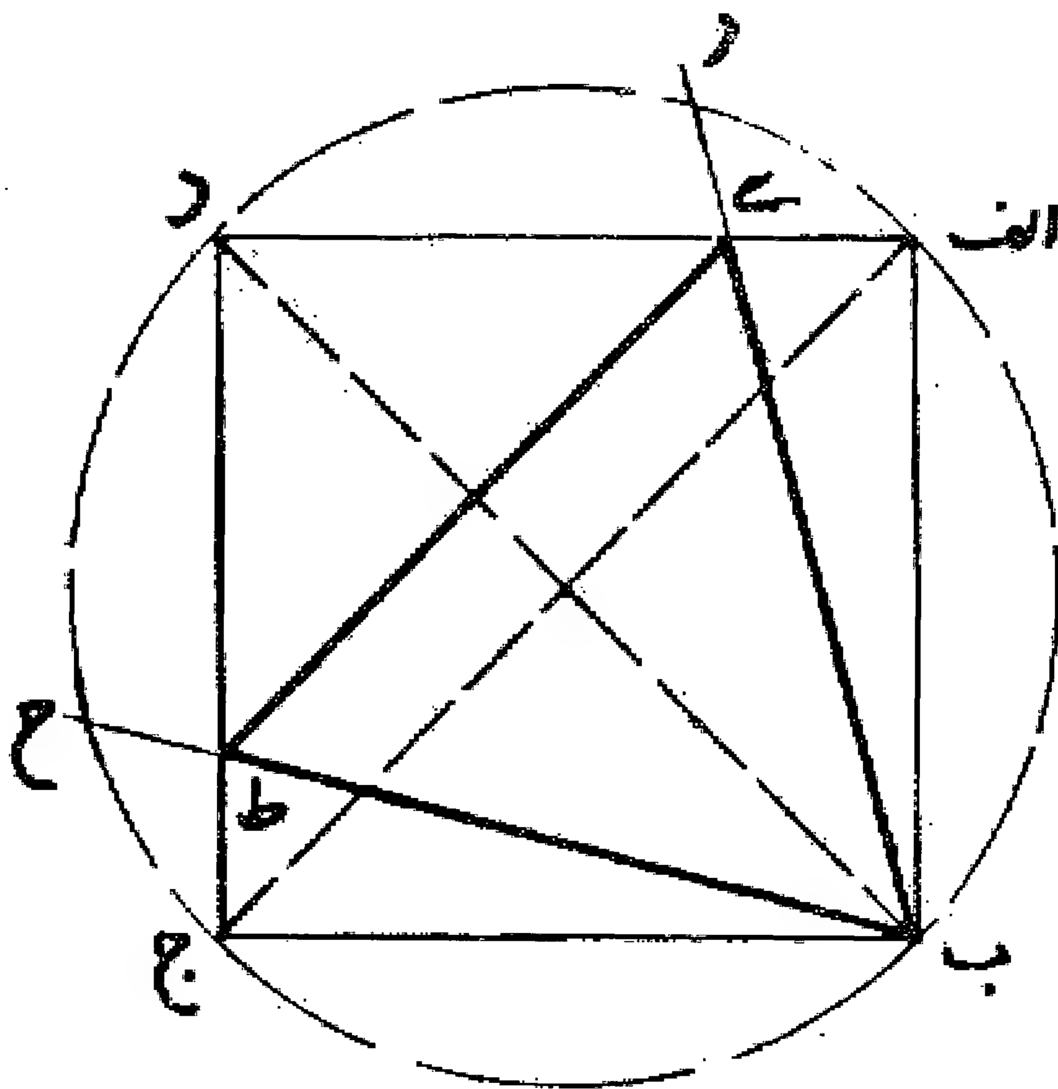
مسئلهٔ ۸۲

وجهی دیگر: در راه حل فوق چنانچه از نقطهٔ د به نقطهٔ ح وصل کنیم و آن را ادامه دهیم تا ضلع ا ب را در نقطهٔ ی قطع کند خط د ی ضلع مثلث است و می توان آن را رسم کرد.



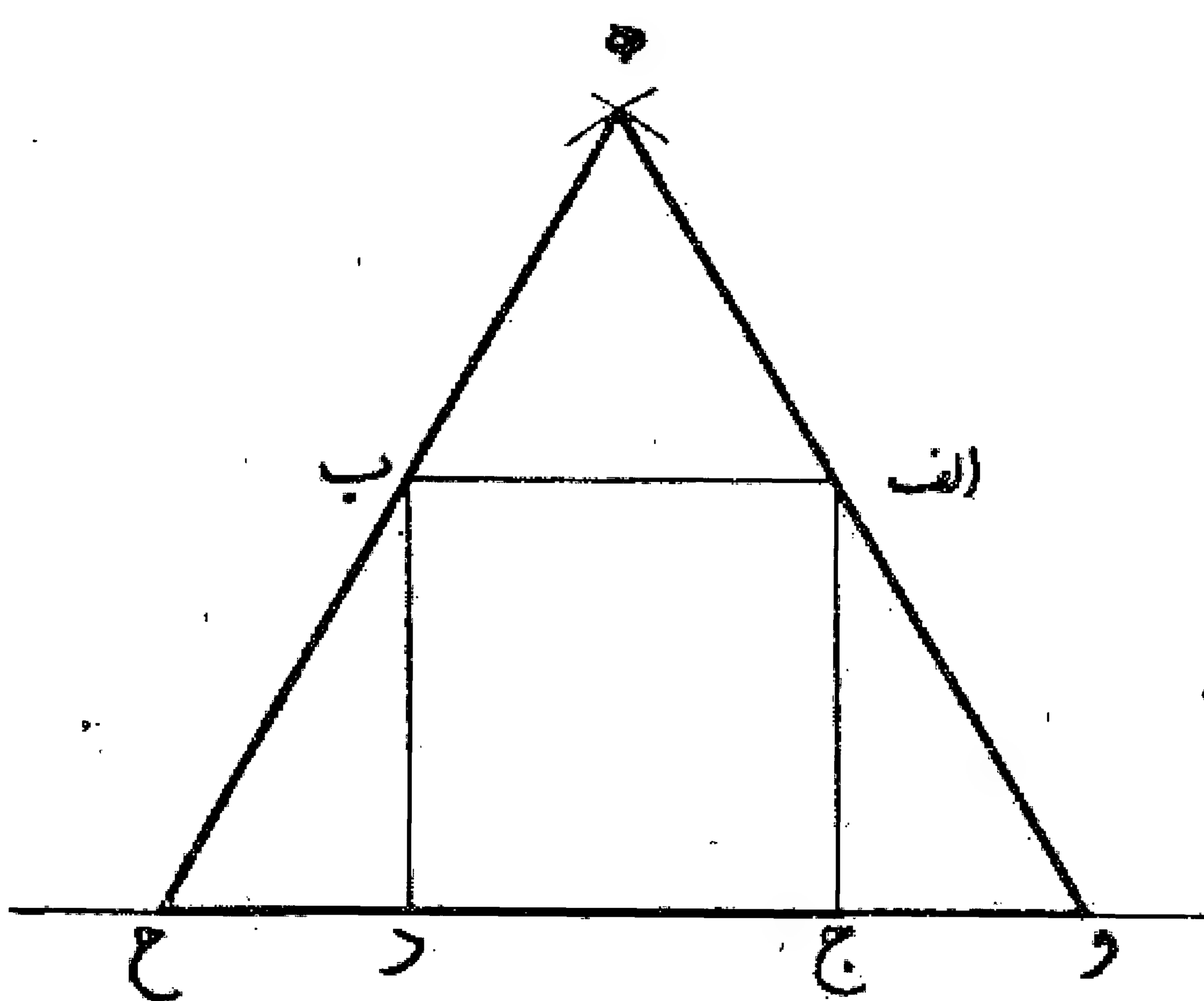
مسئلهٔ ۸۳

وجهی دیگر: مانند راه حل قبل مربع و خط هـ ر منصف دو ضلع اد و ب جـ را رسم می نماییم. سپس به مرکز ب و به طول ب جـ قوسی رسم می‌کنیم تا خط ر هـ را در نقطهٔ ح قطع نماید. بعد خط هـ ر را به اندازهٔ ح هـ امتداد می دهیم و نقطهٔ ط را مشخص می کنیم به عبارت دیگر از نقطهٔ ح به اندازهٔ ب ح یعنی مساوی ضلع مربع، خط ر هـ را تا نقطهٔ ط امتداد می دهیم. حال از نقطهٔ ط خطی به نقطهٔ ب وصل می نماییم تا ضلع اد را در نقطهٔ ك قطع کند. سپس ج ی را مساوی اك جدا کرده و مثلث ب ی ك را رسم می نماییم. بدین صورت:



مسئلهٔ ۸۴

وجهی دیگر: بر مربع ا ب جـ د دایره ای رسم می کنیم و سپس به مرکز د و به همان فتح پرگار مساوی شعاع دایره دو نقطهٔ ر و ح را بر محیط دایره نشان می نماییم. بعد خط ب ر و ب ح را می کشیم تا با اضلاع اد و ج د در نقاط ی و ط تلاقی کند. حال خط ی ط را می کشیم دو نقطهٔ ی و ط را به نقطهٔ ب وصل می نماییم و مثلث متساوی الاضلاع و الزوایای ب ی ط به دست می آید. بدین صورت:

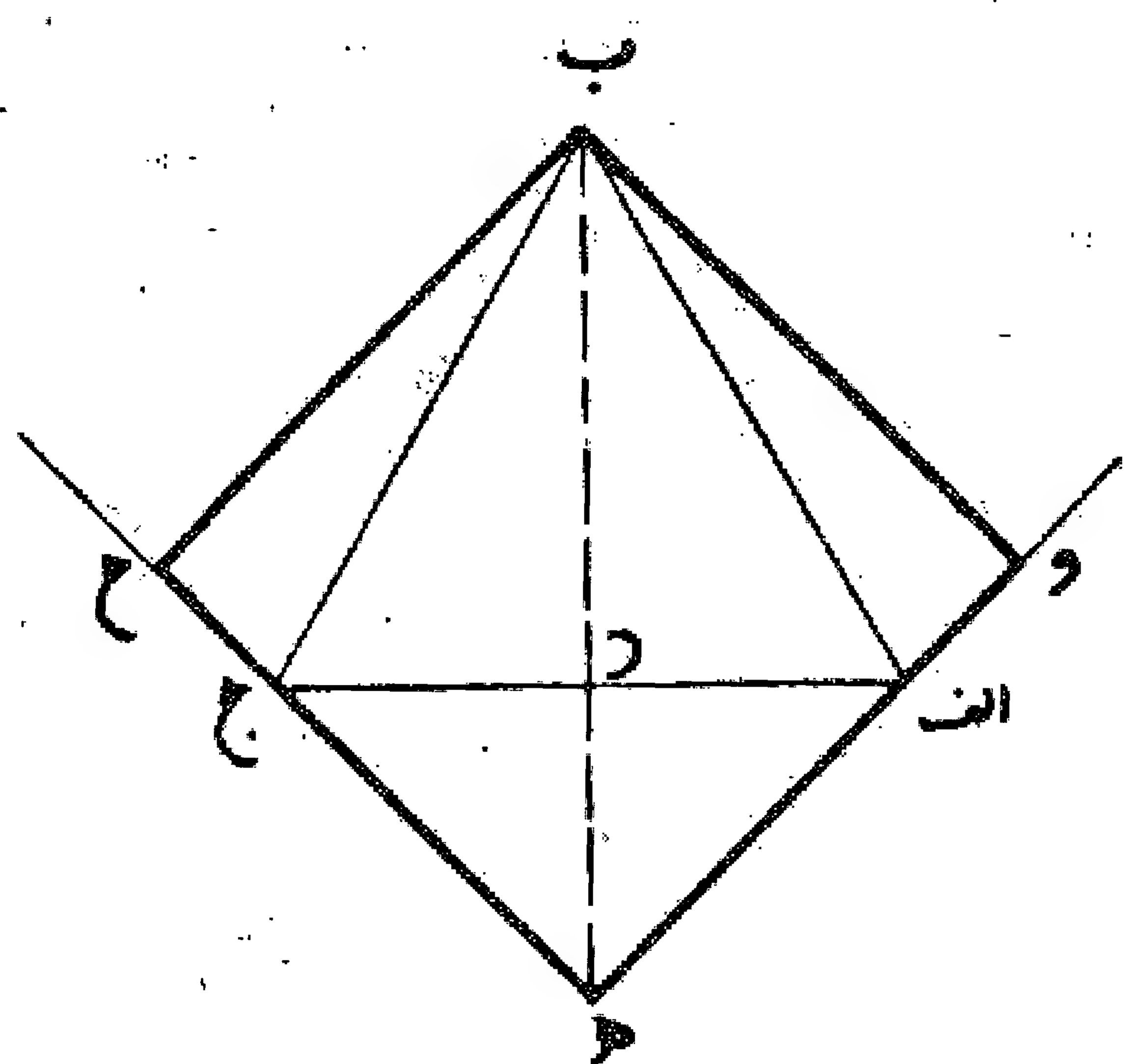


مسئلهٔ ۸۵

روش ترسیم مثلث بر مربع: اگر بخواهیم که بر مربع ا ب جـ د مثلثی متساوی الاضلاع محیط نماییم. ابتدا بر ضلع ا ب مثلث متساوی الاضلاعی رسم می کنیم. سپس دو ضلع هـ ا و هـ ب را امتداد می دهیم تا امتداد ضلع جـ د را در نقاط و، ح قطع نماید، مثلث هـ و ح مثلث مطلوب می باشد. بدین صورت:

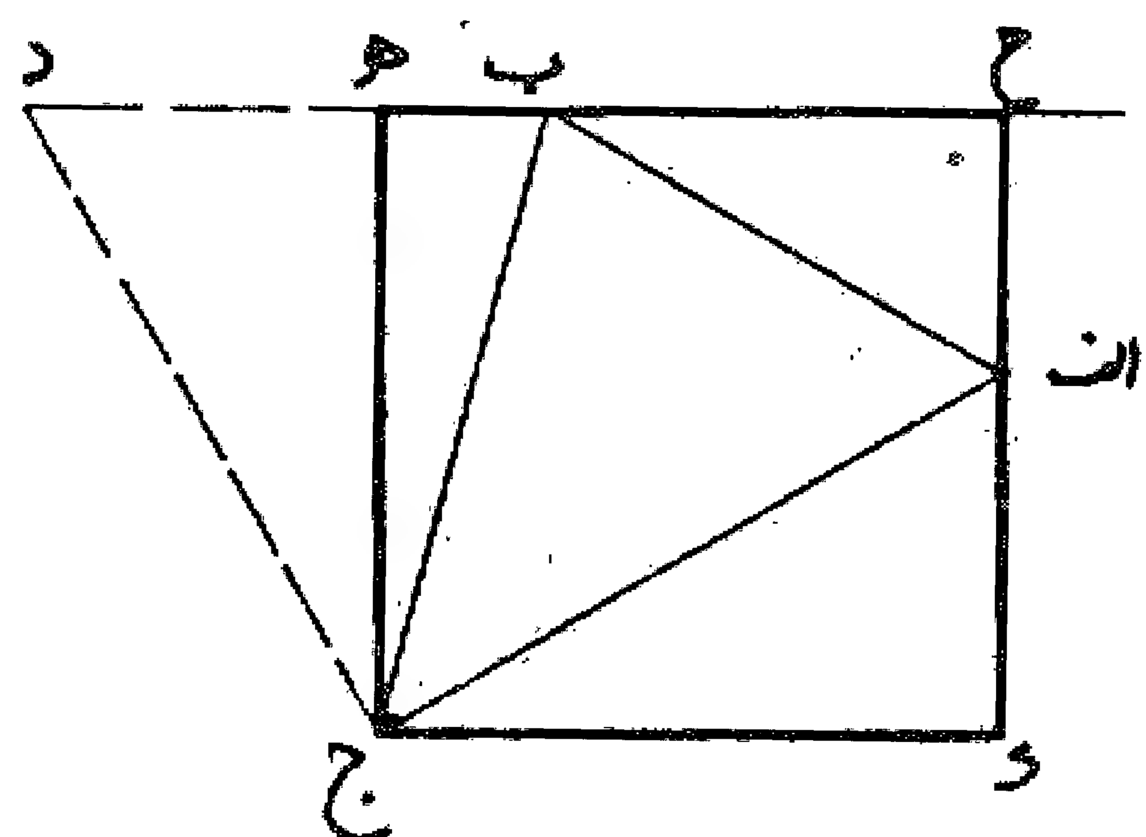
مسئلهٔ ۸۶

روش ترسیم مربع بر مثلث: اگر بخواهیم بر مثلثی متساوی الاضلاع مانند مثلث ا ب جـ مربعی محیط نماییم، اول ضلع ا جـ را در نقطهٔ د نصف و خط عمود و منصف ب د را رسم می کنیم و آن را معادل ا د یعنی نصف ضلع ا جـ تا نقطهٔ هـ امتداد می دهیم و دو خط هـ ا و هـ ج را می کشیم و آن دو را امتداد می دهیم. حال از نقطهٔ ب دو خط عمود ب و و ب ح را بر این دو خط وارد می نماییم و مربع ب و هـ ح را به دست می آوریم. بدین صورت:



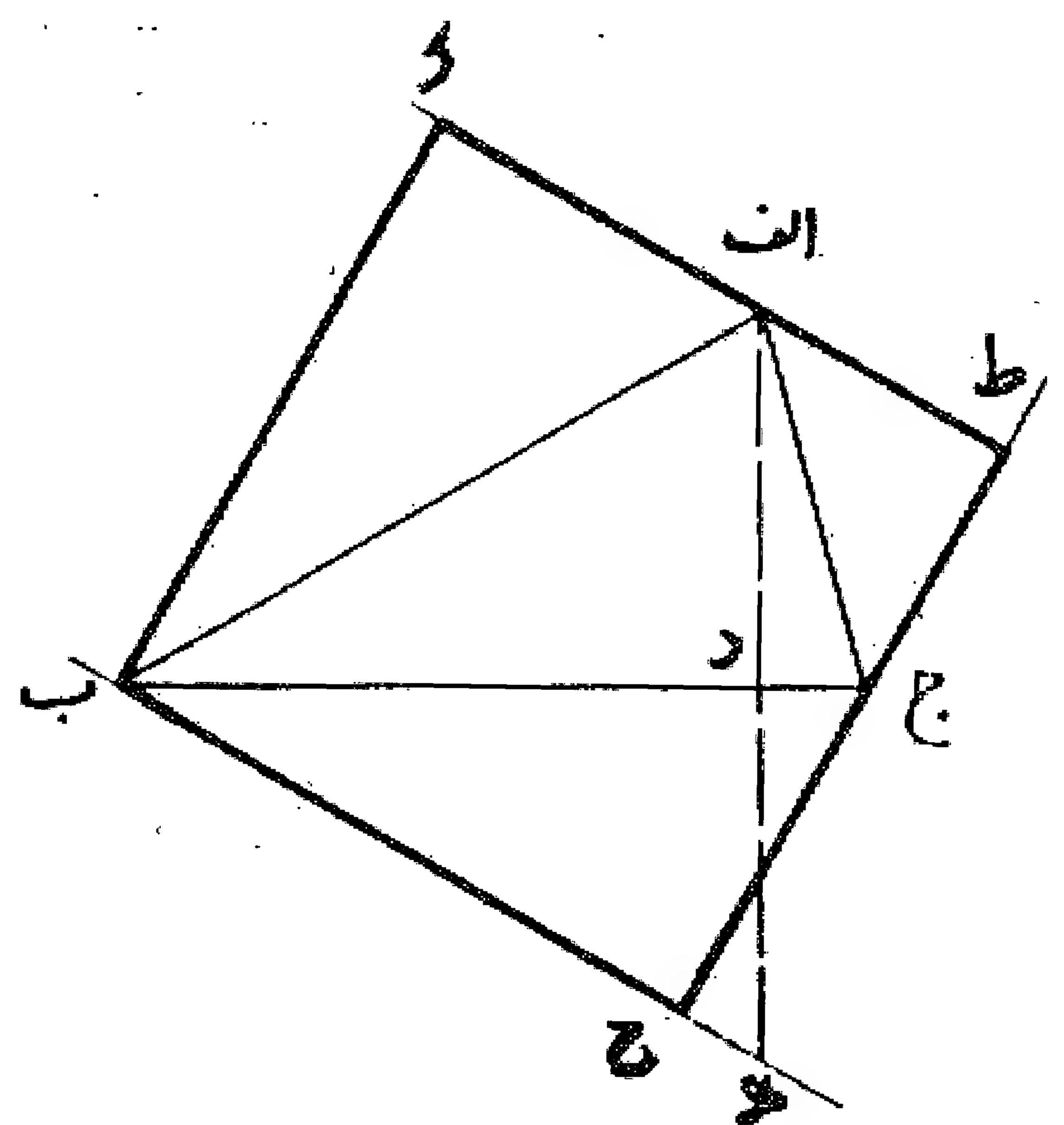
مسئلهٔ ۸۷

روش ترسیم مربع بر مثلث مختلف الاضلاع: اگر بخواهیم که بر مثلث مختلف الاضلاع ا ب جـ مربعی محیط نماییم، اول از نقطهٔ جـ خط عمود جـ د را بر خط جـ ا و معادل آن رسم می کنیم، بعد خط د ب را می کشیم و آن را امتداد می دهیم. سپس از نقطهٔ جـ عمود بر جـ هـ را بر این خط فرود می آوریم و خط عمود جـ ك را از خط جـ هـ اخراج می نماییم. حال از نقطهٔ ا خط ا ح را به دو جهت موازی جـ هـ رسم کنیم تا در نقاط ح و ك به دو خط هـ ح و جـ ك برسد. مربع هـ جـ ك ح مربع مطلوب می باشد. بدین صورت:



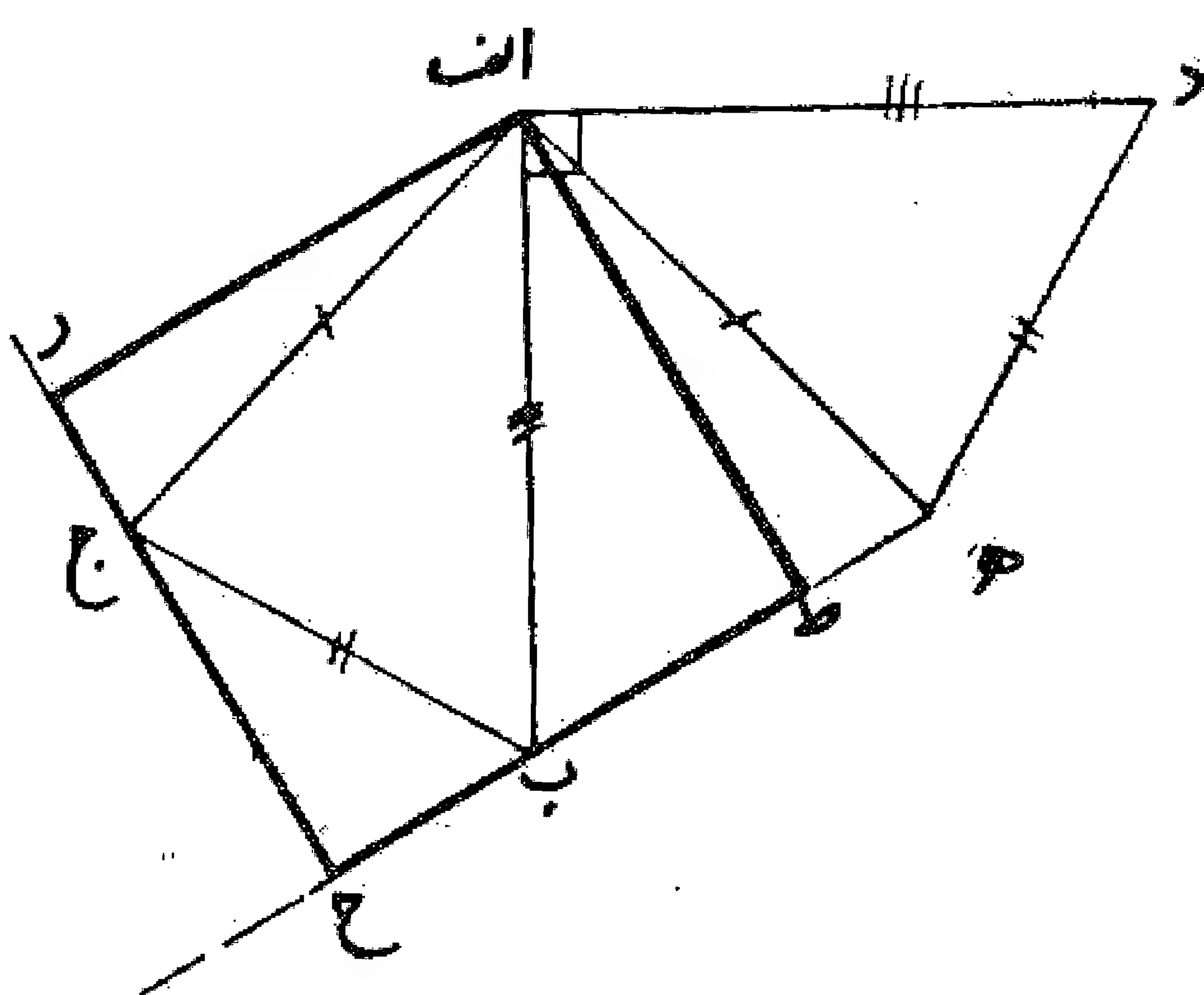
مسئلهٔ ۸۸

وجهی دیگر: در مثلث مختلف الاضلاع ا ب جـ از نقطهٔ ا عمود ا د را بر ضلع ب جـ فرود می آوریم و آن را تا نقطهٔ هـ امتداد می دهیم به طوری که ا هـ مساوی ب جـ شود، سپس ب هـ را رسم می کنیم و از نقطهٔ جـ عمود جـ ح را بر این خط فرود می آوریم و بعد از نقطهٔ ا عمود ا ط را بر خط جـ ح و از نقطهٔ ب عمود ب ك را بر خط ا ط رسم می نماییم تا مربع ط ح ب ك به دست آید بدین صورت:



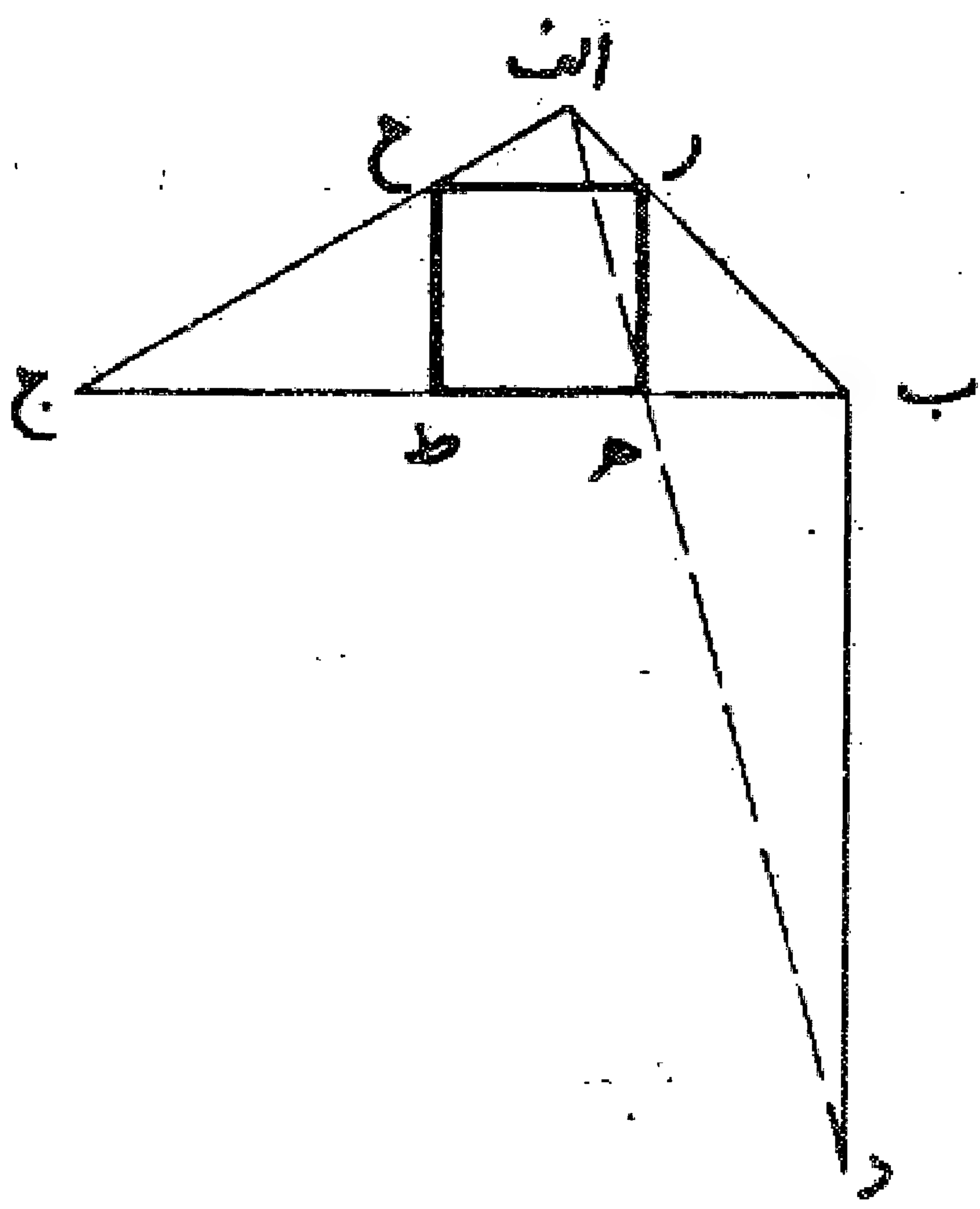
مسئلهٔ ۸۹

وجهی دیگر: درمثلث مختلف الاضلاع ا ب جـ از نقطهٔ ا خط ا د را عمود بر ا ب اخراج می نماییم و آن را مساوی ا جـ امتداد می دهیم. سپس مثلث ا د هـ را معادل مثلث ا ب جـ رسم می کنیم یعنی خط ا هـ مساوی ضلع ا ب و د هـ مساوی ضلع ب جـ. بعد خط هـ ب را می کشیم و از نقطهٔ جـ عمود جـ ح را بر آن و همچنین از نقطهٔ ا عمود ا ط را بر خط هـ ب و عمود ا ر را بر خط ح جـ فرود می آوریم تا مربع ا ط ح ر به دست آید.[1] بدین صورت:



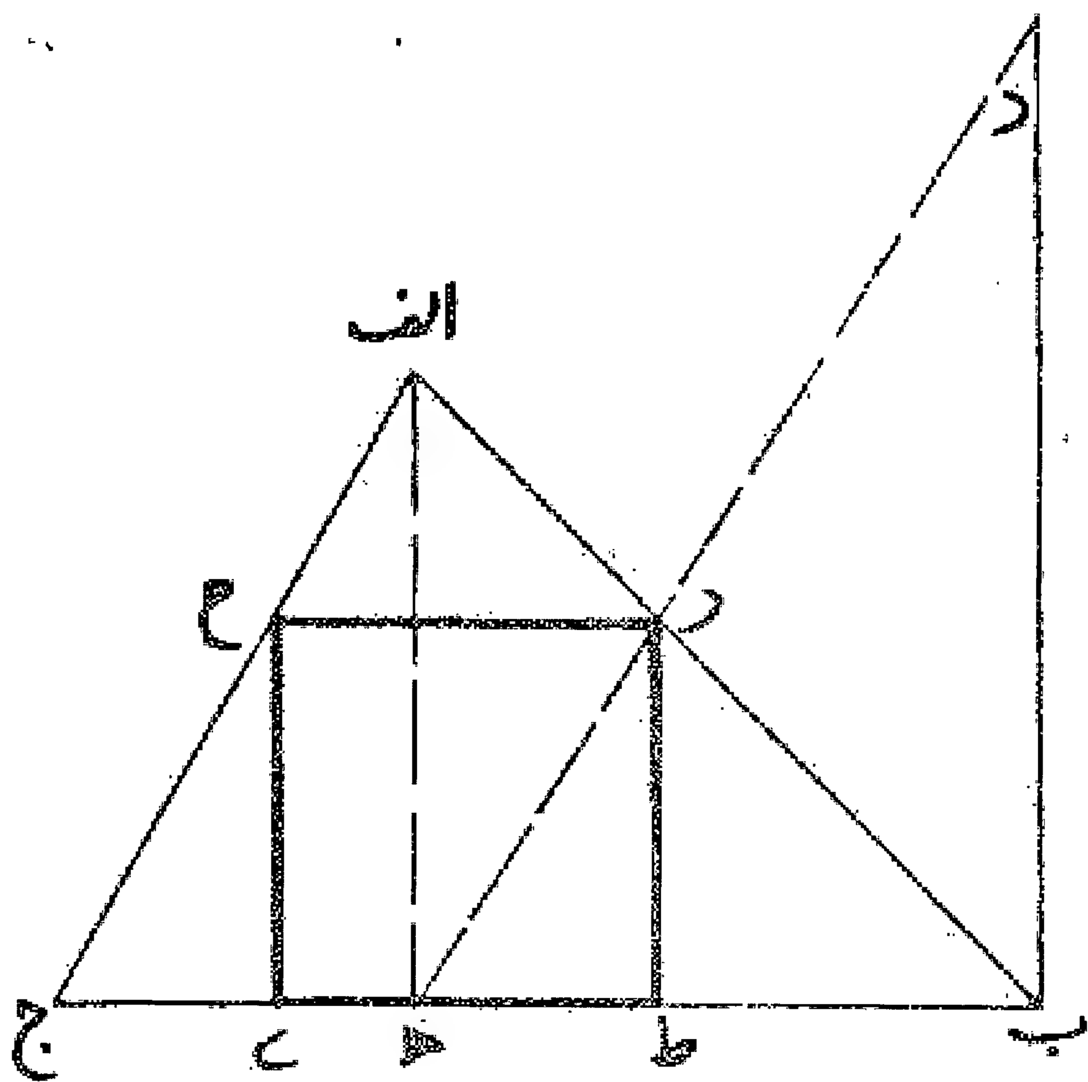
۱. درراه حل فوق می توان فقط خط ا هـ را عمود بر ضلع ا جـ و معادل ضلع ا ب رسم نمود و سپس خط هـ ب را کشید و خطوط عمود ا ط، جـ ح را رسم و یا کشیدن خط عمود ا ر بر امتداد ح جـ مربع ا ط ح ر را تکمیل کرد.

مسئلهٔ ۹۰



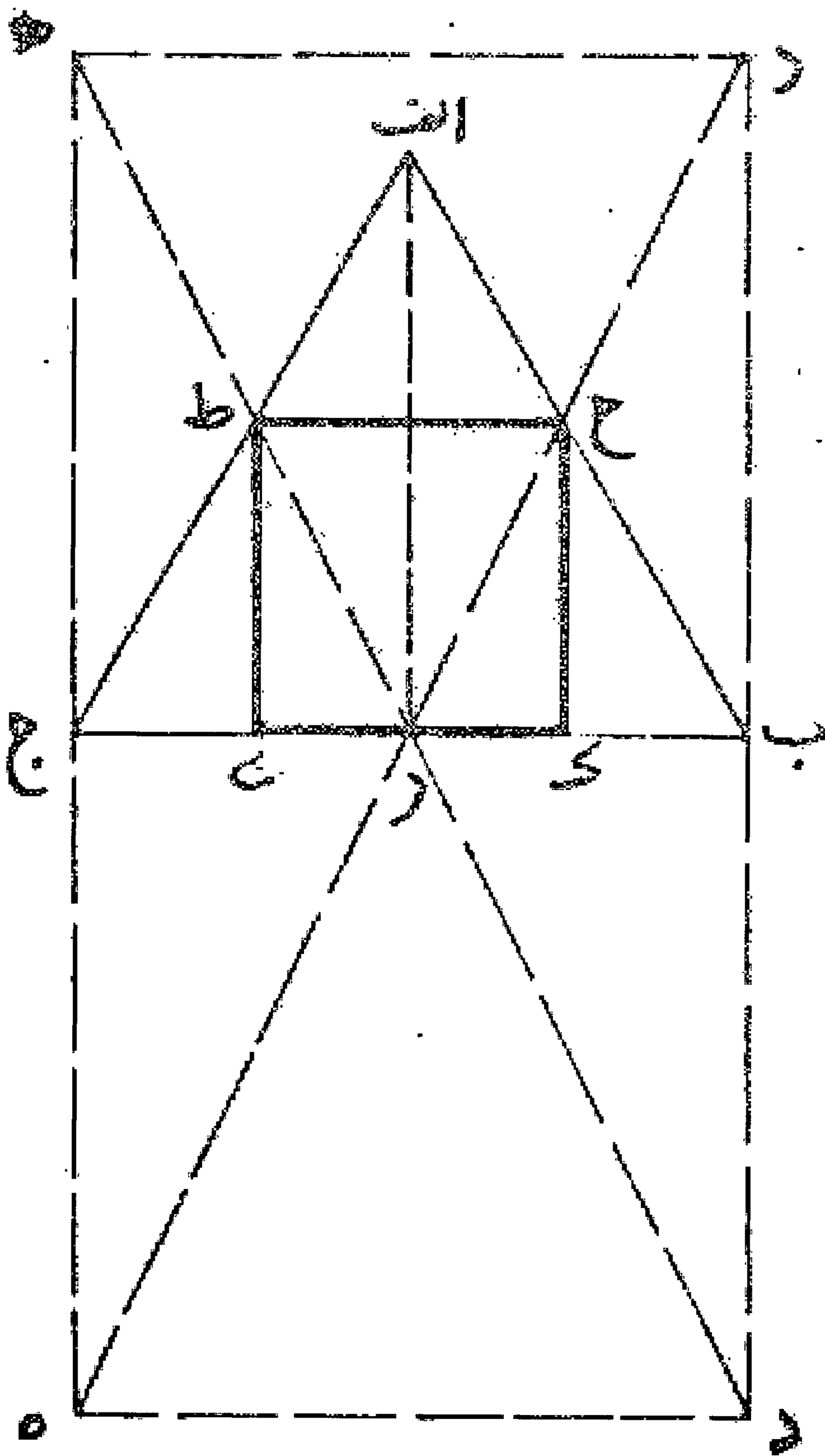
روش ترسیم مربع در مثلث: اگر بخواهیم در مثلثی مختلف الاضلاع مانند ا ب جـ مربعی محاط نماییم، ابتدا از نقطهٔ ا خط عمود ب د را بر ضلع ب جـ معادل آن اخراج می کنیم. سپس خط ا د را می کشیم تا ضلع ب جـ را در نقطهٔ هـ قطع نماید. و بعد از نقطهٔ هـ عمود هـ ر را بر ضلع ب جـ رسم می کنیم تا ضلع ا ب را در نقطهٔ ر قطع نماید. بعد از نقطهٔ ر خط ح ر را موازی ضلع ب جـ می کشیم تا با ضلع ا جـ در نقطهٔ ح متقاطع شود، حال از نقطهٔ ح عمود ح ط را بر ضلع ب جـ فرود می آوریم تا مربع ر ح ط هـ به دست آید. بدین صورت:

مسئلهٔ ۹۱



وجهی دیگر: اگر بخواهیم در مثلثی مختلف الاضلاع مانند مثلث ا ب جـ مربعی رسم نماییم ابتدا از نقطهٔ ب عمود ب د زا بر ضلع ب جـ و مساوی آن در جهت نقطهٔ ا اخراج می کنیم، بعد از نقطهٔ ا عمود ا هـ را بر ضلع ب جـ رسم می نماییم. سپس خط د هـ را می کشیم تا ضلع ا ب را در نقطهٔ ر قطع کند. حال از نقطهٔ ر خط ر ط را عمود بر ضلع ب جـ و خط ر ح را موازی ضلع ب جـ رسم می نماییم. و بعد، از نقطهٔ ح عمود ح ی را بر ضلع ب جـ فرود می آوریم تا مربع ر ح ی ط به دست آید. بدین صورت:

مسئلهٔ ۹۲



روش ترسیم مربع در مثلث متساوی الاضلاع: اگر بخواهیم در مثلث ا ب جـ مربعی محاط نماییم، اول بر ضلع ب جـ مربع ب د هـ جـ را رسم می کنیم (این مربع می تواند در جهت رأس مثلث باشد یا در خلاف آن) سپس ضلع ب جـ را در نقطهٔ ر نصف می نماییم و خطوط د ر و هـ ر را رسم می کنیم تا اضلاع ا ب را در نقطهٔ ح و ا جـ را در نقطهٔ ط قطع نمایند. حال خط ح ط را می کشیم و دو عمود ح ك و ط ی را بر ضلع ب جـ فرود می آوریم تا مربع ح ط ی ك به دست آید. بدین صورت:

مسئلهٔ ۹۳

روش ترسیم مثلث متساوی‌الاضلاع در مثلث مختلف‌الاضلاع: اگر بخواهیم در مثلث مختلف‌الاضلاعی مانند مثلث **ا ب جـ** مثلث متساوی‌الاضلاعی محیط نماییم به شرطی که یك ضلع از آنها با یکدیگر موازی باشند. اول عمود **ا ی** را بر **ب جـ** فرود می‌آوریم و سپس بر روی ضلع **ب جـ** مثلث متساوی‌الاضلاع **ب د جـ** را می‌کشیم و عمود **د هـ** آن را بر ضلع **ب ج** رسم می‌کنیم. بعد خط عمود **ب و** را از خط **ب جـ** اخراج و روی آن قطعهٔ **ب ح** را مساوی **ای** و **ح و** را مساوی **د هـ** جدا می‌نماییم، سپس خط **و جـ** را می‌کشیم و از نقطهٔ **ح** خط **ح ط** را موازی **و جـ** رسم می‌کنیم. قطعهٔ **ن ط** مساوی با ضلع مثلث متساوی‌الاضلاعی می‌باشد که در مثلث **ا ب جـ** محاط است و یك ضلع آن موازی **ب جـ** و رأس آن بر روی ضلع **ب جـ** می‌باشد. پس چون در مثلث **ا ب جـ** خط **ن ل** را مساوی **ب ط** و موازی قاعدهٔ **ب جـ** بکشیم و به مرکز دو نقطهٔ **ل** و **ن** دو قوس به طول **ل ن** رسم نماییم یکدیگر را در نقطهٔ **م** روی خط **ب جـ** قطع خواهند کرد و با کشیدن دو خط **ل م** و **ن م** مثلث متساوی‌الاضلاع **ل م ن** به دست می‌آید. بدین صورت:

مسئلهٔ ۹۴

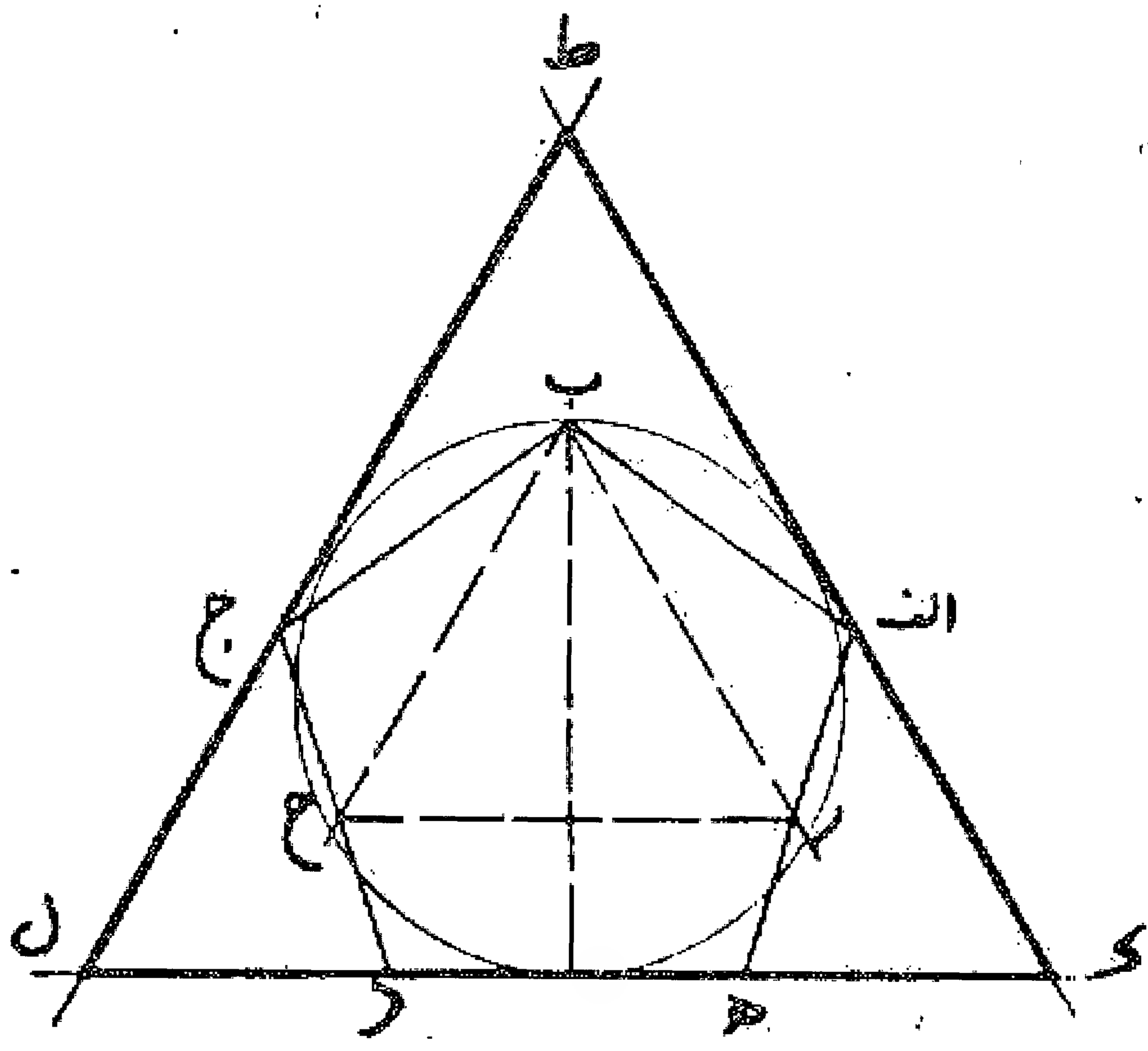
روش ترسیم مثلث متساوی‌الاضلاع بر مثلث مختلف‌الاضلاع: اگر بخواهیم بر مثلث مختلف‌الاضلاعی مانند مثلث **ا ب جـ** مثلث متساوی‌الاضلاعی محیط نماییم به طوری که یك ضلع آن موازی خط **ب جـ** باشد، اول بر ضلع **ب جـ** مثلث متساوی‌الاضلاع **ب د جـ** را بنا می‌کنیم و سپس دو ضلع **د ب** و **د جـ** را امتداد می‌دهیم تا خطی که از رأس **ا** به موازات ضلع **ب جـ** کشیده شده است را در دو نقطهٔ **هـ** و **ر** قطع نماید، مثلث **د هـ ر** مثلث متساوی‌الاضلاع مطلوب می‌باشد. بدین صورت:

مسئلهٔ ۹۵

روش ترسیم مثلث متساوی‌الاضلاع در پنج ضلعی: اگر بخواهیم در پنج ضلعی **ا ب جـ د هـ** که متساوی‌الاضلاع است مثلث متساوی‌الاضلاعی محاط نماییم، ابتدا از نقطهٔ **ب** عمود **ب ر** را بر ضلع مقابل فرود می‌آوریم، بعد آن را در نقطهٔ **ح** نصف و به مرکز **ح** و طول **ح ر** دایره‌ای رسم می‌کنیم. سپس به مرکز نقطهٔ **ر** و همان شعاع دایره دو نقطهٔ **ط** و **ك** را روی دایره تعیین می‌نماییم بعد دو خط **ب ط** و **ب ك** را می‌کشیم تا دو ضلع **ا هـ** و **جـ د** پنج ضلعی را در دو نقطهٔ **م** و **ن** قطع کنند. حال با رسم خط **ن م** مثلث **ب م ن** به دست می‌آید که متساوی‌الاضلاع و محاط در پنج ضلعی **ا ب جـ د هـ** می‌باشد. بدین صورت:

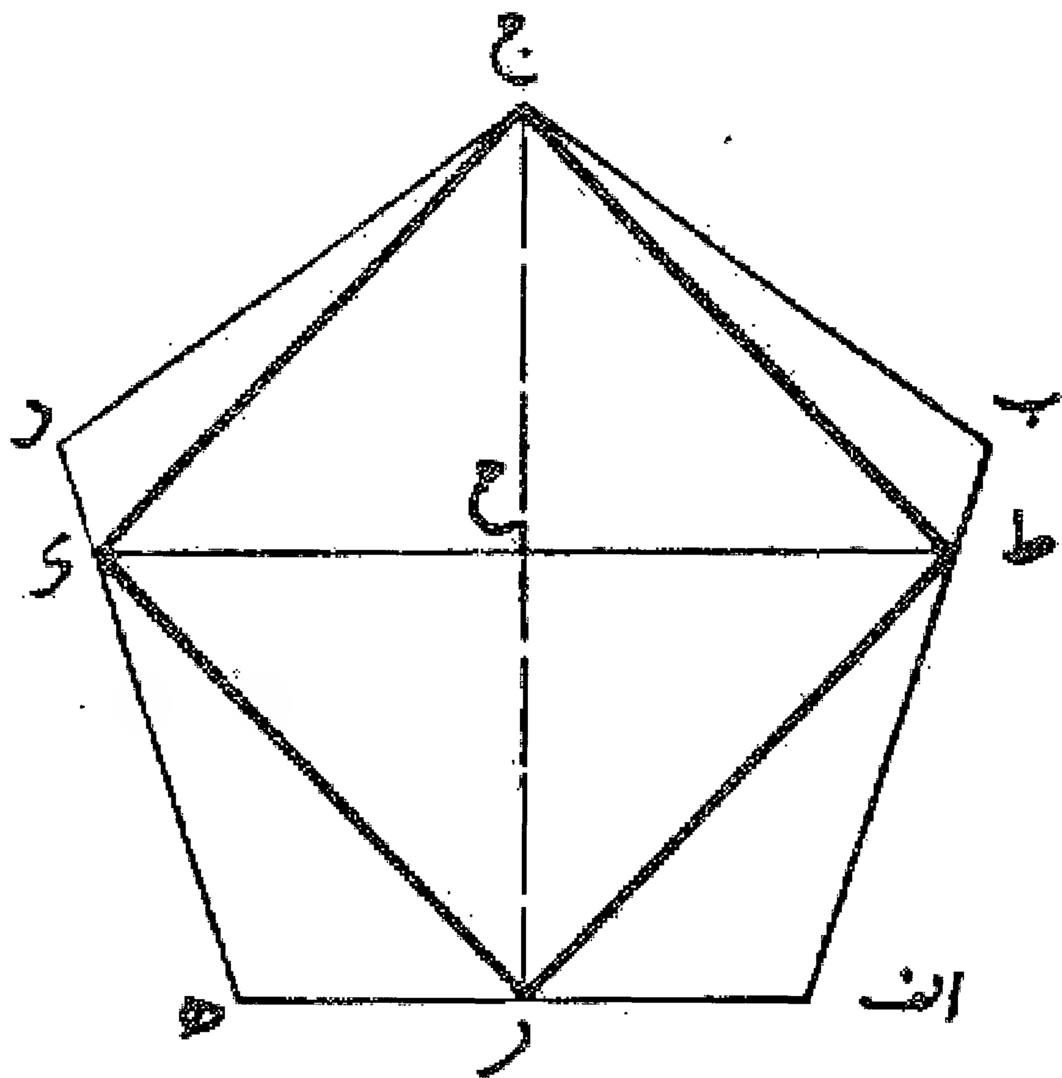
مسئلهٔ ۹۶

روش ترسیم مثلث متساوی الاضلاع بر پنج ضلعی: اگر بخواهیم بر پنج ضلعی متساوی الاضلاعی مانند ا ب جـ د هـ مثلث متساوی الاضلاعی محیط کنیم اول در آن پنج ضلعی مثلثی نظیر مثلث ب ر ح محاط می نماییم سپس ازدو نقطهٔ ا و جـ دو خط موازی ب ر و ب ح می کشیم تا دریك طرف در نقطهٔ ط به یکدیگر برسند و در طرف دیگر امتداد ضلع هـ د را در دو نقطهٔ ك و ل قطع کنند. مثلث ط ك ل که به دست می آید مثلث متساوی الاضلاع مطلوب می باشد. بدین صورت:



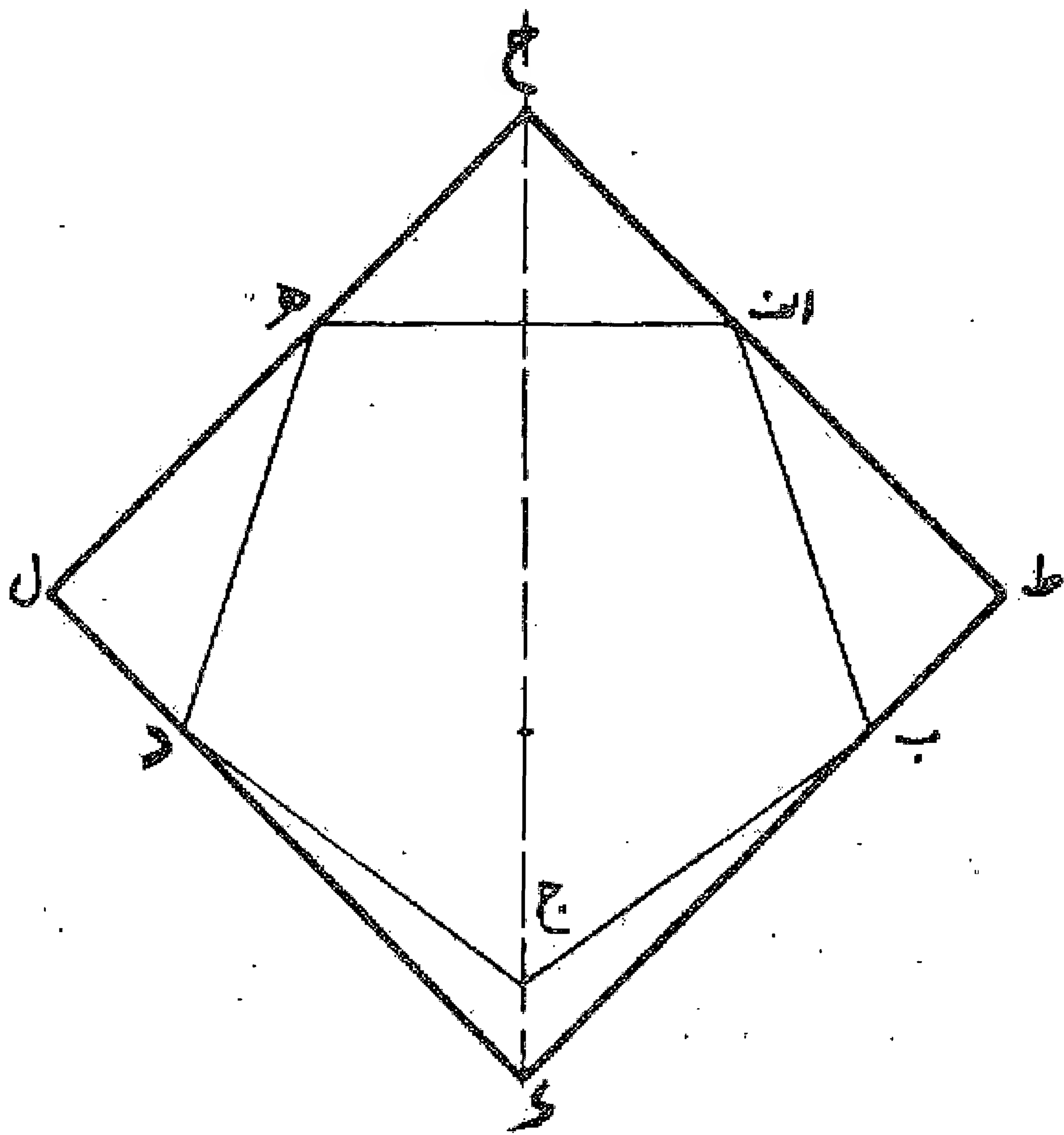
مسئلهٔ ۹۷

روش ترسیم مربع در پنج ضلعی: اگر بخواهیم مربعی در پنج ضلعی متساوی الاضلاعی مانند ا ب جـ د هـ محاط نماییم، اول عمود جـ ر را رسم و آن را در نقطهٔ ح نصف می کنیم و بعد از نقطهٔ ح خط ط ح ك را موازی ضلع ا هـ ویا عمود بر خط جـ ر رسم می نماییم تا دو ضلع ا ب و د هـ را در نقاط ك و ط قطع نماید. حال خطوط جـ ط، ط ر، ر ك، ك جـ را می کشیم تا مربع جـ ط ر ك به دست آید. بدین صورت:



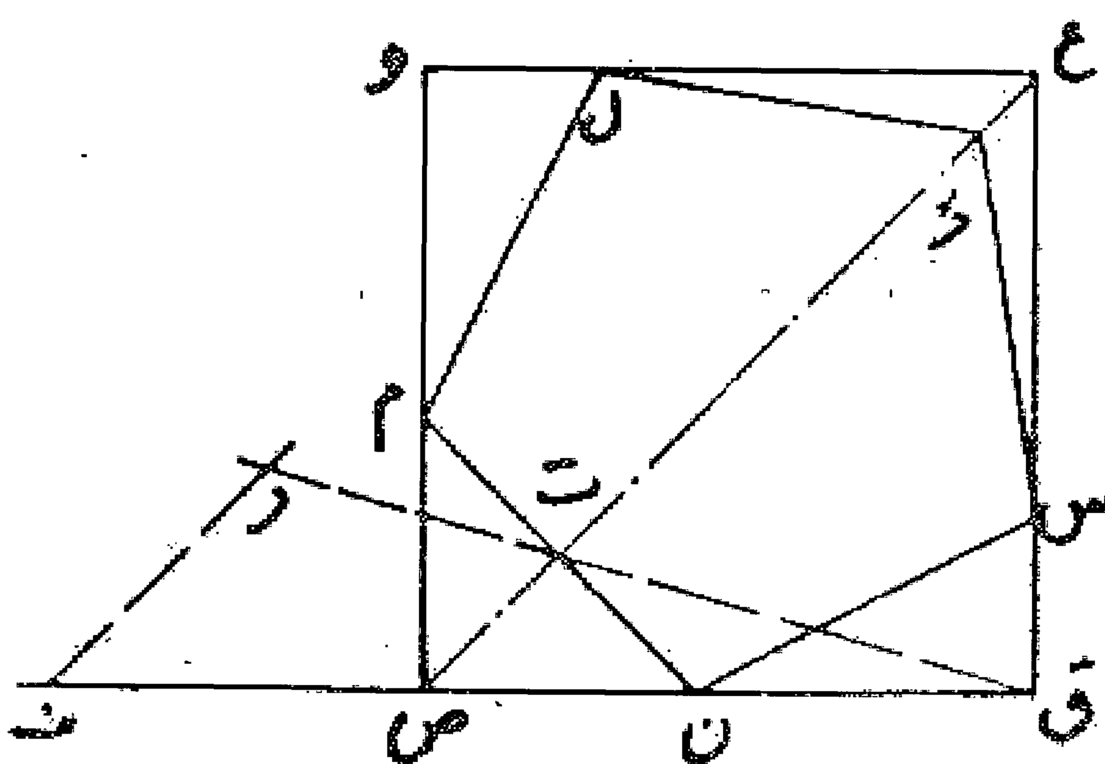
مسئلهٔ ۹۸

روش ترسیم مربع بر پنج ضلعی متساوی الاضلاع: اگر بخواهیم مربعی بر پنج ضلعیی مانند ا ب جـ د هـ که متساوی الاضلاع و الزوایا می باشد محیط نماییم، اول ضلع ا هـ را نصف و خط عمود و منصف آن را مساوی نصف آن رسم می کنیم و بعد خطوط ح ا و ح هـ را می کشیم و از نقاط ب و د دو خط عمود ب ط و د ل را بر امتداد آنها فرود می آوریم و آنها را از طرف دیگر امتداد می دهیم تا یکدیگر را در نقطهٔ ك قطع نمایند. چهارضلعی ح ط ك ل به دست می آید که متساوی الاضلاع و الزوایا می باشد. بدین صورت:

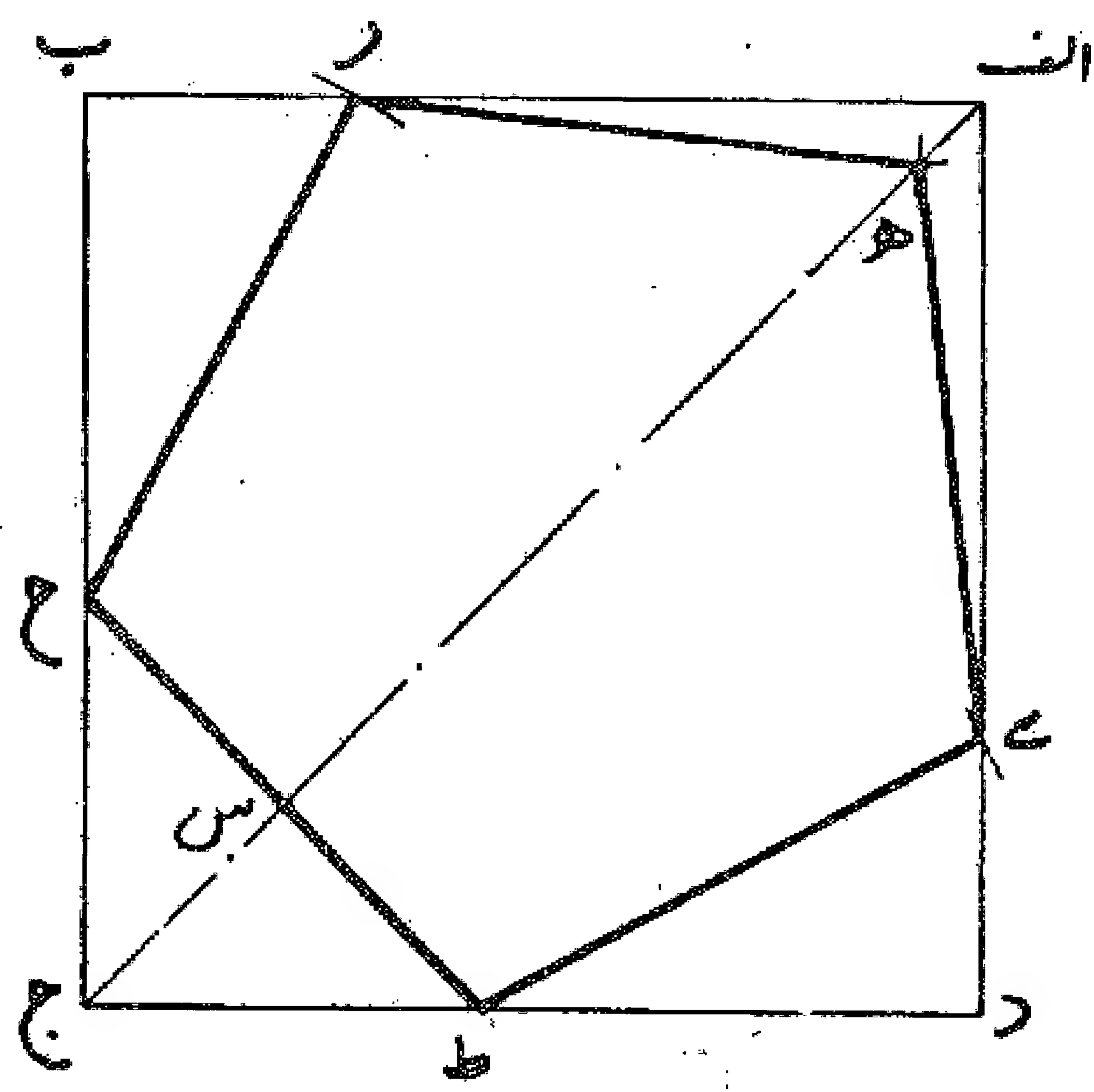


مسئلهٔ ۹۹

روش ترسیم پنج ضلعی در مربع: اگر بخواهیم در مربعی مانند مربع ا ب جـ د پنج ضلعی متساوی الاضلاعی مانند هـ ر ح ی محاط کنیم به طوری که یك رأس پنج ضلعی بر روی قطر مربع واقع شود، اول پنج ضلعی دیگری مانند پنج ضلعی ك ل م ن س به هر نحوی که بخواهیم رسم و مربعی مانند مربع ص ق ع و بر آن محیط می نماییم. بعدروی ضلع ق ص مساوی ا ب جدا می کنیم تا نقطهٔ ف به دست آید.

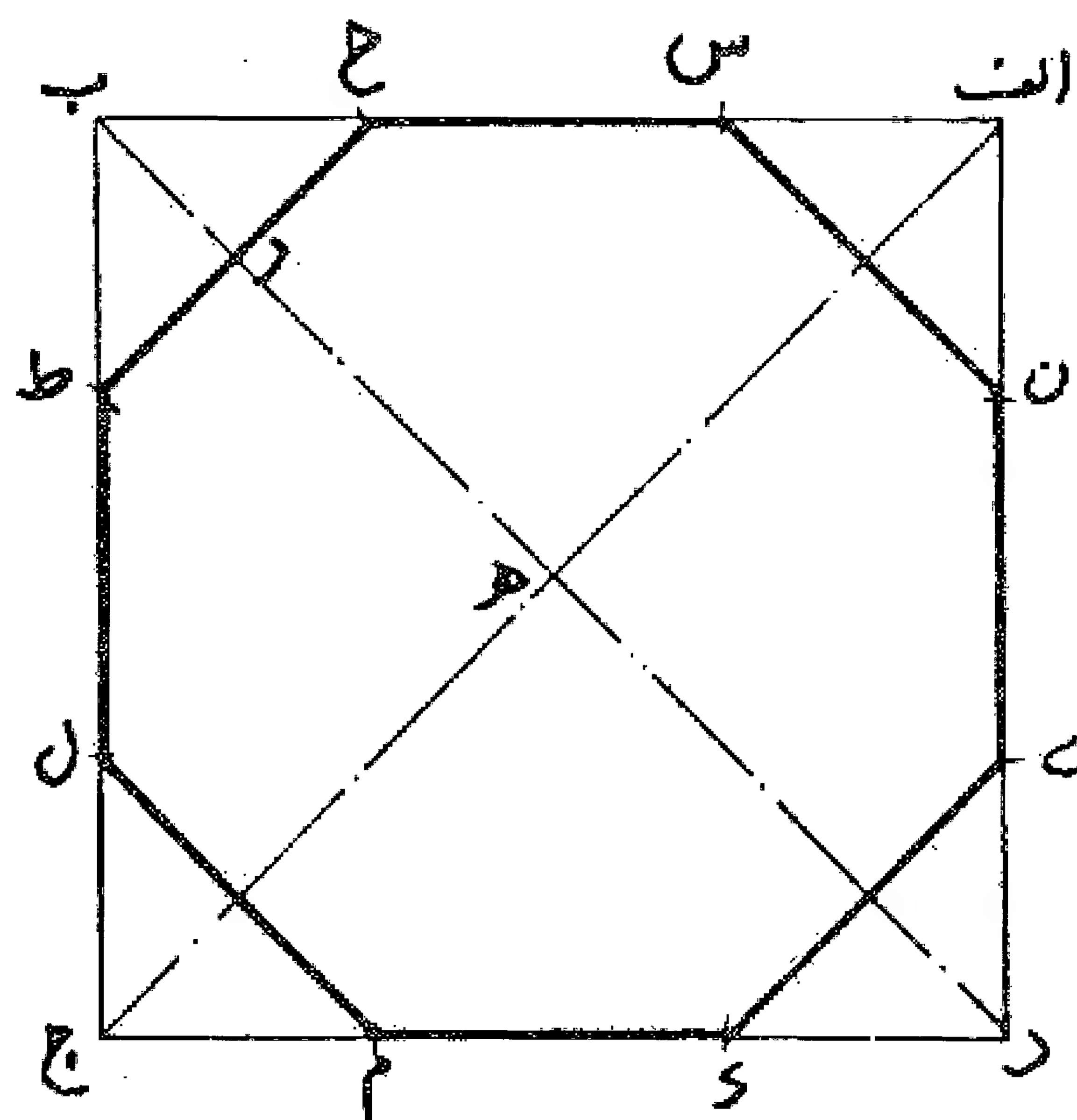


سپس قطر ص ع را می کشیم و از نقطهٔ ف خطی به موازات آن رسم می نماییم، بعد از نقطهٔ ق به وسط ضلع ن م وصل می کنیم و آن را امتداد می دهیم تا آن را در نقطهٔ ر قطع نماید. حال بر روی قطر ا جـ از مربع، قطعهٔ جـ س را معادل ف ر جدا و از نقطهٔ س عمودی بر ا جـ اخراج می نماییم تا دوضلع مربع را در نقاط ط و ح قطع کند. بعد خط ط ح را می کشیم و دو نقطهٔ ط و ح را مرکز قرار می دهیم و به طول ط ح دو قوس رسم می نماییم تا اضلاع مربع را در نقاط ی و ر قطع کند وسپس به مرکزی یا ر و به همان فتح پرگار قوس دیگری می کشیم تا قطر ا جـ را در نقطهٔ هـ قطع نماید و با کشیدن خطوط ط ی، ی هـ، هـ ر، رح، ح ط پنج ضلعی هـ ر ح ط ی را تمام می کنیم. بدین صورت:



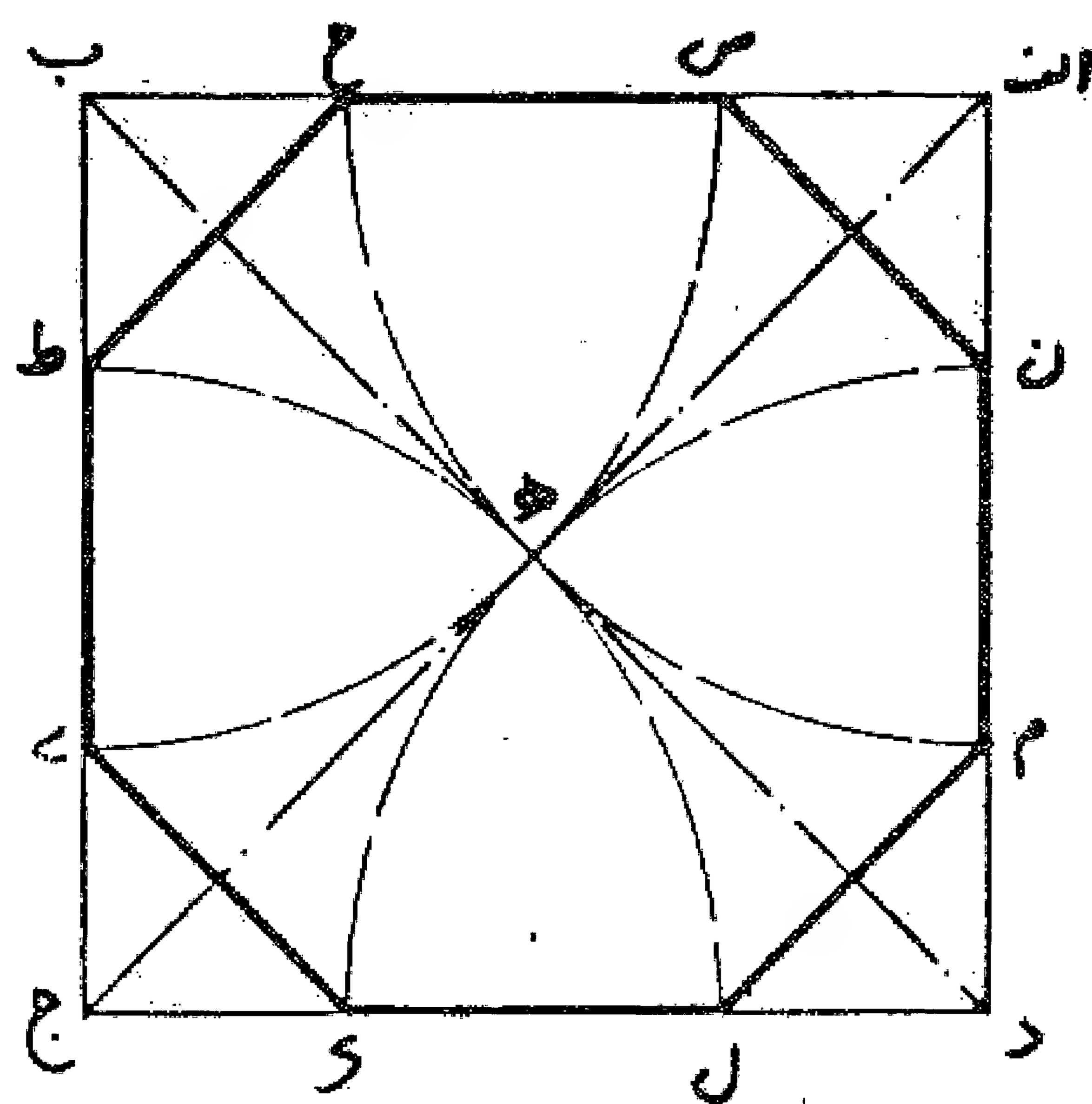
مسئلهٔ ۱۰۰

روش ترسیم هشت ضلعی در مربع: اگر بخواهیم هشت ضلعی متساوی الاضلاعی درمربعی مانند مربع ا ب جـ د محاط نماییم، اول هر دو قطر آن را رسم می کنیم تا یکدیگر را در نقطهٔ هـ قطع نمایند. سپس به مرکز هـ و شعاع نصف ضلع مربع نقطهٔ ر را روی قطر علامت می گذاریم، بعد به مرکز نقطهٔ ر و طول ر ب نقاط ح و ط را نشان می کنیم. حال از هر رأس مربع به طول ب ح یا ب ط قطعات ا س، ا ن، د ی، د ک، جـ م، جـ ل را تعیین می نماییم و خطوط ح ط، س ن، ی ک، ل م را می کشیم تا هشت ضلعی ح ط ل م ک ی ن س به دست آید. بدین صورت:



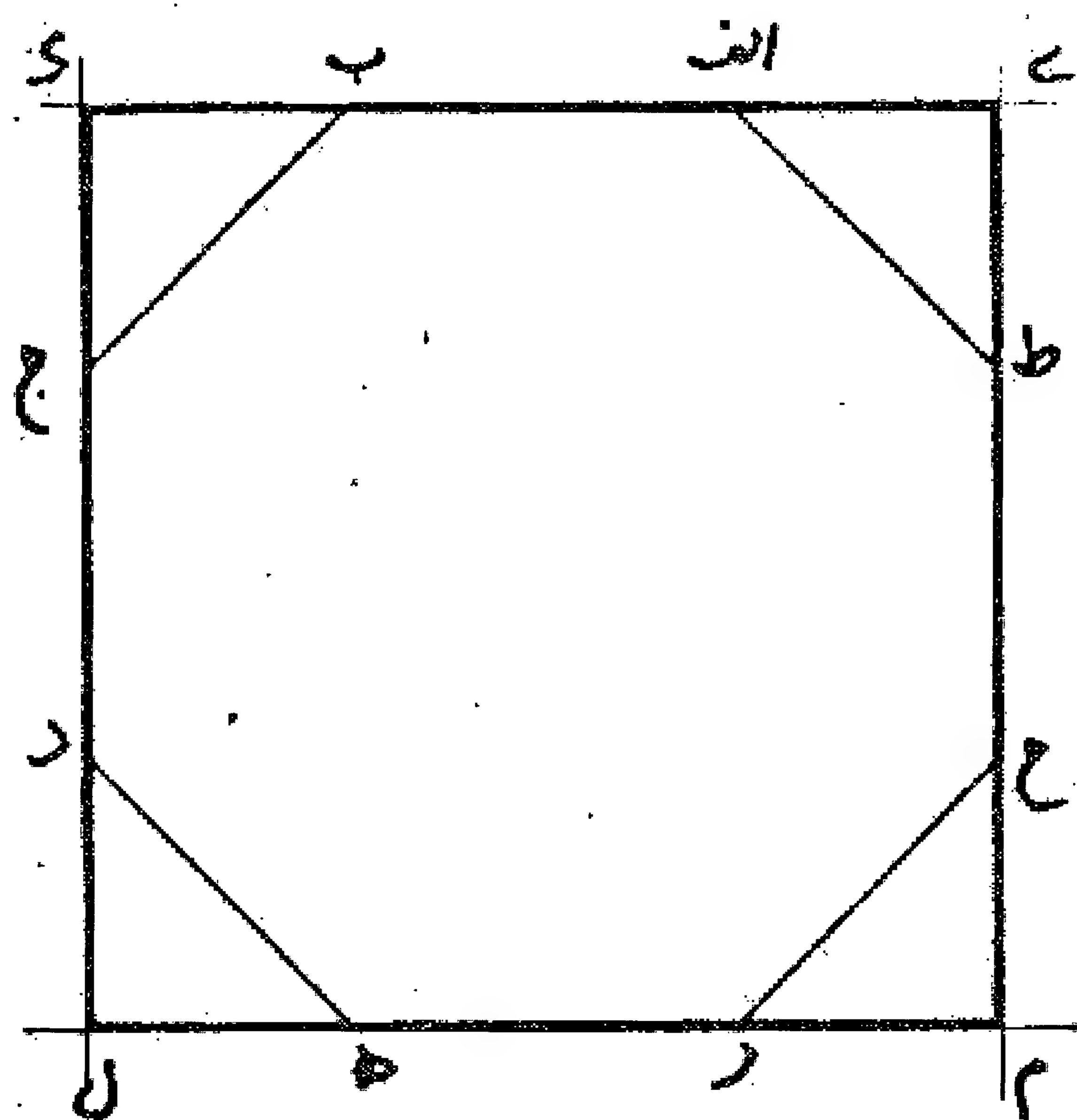
مسئلهٔ ۱۰۱

وجهی دیگر: اگر بخواهیم با یك فتح پرگار به اندازهٔ نصف قطر، هشت ضلعی را رسم نماییم، هر یك از چهار رأس (گوشه) های مربع را مرکز قرار می دهیم و به طول ا هـ نقاط ح، م، ن، ك، ل، ط، س، ی را روی اضلاع مربع تعیین و، خطوط ن س، وح ط وی ك و م ل را رسم می کنیم تا هشت ضلعی متساوی الاضلاع به دست آید. بدین صورت:



مسئلهٔ ۱۰۲

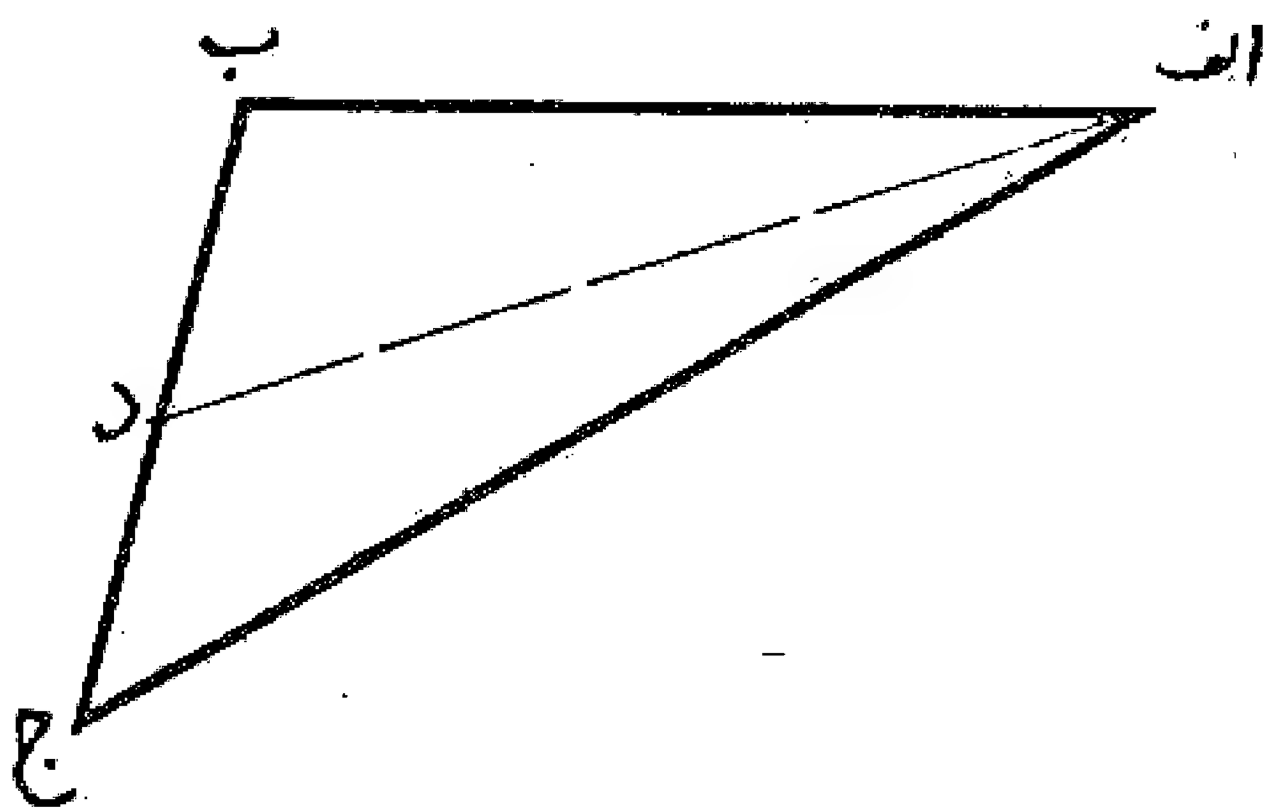
روش ترسیم مربع بر هشت ضلعی: اگر بخواهیم که مربعی را بر اضلاع هشت ضلعی محیط نماییم هر دو ضلع مقابل را از دو طرف امتدادمی دهیم تا امتداددوضلع مقابل دیگر را قطع کندومربع محیطی را به دست می آوریم، مانند هشت ضلعی ا ب جـ د هـ ر ح ط و مربع ی ك م ل که بر آن محیط شده است. بدین صورت:



باب هفتم

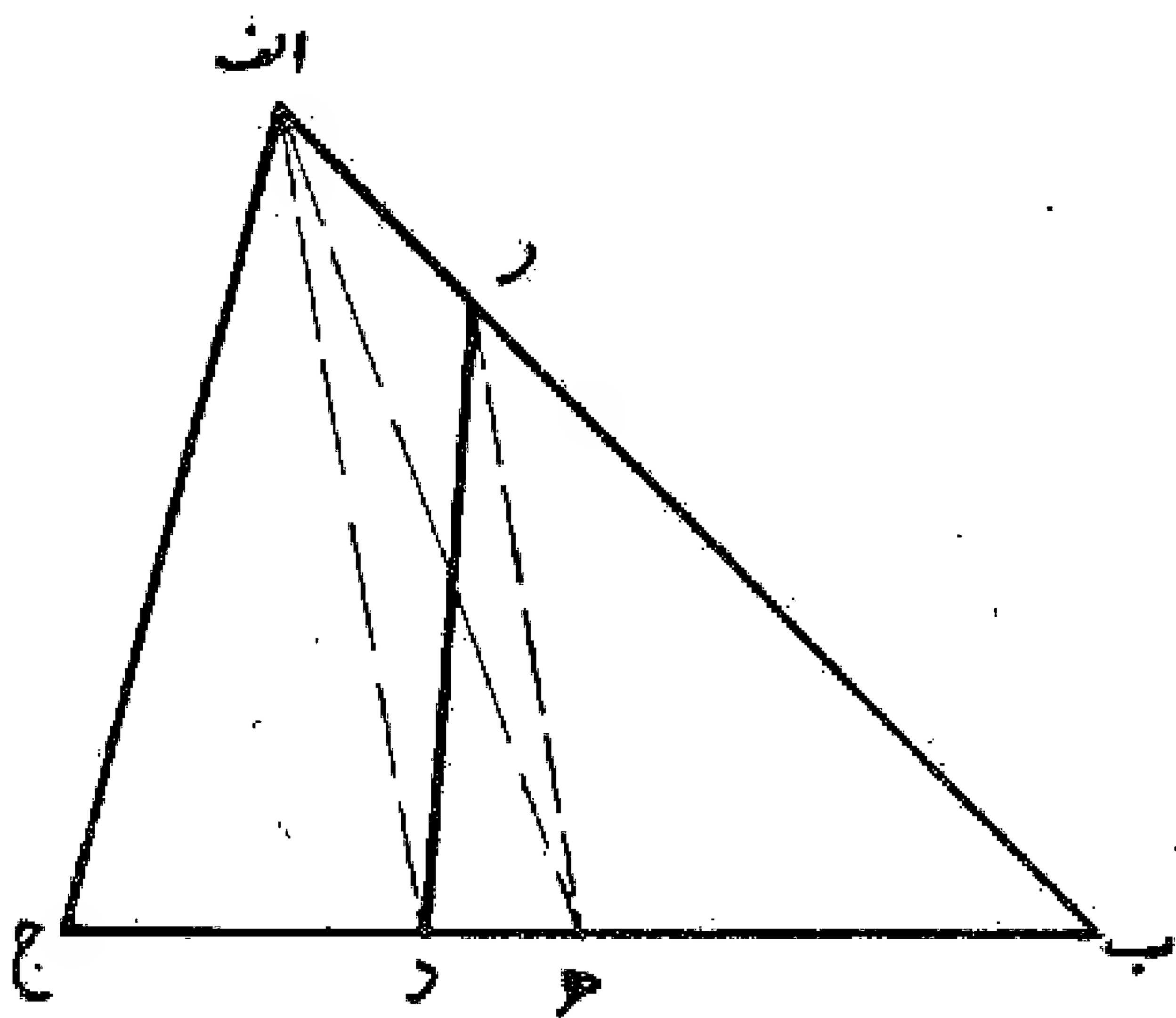
در تقسیم مثلثها

مسئلهٔ ۱۰۳



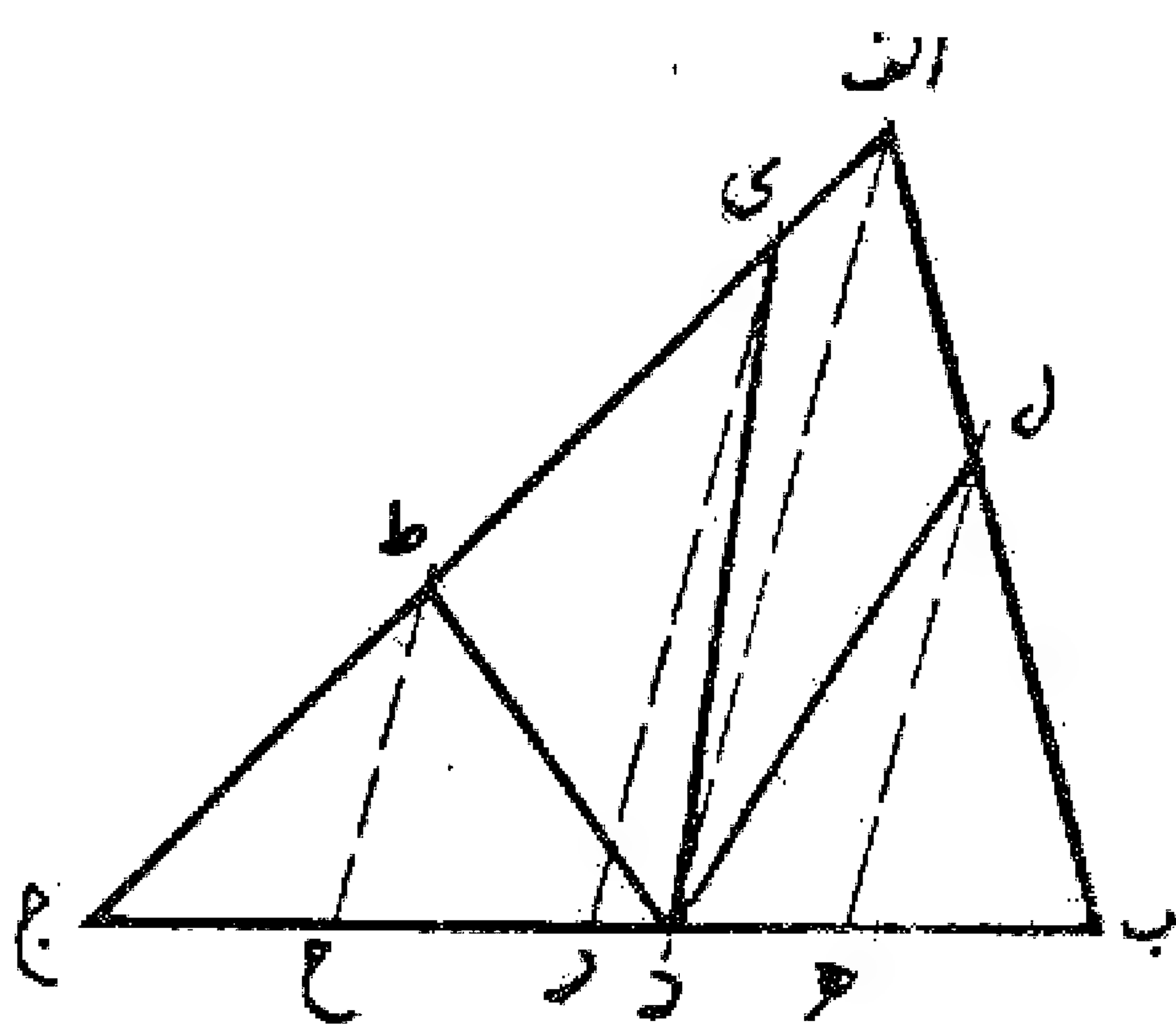
روش تقسیم مثلث: اگر بخواهیم مثلث ا ب جـ را به دو قسمت مساوی تقسیم کنیم، کافی است خطی از یك رأس مانند رأس ا به نحوی رسم شود که ضلع مقابل یعنی ب جـ را به دو قسمت مساوی جـ د و ب د تقسیم نماید، در نتیجه مثلث به دو قسمت مساوی تقسیم گردیده است. (به عبارت دیگر خطی که از یك رأس مثلث به وسط ضلع مقابل کشیده شود مثلث را به دو قسمت مساوی تقسیم می کند.) بدین صورت:

مسئلهٔ ۱۰۴



اگر بخواهیم مثلث ا ب جـ را با خطی که از نقطهٔ معینی از روی یك ضلع مانند نقطهٔ د بر روی ضلع ب جـ بگذرد به دو قسمت مساوی تقسیم نماییم، اول از نقطهٔ ا خطی به وسط ضلع ب جـ یعنی نقطهٔ هـ وصل می کنیم تا مثلث ــ مانند مسئلهٔ قبلی ــ به دو قسمت مساوی تقسیم شود. سپس خط ا د را می کشیم و از نقطهٔ هـ خط هـ ر را به موازات آن رسم می کنیم تا ضلع ا ب را در نقطهٔ ر قطع نماید. حال خط د ر را می کشیم تا مثلث را به دو نیمه تقسیم کند. بدین صورت:

مسئلهٔ ۱۰۵



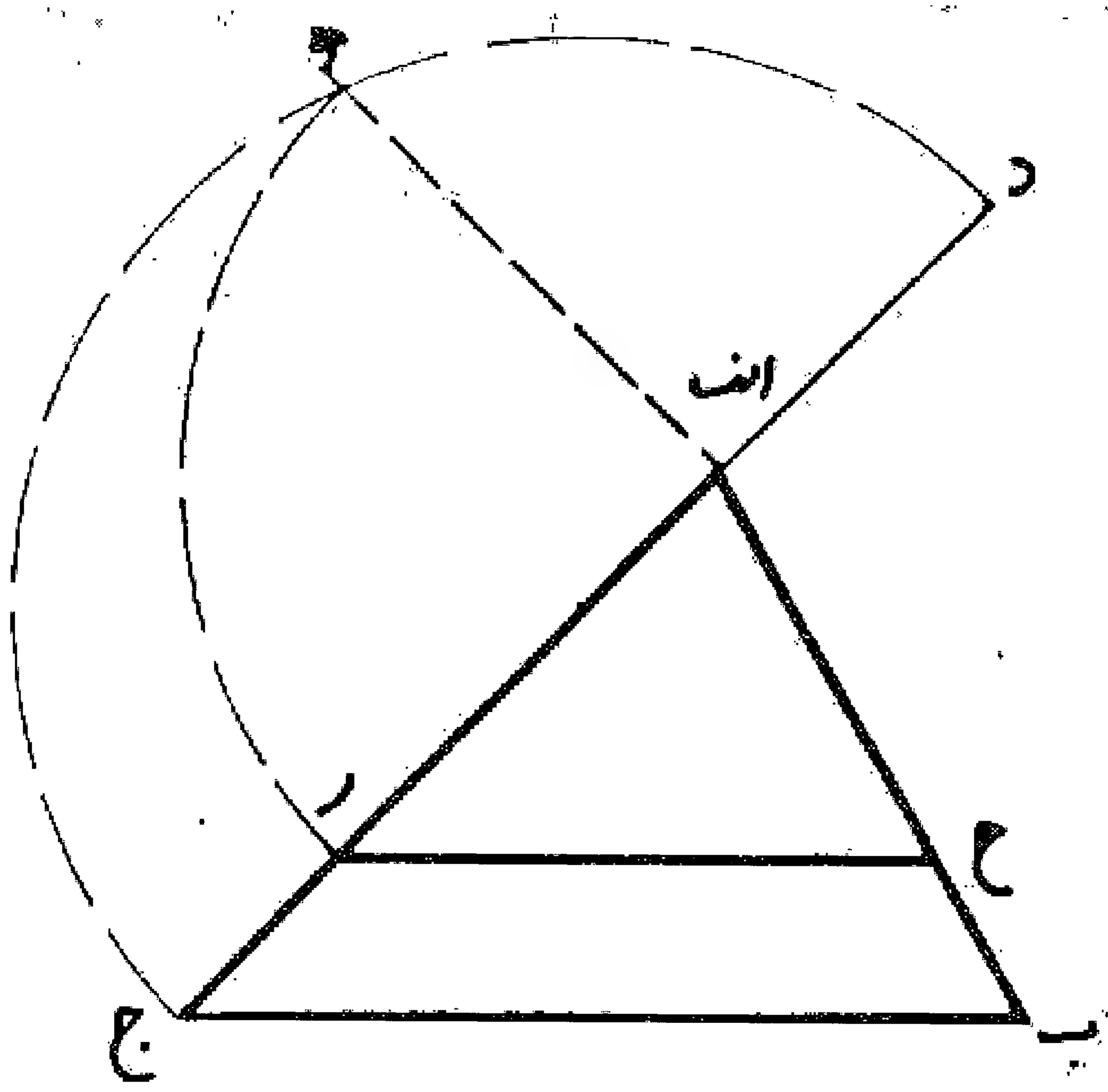
روش تقسیم مثلث به چهار قسمت: اگر بخواهیم مثلثی مانند مثلث ا ب جـ را به چهار قسمت مساوی تقسیم کنیم به طوری که هر سه خط تقسیم از نقطه ای مانند نقطهٔ د بگذرند، اول خط ا د را می کشیم و سپس ضلع ب جـ را به چهار قسمت مساوی مانند ب هـ، هـ ر، ر ح، ح جـ تقسیم می نماییم، بعد از نقاط تقسیم خطهای هـ ل، ر ك، ح ط را موازی خط ا د رسم می کنیم تا اضلاع دیگر مثلث را قطع نماید. حال خطهای د ل، د ك و د ط را می کشیم تا مثلث با این خطها به چهار قسمت مساوی تقسیم شود. بدین صورت:

مسئلهٔ ۱۰۶

به همین ترتیب اگر بخواهیم مثلثی را به سه قسمت یا پنج قسمت و یا به تعداد دیگر سطوح مساوی تقسیم نماییم عمل می کنیم.

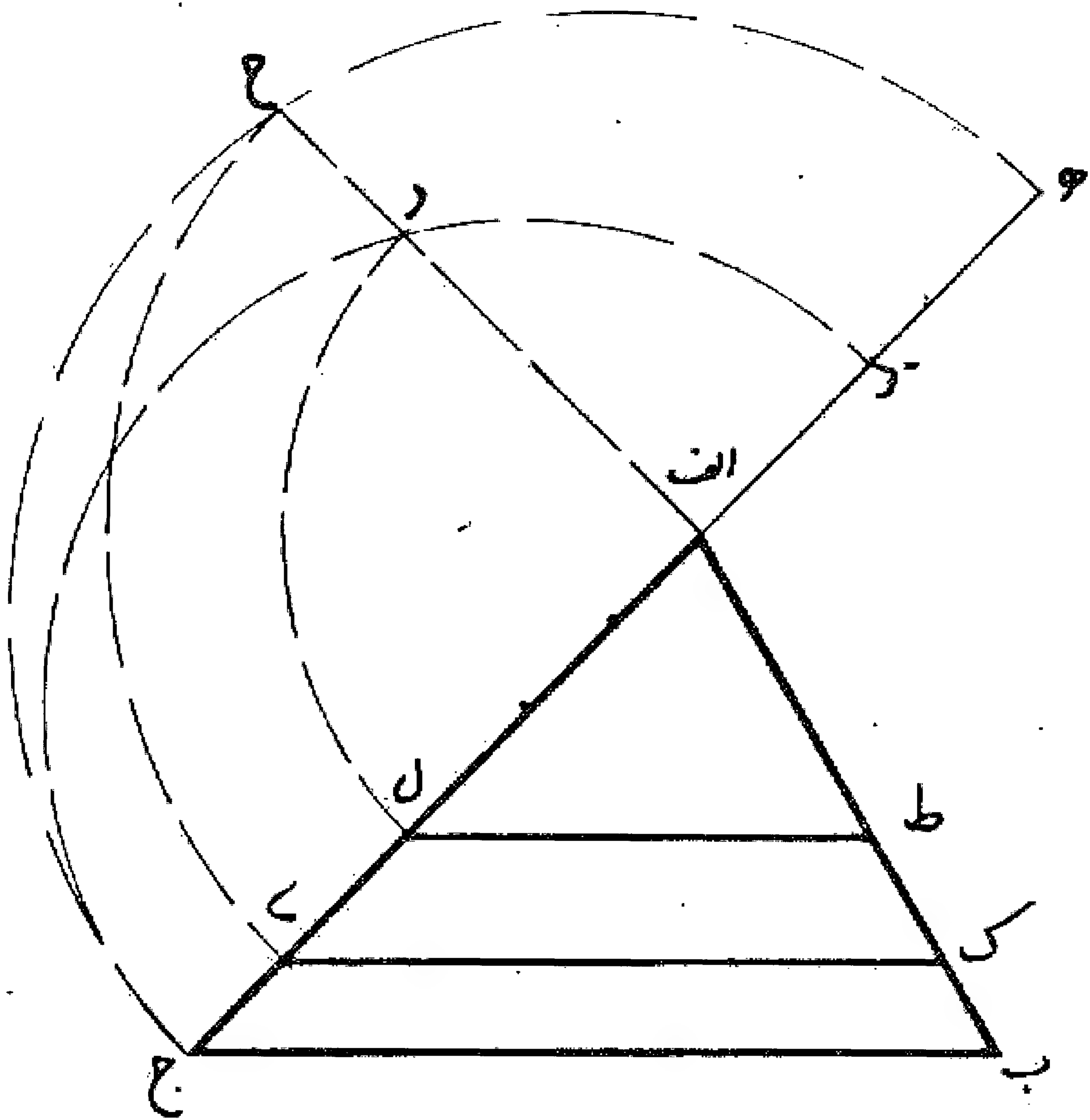
مسئلهٔ ۱۰۷

روش تقسیم مثلث به دو نیمهٔ مساوی: اگر بخواهیم مثلث ا ب جـ را به دو نیمهٔ مساوی تقسیم کنیم به طوری که خط تقسیم موازی یکی از اضلاع مانند ضلع ب جـ باشد، ابتدا ضلع ا جـ را معادل نصف خودش تا نقطهٔ د امتداد می‌دهیم. بعد به قطر د جـ نیم دایرهٔ د هـ جـ را می‌کشیم و از نقطهٔ ا عمود ا هـ را بر خط د جـ اخراج می کنیم تا نیم دایره را قطع نماید. سپس بر روی ضلع اجـ قطعهٔ ار را مساوی اهـ جدا می کنیم و از نقطهٔ ر خط رح را به موازات ب جـ رسم می نماییم تا مثلث به دو نیمهٔ مساوی تقسیم شود. بدین صورت:



مسئلهٔ ۱۰۸

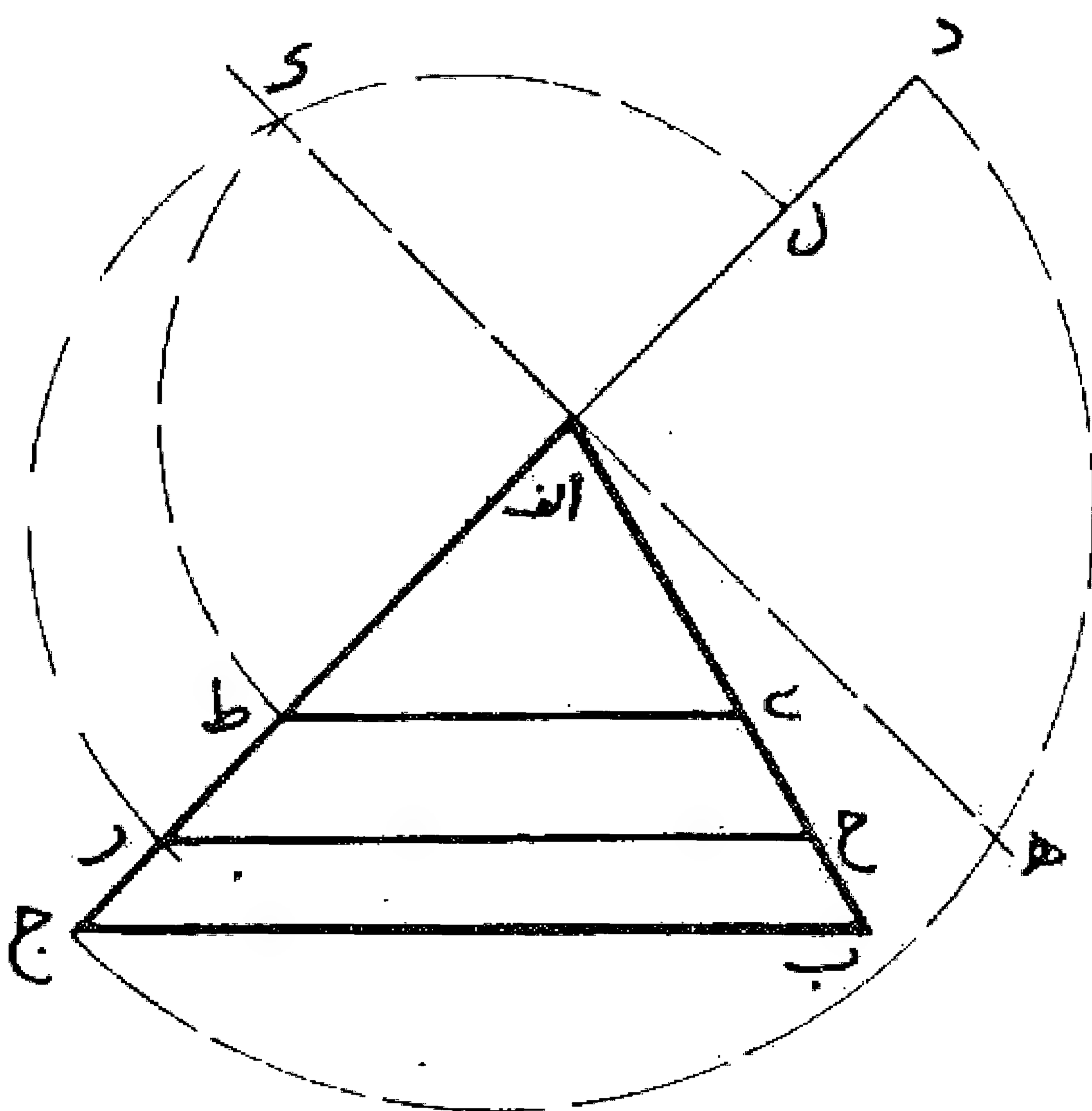
اگر بخواهیم مثلث ا ب جـ را به سه قسمت مساوی تقسیم کنیم به طوری که دو خط تقسیم موازی یکی از اضلاع مانند ضلع ب جـ باشد، اول ضلع اجـ را امتداد می دهیم وروی آن از نقطهٔ ادو نقطهٔ اد را مساوی یك سوم ا جـ و قطعهٔ د هـ را نیز مساوی یك سوم ا جـ جدا می نماییم. بعد به قطر هر یك از قطعات جـ د و جـ هـ نیم دایره هایی رسم می کنیم. بعد خط عمودی از نقطهٔ ا بر خط اجـ اخراج می نماییم تا دو نیم دایره را در نقاط ر، ح قطع کند. حال از نقطهٔ ا روی ضلع اجـ قطعات ال را مساوی ار و ای را مساوی اح جدا و از نقاط ل و ی دو خط ل ط و ی ك را موازی ضلع ب جـ رسم می نماییم، در نتیجه مثلث ا ب جـ به وسیلهٔ این دو خط به سه قسمت مساوی تقسیم می شود. بدین صورت:



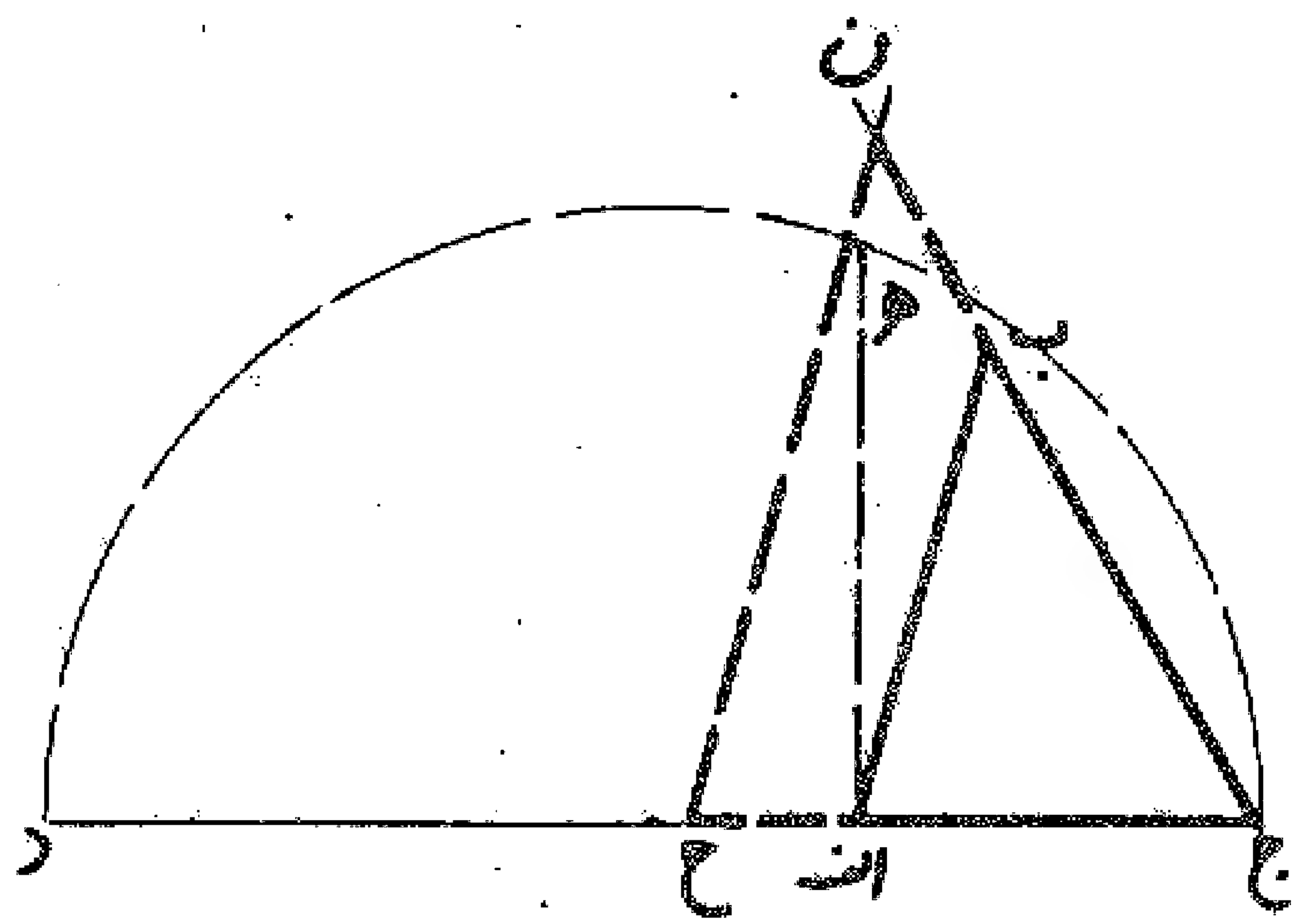
ضمناً با همین روش اگر بخواهیم مثلث را به چهار قسمت و یا زیادتر و یا به هر تعداد دیگر تقسیم نموده عمل می کنیم.

مسئلهٔ ۱۰۹

وجهی دیگر: اگر بخواهیم مثلثی مانند مثلث ا ب جـ را به سه قسمت مساوی تقسیم نماییم، اول ضلع اجـ را مساوی دو سوم آن تا نقطهٔ د ادامه می دهیم و بر خط د جـ نیم دایره ای رسم می کنیم، بعد عمود اهـ را بر خط د جـ اخراج می نماییم تا دایره را در نقطهٔ هـ قطع کند. سپس بر روی ضلع اجـ قطعهٔ ار را معادل ا هـ جدا می نماییم و خط ر ح را موازی ب جـ می کشیم تا مثلث به یك سوم ودو سوم تقسیم گردد. بعد همان طور که پیش از این گفته شد مثلث ارح را با خط طی به دو نیمه تقسیم می کنیم. بدین ترتیب مثلث ا ب جـ به سه قسمت مساوی تقسیم می شود. بدین صورت:



مسئلهٔ ۱۱۰

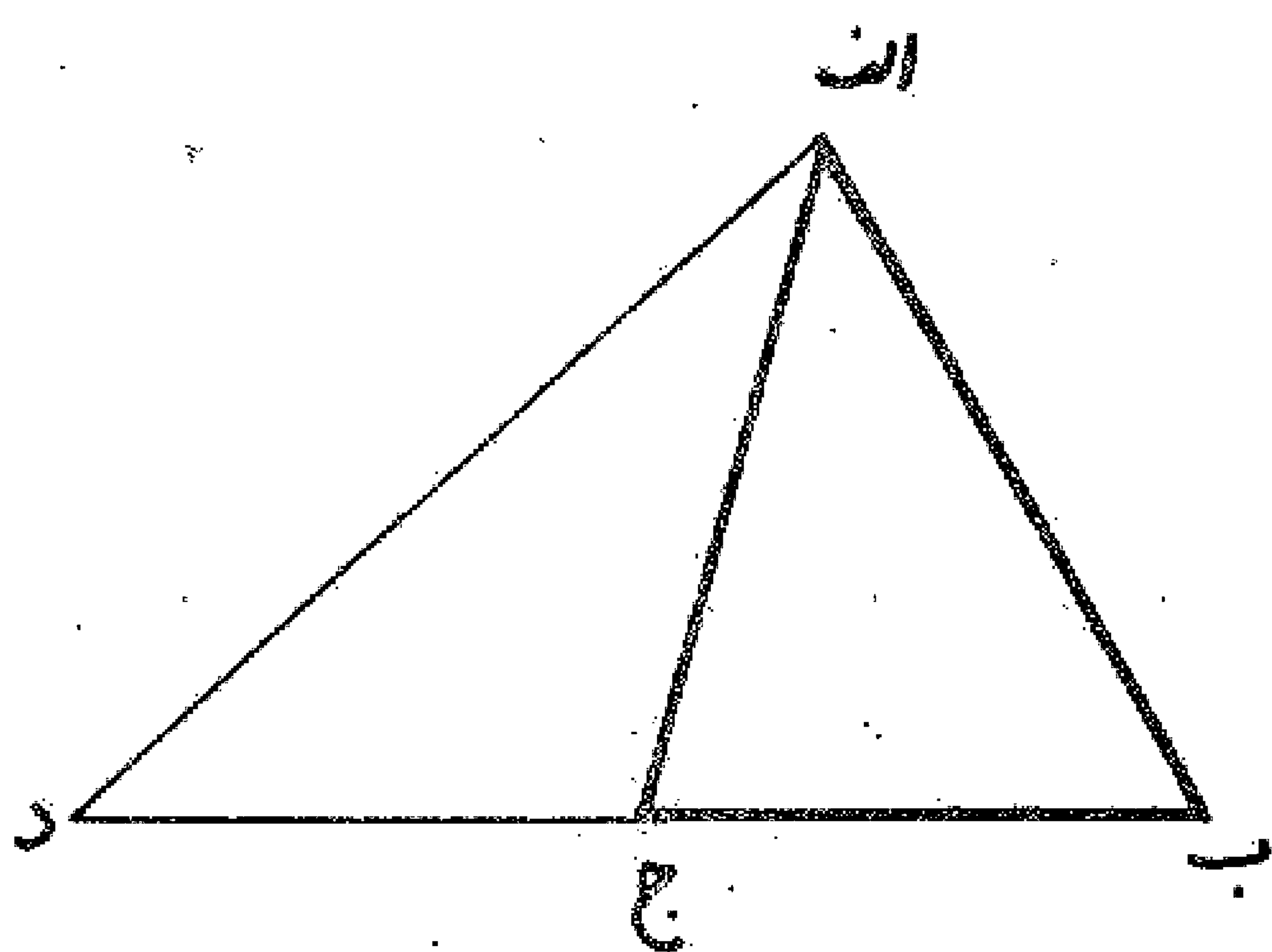


اگر بخواهیم بر مثلثی مانند مثلث ا ب جـ با خطی که موازی یك ضلع آن مثلا ا ب باشد، معادل خودش را اضافه کنیم، اول ضلع ا جـ را معادل دو برابر خودش تا نقطهٔ د امتداد می دهیم. سپس به قطر جـ د نیم دایره ای رسم می نماییم و خط عمود ا هـ را بر جـ د اخراج می کنیم تا دایره را در نقطهٔ هـ قطع نماید. بعد قطعهٔ جـ ح را مساوی ا هـ جدا و از نقطهٔ ح خط ح ن را به موازات ا ب رسم می کنیم تا امتداد ضلع جـ ب را در نقطهٔ ن قطع نماید. سطح ا ب ن ح مساوی مثلث ا ب جـ می باشد که به آن اضافه شده است. بدین صورت:

مسئلهٔ ۱۱۱

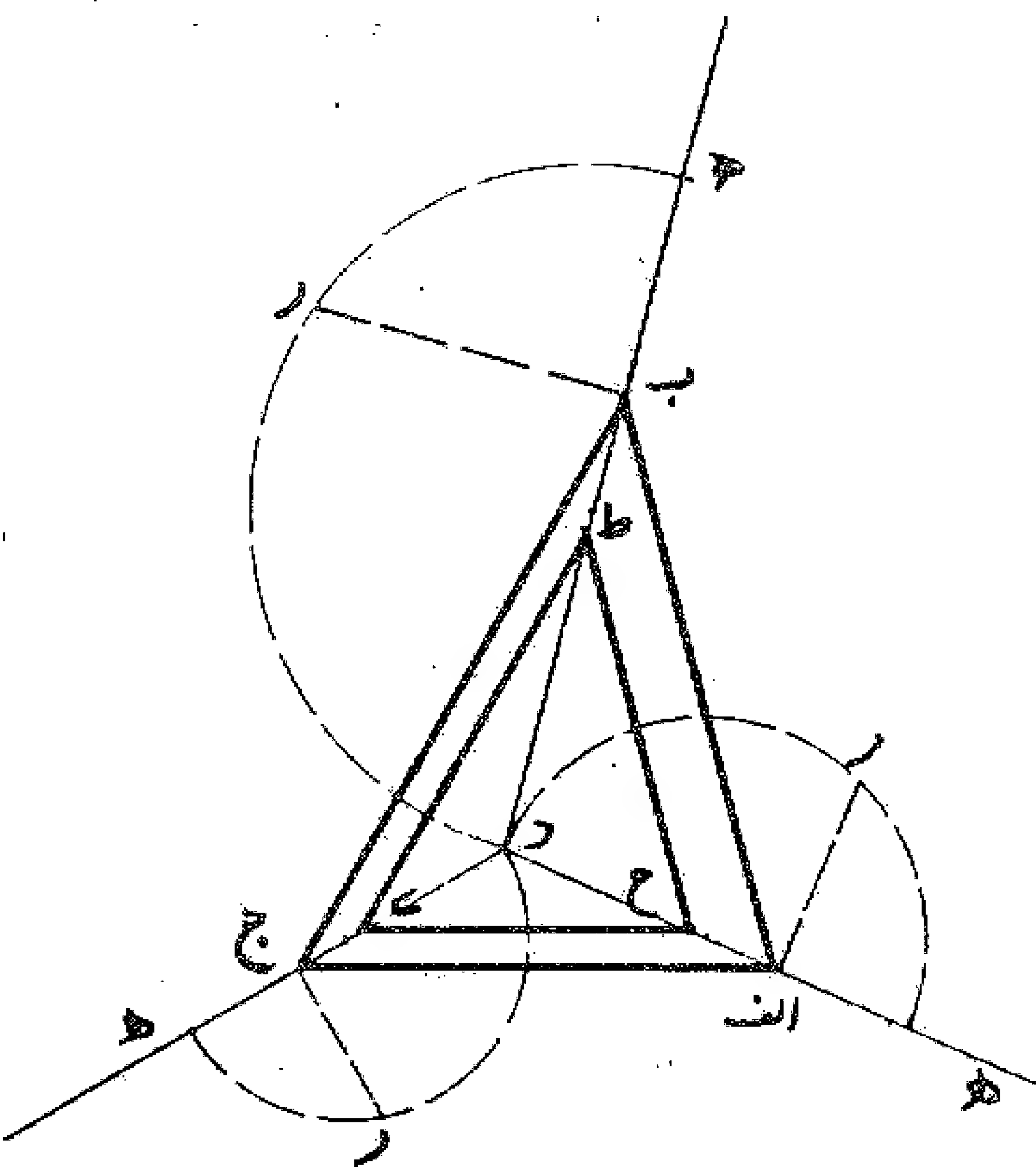
و با همین روش اگر بخواهیم دو بار یا سه بار یا هر مقدار که بخواهیم بر مثلثی بیفزاییم عمل می کنیم.

مسئلهٔ ۱۱۲



اگر بخواهیم که مثلثی یا دو مثلث و یا آن تعداد که بخواهیم بر مثلثی نظیر ا ب جـ بیفزاییم به طوری که تمام اضلاع جدید از یك رأس مثلث مانند رأس ا بگذرند، ضلع ب جـ را به اندازهٔ خودش و یا به آن مقدار که در نظر گرفته شده است امتداد می دهیم و از انتهای آن مثلا نقطهٔ د به رأس ا وصل می کنیم تا آنچه می خواهیم به دست آید. بدین صورت:

مسئلهٔ ۱۱۳

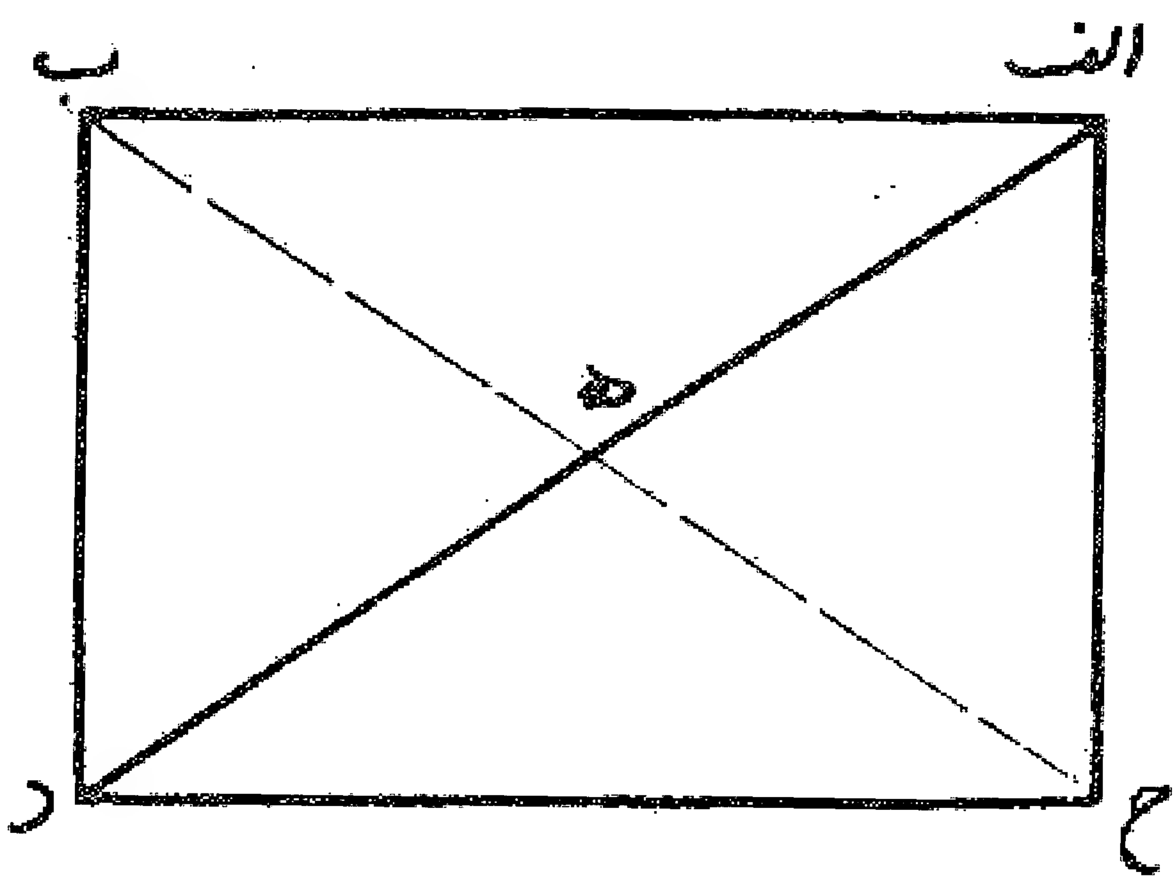


اگر بخواهیم در داخل مثلثی مانند مثلث ا ب جـ مثلث دیگری شبیه به او با نصف مساحت و یا ثلث و یا جزئی از آن جدا کنیم، ابتدا نقطه ای مانند نقطهٔ د هر کجا که باشد در داخل مثلث انتخاب می نماییم و بعد خطوط د ا، د ب، د جـ را می کشیم. سپس ا د را تا نقطهٔ هـ امتداد می دهیم به طوری کـه ا هـ مساوی نصف، ثلث یا جزئی از ضلع د ا که می خواهیم شود. بعد به قطر د هـ نیم دایره ای رسم و عمود ا ر را بر د هـ اخراج می کنیم تا دایره را در نقطهٔ ر قطع نماید. قطعهٔ د ح را مساوی ا ر جدا و به همین ترتیب عمل می کنیم و نقاط ط، ی، را تعیین می نماییم. آنگاه خطهای ح ی، ح ط، ط ی، را می کشیم تا مثلث ح ط ی در داخل مثلث ا ب جـ شبیه به آن و معادل آنچه که خواستیم به دست آید. بدین صورت:

باب هشتم

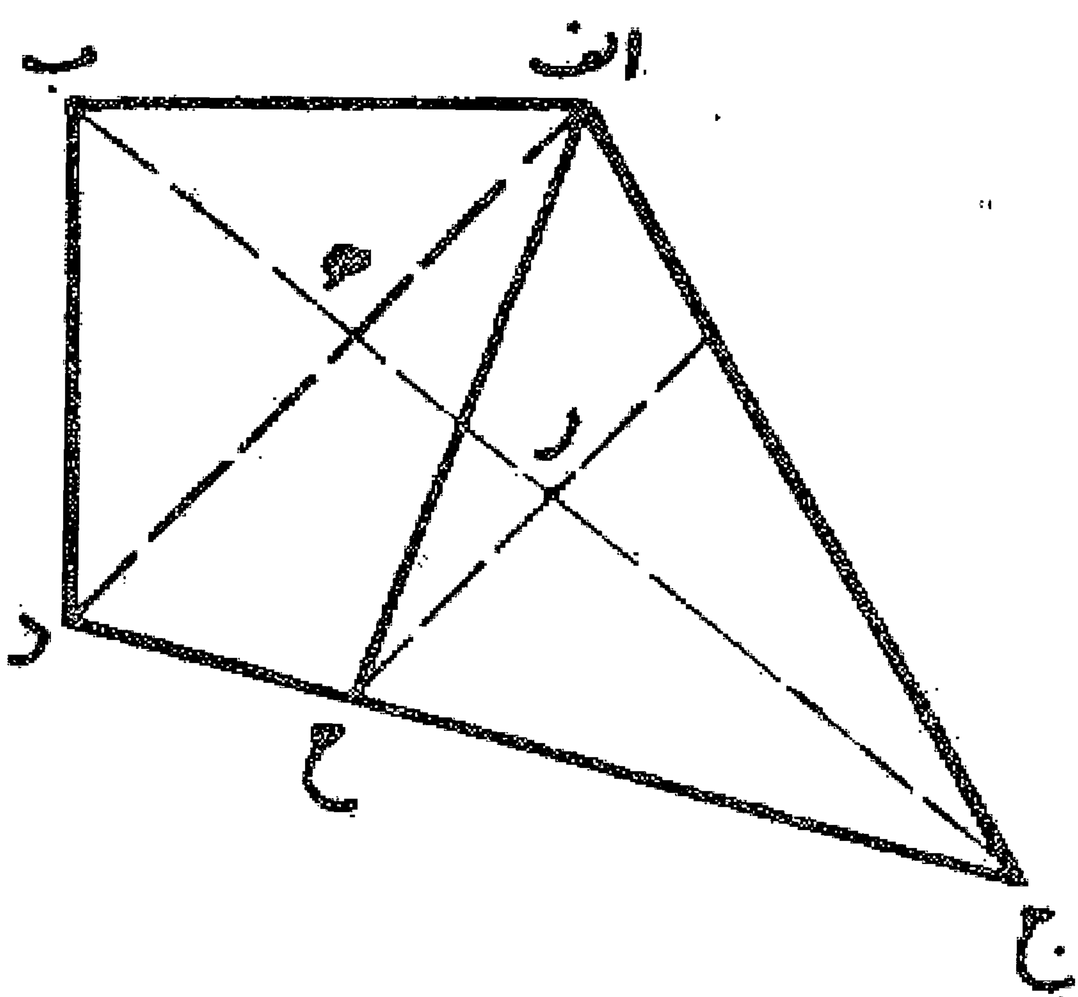
در تقسیم کردن چهارضلعیها

مسئلهٔ ۱۱۴



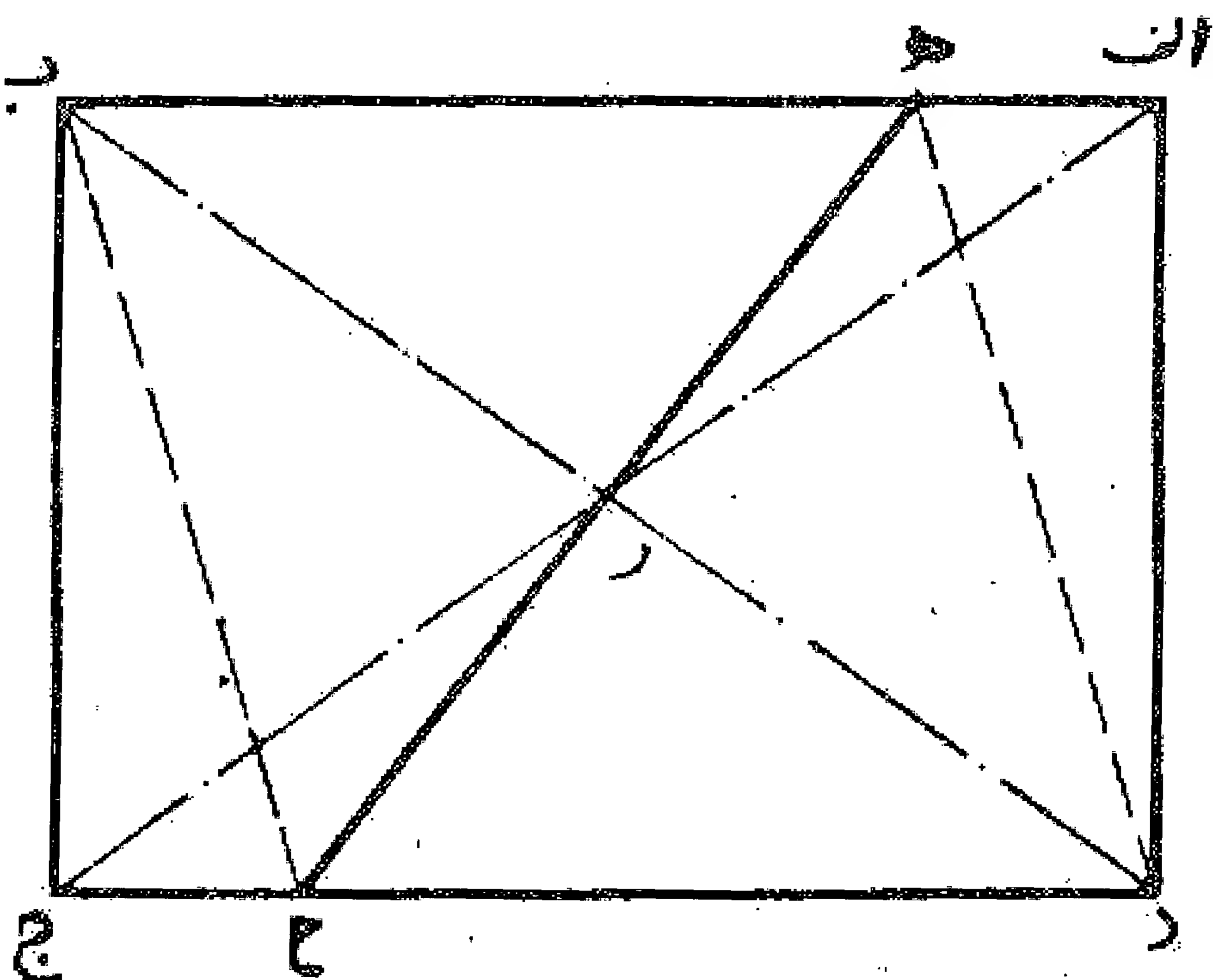
می خواهیم سطح چهارضلعی ا ب جـ د را با خطی که ازیك رأس مانند رأس ا بگذرد به دو نیمهٔ مساوی تقسیم کنیم: ابتدا دو قطر ا د و ب جـ را رسم می نماییم تا در نقطهٔ هـ یکدیگر را قطع کنند. اگر دو قطعهٔ ب هـ و جـ هـ مساوی باشند سطح چهارضلعی ا ب جـ د به وسیلهٔ خط ا د به دو نیمه تقسیم شده است. بدین صورت:

مسئلهٔ ۱۱۵



اگر ب هـ مساوی جـ هـ نباشد ب جـ را در نقطهٔ ر به دو قسمت مساوی تقسیم می کنیم و خط رح را موازی قطر ا د می کشیم تا ضلع د جـ را در نقطهٔ ح قطع نماید. خط اح سطح چهارضلعی را به دو قسمت مساوی تقسیم می کند. بدین صورت:

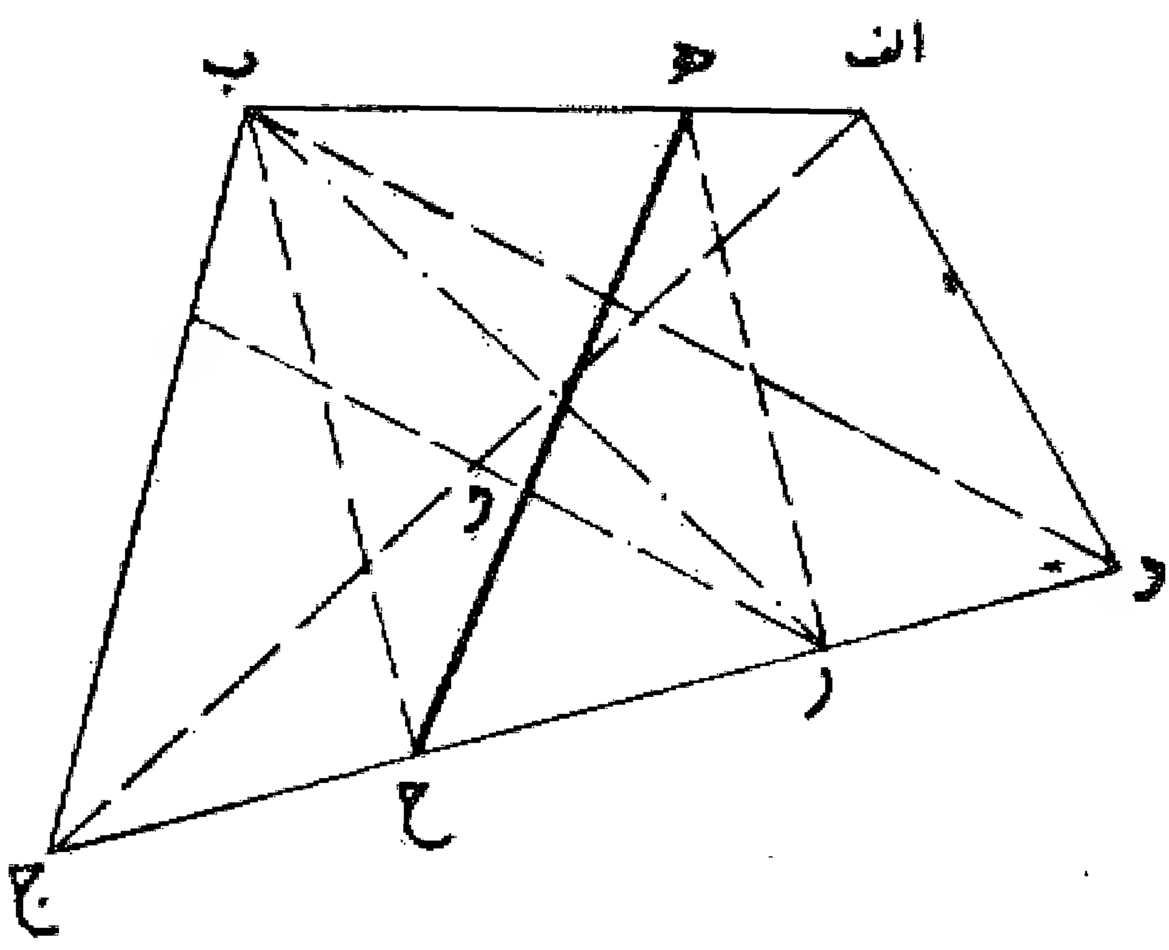
مسئلهٔ ۱۱۶



می خواهیم سطح چهار ضلعی ا ب جـ د را با خطی که از نقطهٔ معینی روی یك ضلع مانند نقطهٔ هـ روی ضلع ا ب بگذرد به دو نیمهٔ مساوی تقسیم کنیم: همان طور که گفته شد ابتدا سطح چهارضلعی را با خطی که ازیك رأس مثلا رأس ب می گذرد به دو نیمهٔ مساوی تقسیم می نماییم. سپس خط هـ ر را رسم می کنیم. اگر هـ ر موازی ب ح باشد شکل با خط هـ ر به دو نیمه تقسیم می شود.

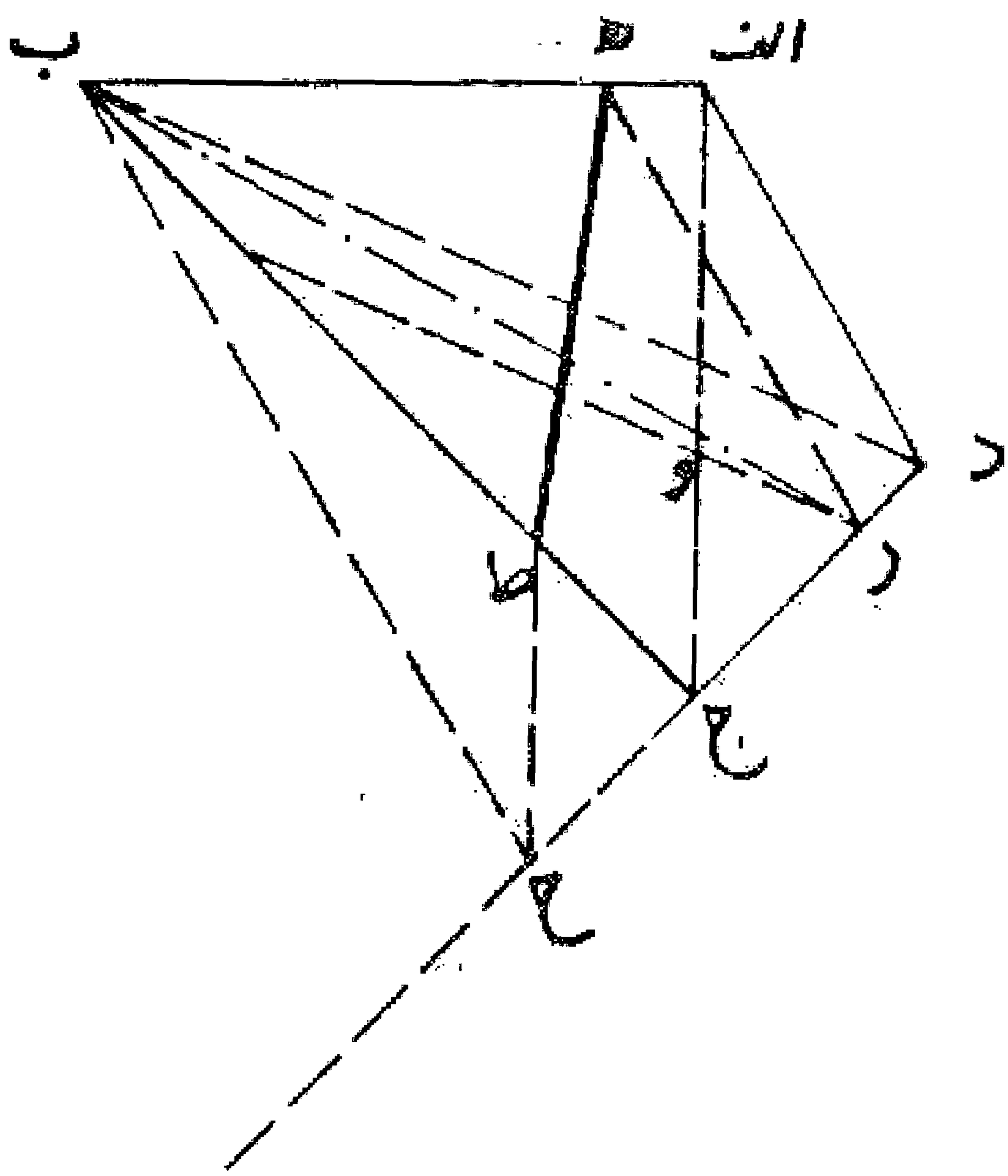
مسئلهٔ ۱۱۷

اگر هـ ر موازی ب جـ نباشد: از نقطهٔ ب خط ب ح را موازی هـ ر رسم می کنیم. این خط ممکن است داخل سطح چهار ضلعی قرار گیرد و یا در خارج آن واقع شود. اگر در داخل قرار گرفت چنانچه خط هـ ح را رسم نماییم چهار ضلعی به دو نیمهٔ مساوی تقسیم می گردد. بدین صورت:



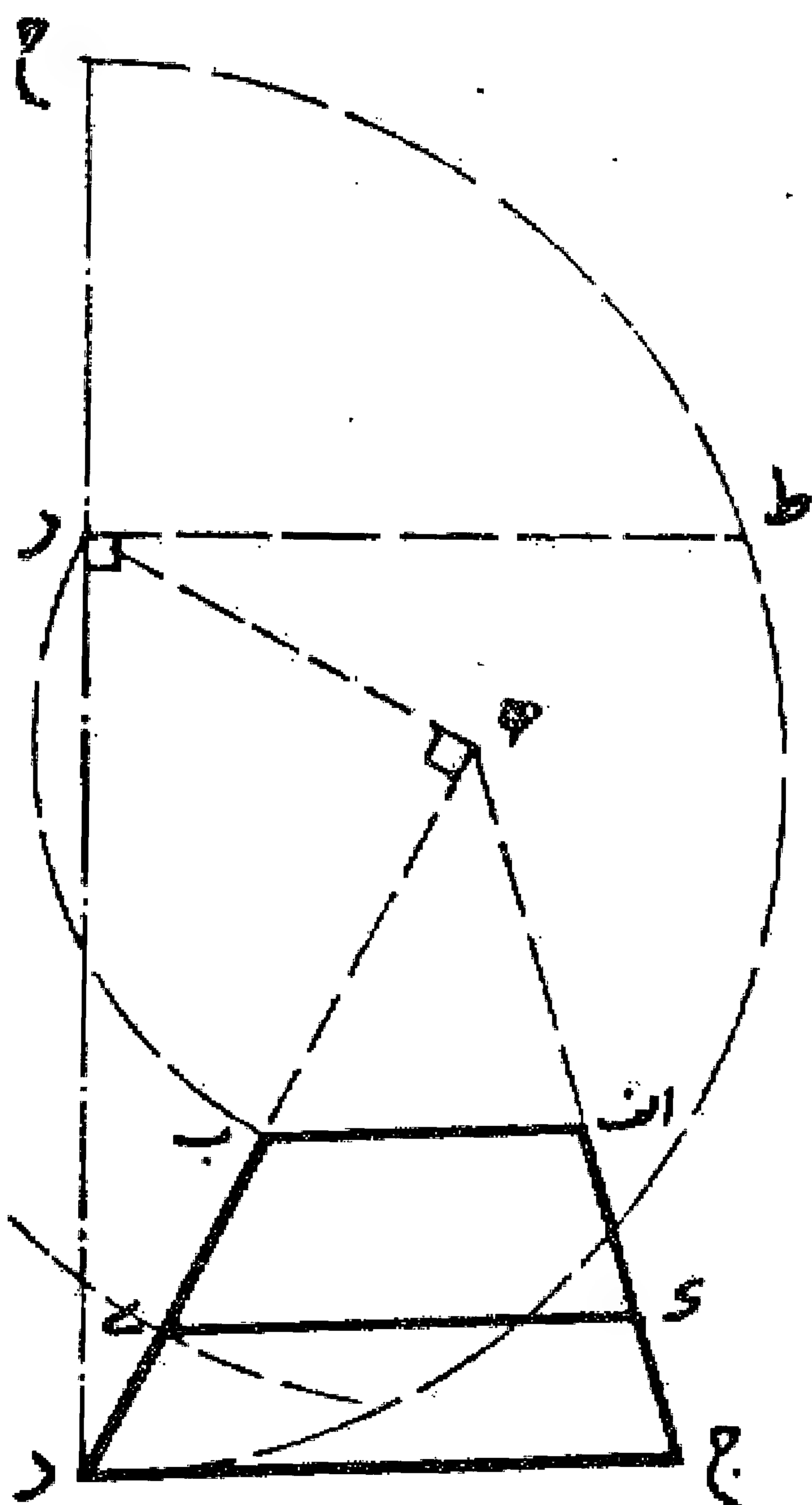
مسئلهٔ ۱۱۸

اگر هـ ر در خارج واقع شود: ضلع د جـ را امتداد می دهیم تا در نقطهٔ ح با خط ب ح تلاقی نماید. سپس از نقطهٔ ح خط ح ط را به موازات و جـ رسم می کنیم تا ضلع ب جـ را در نقطهٔ ط قطع نماید. خط هـ ط چهار ضلعی را به دو نیمهٔ مساوی تقسیم می کند. بدین صورت:



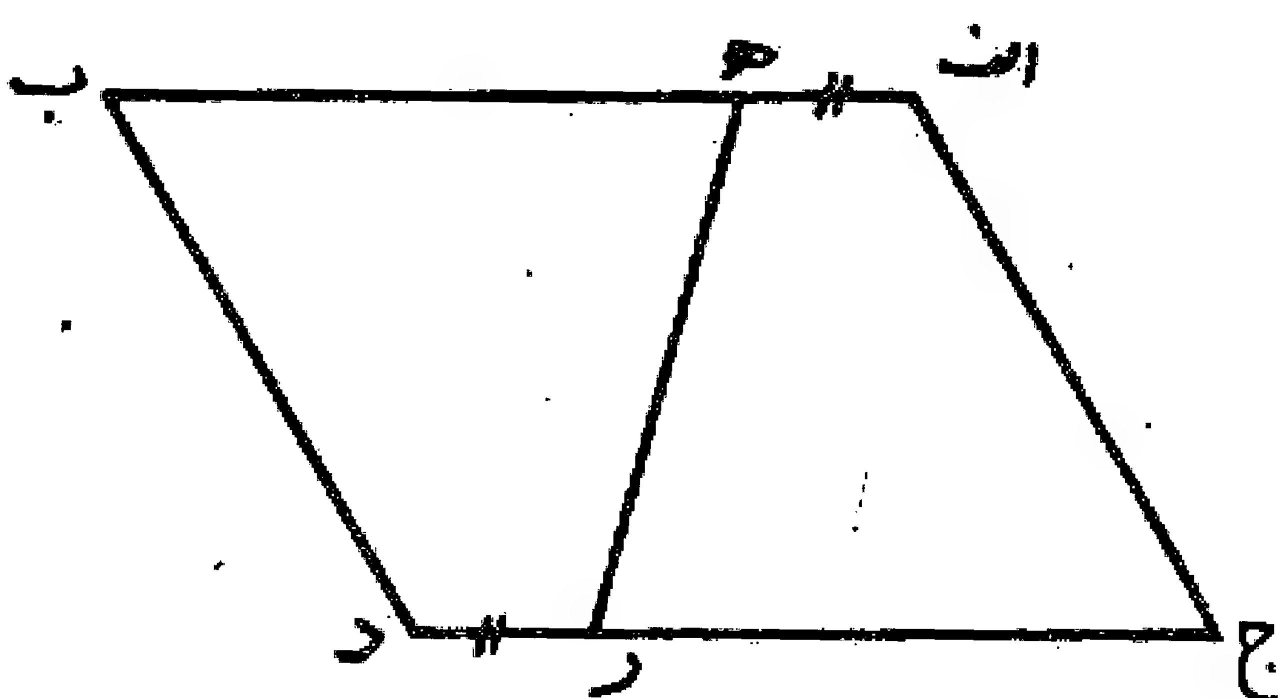
مسئلهٔ ۱۱۹

اگر بخواهیم منحرفی (ذوزنقه) مانند ذوزنقهٔ ا ب جـ د را با خطی موازی جـ د به دو نیمه تقسیم کنیم، ابتدا دو ضلع ا جـ و ب د را امتداد می دهیم تا یکدیگر را در نقطهٔ هـ تلاقی نمایند. سپس از نقطهٔ هـ عمود هـ ر را بر هـ ب و به اندازهٔ هـ ب اخراج می کنیم. بعد خط د ر را رسم می نماییم و به اندازهٔ نصف خودش تا نقطهٔ ح امتداد می دهیم. سپس بر خط د ح نیم دایره ای رسم می کنیم و، از نقطهٔ ر خط عمود ر ط را می کشیم تا نیم دایره را قطع نماید. حال از نقطهٔ هـ روی خط هـ د به اندازهٔ ر ط جدا می کنیم تا نقطهٔ ی به دست آید. خطی که از این نقطه موازی جـ د بکشیم ذوزنقهٔ ا ب جـ د را به دو نیمه تقسیم می نماید. بدین صورت:



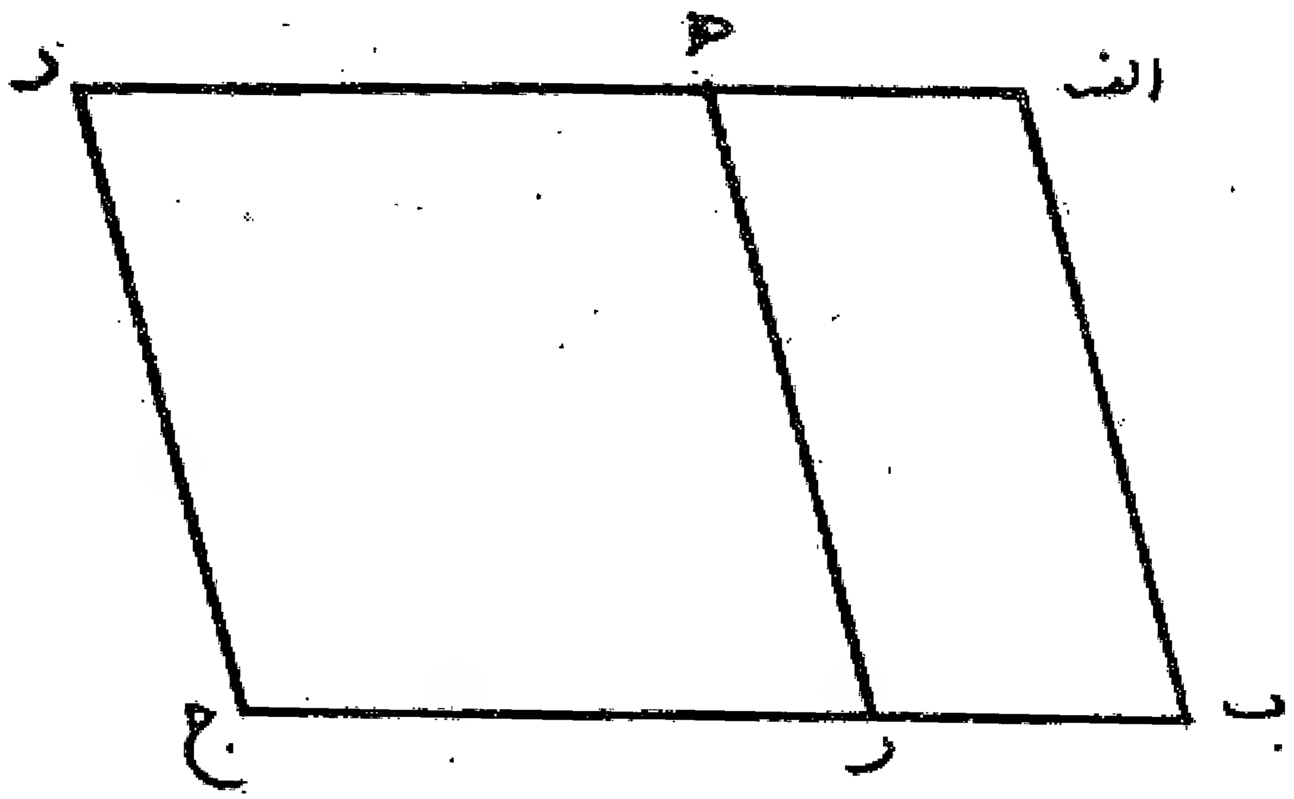
مسئلهٔ ۱۲۰

اگر بخواهیم سطح متوازی الاضلاعی مانند ا ب جـ د را با خطی که از یک نقطه روی یک ضلع، مانند نقطهٔ هـ روی ضلع ا ب بگذرد به دو نیمه تقسیم کنیم، ابتدا روی ضلع د جـ قطعهٔ د ر را مساوی ا هـ جدا می کنیم و سپس خط هـ ر را می کشیم. سطح ا ب جـ د به وسیلهٔ این خط به دو نیمهٔ مساوی تقسیم می شود. بدین صورت:



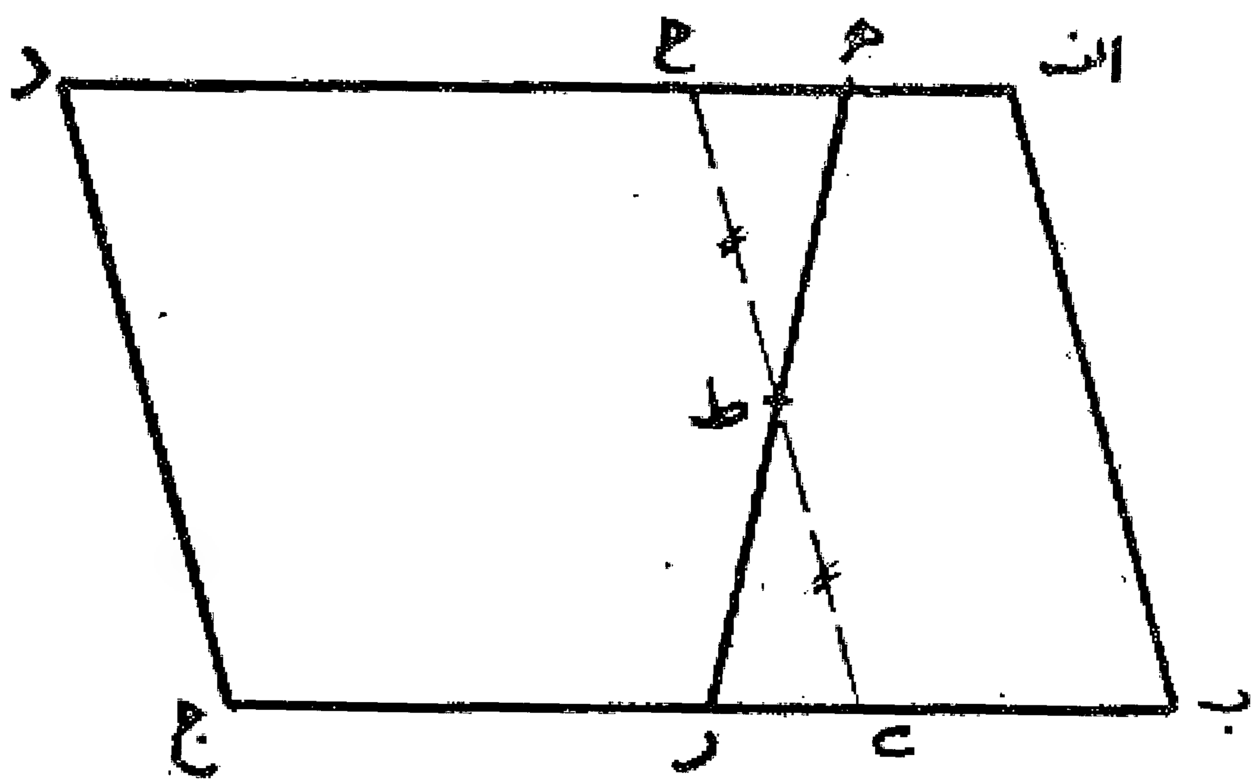
مسئلهٔ ۱۲۱

اگر بخواهیم از سطح متوازی الاضلاعی مانند ا ب جـ د مقدار معینی مثلا یك سوم آن به وسیلهٔ خطی که از یك نقطه مانند هـ بر روی ضلع ا د می گذرد جدا نماییم، اول از نقطهٔ هـ خط هـ ر را موازی ضلع ا ب رسم می کنیم، حال اگر ا هـ یك سوم ضلع ا د باشد سطح ا هـ ر ب نیز یك سوم سطح متوازی الاضلاع می باشد. بدین صورت:



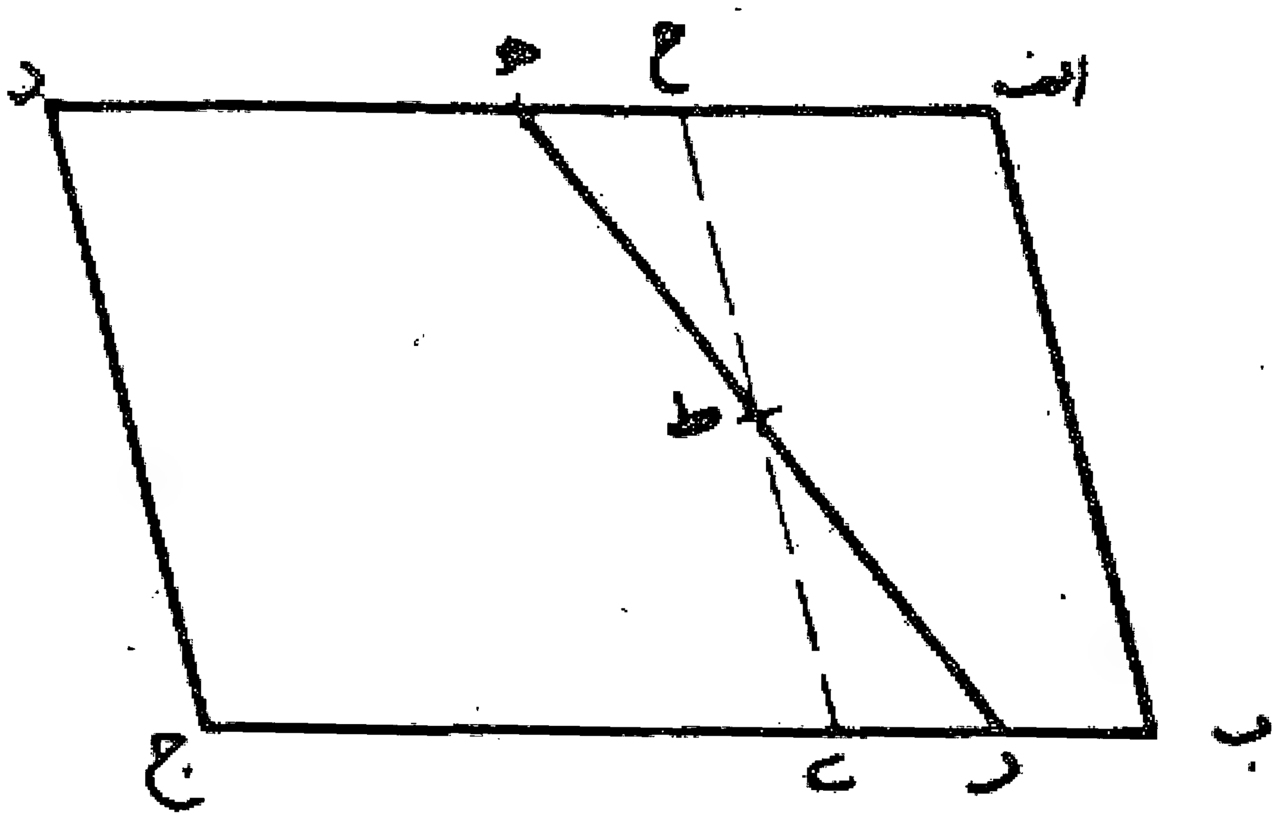
مسئلهٔ ۱۲۲

اگر ا هـ یك سوم ا د نباشد، قطعهٔ ا ح را مساوی یك سوم ا د جدا و خط ح ی را به موازات ا ب رسم می کنیم حال اگر نقطهٔ ح روی قطعهٔ د هـ افتد خط ح ی را در نقطهٔ ط نصف می نماییم و از نقطهٔ هـ خط هـ ط را رسم می کنیم و امتداد می دهیم تا متوازی الاضلاع را بِبُرد. این خط سطح متوازی الاضلاع را به یك سوم و دو سوم تقسیم می نماید. بدین صورت:



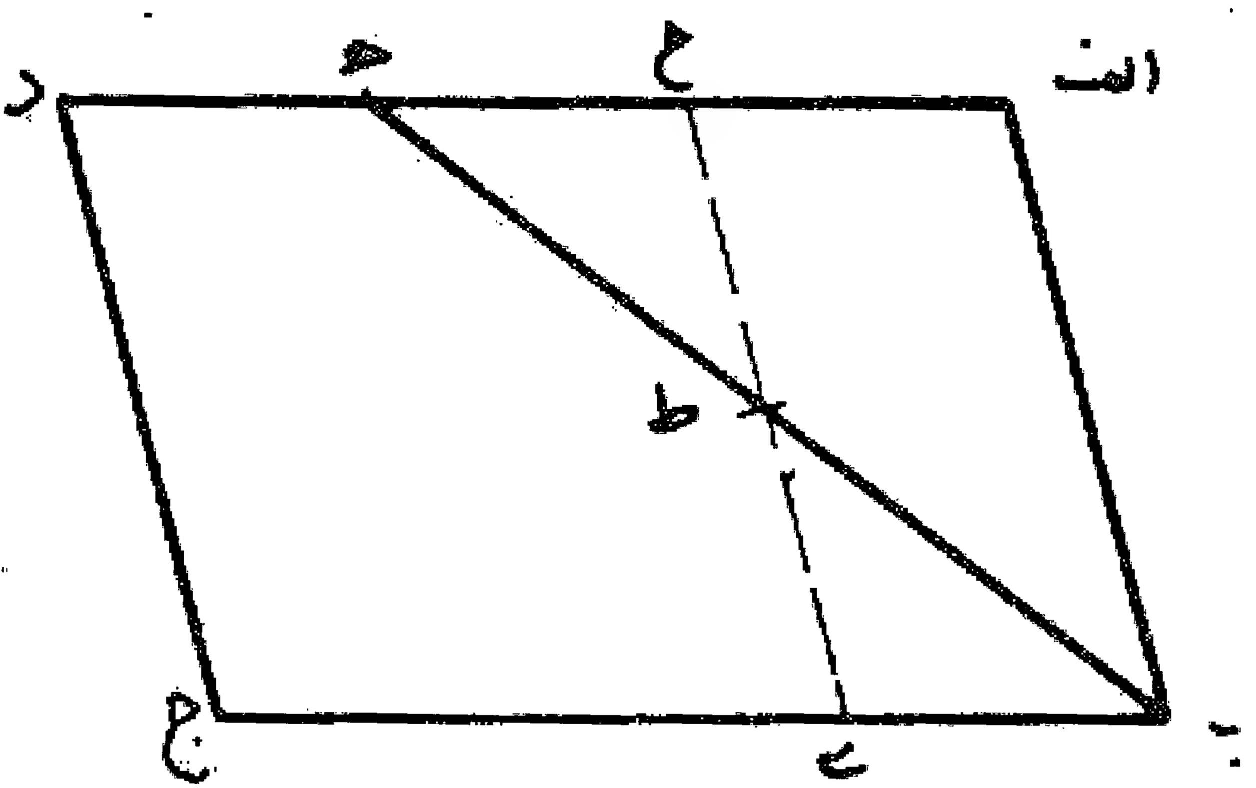
مسئلهٔ ۱۲۳

اگر نقطهٔ ح روی قطعهٔ ا هـ قرار گیرد در این صورت اول خط ح ی را موازی ضلع ا ب رسم می نماییم، سپس نگاه می کنیم اگر ح هـ کوچك تر از ب ی باشد ـــ مانند مسئلهٔ قبلی ـــ ح ی را در نقطهٔ ط نصف و خط هـ ط را رسم می نماییم تا یك ثلث از سطح متوازی الاضلاع را جدا کند. بدین صورت:



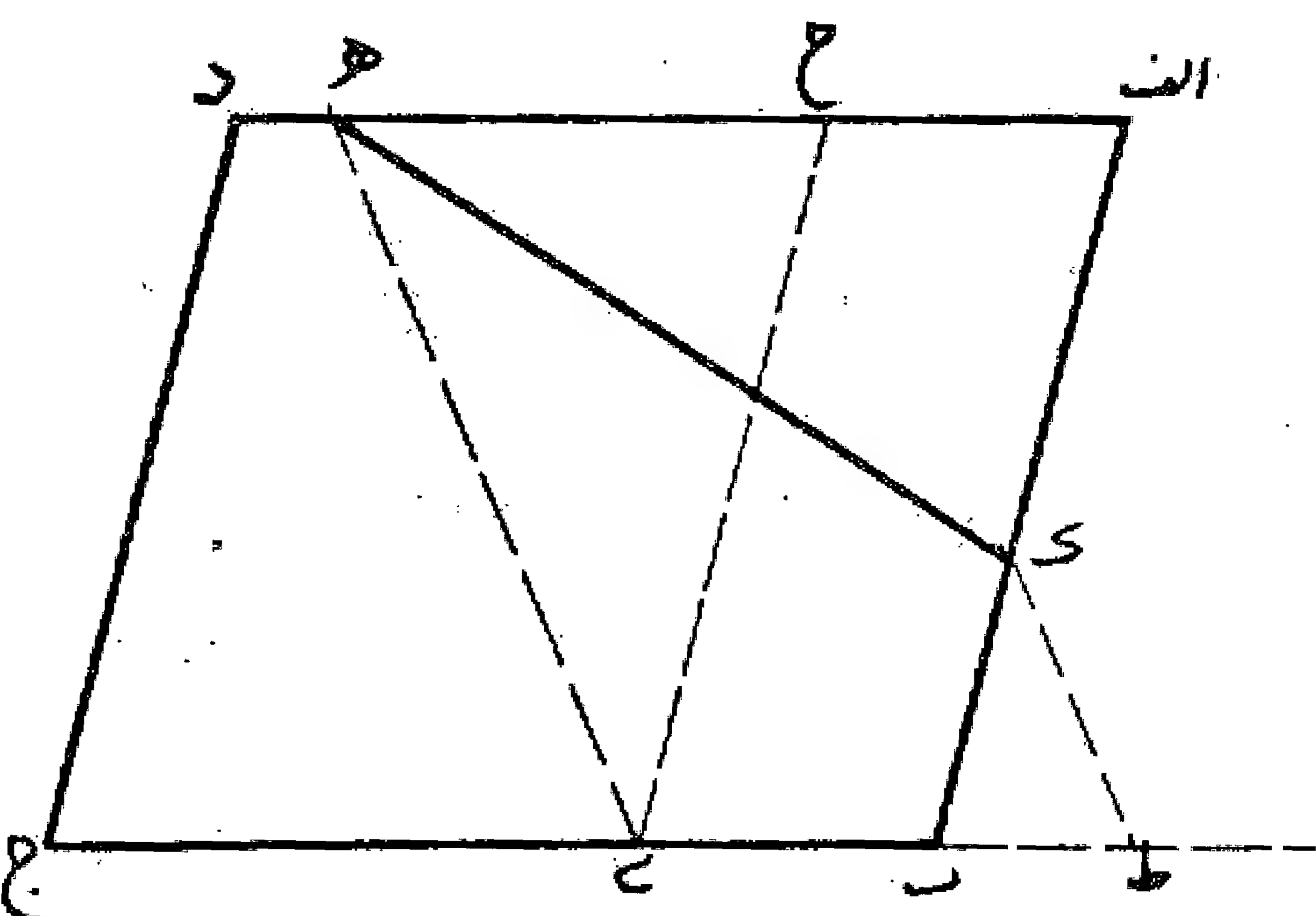
مسئلهٔ ۱۲۴

اگر ح هـ مساوی ب ی باشد خط هـ ط ب را می کشیم. مثلث ا هـ ب یك سوم از سطح متوازی الاضلاع می باشد. بدین صورت:



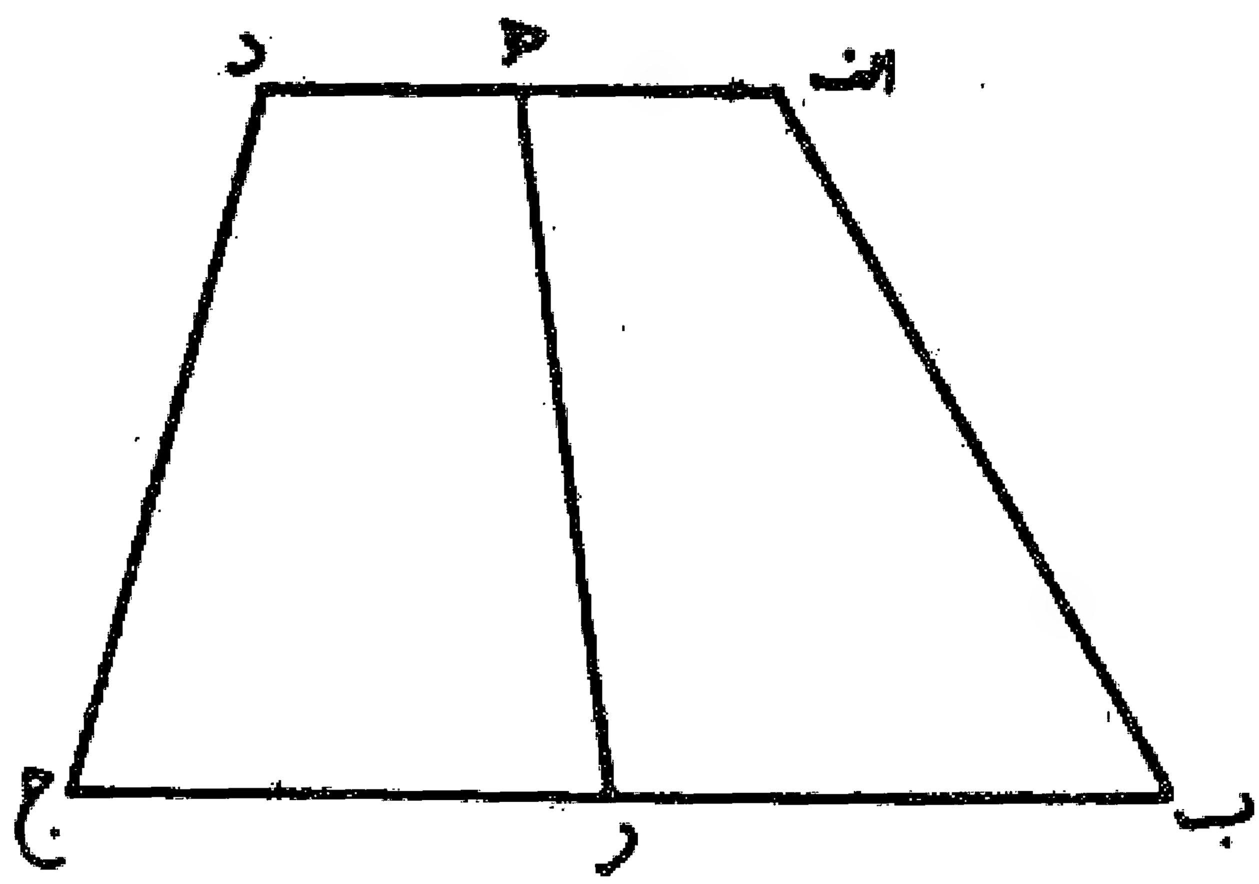
مسئلهٔ ۱۲۵

اگر هـ ح از ب ی بزرگ تر باشد، در این صورت ضلع جـ ب را تا نقطهٔ ط امتداد می دهیم به طوری که ط ی مساوی هـ ح شود. سپس از نقطهٔ ط خطی موازی هـ ی رسم می کنیم تا ضلع ا ب را در نقطهٔ ك قطع نماید. خط هـ ك متوازی الاضلاع را به مثلث ا هـ ك به مساحت یك سوم و چندضلعی هـ د جـ ب ك به مساحت دوسوم مساحت متوازی الاضلاع ا ب جـ د تقسیم می کند. بدین صورت:



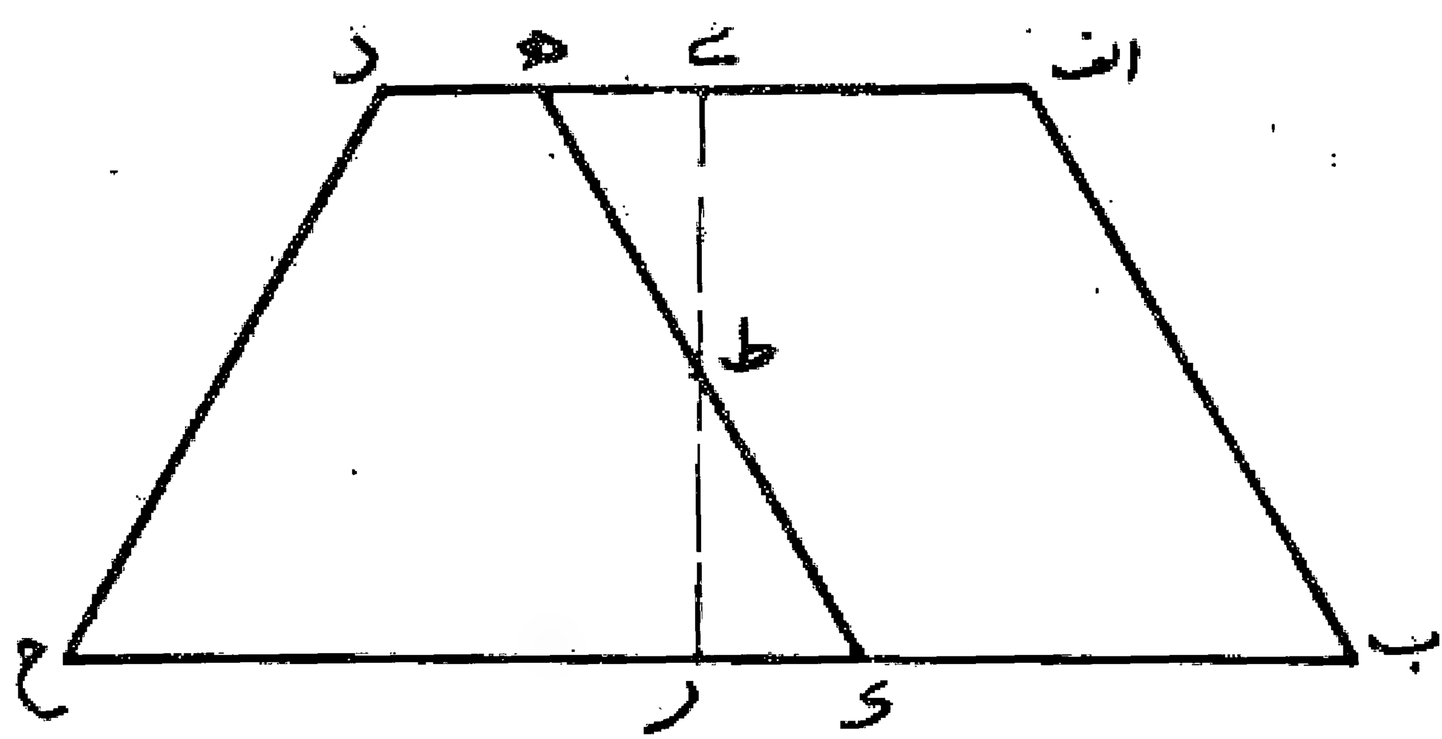
مسئلهٔ ۱۲۶

اگر بخواهیم ذوزنقهٔ اب جـد را به خطی که از نقطهٔ هـ واقع در قاعدهٔ بالایی ذوزنقه بگذرد به دو نیمه تقسیم کنیم، ابتدا قاعدهٔ ب جـ را رسم می نماییم و آن را در نقطهٔ ر به دو نیمهٔ مساوی تقسیم می کنیم. سپس خط هـ ر را می کشیم اگر قطعهٔ اهـ مساوی قطعهٔ هـ د باشد سطح ذوزنقه با خط هـ د به دو نیمهٔ مساوی تقسیم شده است. بدین صورت:



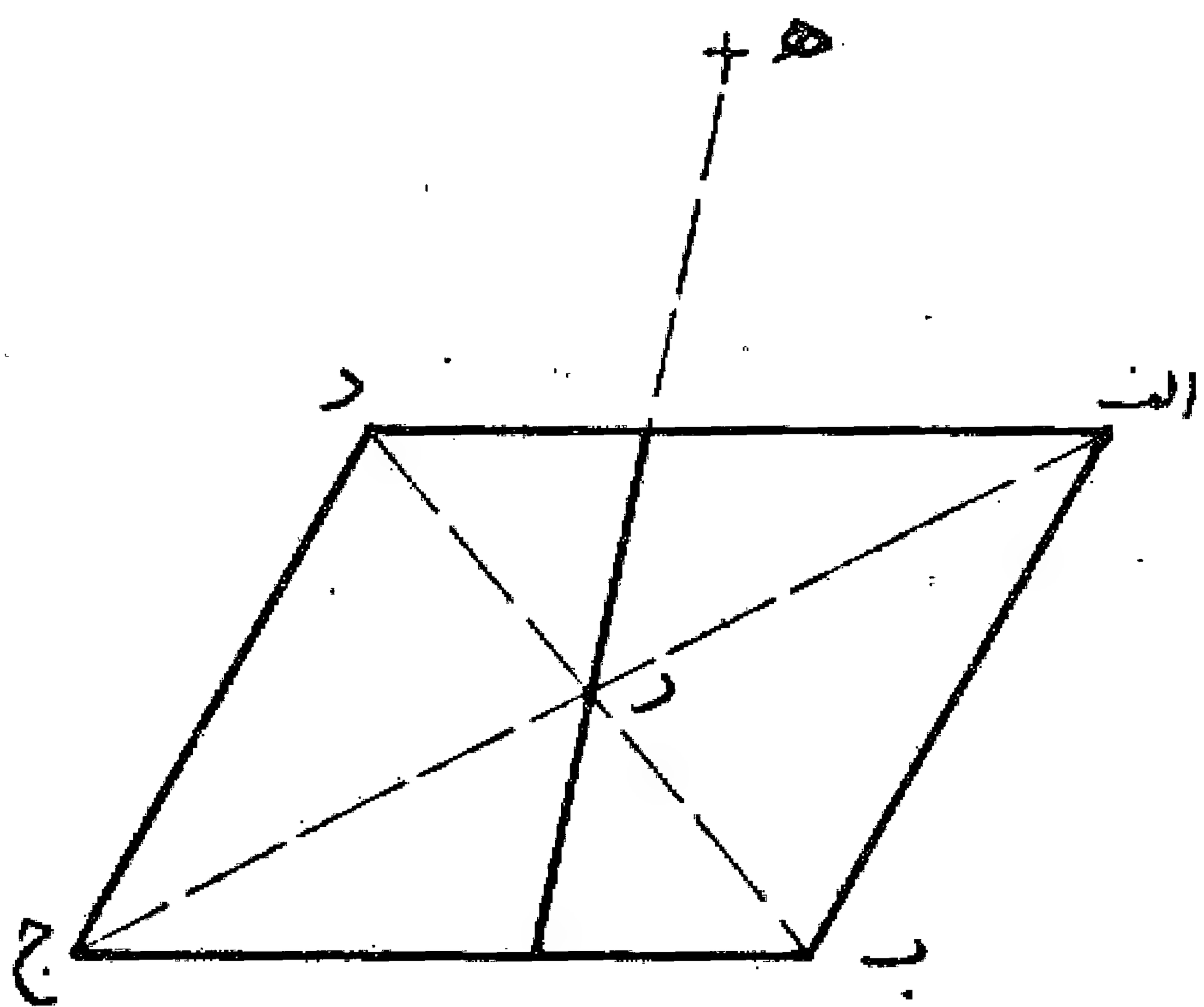
مسئلهٔ ۱۲۷

اگر اهـ مساوی د هـ نباشد اول خط ی ر را از وسط قاعدهٔ بالا به وسط قاعدهٔ پایین وصل می نماییم، سپس آن را در نقطهٔ ط به دو نیمه تقسیم می کنیم و بعد خط هـ ط را می کشیم تا در نقطهٔ ك به قاعدهٔ پایین برسد. این خط ذوزنقه را به دو نیمهٔ مساوی تقسیم می نماید، بدین صورت:



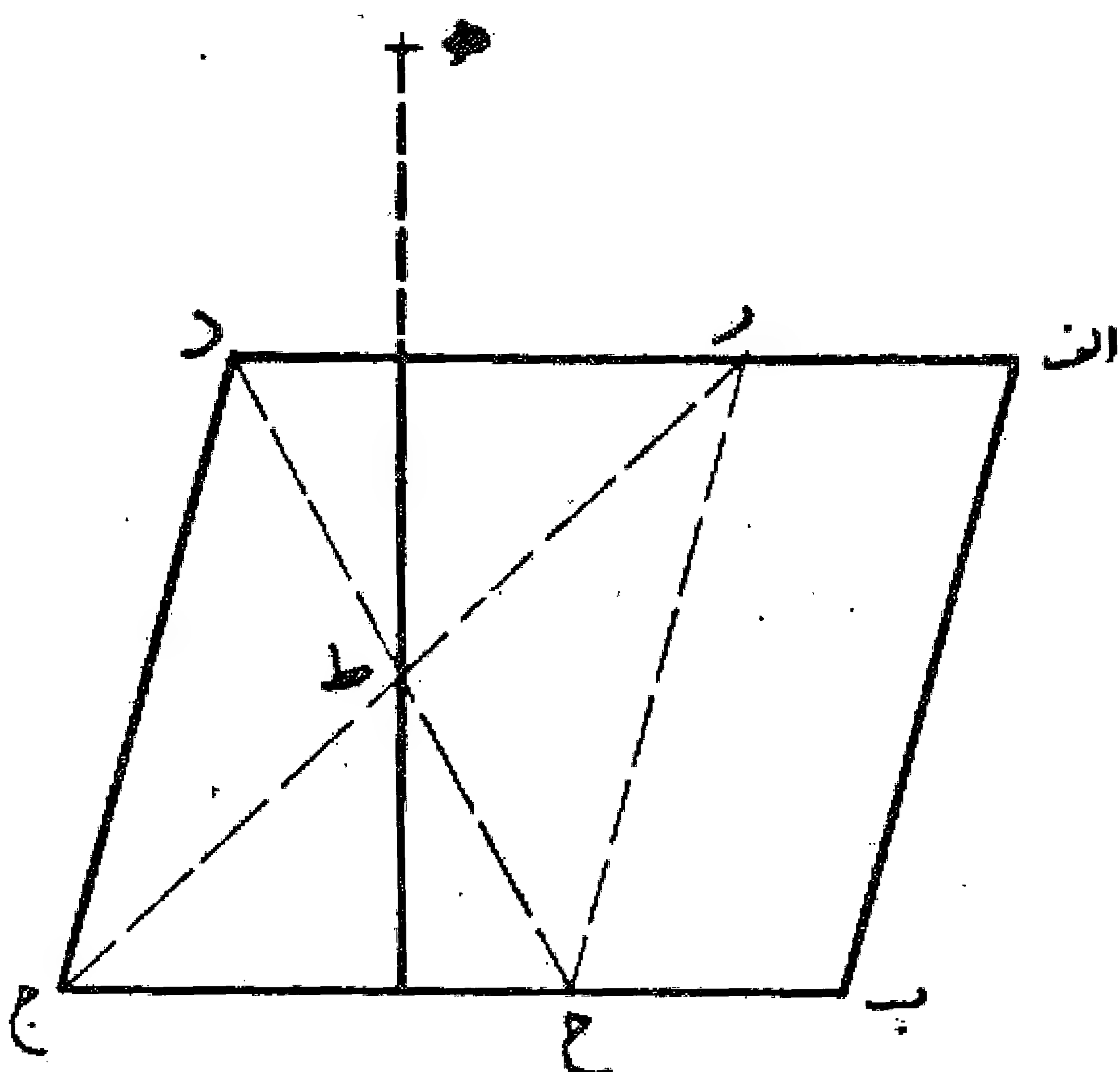
مسئلهٔ ۱۲۸

اگر بخواهیم سطح متوازی الاضلاع اب جـد را با خطی که از نقطهٔ مفروضی در خارج سطح مانند نقطهٔ هـ گذشته باشد به دو نیمه تقسیم کنیم، اول دو قطر متوازی الاضلاع را می کشیم تا یکدیگر را در نقطهٔ ر که وسط آنهاست قطع نمایند و یا یك قطر مانند اجـ را رسم و در نقطهٔ ر آن را نصف می کنیم. سپس از نقطهٔ هـ به نقطهٔ ر وصل می نماییم و آن را امتداد می دهیم تا متوازی الاضلاع را ببُرد. خط هـ ر سطح متوازی الاضلاع اب جـ د را به دو نیمه تقسیم می کند. بدین صورت:



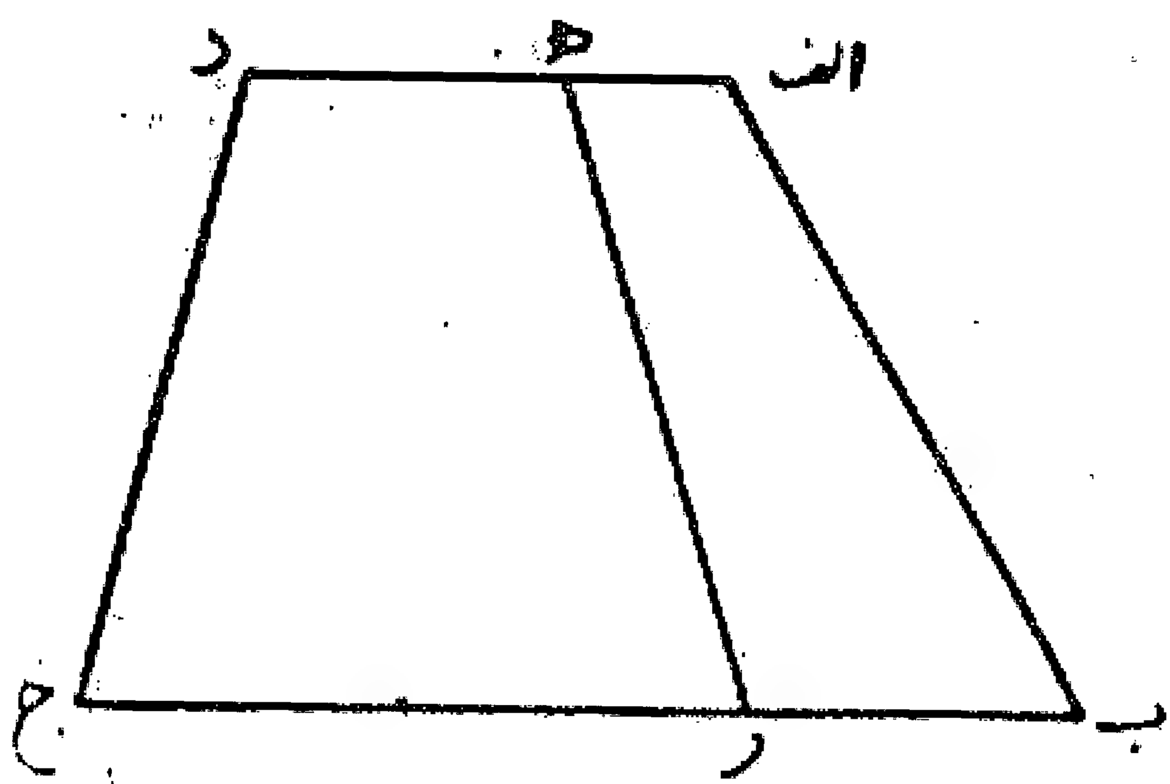
مسئلهٔ ۱۲۹

می خواهیم از سطح چهار ضلعی اب جـد یك سوم یا یك چهارم و یا کمتر از آن به وسیلهٔ خطی که از نقطهٔ مفروضی در خارج آن بگذرد، جدا نماییم. اگر این سطح متوازی الاضلاع باشد و بخواهیم ثلث آن را جدا کنیم، ـــ همان طور که قبلا گفته شد ـــ اول یك سوم سطح را به وسیلهٔ خط ر ح جدا می نماییم سپس به وسیله خطی که از نقطهٔ هـ بگذرد ـــ مانند مسئلهٔ قبلی ـــ باقی ماندهٔ سطح را به دو قسمت مساوی تقسیم می کنیم. این خط سطح متوازی الاضلاع را به یك ثلث و دو ثلث تقسیم کرده است. بدین صورت که کشیده شد:



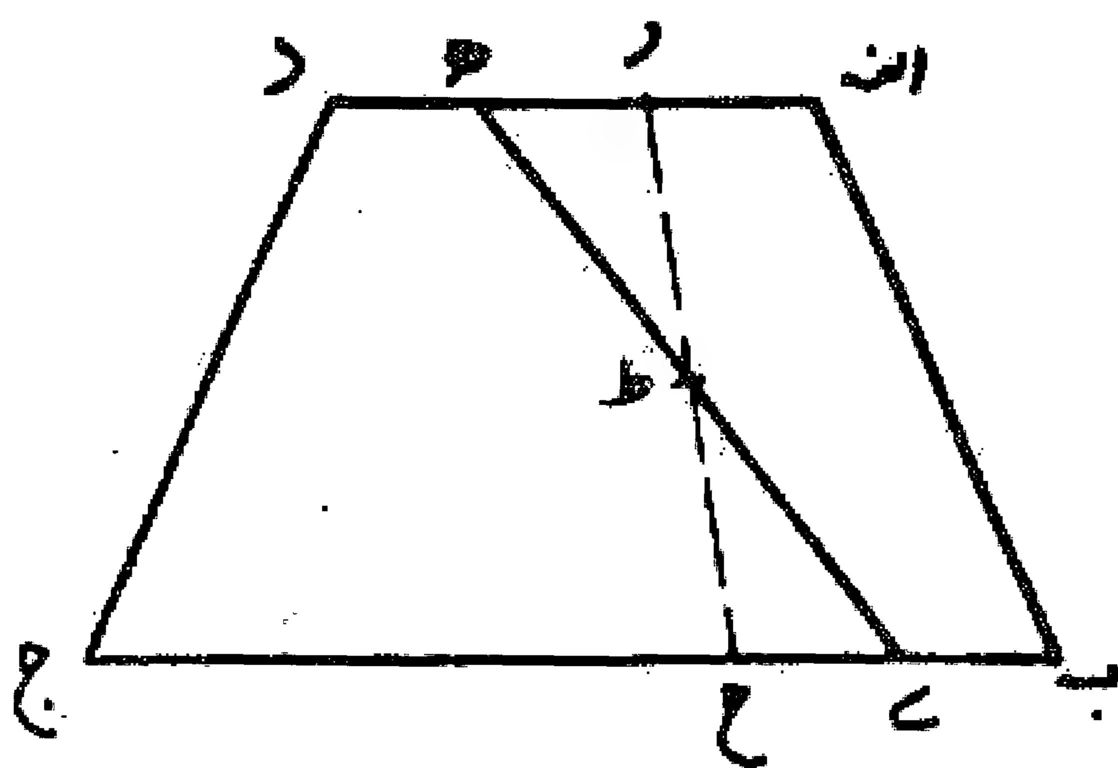
مسئلهٔ ۱۳۰

می خواهیم از نقطه ای مانند نقطهٔ هـ واقع بر قاعدهٔ بالایی ذوزنقهٔ ا ب جـ د سطحی معادل یك سوم سطح آن جدا نماییم، ابتدا قاعدهٔ ب جـ را درنقطهٔ ر به یك سوم تقسیم می کنیم، سپس خط هـ ر را می کشیم. اگر قطعهٔ ا هـ یك سوم قاعدهٔ ا د باشد، سطح ا هـ ر ب جدا شده از سطح ا د ب جـ ثلث آن است. بدین صورت:



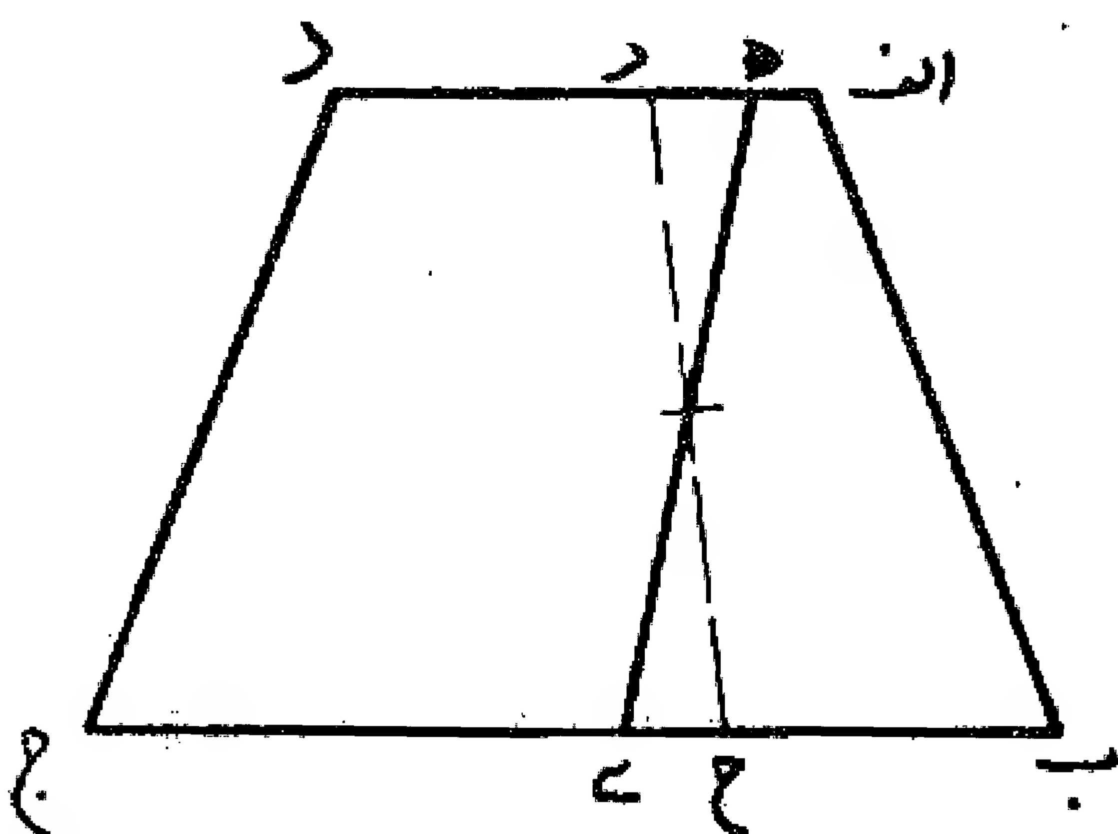
مسئلهٔ ۱۳۱

اگر ا هـ ثلث ا د نباشد، قطعهٔ ا ر را مساوی یك سوم ا د جدا می نماییم. حال اگر ا ر کوتاه تر از ا هـ باشد، قطعهٔ ب ح را روی قاعدهٔ ب جـ معادل یك سوم آن جدا و خط ر ح را رسم می کنیم. سپس آن را در نقطهٔ ط نصف کرده، خط هـ ط را می کشیم تا در نقطه ی قاعدهٔ ب جـ را قطع نماید. این خط سطح ذوزنقه را به یك سوم و دو سوم تقسیم می کند. بدین صورت:



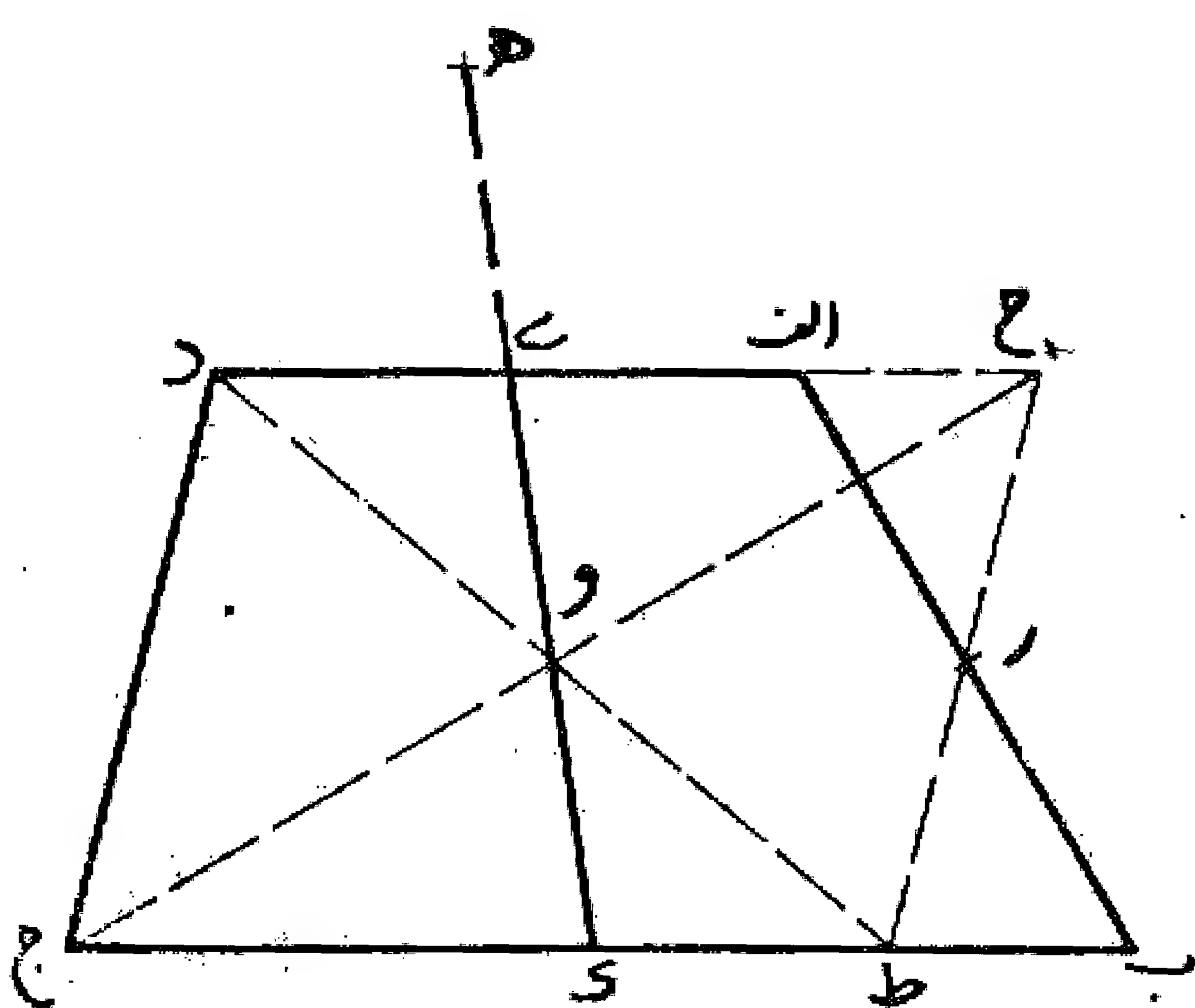
مسئلهٔ ۱۳۲

اگر ا هـ کوتاه تر از ا ر باشد، در این مورد نیز همان طور که درمسئلهٔ قبل بیان کردیم عمل می کنیم. بدین صورت: ان شاءالله تعالی.

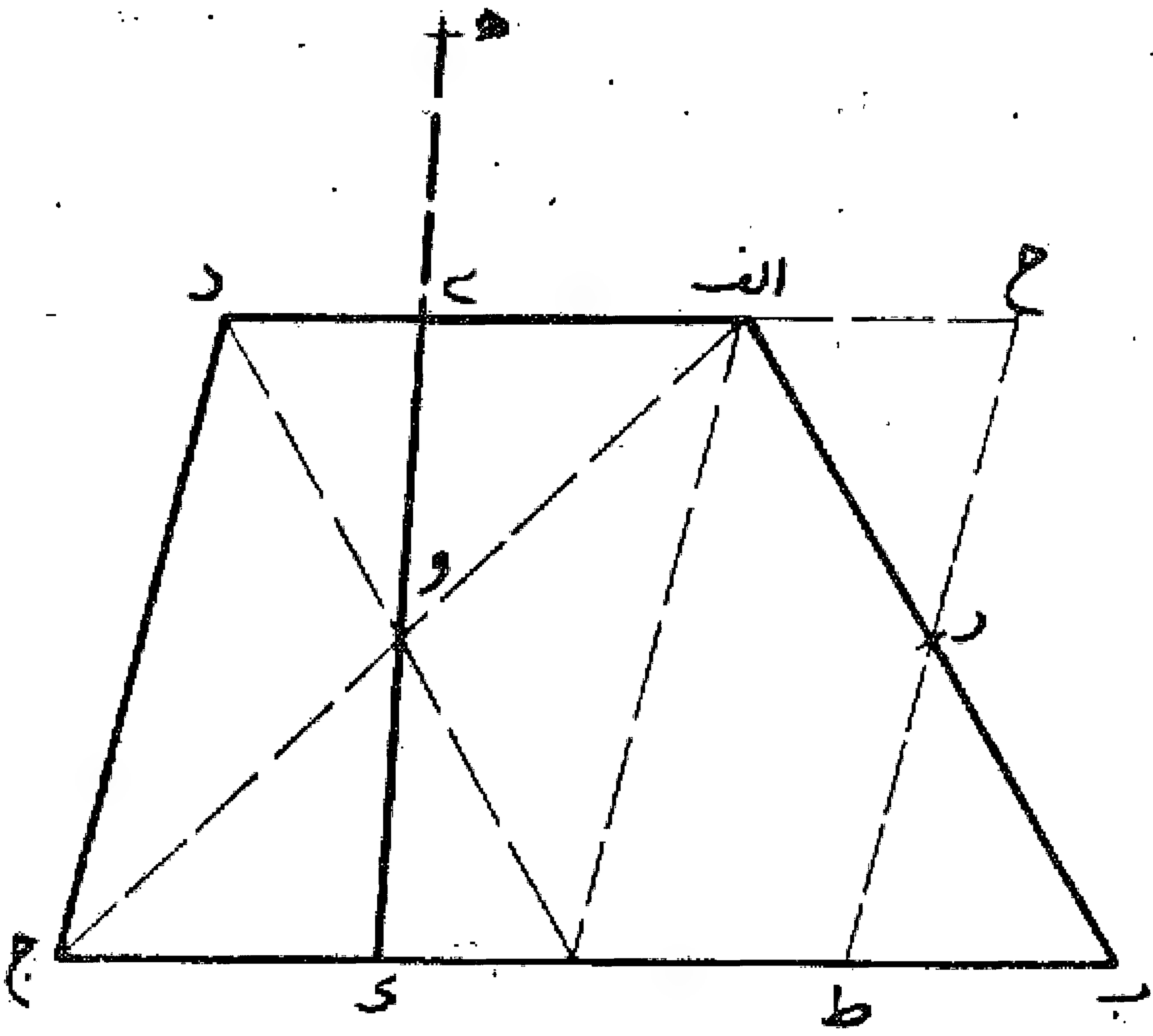


مسئلهٔ ۱۳۳

می خواهیم ذوزنقهٔ ا ب جـ د را با خطی که از نقطهٔ معینی در خارج آن می گذرد به دو نیمه تقسیم کنیم: اول ضلع ا ب را در نقطهٔ ر به دو قسمت مساوی تقسیم می نماییم، سپس از آن نقطه خط ح ر ط را به موازات ضلع د جـ رسم می کنیم تا قاعدهٔ ب جـ را در نقطهٔ ط و امتداد قاعدهٔ ا د را در نقطهٔ ح قطع نماید. حال ــ همان طور که قبلا گفته شد ــ متوازی الاضلاع ح ط جـ د را با خط هـ ی ك که از نقطهٔ هـ که در خارج آن است می گذرد به دو نیمه تقسیم می کنیم. این خط ذوزنقهٔ ا ب جـ د را نیز به دو نیمه تقسیم می نماید. بدین صورت:

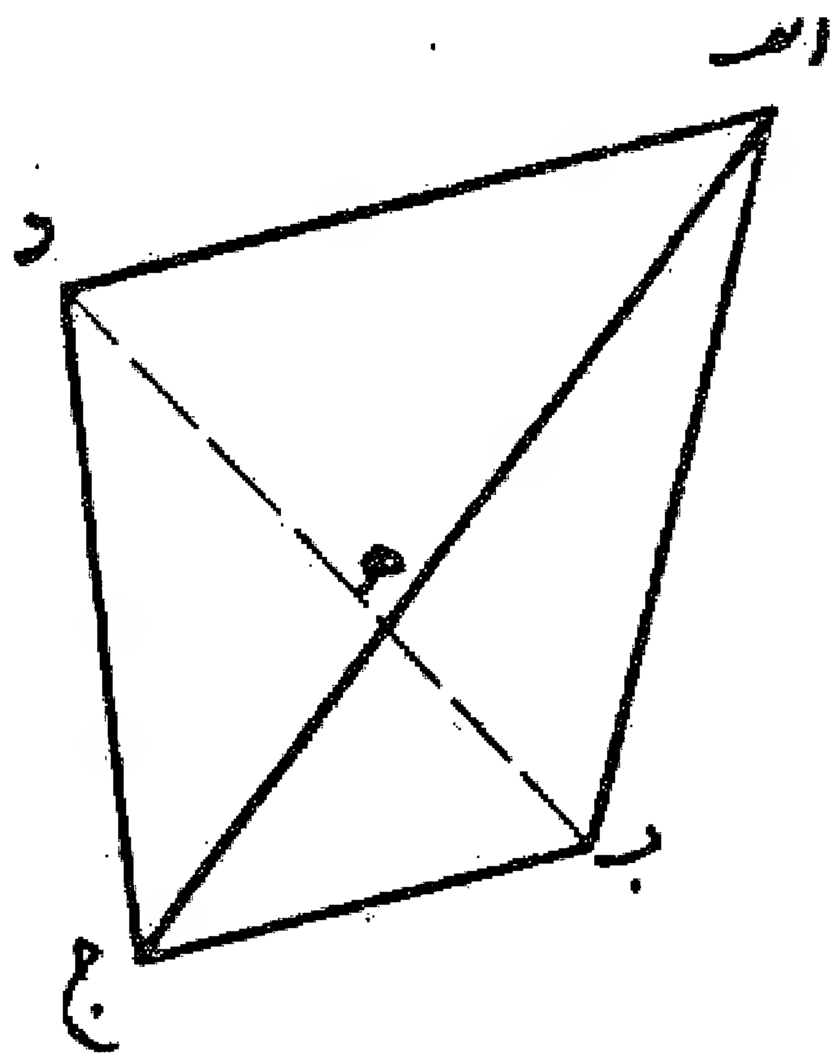


مسئلهٔ ۱۳۴



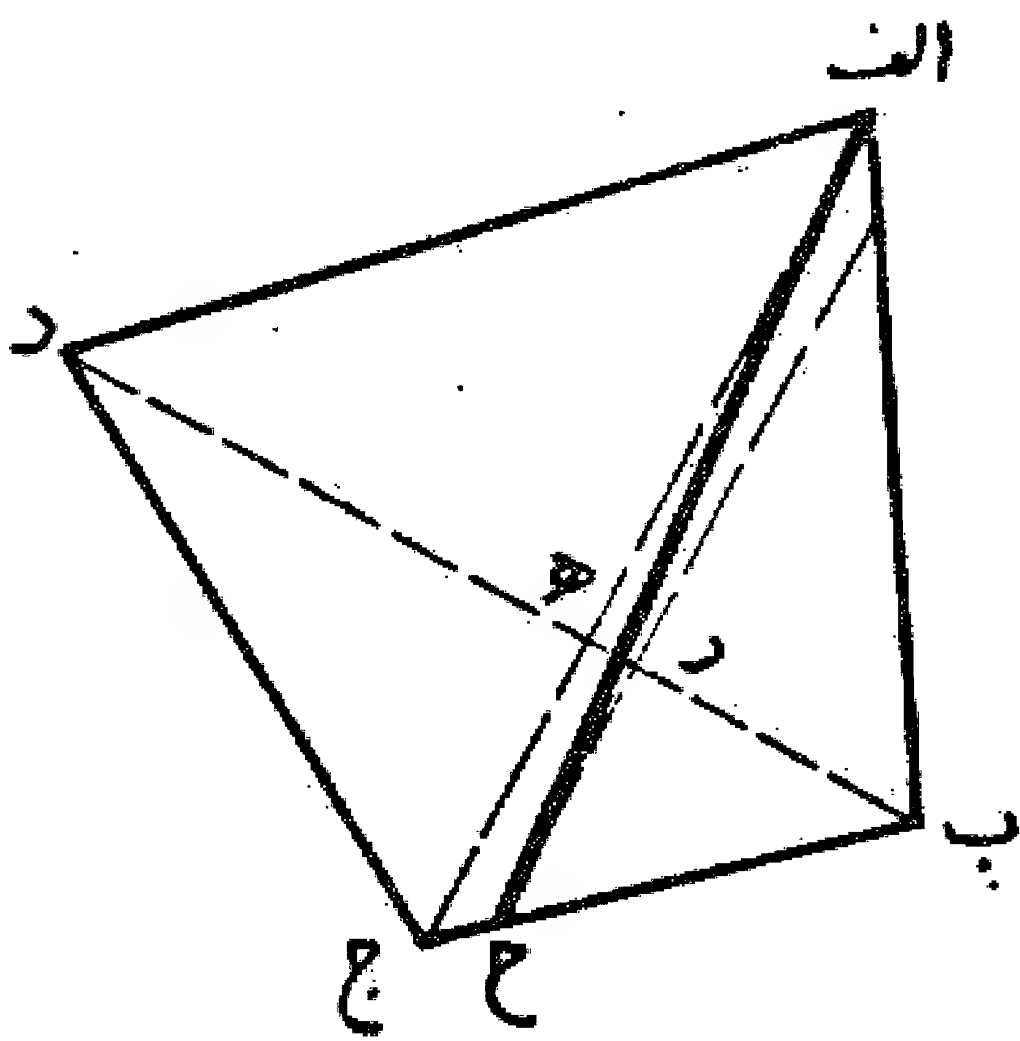
می خواهیم ازذوزنقهٔ اب جـد با خطی که ازنقطهٔ معینی در خارج آن مانند نقطهٔ هـ می گذرد مقدار معینی جدا کنیم: اول ضلع اب را در نقطهٔ ر به دو نیمه تقسیم می نماییم و خط ح ر ط را موازی ضلع د جـ می کشیم تا ذوزنقهٔ ا ب جـ د تبدیل به متوازی الاضلاع ح ط جـ د شود. سپس ــ همان طور که قبلا گفته شد ــ خط هـ ی ك را به نحوی رسم می کنیم تا جزوی از آن را جدا نماید. این خط همان مقدار را ازذوزنقهٔ اب جـ د نیز جدا کرده است. بدین صورت:

مسئلهٔ ۱۳۵



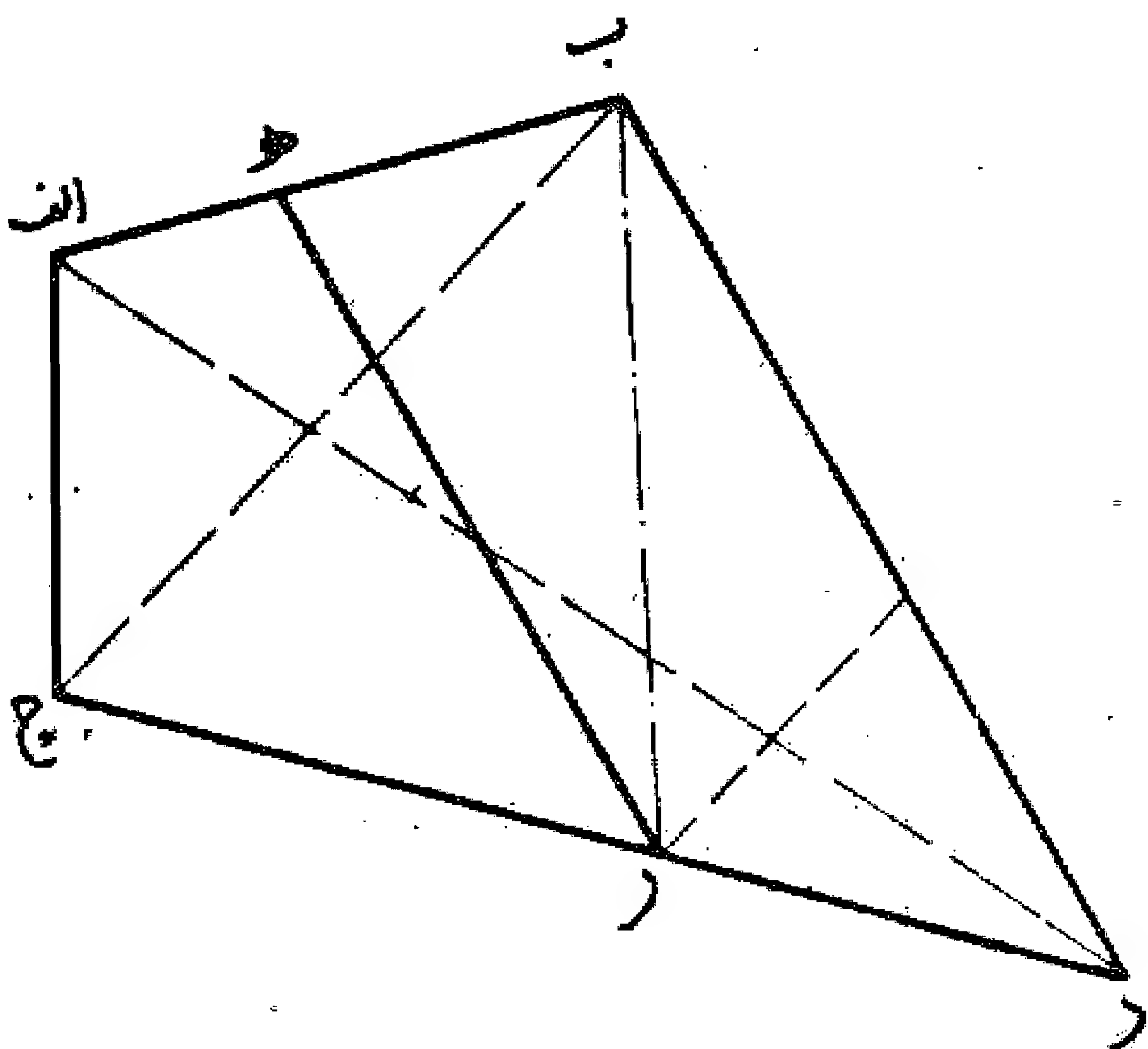
می خواهیم از چهار ضلعی ا ب جـ د معادل یك سوم آن جدا کنیم: اول دو قطر اجـ و ب د را می کشیم. اگر ب هـ ثلث ب د باشد یك سوم مساحت چهار ضلعی اب جـ د سطح مثلث ا ب جـ خواهد بود. بدین صورت:

مسئلهٔ ۱۳۶



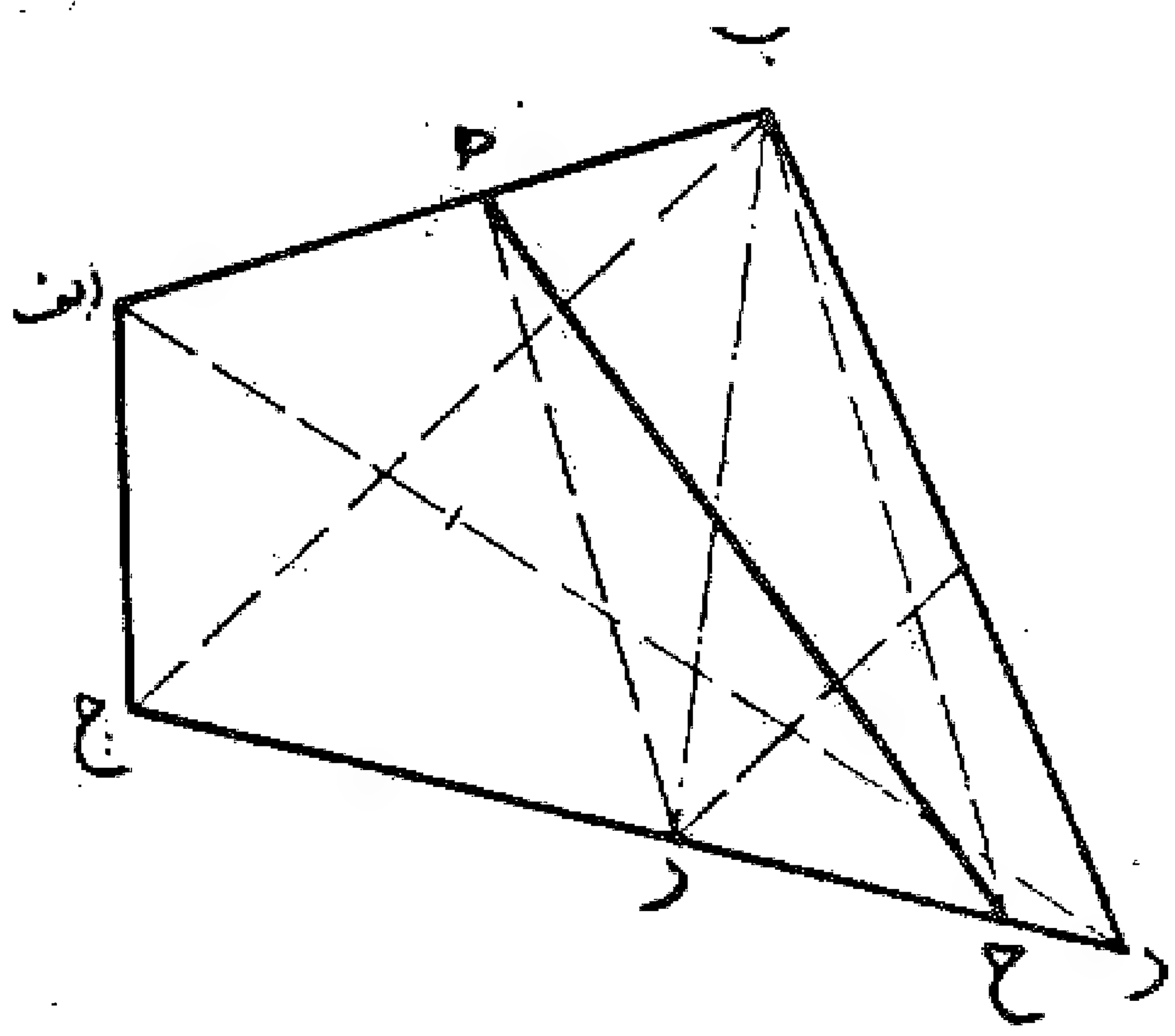
اگر ب هـ ثلث ب د نباشد. ب ر را معادل ثلث ب د جدا می کنیم ور ح را موازی اجـ می کشیم. حال با کشیدن خط اح مقداریك سوم مساحت چهار ضلعی اب جـ د را جدا کرده ایم و آن مثلث ا ب ح می باشد. بدین صورت:

مسئلهٔ ۱۳۷



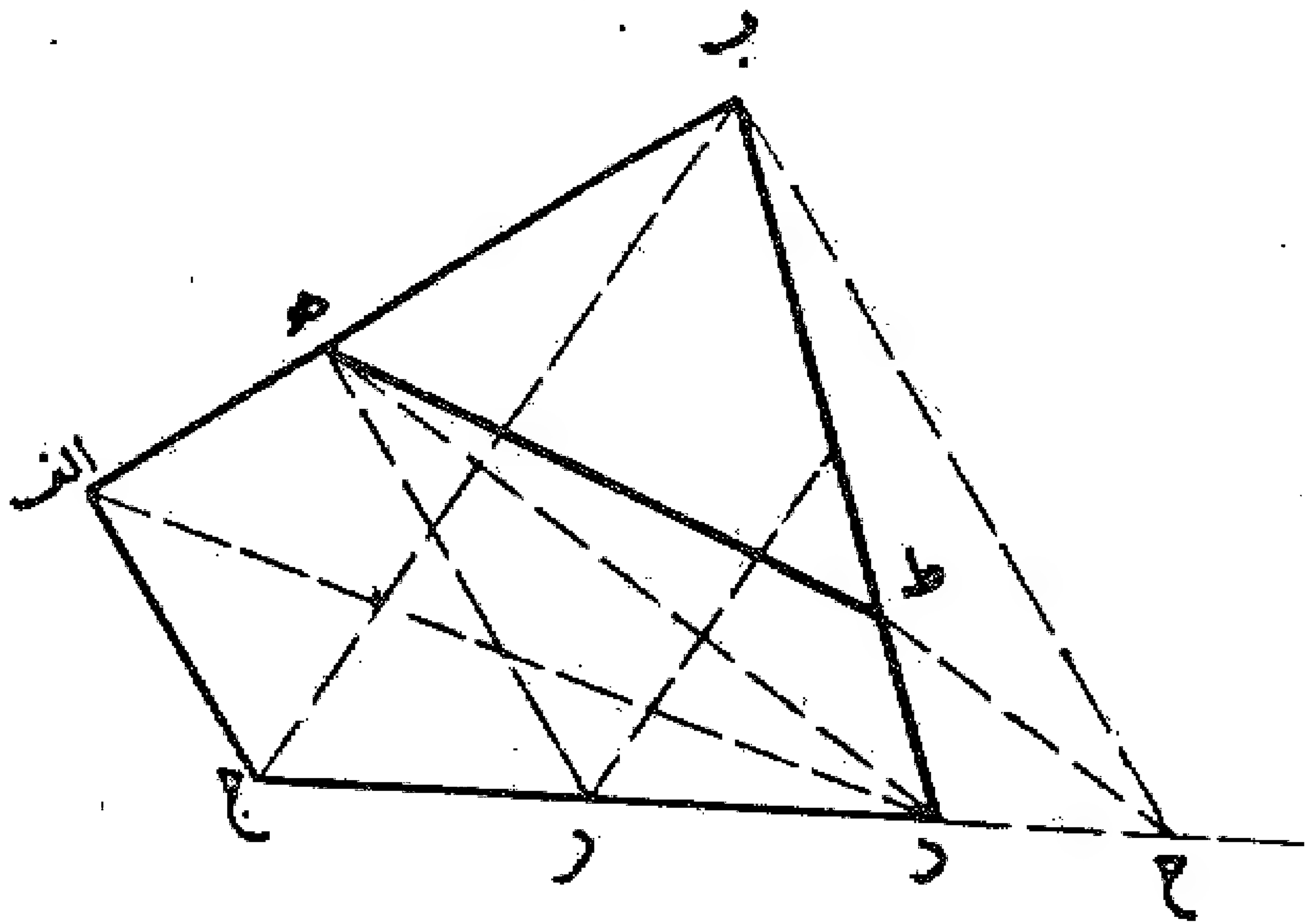
می خواهیم از چهار ضلعی ا ب جـ د به اندازهٔ یك سوم سطح با خطی که از نقطه ای واقع بر یك ضلع بگذرد جدا کنیم. ــ همان طور که قبلا گفته شد ــ اول از نقطهٔ ب خطی که از سطح چهار ضلعی به اندازهٔ یك سوم آن جدا نماید می کشیم. سپس خط هـ ر را رسم می کنیم. اگر هـ ر موازی ب د باشد این خط چهار ضلعی را به دو قسمت یك سوم ودو سوم تقسیم می نماید. بدین صورت:

مسئلهٔ ۱۳۸



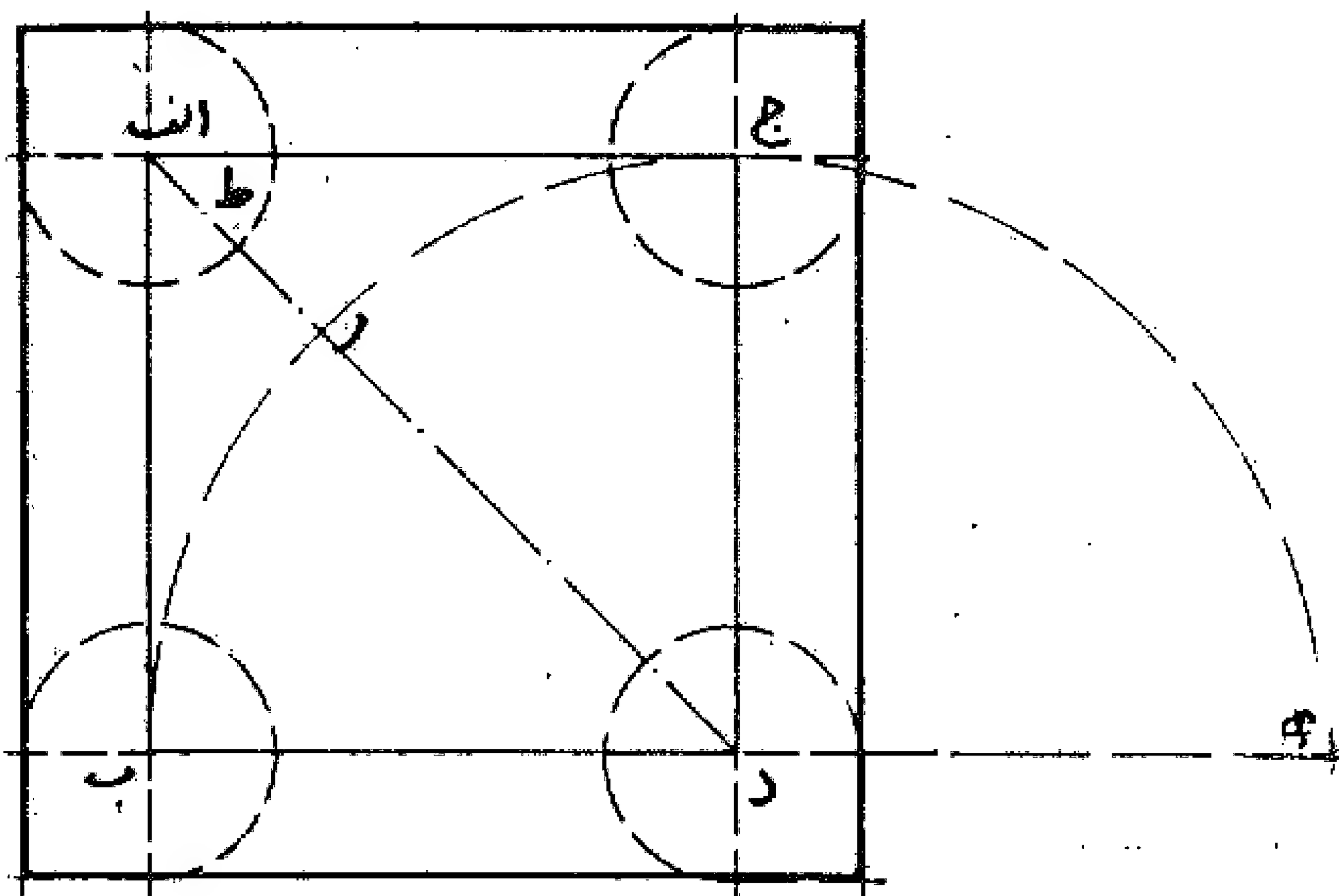
اگر هـ ر موازی ب د نباشد، از نقطهٔ ب خط ب ح را موازی هـ ر می کشیم. این خط ممکن است در داخل چهار ضلعی و یا در خارج آن قرار گیرد. اگر در داخل قرار گیرد خط هـ ح از چهار ضلعی ا ب جـ د مقدار یك سوم جدا می کند. بدین صورت:

مسئلهٔ ۱۳۹



اگر خط ب ح در خارج قرار گیرد، از نقطهٔ ح محل تلاقی این خط با امتداد ضلع د جـ خطی موازی هـ ر می کشیم تا ضلع ب د را در نقطهٔ ط قطع کند. بعد خط هـ ط را می کشیم تا مقدار یك سوم از سطح چهار ضلعی را جدا نماید. بدین صورت:

مسئلهٔ ۱۴۰

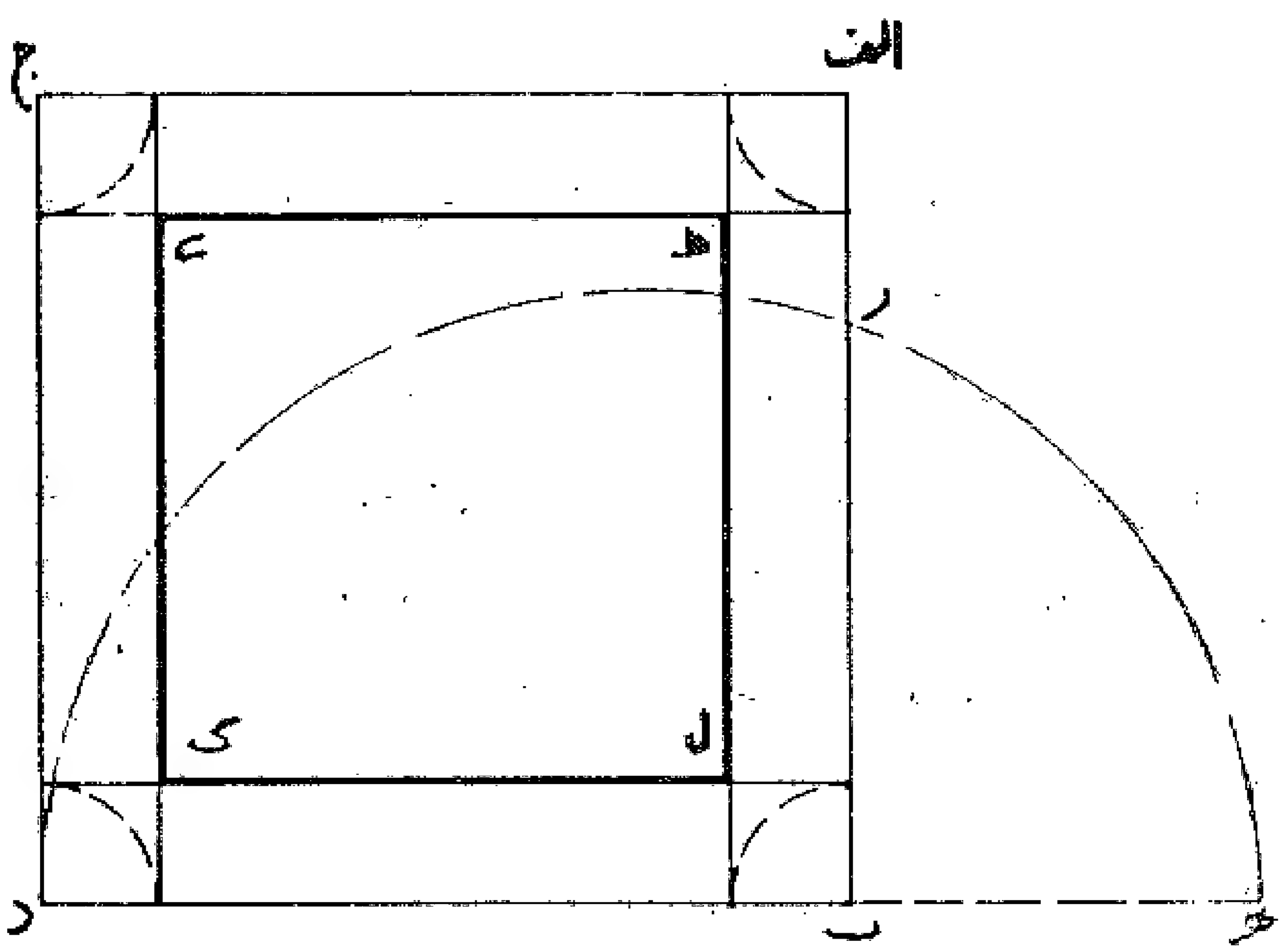


می خواهیم بر مربعی مانند مربع ا ب جـ د به اندازهٔ خودش زیاد کنیم به شرط آنکه این زیادتی از همه طرف باشد و نظیر همان مربع باشد: اول خط ب د را به اندازهٔ خودش تا نقطهٔ هـ امتداد می دهیم. سپس بر خط ب هـ نیم دایره ای رسم می کنیم. بعد قطر ا د را می کشیم تا دایره را در نقطهٔ ر قطع نماید، حال قطعهٔ ا ر را نصف کرده و از هر طرف اضلاع مربع را به آن اندازه امتداد می دهیم و نقاط جدید را به یکدیگر متصل می نماییم. تا مربع مورد نظر به دست آید. بدین صورت:

مسئلهٔ ۱۴۱

به همین ترتیب اگر بخواهیم دوبرابر، سه برابر یا چند برابر مساحت مربعی را به دست آوریم و بر آن بیفزاییم، ضلع ب د را به قدر آن دفعات امتداد می دهیم و به همان ترتیب قبل عمل می کنیم تا مربع به دست آید.

مسئلهٔ ۱۴۲



اگر بخواهیم در داخل مربع ا ب جـ د مقداری معادل نصف آن و به همان صورت جدا کنیم، ضلع د ب را به اندازهٔ نصف خودش امتداد می دهیم تا نقطهٔ هـ به دست آید، سپس بر خط هـ د نیم دایره ای می کشیم تا ضلع ا ب را در نقطهٔ ر قطع نماید. سپس قطعهٔ ا ر باقی ماندهٔ ضلع ا ب را نصف و به اندازهٔ آن از هر رأس مربع جدا می کنیم و نقاط به دست آمده را به یکدیگر وصل می نماییم تا مربع ط ی ك ل در میان مربع ا ب جـ د به دست آید که مساحت آن مساوی نصف مربع اولیه می باشد. بدین صورت:

باب نهم

در تقسیم کردن یك مربع به چند مربع و به دست آوردن یك مربع از ترکیب چند مربع

در بابهای گذشته ساختن بعض اشکال را در بعضی و همچنین ساختن بعض اشکال را بر بعضی و قسمت کردن شکل را به انواع مختلف آن مقدار را که هنرمندان بسیار، به کار برند بیان کردیم به نوعی که امیدواریم کسی که اندك فهم و کیاست در علم ریاضی دارد کفایت کند و اکنون در این باب قسمت کردن و بریدن بعض اشکال را به چند قسمت آن طور که اهل صنعت آن طریقه ها را به کار می برند ذکر می کنیم. از آن جمله که بسیار دربارهٔ آن سؤال می شود تقسیم مربعها به مربعهای کوچك تر و همچنین ترکیب مربعهای کوچك برای به دست آوردن مربع بزرگ تر است. اول برای این کار قانون کلی گفته می شود، زیرا آنچه از طرف پیشه وران به کار برده می شود دارای قاعدهٔ اصولی نیست و دارای اشتباهات بسیار می باشد، در صورتی که اگر کار بر اساس قاعده عملی گردد نتیجه درست و به آسانی به دست می آید. ان شاءالله.

برای گفتن قاعدهٔ کلی در این باب مقدمتاً دانستن چند مطلب از علم حساب لازم است: به طور کلی اعداد بر دو نوع تقسیم می شوند مربع و غیر مربع. عدد مربع به عددی گویند که عدد دیگری پیدا شود که چون در خودش ضرب گردد آن عدد مربع به دست آید مانند عدد چهار که عددی مربع است، زیرا در آن عدد دو پیدا می شود که چون در دو ضرب کنیم چهار گردد و مانند بیست و پنج که عدد آن پنج است که چون در نفس خودش ضرب کنند بیست و پنج شود و یا سی و شش که شش در شش است. پس هر عدد که مثل این باشد آن را مربع خوانند و آن عدد را که در مثل خود ضرب کنند ضلع آن مربع و جذر او گویند.

و اما عدد غیر مربع عددی است که به خلاف این باشد و آن نیز بر دو نوع است: یکی آنکه از دو مربع ترکیب شده باشد مانند عدد سیزده که ترکیب عدد نه و چهار است که هر دو عدد مربع می باشند و ضلع آنها عدد سه و عدد دو است. و مانند عدد چهل و یك که ترکیب دو عدد بیست و پنج و شانزده است که ضلع اولی پنج و ضلع دومی چهار است. دیگر آنکه آن عدد ترکیب دو عدد مربع نباشد مانند عدد هفت که نه مربع است و نه از ترکیب دو مربع به دست آمده است و یا عدد یازده که دو مربع نمی توان یافت که جمع آنها عدد یازده شود.

بنابراین مقدمه، هرگاه بخواهند که از چندین عدد مربع یك عدد مربع به دست آورند و یا آنکه عدد مربعی را به چندین عدد مربع تقسیم کنند، باید توجه داشت اگر آن عدد مربع باشد و یا عددی باشد که از ترکیب اعداد مربع به دست آمده باشد عمل به آن آسان و نزدیك به فهم است، ولی اگر خلاف این باشد عمل دشوارتر است. ابوالوفاء می فرماید که ما بیان می کنیم این کار را در هر یك از انواع به نزدیك ترین وجهی و آسان ترین راه حل:

مسئلهٔ ۱۴۳

می خواهیم مربعی را به مربعاتی تقسیم کنیم که تعداد آن خود عددی مربع باشد: ابتدا هر ضلع مربع را به تعداد ضلع عدد مربع قسمت می کنیم و از مواضع تقسیم خطهایی به هم دیگر وصل می کنیم تا مربع به آن تعداد مفروض، تقسیم شود. مثلاً می خواهیم مربعی را به نه مربع تقسیم نماییم در این صورت هر ضلع را به سه قسمت متساوی تقسیم می کنیم، زیرا عدد سه، ضلع عدد نه است و سپس از مواضع قسمت، خطوطی موازی اضلاع مربع به یکدیگر می کشیم و در نتیجه مربع به نه مربع تقسیم می شود. بدین صورت:

۳	۲	۱
٦	۵	٤
۹	۸	۷

مسئلهٔ ۱۴۴

همچنین اگر بخواهیم مربعی را به چهار مربع تقسیم کنیم، ابتدا هر ضلع را به دو قسمت تقسیم می نماییم، زیرا عدد دو، ضلع عدد چهار است و سپس خطها را می کشیم تا چهار مربع حاصل شود. بدین صورت:

۱	۲
۳	٤

مسئلهٔ ۱۴۵

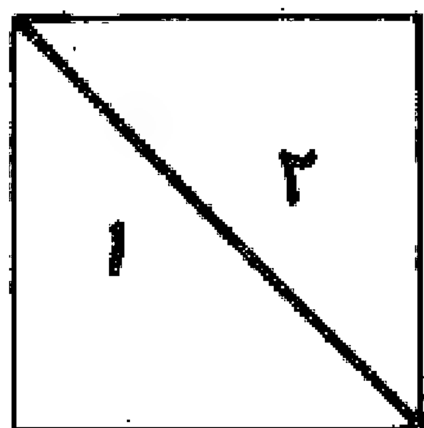
می خواهیم از چند مربع مساوی که تعداد آنها عددی مربع است مربعی بسازیم، مثلا می خواهیم از شانزده مربع مساوی مربعی بسازیم: اول خطی مساوی جمع ضلع آن مربعها می کشیم، یعنی چهار ضلع آنها واگر مساوی باشند چهار برابر ضلع یکی از آنها و سپس بر آن خط، مربعی چهار در چهار می سازیم که شانزده مربع به دست آید. بدین صورت:

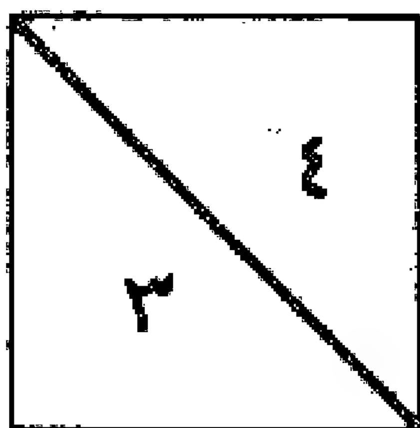
به عبارت دیگر می خواهیم با شانزده خشت مربعی درست کنیم. چهار خشت را در یك ردیف و باقی را در پهلوی آنها قرار می دهیم تا مربع تمام شود. مانند شکل قبل.

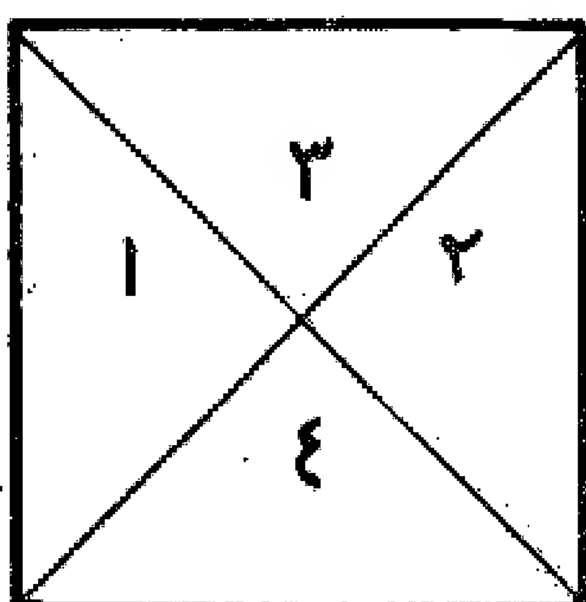
۱	۲	۳	٤
۵	٦	۷	۸
۹	۱۰	۱۱	۱۲
۱۳	۱٤	۱۵	۱٦

مسئلهٔ ۱۴۶

می خواهیم که از تعدادی مربع، که تعداد آنها برابر مجموع دو عدد مربع باشد مربعی بسازیم: نگاه می کنیم اگر آن دو مربع مساوی باشند هر یك از آن دو را با قطر به دو نیمه تقسیم می کنیم تا چهار مثلث متساوی به دست آید. قطر این مثلثها مساوی ضلع مربعی است که می خواهیم از مجموع آنها به دست آید. حال چنانچه زوایای قائمهٔ این مثلثها را پهلوی یکدیگر در یك نقطه جمع کنیم از مجموع آنها یك مربع حاصل می شود. مثلا اگر بخواهیم از دو خشت مربعی بسازیم هر خشت را با قطر به دو نیمه کنیم و چنانچه زوایای قائمهٔ مثلثهای به دست آمده را پهلوی یکدیگر قرار دهیم تا مربعی به دست می آید که ضلعش مساوی قطر مربعهای اول می باشد. بدین صورت:





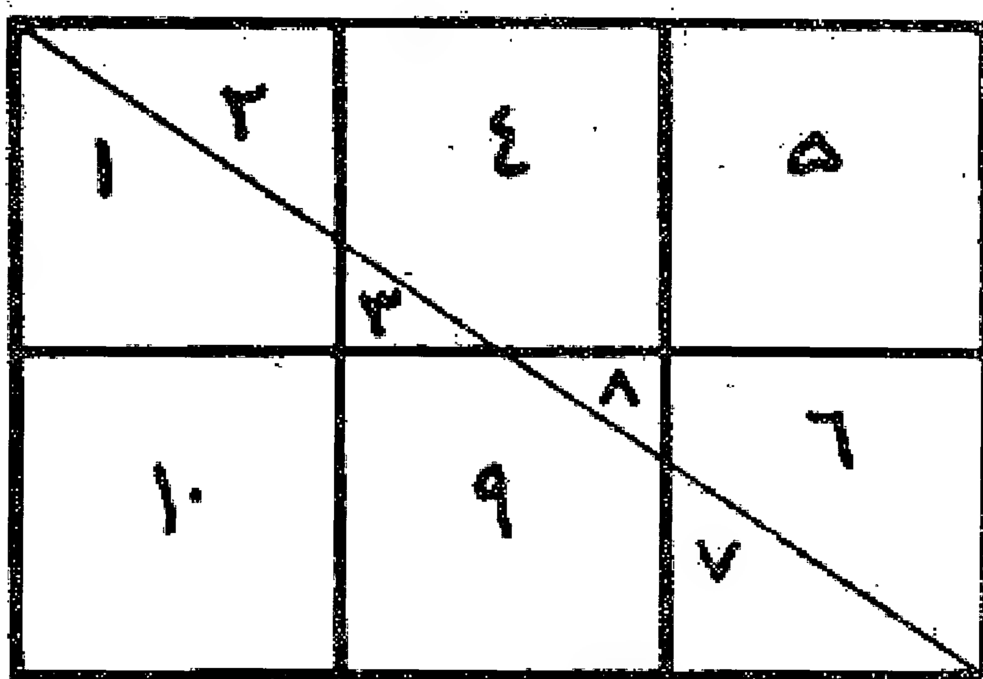


مسئلهٔ ۱۴۷

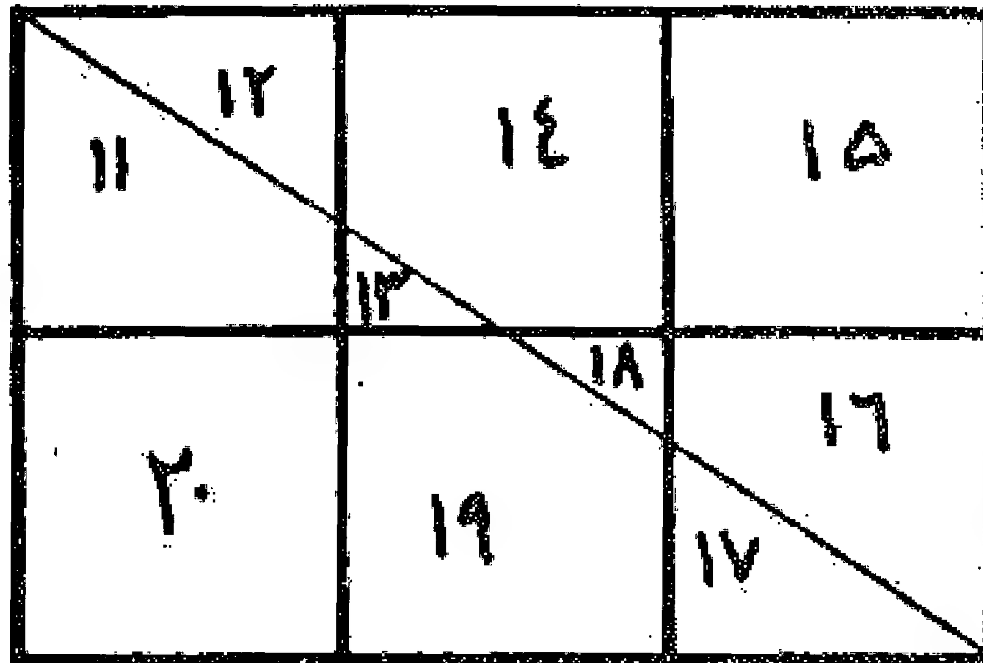
می خواهیم از هشت مربع یك مربع بسازیم: می دانیم عدد هشت جمع دو عدد مربع چهار می باشد. پس اول دو مربع می سازیم که ضلع هر یك، دو، یعنی هر کدام از چهار مربع تشکیل شود. بعد ــ مانند مسئلهٔ قبل ــ آن را بر قطر تقسیم می کنیم تا چهار مثلث متساوی به دست آید و از آن چهار مثلث مربعی می سازیم ــ همان طور که گفته شد. ــ در نتیجه مربعی به دست می آید. بدین صورت:

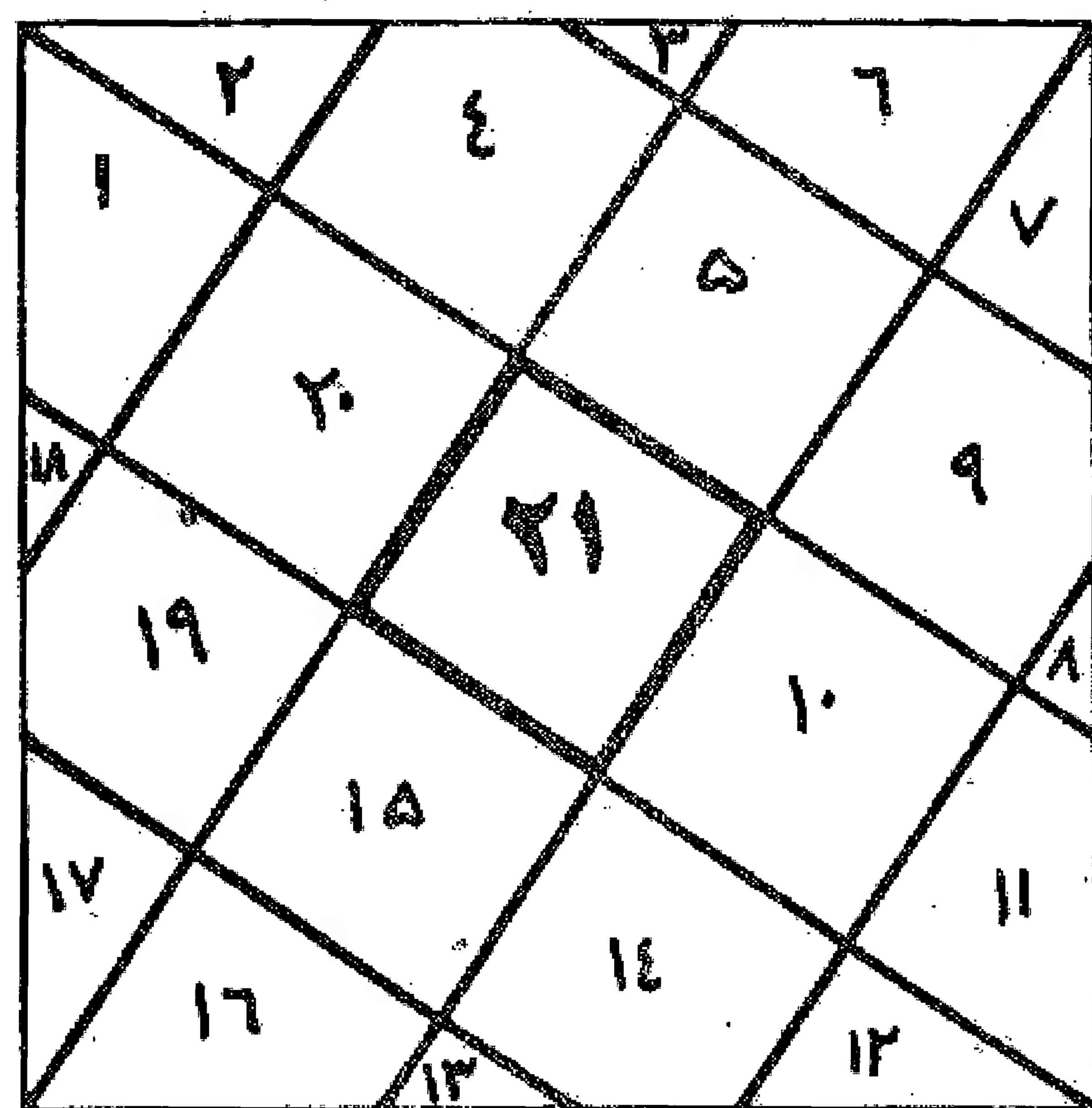
مسئلهٔ ۱۴۸

می‌خواهیم از تعدادی مربع که از جمع دو مربع مختلف حاصل می‌شوند، مربعی بسازیم: اول دو مستطیل ترکیب می‌نماییم که طول هر یك مساوی ضلع مربع بزرگ‌تر و عرضش مساوی ضلع مربع کوچك‌تر باشد. بعد آن دو مستطیل را به وسیله قطر نصف می‌کنیم تا چهار مثلث به دست آید که هر یك از اضلاع آن مثلثها مساوی با اضلاع دو مربع مختلف می‌باشد و قطر آن مساوی ضلع مربعی است که می‌خواهیم آن را بسازیم و مربع باقی مانده از آن مربعات را در وسط مربع حاصل قرار می‌دهیم و آن مثلثها را در اطراف آن و بدین ترتیب از مجموع آن یك مربع به دست می‌آید. مثلا اگر بخواهیم از سیزده مربع یك مربع بسازیم، دیده می‌شود که عدد سیزده مرکب از دو عدد مربع نه و چهار است که ضلع اولی عدد سه و ضلع دومی عدد دو می‌باشد. پس اول دو مربع مستطیل ترکیب می‌کنیم که طول هر یك سه مربع و عرضش دو مربع باشد. بدین ترتیب شش مربع در هر مستطیل قرار می‌گیرند و جمعاً دوازده مربع در دو مستطیل ترکیب می‌شود و یك مربع باقی می‌ماند. حال چون هر مستطیل را با قطر نصف نماییم و به دور یك مربع باقی مانده قرار دهیم به طوری که ضلع بزرگ‌تر در پهلوی مربع قرار گیرد جمعاً مربعی به دست می‌آید که ضلع آن مساوی قطر مربع مستطیل و خود آن جذر سطح سیزده مربع است. بدین صورت:



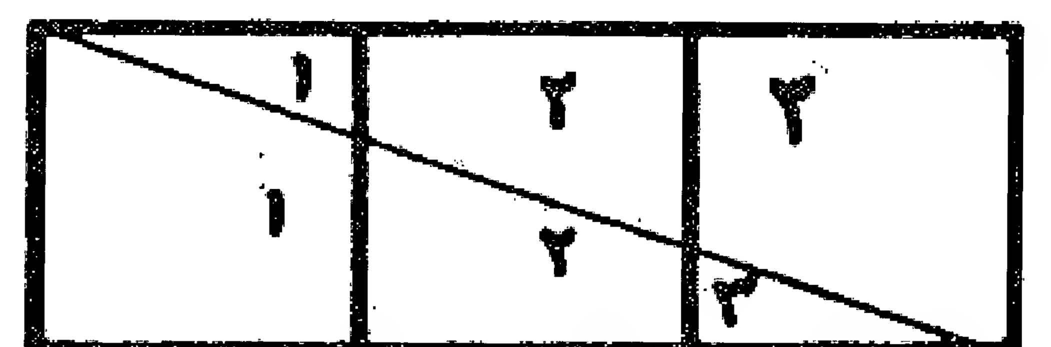


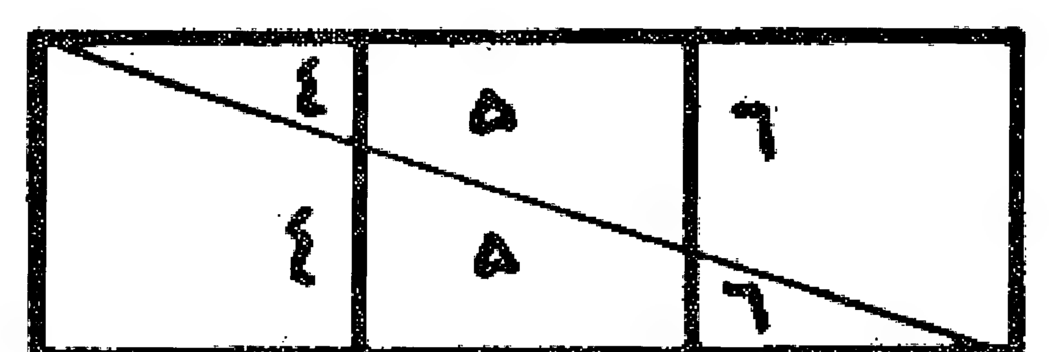


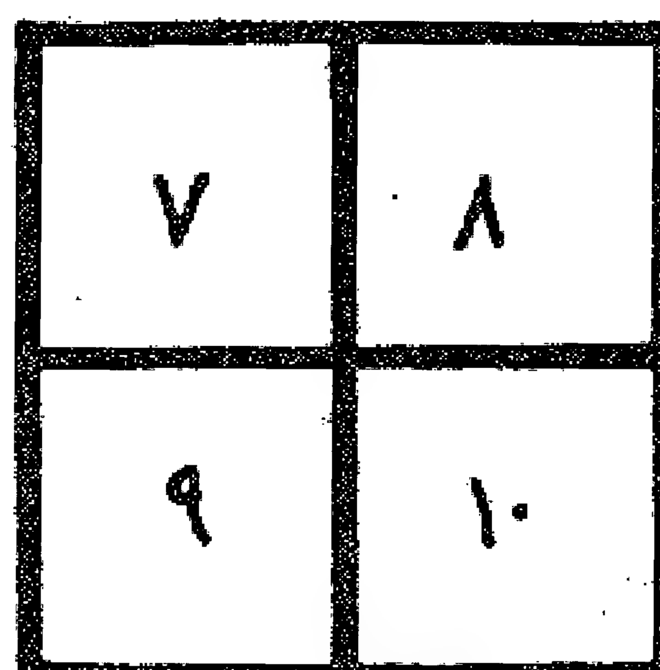


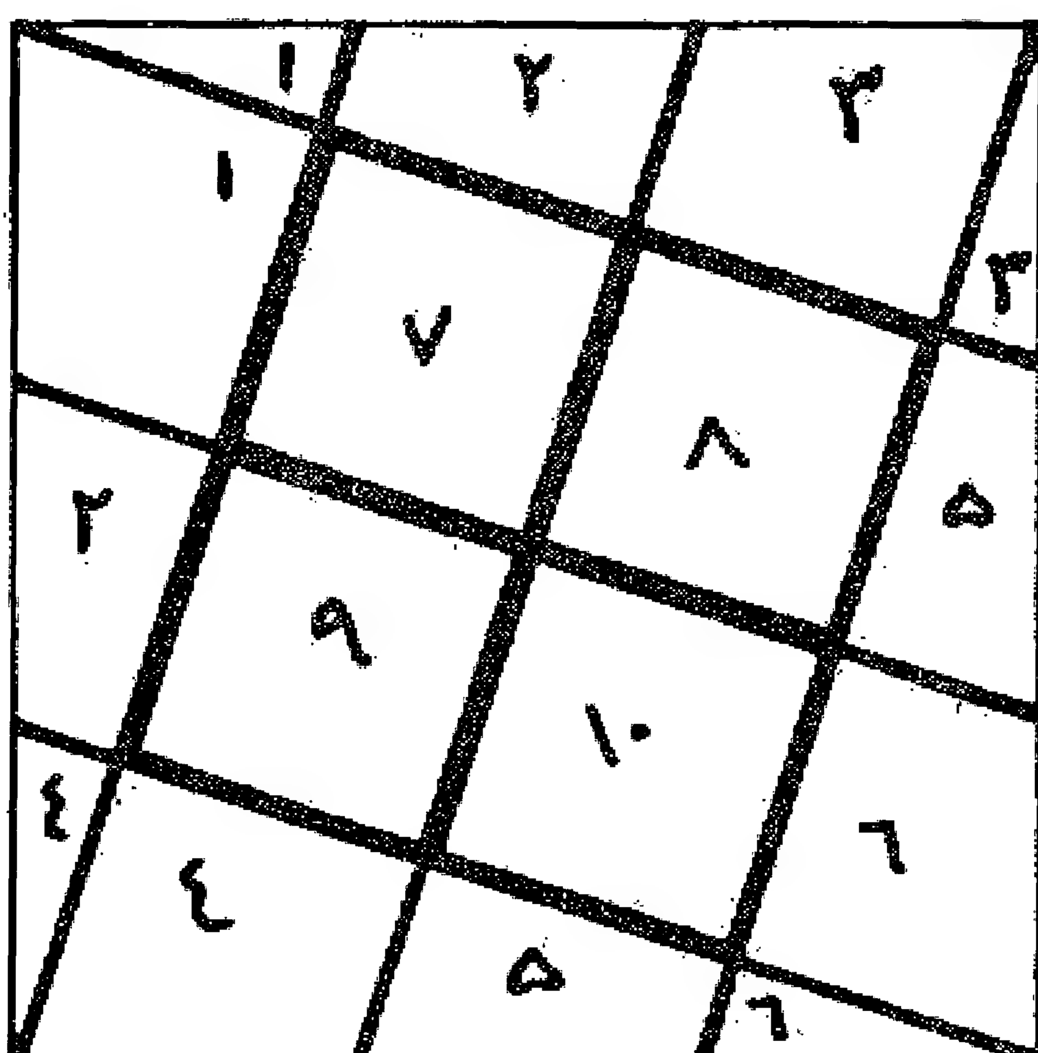
مسئلهٔ ۱۴۹

می‌خواهیم از ده خشت متساوی مربعی بسازیم: ابتدا نگاه می‌کنیم که عدد ده عبارت از دو عدد مربع نه و یك می‌باشد که ضلع اولی سه و ضلع دومی یك است. پس اول دو مستطیل به ابعاد یك و سه ترکیب می‌کنیم که جمعاً شش خشت را شامل می‌شود، چهار خشت باقی که خود مربع و ضلعش دو است باقی می‌ماند که در وسط قرار می‌گیرد و بعد دو مستطیل را با قطر به چهار مثلث تقسیم می‌نماییم و در اطراف مربع وسط قرار می‌دهیم و بدین ترتیب مربعی حاصل می‌شود که ضلعش مساوی قطر این مستطیلها می‌باشد. بدین صورت:









مسئلهٔ ۱۵۰

می خواهیم از بیست مربع متساوی مربعی بسازیم. نگاه می کنیم که عدد بیست مرکب از دو عدد مربع شانزده و چهار است که ضلع اولی چهار و دومی دو است. پس اول دو مستطیل به طول چهار و دو ترکیب می نماییم که جمعاً شانزده مربع را در برمی گیرد و چهار مربع باقی می ماند که خود مربعی است با ضلع دو که آن را در وسط قرار می دهیم و دو مستطیل را به قطر به چهار مثلث تقسیم می کنیم و در اطراف آن قرار می دهیم تا مربع منظور حاصل آید. البته همان طور که دیده می شود تفاضل دو ضلع هر مثلث عدد دو است و ضلع مربع وسط نیز مساوی آنها می باشد، یعنی ضلع بزرگ تر هر مثلث، مساوی است با طول ضلع کوچك تر به اضافهٔ ضلع مربع و بدین ترتیب است که گوشه ها درست بر یکدیگر قرار می گیرند. بدین صورت:

مسئلهٔ ۱۵۱

و بدین نحو عمل می شود در ساختن تمام مربعهایی که از مجموع دو مربع حاصل گردند.

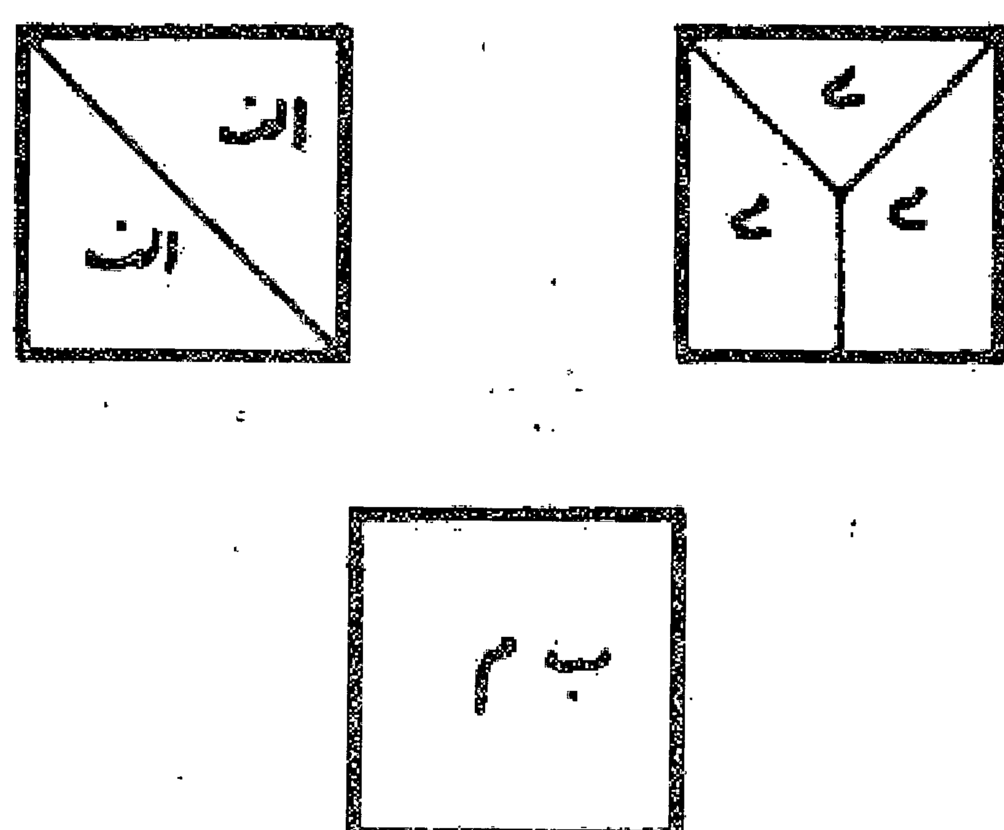
مسئلهٔ ۱۵۲

می خواهیم از تعدادی مربع که تعداد آن نه عدد مربع بوده و نه از ترکیب دو عدد مربع به دست آید، مربعی بسازیم: چون ساختن این مربع کمی مشکل است لاجرم جمعی از مهندسان و اهل صنعت در اینجا اشتباه کرده اند، زیرا مهندسان به جهت آنکه در عمل ممارستی ندارند و هنرمندان و پیشه وران به واسطهٔ آنکه برهان ندانند و علت آن است که چون مهندس در عمل چندان کار نکرده، برای او دشوار است که آنچه را به برهان به دست آورده است بنمایاند، ولی صنعتگر آن را بداند، زیرا آنچه برای هنرمند لازم است دسترسی آسان به شکل مورد نظر خود می باشد و درستی آن را در حس و مشاهده باور دارد و دیگر کاری به برهان ندارد، در حالی که آنچه مورد نظر مهندس است صحیح بودن برهان و دلیل است خواه در مشاهده صحیح باشد یا نباشد. در صورتی که معلوم است که هر چه هنرمند و صنعتگر بدان عمل می کنند و درست باشد از هندسه گرفته اند و اول مهندس آن را تصور کرده و برهان بر صحت آن آورده است و بعد از آن، صانع و مسّاح مورد استفاده قرار داده است و خلاصه آنکه آن را از او فرا گرفته است بدون آنکه در وجه صحت و راه برهان آن فکری کند و بدین جهت است که در عمل ایشان امکان خطا بسیار باشد، ولی مهندس از خطا دور است چون پایه بر قواعد هندسی نهد با وجود آنکه به عمل آوردن آنچه به برهان به دست آورده است برای او دشوار است، زیرا در کارهای دستی مهارتی را که اهل صناعت دارا می باشند به دست نیاورده است. و بدین صورت است که اگر از بسیاری از مهندسان سؤالی در کیفیت تقسیم کردن شکل و یا ضرب خطی در خطی شود برای جواب احتیاج به فکر کردن را دارند و راه حلی دور یا نزدیك به یقین در خاطر آورند و بدین ترتیب عمل نمایند. حکیم کامل مکمل ابوالوفاء بوزجانی گوید: در مجلسی حاضر شدم در آنجا جماعتی از هنرمندان و مهندسان بودند و این سؤال مورد مذاکره بود که از سه مربع مساوی چگونه یك مربع ساخته می شود؟ آنان که سخن از هندسه می گفتند خطی به آسانی به دست آوردند که مربع آن خط هر سه مربع را شامل می گردید.ـــ که این برهان در برهان عروس آسان است و بعداً نیز گفته می شودـــ ولی هیچ یك از صاحبان صنعت و هنرمندان آن را نپسندیدند و بدان قانع نگردیدند. چه برای ایشان لازم است که مربعها را

قسمت کنند به نحوی که چون آنها را با یکدیگر جمع نمایند و در کنار یکدیگر قرار دهند مربعی به دست آید.ـــ همان طور که قبلاً گفته شد.ـــ پس صنعتگران چند راه حل پیشنهاد کردند که درستی بعض از آنها به برهان معلوم شد و اشتباه بعض دیگر به آسانی روشن گشت با وجود آنکه در نظر اول صحیح می نمود و هر که در آنها نگاه می کرد خیال می نمود صحیح است.

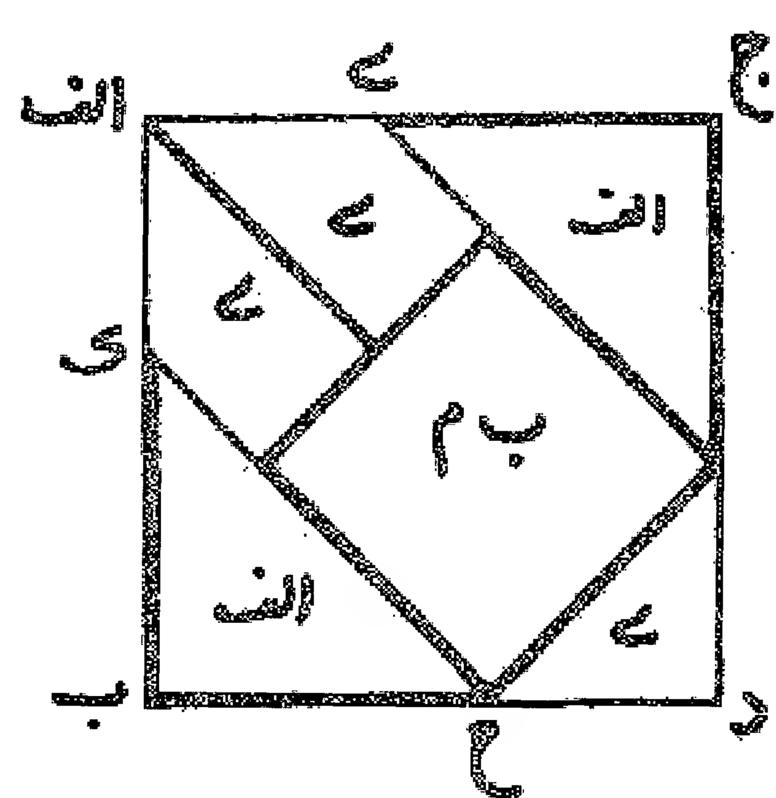
حال ما کلیهٔ آن راه حلها را در ذیل می آوریم تا آنکه راه حلهای صحیح از فاسد تشخیص داده شود و برای کسی که در این اَشکال نگاه می کند غلط را درست و فاسد را صحیح قبول نکند. ان شاءالله وحدة.

مسئلهٔ ۱۵۳



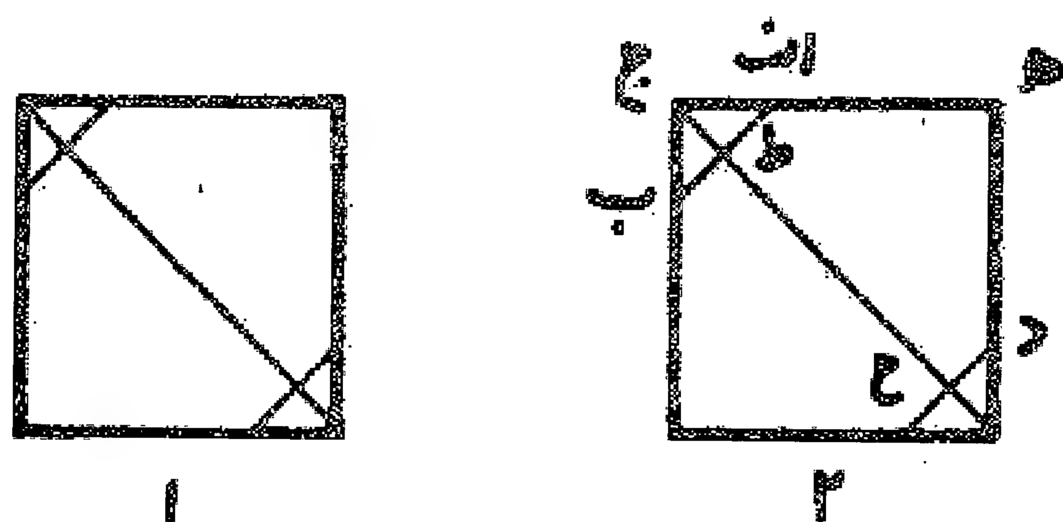
می خواهیم از سه مربع مساوی یك مربع بسازیم

راه حل اول: بعض از هنرمندان یك مربع را در وسط قرار می دهند و دومی را با قطر دو قسمت می کنند و در دو طرف آن می گذارند به طوری که قطر هر مثلث بر ضلع مربع قرار گیرد و مربع سوم را با دو نصف قطر که از دو طرف یك ضلع رسم نموده اند و از رأس مثلث به دست آمده با خطی که از وسط ضلع مقابل می کشند به سه قسمت تقسیم می نمایند و بعد مثلث حاصل را در زیر مربع اولیه قرار می دهند و چهار ضلعیها را بر بالای آن، به طوری که اضلاع درازتر آنها بر یکدیگر منطبق شوند و از مجموع مربعی به دست آورند بدین صورت:

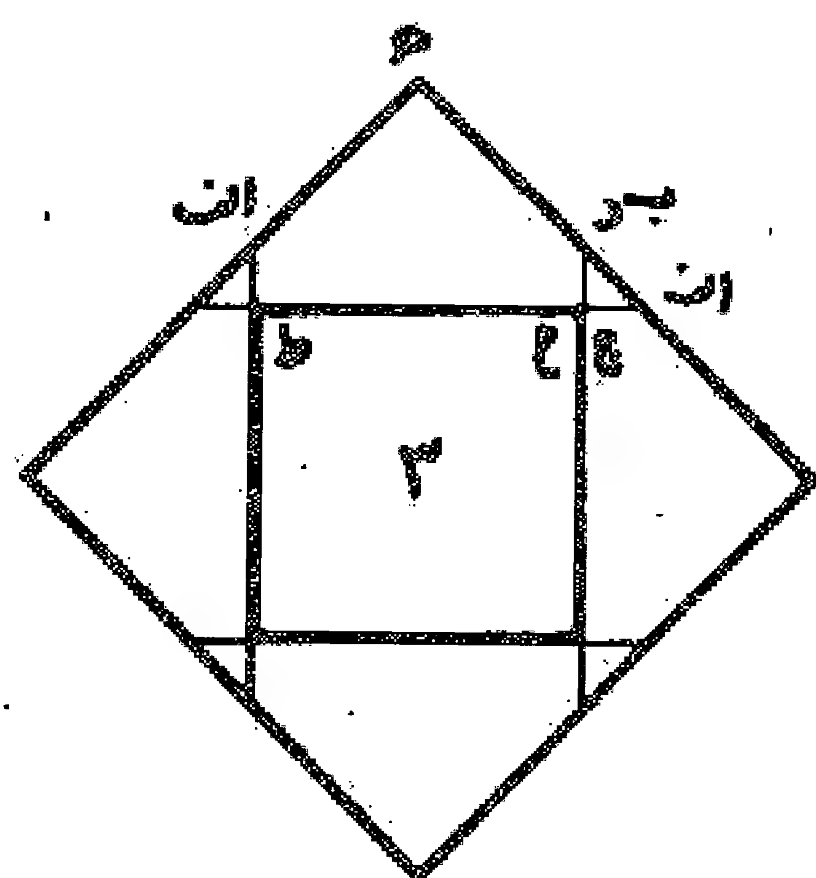


صورت این عمل در تصور کسی که در صنعت ماهر نباشد و از هندسه نیز اطلاعی نداشته باشد درست است در صورتی که به خوبی ثابت می شود که درست نیست. اما اینکه درست به نظر می رسد آن است که زوایا صحیح است و هر ضلع مساوی دیگر اضلاع است، زیرا سه زاویهٔ ب، د، جـ زوایای قائمه بوده اند و زاویهٔ چهارم نیز مرکب ازدو زاویهٔ نیم قائمه می باشد و اضلاع نیز هر یك با یك ضلع مربع و نصف از قطر مربع دیگر متساوی می باشند و چون زوایای محل تلاقی این خطوط نیز هر کدام جمعاً دو قائمه می باشند، این قطعات در امتداد یکدیگر قرار دارند. و با این دلایل مربع به دست آمده صحیح به نظر می رسد و محل اشتباه دیده نمی شود. اما اشتباهات: اگر ضلع هر یك از مربعها را ده فرض کنیم جمع آنها عدد سیصد خواهد بود و ضلع مربع هفده و یك سوم خواهد بود در صورتی که مطابق شکل هر ضلع مربع مساوی است با ضلع یك مربع به اضافهٔ نصف قطر از مربع سوم و آن تقریباً مساوی هفده و هفت دوم است که دیده می شود با یکدیگر تفاوت دارند. از طرفی دیگر در مربعی که با قطر نصف شد طول قطر عددی است اصم در صورتی که طول جمع ضلع مربع وسط با ضلع چهار ضلعی مجاور آن که عبارت است از نصف طول مربع سوم عددی است صحیح و این دو با یکدیگر قابل تطبیق نمی باشند. به عبارت دیگر قطر مربع اول تقریباً مساوی چهارده و نه دهم است در حالی که جمع طول مربع وسط و چهار ضلعی مجاور آن عدد پانزده خواهد بود. و بدین ترتیب روشن است که این تقسیم و ترکیب اشتباه است.

مسئلهٔ ۱۵۴



راه حل دوم: بعض دیگر این مربعها را به نوعی دیگر قسمت کرده اند که اشتباه آن آشکارتر از نوع اول بوده است یعنی بدین ترتیب که قطر دو مربع را می کشند و بر روی آنها در قسمت وسط قطعه ای مساوی ضلع مربع جدا می کنند و بعد از دو طرف باقی مانده چهار مثلث برمی دارند و باقی مانده را با قطر به چهار، پنج ضلعی تقسیم می نمایند، سپس هر کدام از این پنج ضلعیها را که یك ضلع آن مساوی با ضلع مربع است پهلوی مربع سوم و چهار مثلث را در حد فاصل آنها قرار می دهند و مربع مطلوب را به دست می آورند. بدین صورت:



این ترکیب را هم کسی درست پندارد که در هندسه و برهان ماهر نباشد، ولی چون مطالعه و دقت گردد دیده می شود که صحیح نیست، زیرا اندازهٔ مثلثهای کوچك به دست آمده از گوشه های دو مربع اول و دوم از اندازهٔ مثلثهای باقی

مانده در مربع مطلوب بزرگ تر می باشد. چون مثلثهای باقی مانده در مربع حاصل، هر ضلعش مساوی ضلع کوچك پنج ضلعیها می باشد و قطرش باید برابر ماندهٔ ضلع مربع حاصل باشد در حالی که مثلثهای جدا شده هر ضلعش باقی مانده از ضلع دو مربع و قطرش دو برابر ضلع پنج ضلعی بوده و بزرگ تر خواهد بود. چه در غیر این صورت لازم است که در مثلث قائم الزاویه وتر مساوی یك ضلع مثلث باشد. مثلا مثلث اب جـ یا پنج ضلعی اهـ د ح ط را در نظر می گیریم، که چون ضلع ح ط از پنج ضلعی را بر ضلع مربع می گذاریم و نقطهٔ جـ از مثلث را بر محل نقطهٔ ح قرار دهیم ضلع جـ ب از مثلث روی د ح از پنج ضلعی قرار می گیرد ولیکن ضلع ح د از پنج ضلعی چنانکه در شکل مربع اول دیده می شود مساوی قطعهٔ اط یعنی نصف وتر مثلث قائم الزاویه می باشد و هیچ وقت ضلع مثلث قائم الزاویه مساوی نصف وتر او نخواهد شد. و چون این مثلث متساوی الاضلاع است لازم است که مجموع دو ضلع آن مساوی با وتر آن گردد که این محال است. همچنین دیده می شود که ضلع هـ ی از مربع بزرگ مساوی است با دو برابر ضلع مربع کوچك به اضافهٔ ریشهٔ دوم باقی ماندهٔ آن ضلع مربع در صورتی که به خوبی می دانیم که ضلع مربع حاصل از سه مربع بسیار کمتر از این مقدار است که این خود اشتباه بودن راه حل را نشان می دهد.

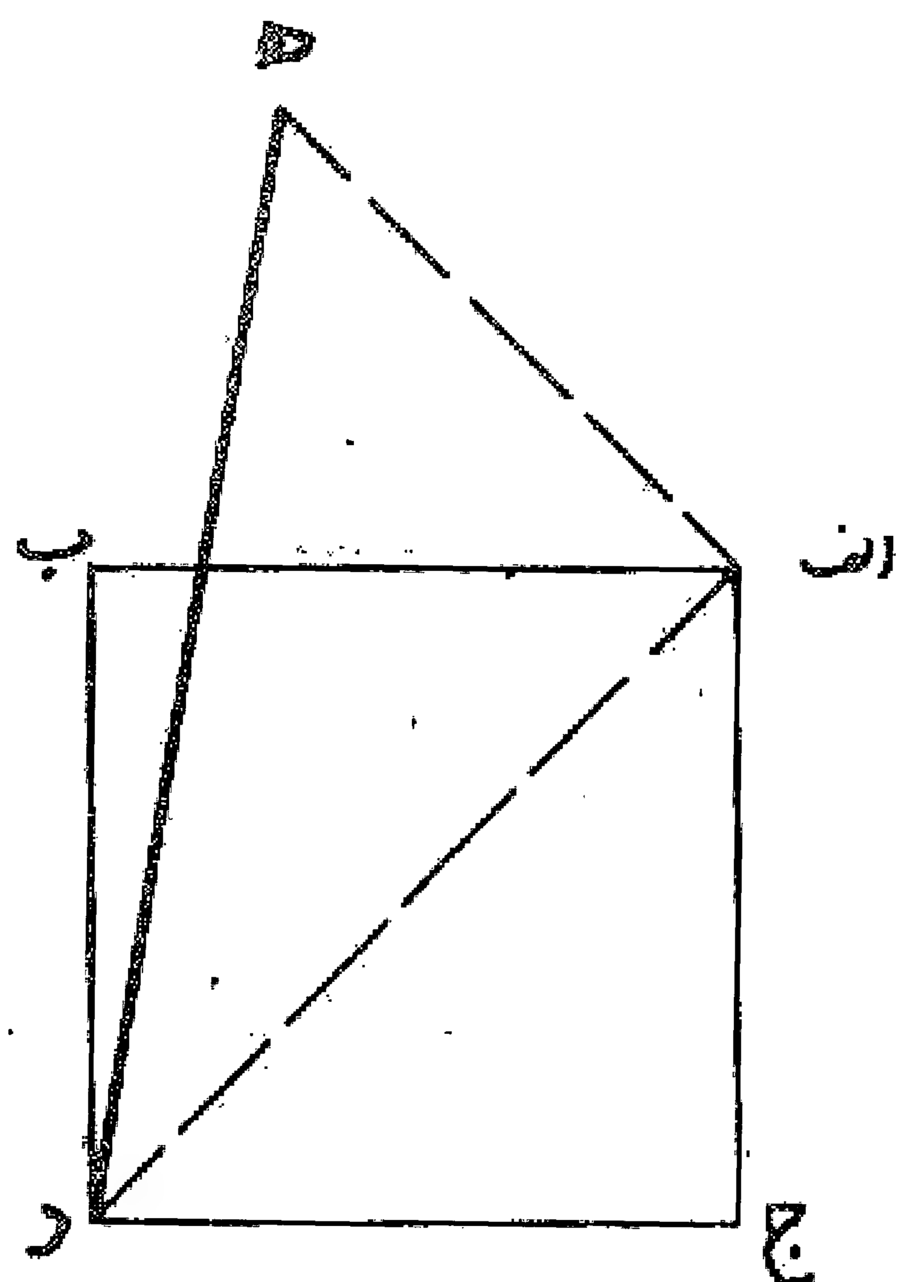
مسئلهٔ ۱۵۵

راه حل صحیح

اما قسمت کردن مربعها به راه حل صحیح و بر اساس برهان درست: و آن عبارت است از اینکه دو مربع را با قطر نصف می کنیم و هر یك را بر ضلع مربع سوم قرار می دهیم به نحوی که یك گوشهٔ هر مثلث بر یك گوشهٔ مربع منطبق باشد، بدین ترتیب زاویهٔ نیم قائمهٔ هر مثلث در مجاورت زاویهٔ قائمهٔ مربع سوم و قطر آن بر ضلع مربع قرار می گیرد، لذا قسمت اضافی هر مثلث از طرف دیگر ضلع مربع پیش زدگی پیدا می نماید. سپس رئوس مثلثهای چهارگانه را با خط مستقیم به یکدیگر اتصال می دهیم، این خطها اضلاع مربع بزرگ می باشند، زیرا دو مثلث کوچك که به وسیلهٔ این خط از دو مثلث قائم الزاویه جدا می شوند با یکدیگر مساوی بوده اند و در نتیجه مقدار کم و زیاد شده به زاویهٔ قائمه چون مساوی هستند زاویهٔ قائمه ثابت می ماند و چهار ضلع نیز به همین ترتیب با یکدیگر مساوی خواهند بود و مربع مورد نظر به دست می آید که راه حلی درست است و از راه حلهای دیگر به صواب نزدیك تر. بدین صورت:

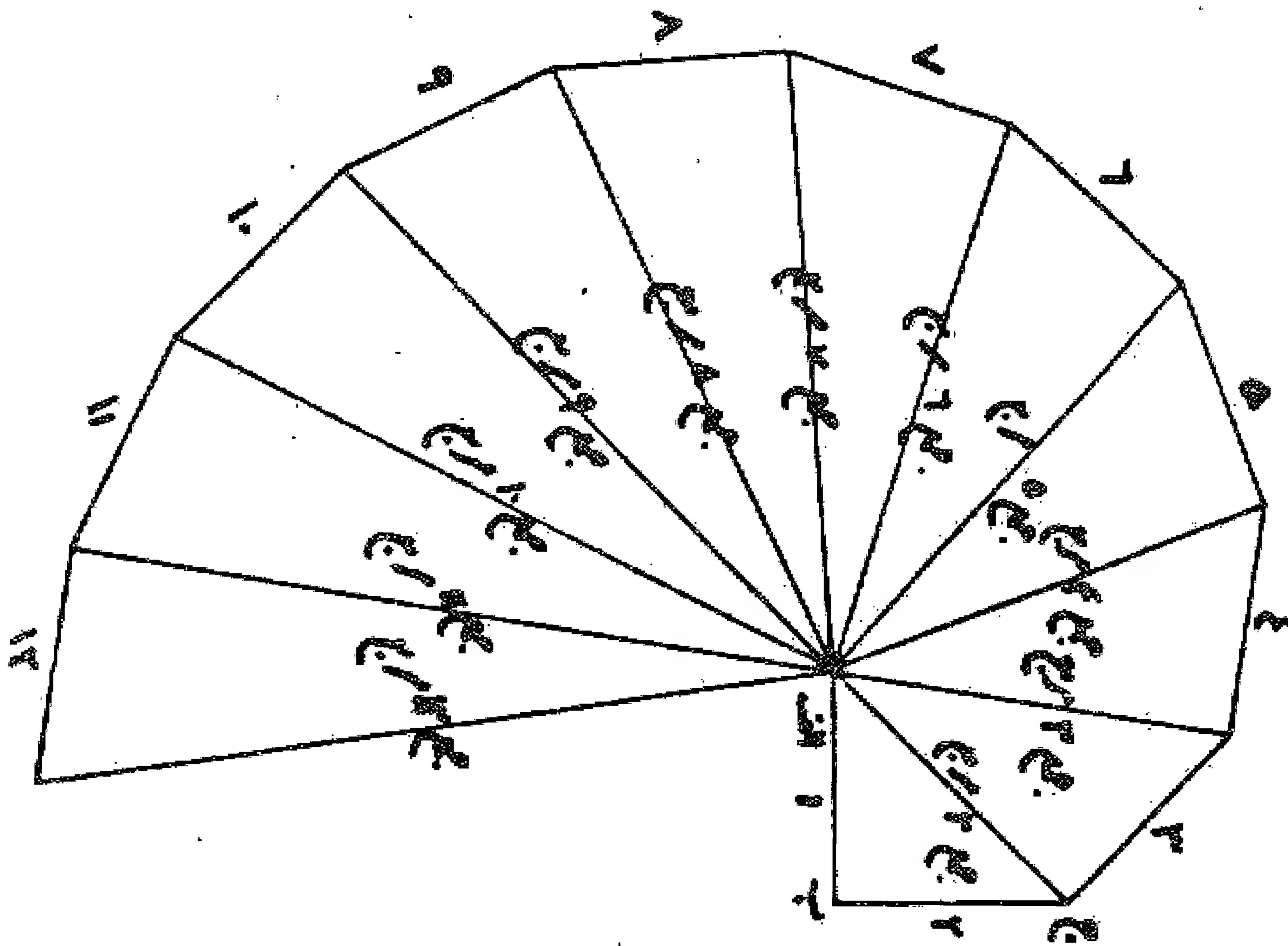
مسئلهٔ ۱۵۶

اگر از مهندسی سؤال کنند که می خواهیم مربعی از چند مربع دیگر بسازیم او خطی به دست آورد که مربع آن مساوی مربع جمع مربعهای داده شده باشد و دیگر کاری به طرز تقسیم مربعها ندارد تا از آن تقسیمها مربع خواسته شده را ترکیب نماید. بدین ترتیب که اول قطر یك مربع را می کشد و این خط مطابق قضیهٔ عروس مساوی مجموع دو مربع است و بار دیگر بر این قطر خطی مساوی ضلع مربع سوم عمود می کند و ضلع سوم این مثلث قائم الزاویه بدون شك مساوی با مربع هر سه مربع داده شده است و به همین ترتیب می توان ضلع مربعهای ترکیب شده از چند مربع را به دست آورد. مثلا می خواهیم مربعی از سه مربع که هر سه مساوی مربع اب جـ د است بکشیم. قطر این مربع را رسم می نماییم و از نقطهٔ ا خط عمود اهـ را مساوی اجـ می کشیم و خط هـ د را رسم می کنیم تا ضلع مربع جمع به دست آید که هر سه بر اساس قضیهٔ عروس ثابت شود و مهندس با به دست آوردن این خط، مربع را می سازد که سطح آن مساوی جمع سطح سه مربع داده شده می باشد و دیگر کاری به طرز تقسیم و جمع آن سه مربع ندارد.



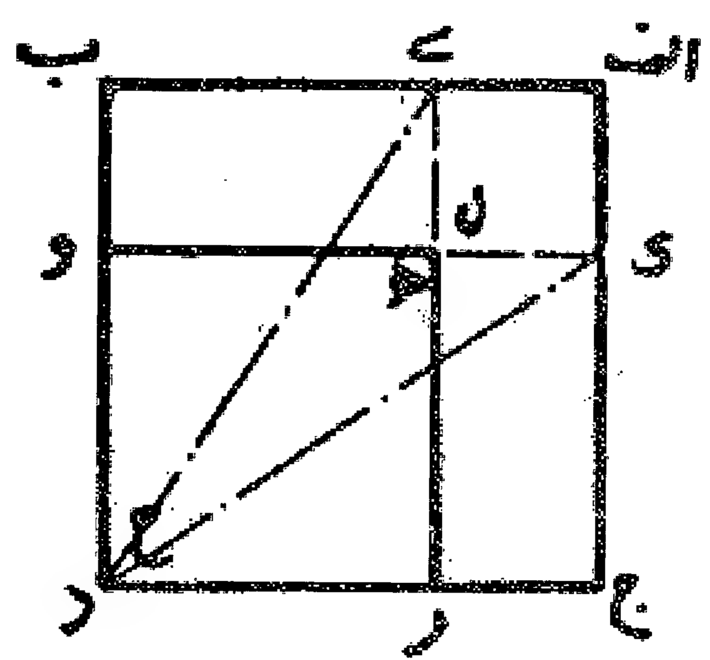
مسئلهٔ ۱۵۷

و به همین ترتیب است اگر تعداد مربعها بیش از سه باشد. ولی این طرز برای صاحبان صنعت مفید نیست.

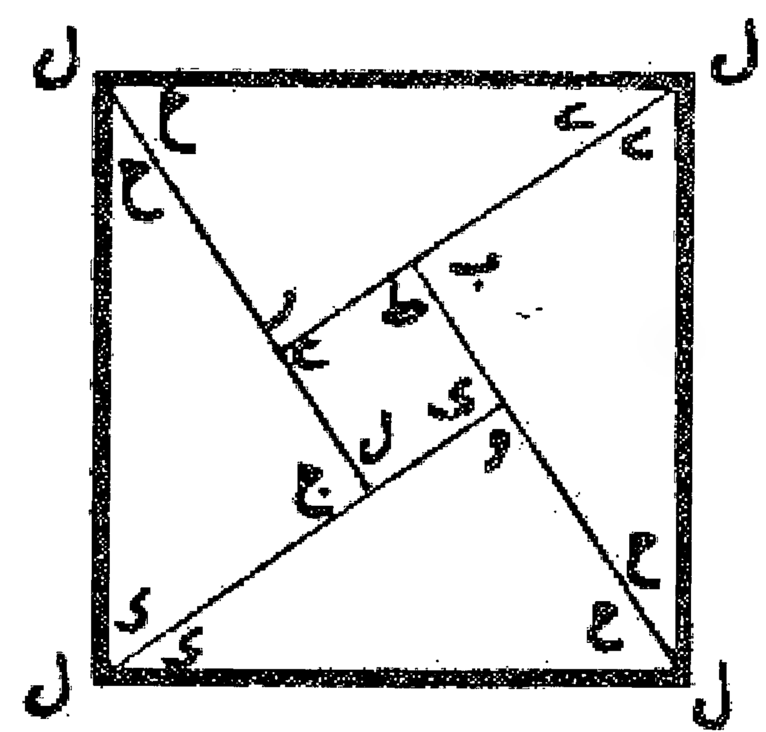


مسئلهٔ ۱۵۸

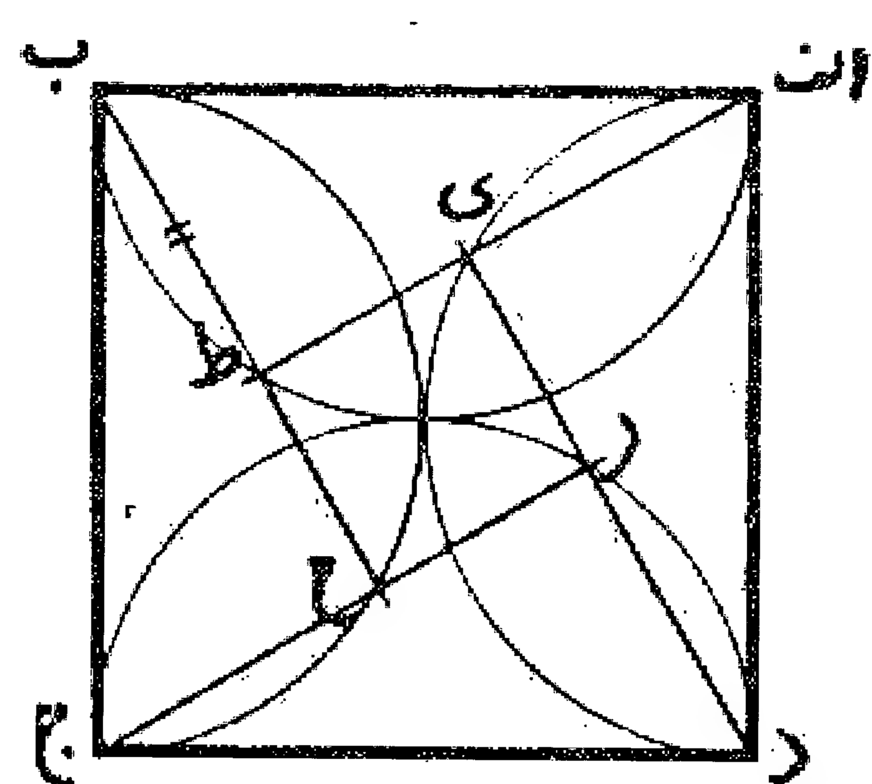
می خواهیم از چند مربع نامساوی مربعی بسازیم: چون طریقه وروش ساختن مربع مورد نظر در تمام تعداد مربعها یکی است، لذا اول ترکیب دو مربع نامساوی را می گوییم و تعداد بقیه را به همین راه حل حوالت می دهیم.



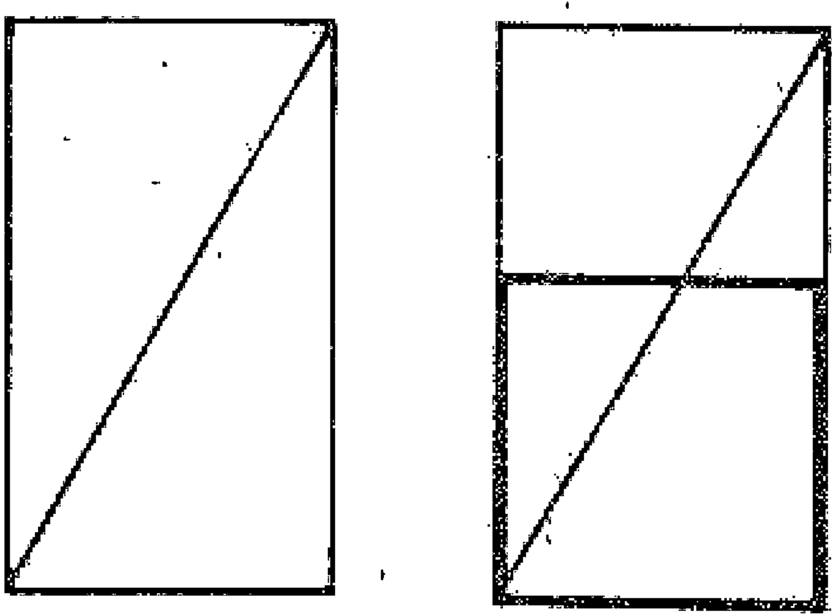
می خواهیم از دو مربع نامساوی مربعی دیگر بسازیم: اول دو مربع را بر یکدیگر به نحوی قرار می دهیم که یك رأس مربع کوچك تر روی یك رأس مربع بزرگ تر و دو ضلع آن بر روی دو ضلع مربع بزرگ تر قرار گیرد، سپس قسمت اضافی از مربع بزرگ تر را از آن جدا می نماییم. بعد از یك طرف این قسمت مستطیل شکل با ضلع کوچك تر مربع کوچك تری جدا می کنیم و بقیهٔ آن که یك طولش مساوی ضلع مربع کوچك اولیه است با آن مربع ترکیب می نماییم. در نتیجه دو مربع مستطیل که یك طول آن مساوی ضلع مربع کوچك و طول دیگرش مساوی ضلع مربع بزرگ است به اضافهٔ یك مربع کوچك تر که هر ضلعش مساوی تفاضل اضلاع دو مربع است به دست آید. حال مربع کوچك به دست آمده را وسط قرار می دهیم و دو مربع مستطیل را بر قطر تقسیم می کنیم و آنها را در اطراف آن می گذاریم به طوری که زاویهٔ قائمهٔ هر کدام بر یك زاویهٔ قائمهٔ مربع کوچك وسط قرار گیرد، بدین ترتیب مربعی به دست می آید که ضلع آن مساوی قطر مستطیلها می باشد و این مربع مطلوب است. بدین صورت:



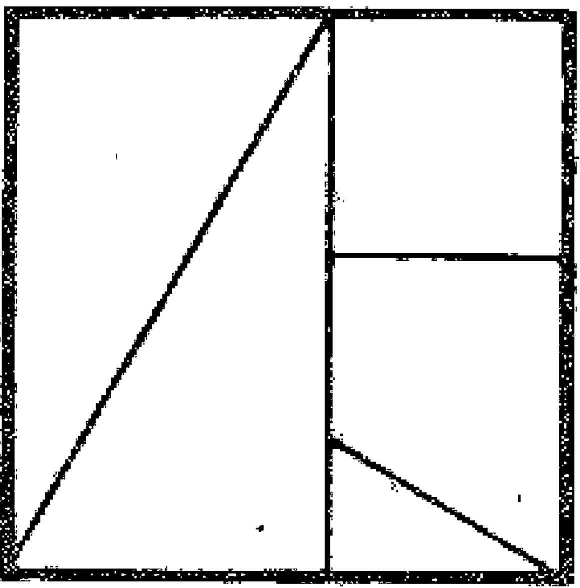
مسئلهٔ ۱۵۹



می خواهیم از یك مربع دو مربع بسازیم یا به عبارت دیگر یك مربع را به دو مربع تقسیم کنیم: البته در این مسئله همان طور که ضلع مربع اول معلوم است لازم است ضلع یکی از مربعهای تقسیم را نیز داشته باشیم. به طور مثال می خواهیم از مربعی با ضلع معلوم مربعی به اندازهٔ مشخص جدا کنیم. اول به قطر هر کدام از اضلاع مربع نیم دایره هایی می کشیم و سپس پرگار را به اندازهٔ ضلع مربعی که می خواهیم بسازیم باز می نماییم و به مرکز هر گوشه از مربع روی نیم دایره ها نشان می کنیم و بعد این نقاط را به چهار گوشهٔ مربع اتصال می دهیم



تا چهار مثلث و مربعی در وسط به دست آید. البته این مربع از مربع خواسته شده کوچك تر می باشد. حال این قسمتها را جدا می نماییم و از هر دو مثلث مستطیلی می سازیم و بعد روی یکی از آنها به اندازهٔ طول مربع وسط نشان و آن را جدا می کنیم. باقی مانده، مربع مورد درخواست است و از بقیه، یعنی مربع مستطیل شامل دو مثلث و مربع وسط و باقی مستطیل اول مربع دیگری می سازیم و بدین ترتیب از مربع معلومی مربع کوچك تری به اندازهٔ مورد نظر جدا می نماییم و باقی مانده، نیز مربع خواهد بود. بدین صورت:

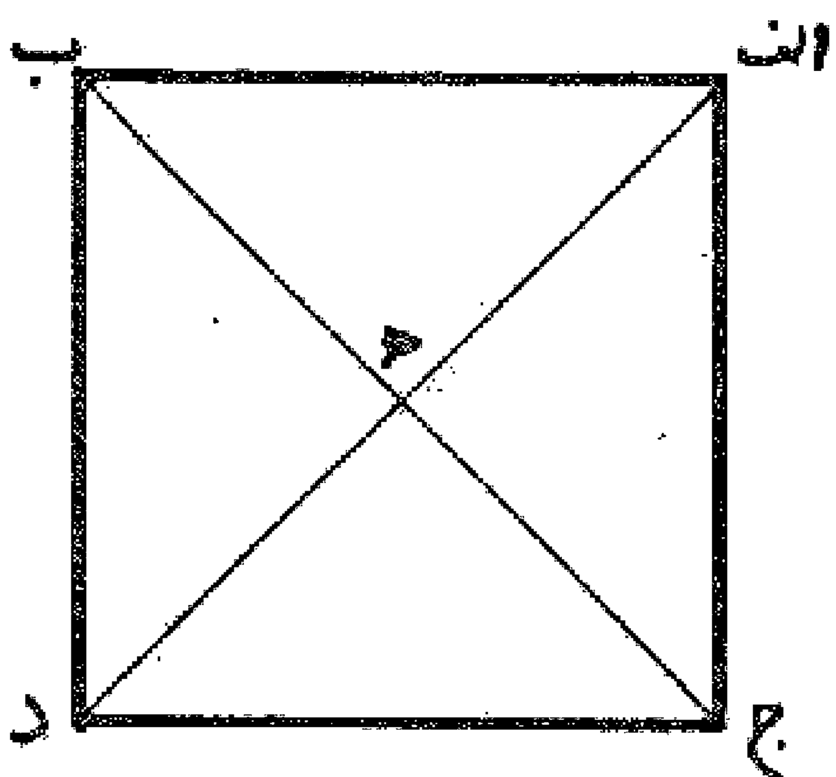


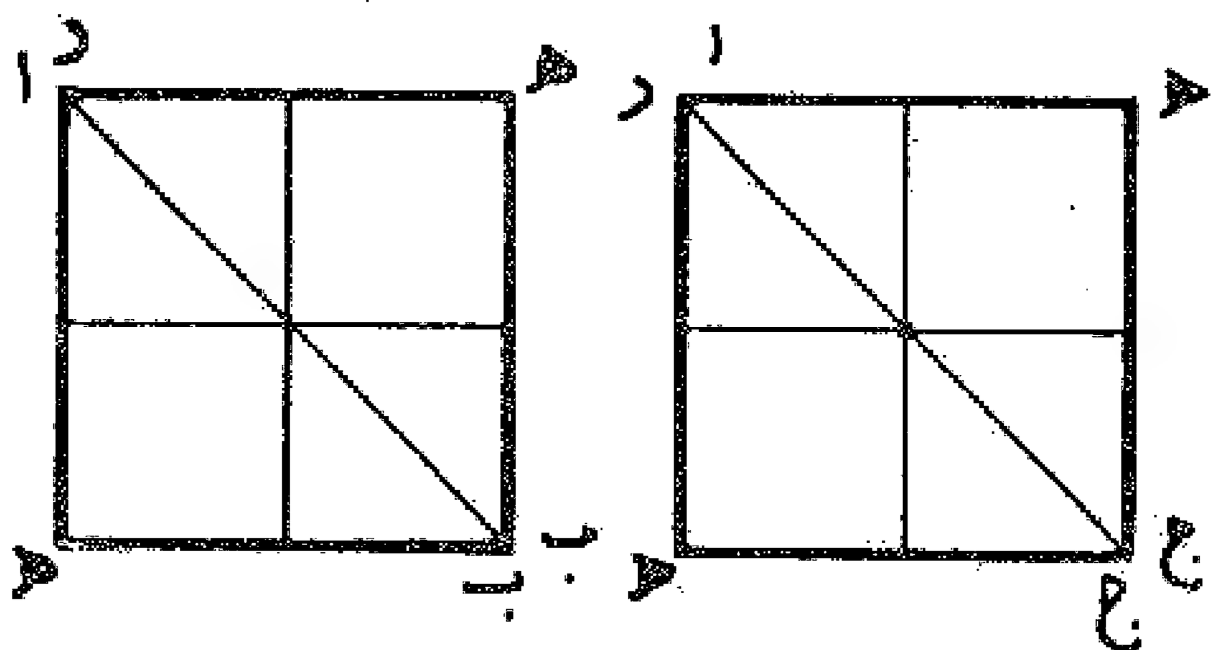
مسئلهٔ ۱۶۰

می خواهیم مربعی را به چند مربع تقسیم نماییم: اول نگاه می کنیم ببینیم که تعداد مورد نظر خود عددی مربع است و یا از جمع دو عدد مربع ترکیب شده یا نه. اگر تعداد مربعهای مورد نظر خود عدد مربع باشد، نظیر مسئله های ۱۴۷ الی ۱۵۱ عمل می نماییم.

مسئلهٔ ۱۶۱

اگر تعداد مربعها از مجموع دو عدد مربع ترکیب گشته باشد، اول مربع را با قطرها به چهار قسمت تقسیم می کنیم و از آن دو مربع می سازیم که اضلاع هر کدام عدد مربعی است. سپس هر کدام از دو مربع را به عددی که برای هر دو مربع مساوی است تقسیم و نقاط را به یکدیگر وصل می نماییم و مربعهای خواسته شده را به دست می آوریم.



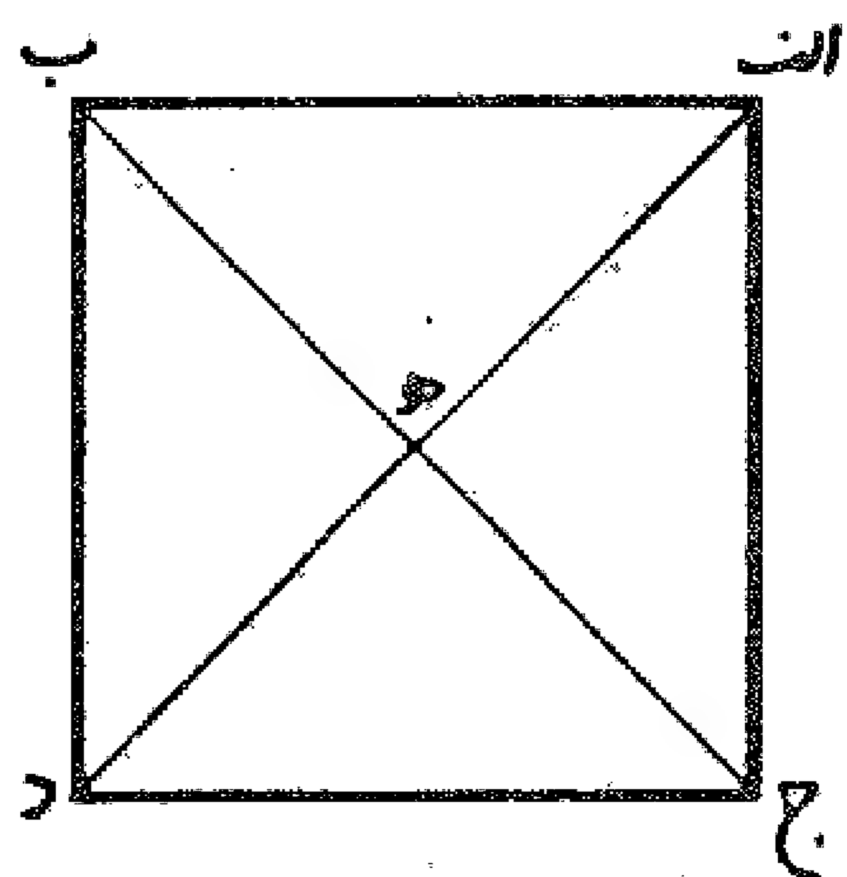


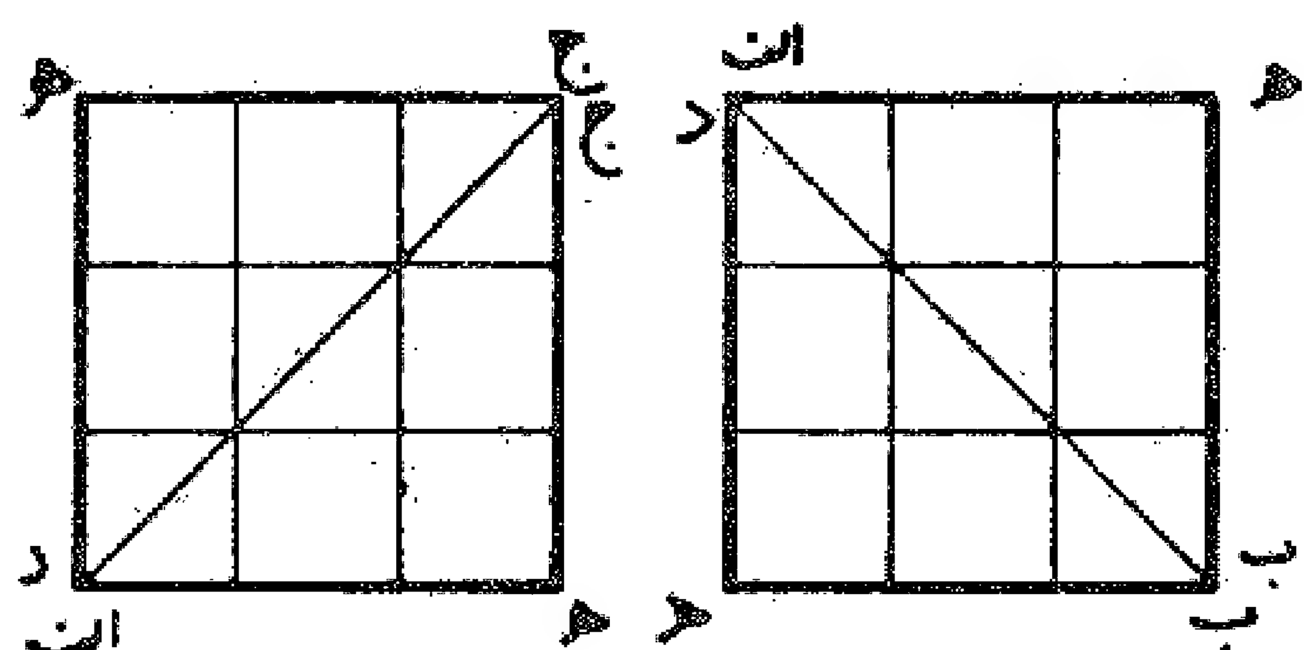
مسئلهٔ ۱۶۲

می خواهیم مربعی را به هشت قسمت مساوی تقسیم نماییم: اول قطرها را رسم و آن را به چهار مثلث تقسیم می کنیم و بعد با هر دو مثلث مربعی می سازیم و هر کدام را به چهار قسمت مساوی تقسیم می نماییم و بدین ترتیب هشت مربع متساوی به دست می آوریم. طابق شکل قبل.

مسئلهٔ ۱۶۳

می خواهیم مربعی را به هجده قسمت مساوی تقسیم کنیم که عدد هجده عبارت است از دو عدد نه: بدین ترتیب اول آن را به دو مربع تقسیم و سپس هر ضلع از این دو مربع را به سه قسمت و نقاط تقسیم را به یکدیگر وصل می نماییم تا از هر کدام نه مربع به دست آید و جمعاً هجده مربع تهیه می کنیم. بدین صورت:



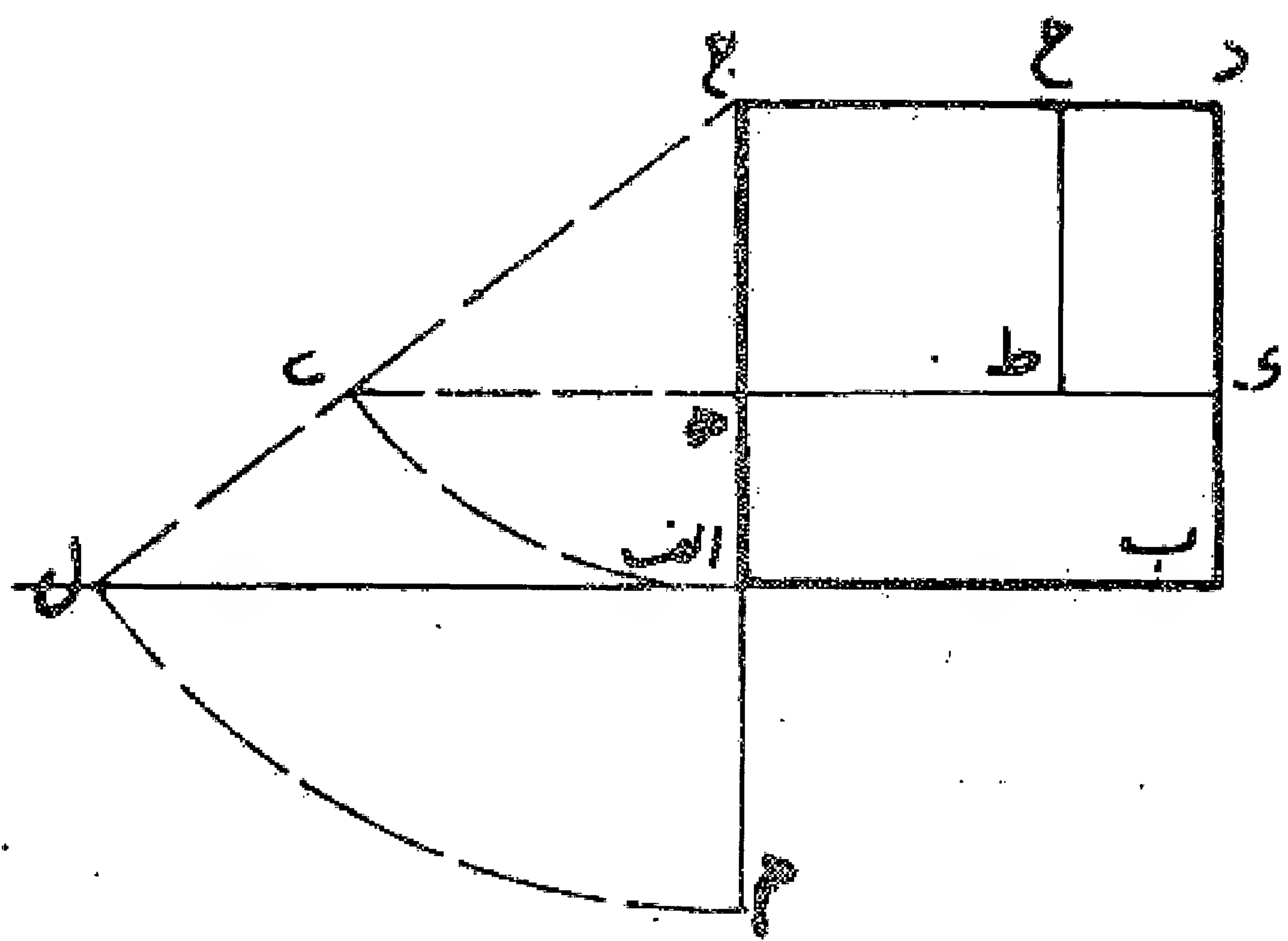


باب دهم

جدا کردن راه

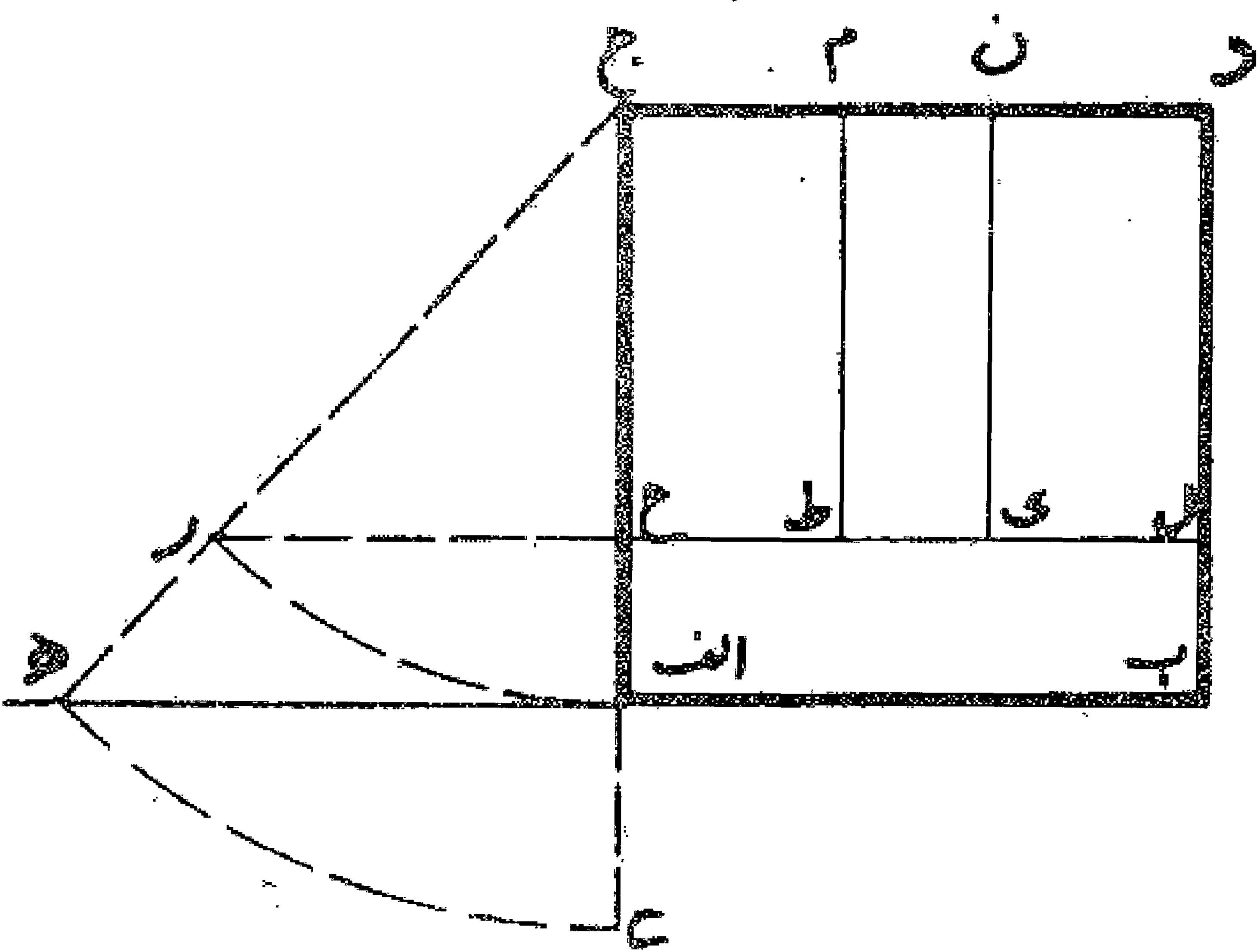
مسئلهٔ ۱۶۴

اگر بخواهیم زمین مربع شکلی را بین دو نفر به دو قسمت مساوی تقسیم کنیم وراهی هم برای آنها در نظر بگیریم که پهنای آن به اندازهٔ ح د باشد، ابتدا روی ضلع د جـ از نقطهٔ د پهنای راه را جدا و نقطهٔ ح را مشخص می نماییم، سپس ضلع ا جـ را به اندازهٔ جـ ح تا نقطهٔ م امتداد می دهیم. بعد به مرکز جـ و شعاع جـ م قوسی رسم می کنیم تا امتداد ضلع ب ا را در نقطهٔ ل قطع نماید. سپس خط ل جـ را می کشیم و قطعهٔ ل ی را مساوی جـ ح جدا می کنیم. حال خط ی هـ را موازی ل ا ب و از نقطهٔ ح خط ح ط را موازی ضلع ب د رسم می نماییم. بدین ترتیب سطح هـ جـ ح ط مساوی سطح هـ ا ب ك است. بدین صورت:



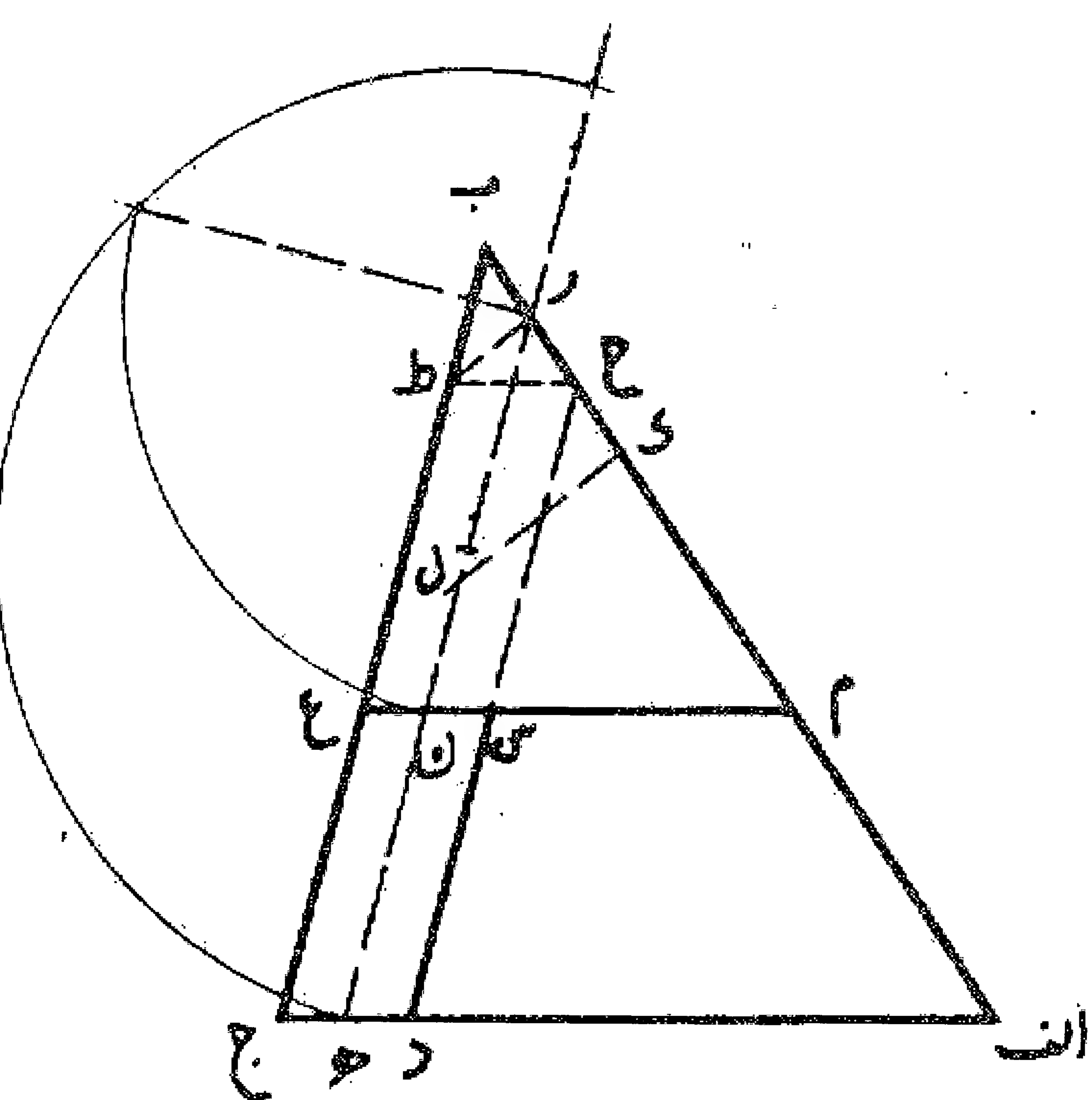
مسئلهٔ ۱۶۵

می خواهیم زمین مربع شکل ا ب جـ د را به سه قسمت متساوی تقسیم کنیم و از میان آن راهی به عرض م ن جدا نماییم: ابتدا روی ضلع جـ د در قسمت وسط، پهنای راه را تعیین می کنیم، سپس ضلع ا جـ را به اندازهٔ قطعهٔ جـ م تا نقطهٔ ی امتداد می دهیم. بعد به مرکز جـ و شعاع جـ ی قوسی رسم می نماییم تا امتداد ضلع ب ا را در نقطهٔ هـ قطع کند و خط جـ هـ را می کشیم و از نقطهٔ هـ قطعهٔ هـ ر را مساوی جـ م جدا و خط ر ح ل را موازی هـ ا ب رسم می نماییم و از نقاط ن و م خطوط م ط و ن ك را به موازات ضلع ا جـ می کشیم، سطحهای جـ م ط ح، د ل ك ن، ا ب ل ح که به دست می آیند با یکدیگر مساوی اند و راه بین آنها سطح م ن ك ط با پهنای تعیین شده است.



مسئلهٔ ۱۶۶

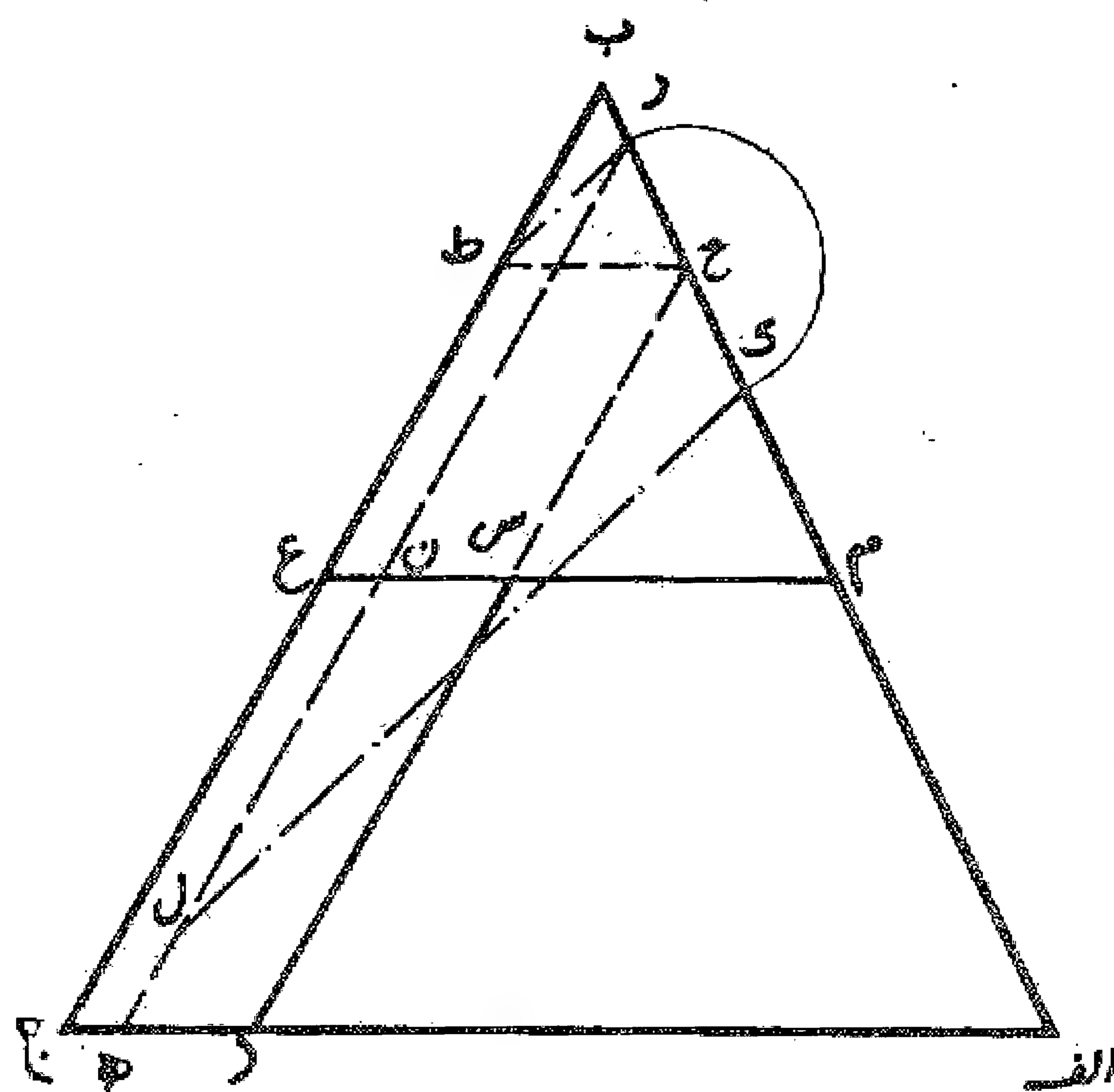
می خواهیم زمین مثلثی شکل ا ب جـ را بین دو نفر به طور مساوی تقسیم کنیم و راهی برای آن به صورت متوازی الاضلاع با عرض معین مثلا به مقدار جـ د در نظر بگیریم: اول بر روی ضلع ا جـ قطعهٔ جـ د را معادل عرض راه جدا می نماییم و آن را در نقطهٔ هـ نصف می کنیم و دو خط د ح، هـ ز را به موازات ضلع ب جـ می کشیم. سپس خط ح ط را



موازی اجـ رسم می نماییم و خط رط را به دست می آوریم، بعد قطعهٔ ح ك را مساوی ح ر جدا و خط ك ل را موازی ر ط رسم می کنیم. حال مثلث ر م ن را به اندازهٔ نصف چهار ضلعی ا ل و شبیه مثلث ا ب جـ جدا می نماییم و خط م ن را تا نقطهٔ ع ادامه می دهیم بدین ترتیب مثلث ا ب جـ به دو قسمت مساوی تقسیم می شود که یك قسمت آن مثلث ب م ع و قسمت دیگر چهار ضلعی ا م س د است که مساحت آنها با یکدیگر مساوی است و راه میان آن دو متوازی الاضلاع س جـ به پهنای جـ د است بدین صورت:

مسئلهٔ ۱۶۷

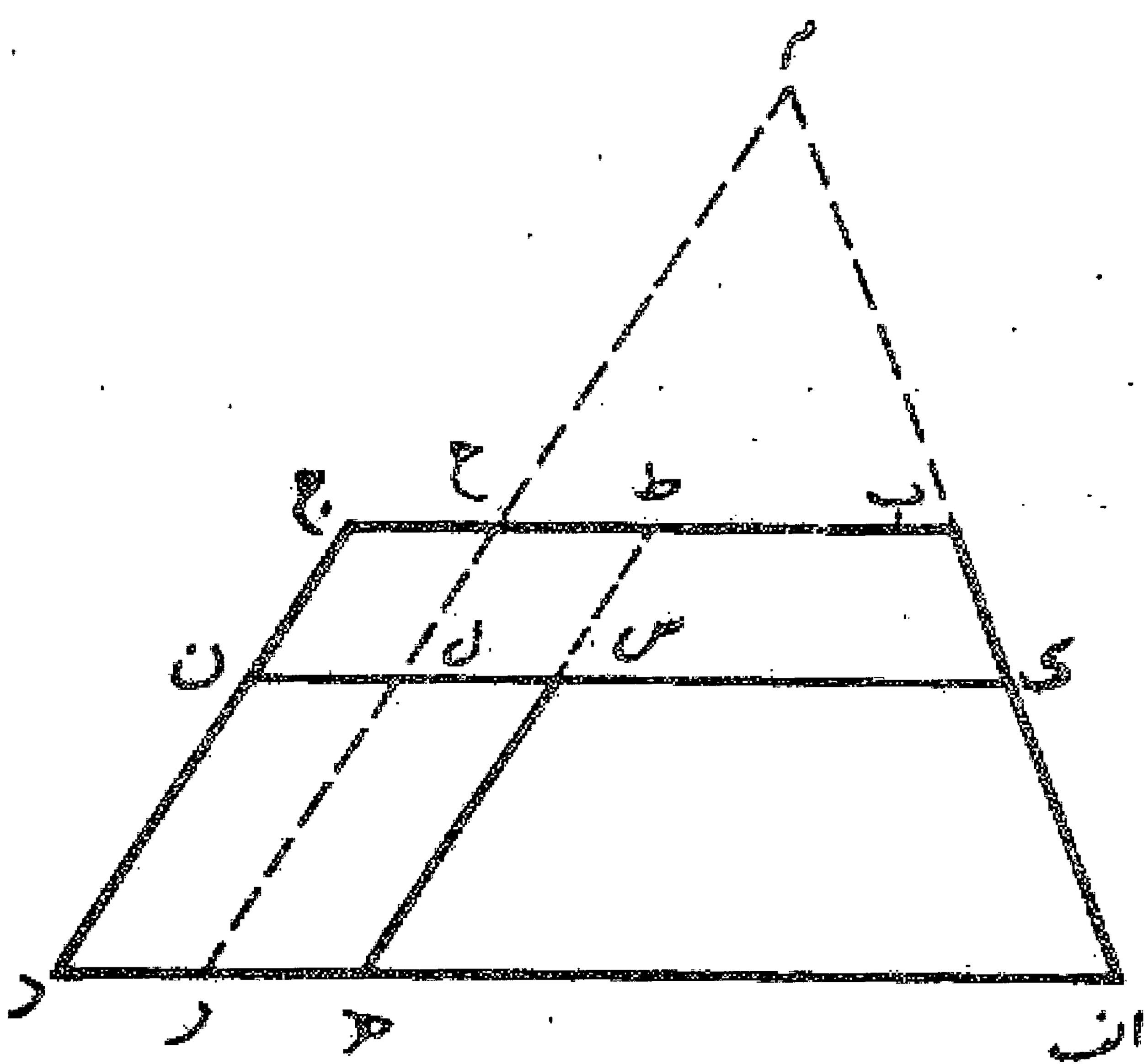
اگر بخواهیم که مثلث ا ب جـ را به سه قسمت مساوی تقسیم کنیم و میان آنها راهی به عرض جـ د باشد، اول عرض جـ د را معین و جـ هـ را مساوی یك سوم آن جدا می نماییم و بعد د ح و هـ ر را موازی ب جـ می کشیم و خط ح ط را موازی اجـ رسم می کنیم و خط ر ط را می کشیم و قطعهٔ ح ك را مساوی ح ر جدا و ك ل را موازی ر ط رسم می نماییم. حال مثلث ر م ن را مساوی یك سوم چهار ضلعی ا ل و شبیه به مثلث ا ب جـ جدا می کنیم و خط م ن را تا نقطهٔ ع ادامه می دهیم. بدین ترتیب مثلث ا ب جـ به دو قسمت، یکی معادل یك سوم و دیگری مساوی دو سوم تقسیم می شود. مثلث ب م ع مساوی یك سوم و چهار ضلعی ا س مساوی دو سوم مساحت مثلث ا ب جـ می باشند. بدین صورت:



حال همان طور که قبلا گفته شد چنانچه چهار ضلعی ا س را به دو قسمت مساوی تقسیم نماییم به طوری که خط تقسیم روی ضلع ر باشد مثلث ا ب جـ به سه قسمت مساوی تقسیم گردیده است که هر سه به راه جدا شده راه دارند.

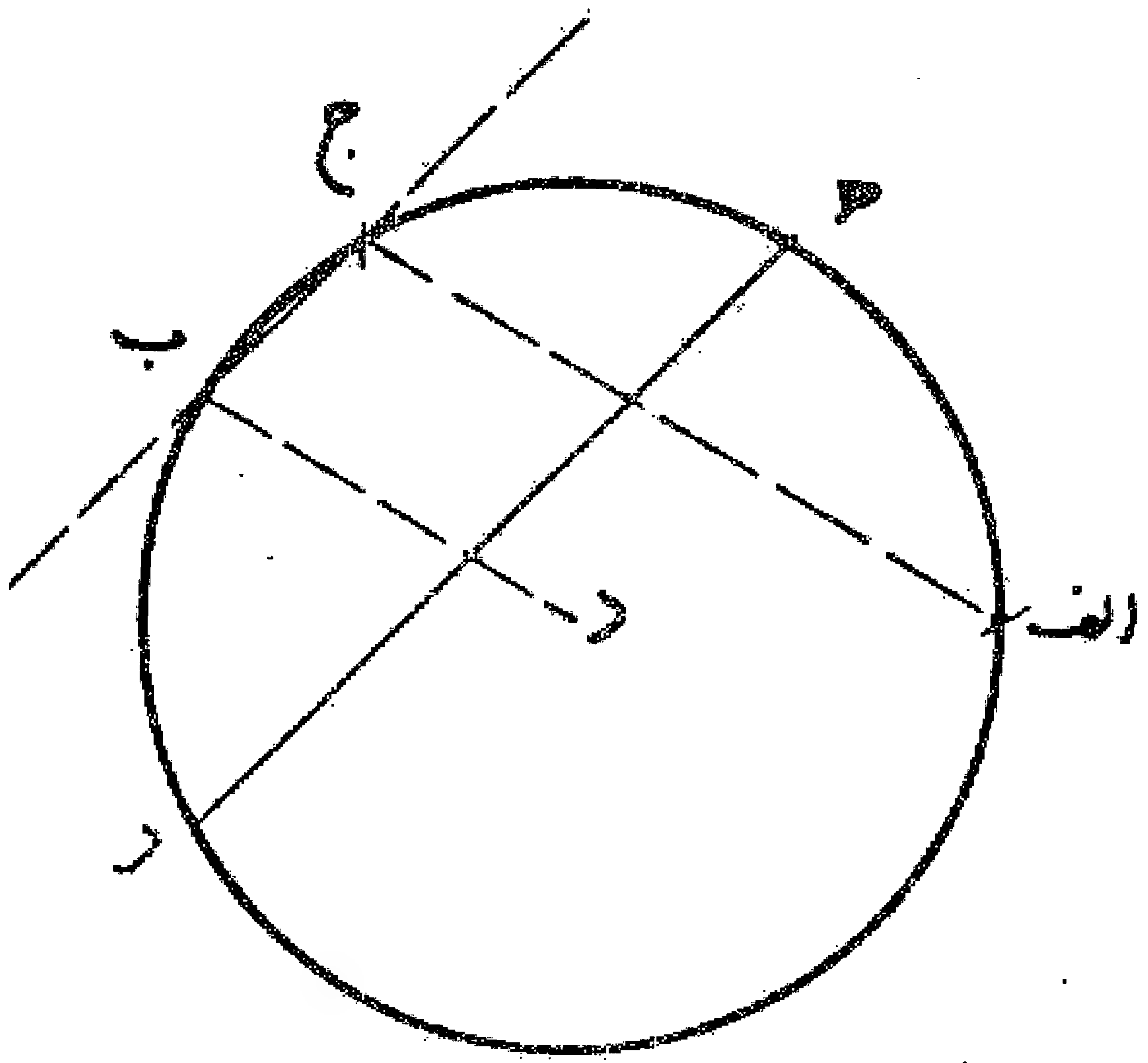
مسئلهٔ ۱۶۸

می خواهیم چهار ضلعی (ذوزنقه) ا ب جـ د را به دو نیمه تقسیم کنیم که راهی به پهنای د هـ بین آنها واقع شود و این چهار ضلعی به شکل ذوزنقه است: اول عرض د هـ را معین و آن را در نقطهٔ و نصف می نماییم. خطوط هـ ط و ر ح را موازی ضلع جـ د رسم می کنیم، سپس خط ر ح را امتداد می دهیم تا امتداد ضلع ا ب را در نقطهٔ م قطع نماید. بعد مثلث م ك ل را مساوی نصف چهار ضلعی ا ط و شبیه مثلث م ا ر می کشیم و خط ك ل را تا نقطهٔ ن امتداد می دهیم. بدین ترتیب مساحت چهار ضلعی ب ك ن جـ مساوی مساحت چهار ضلعی س ك ا هـ بوده است و راه ن س هـ د بین آنها به دست می آید. بدین صورت:



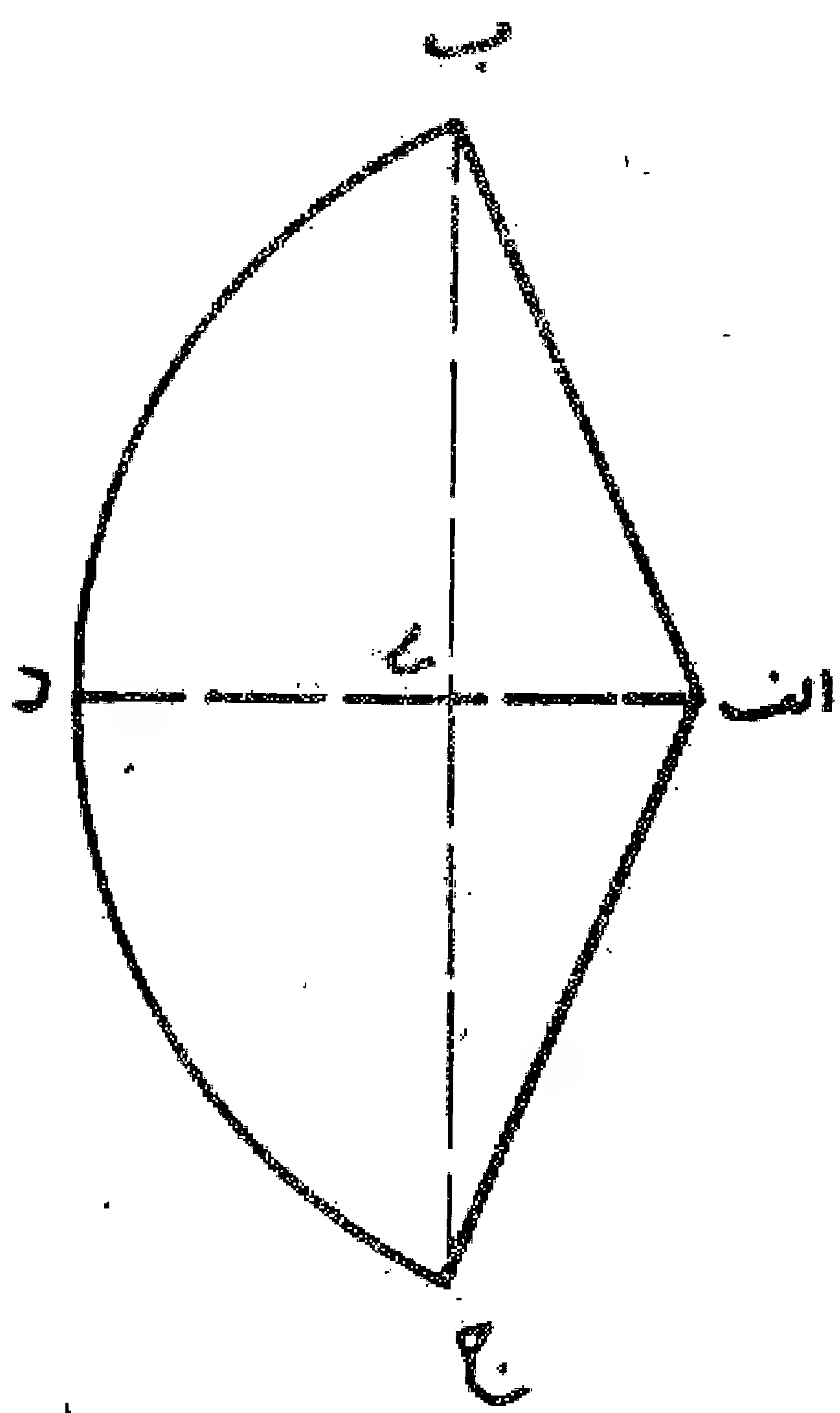
باب یازدهم

در تقسیم دایره‌ها



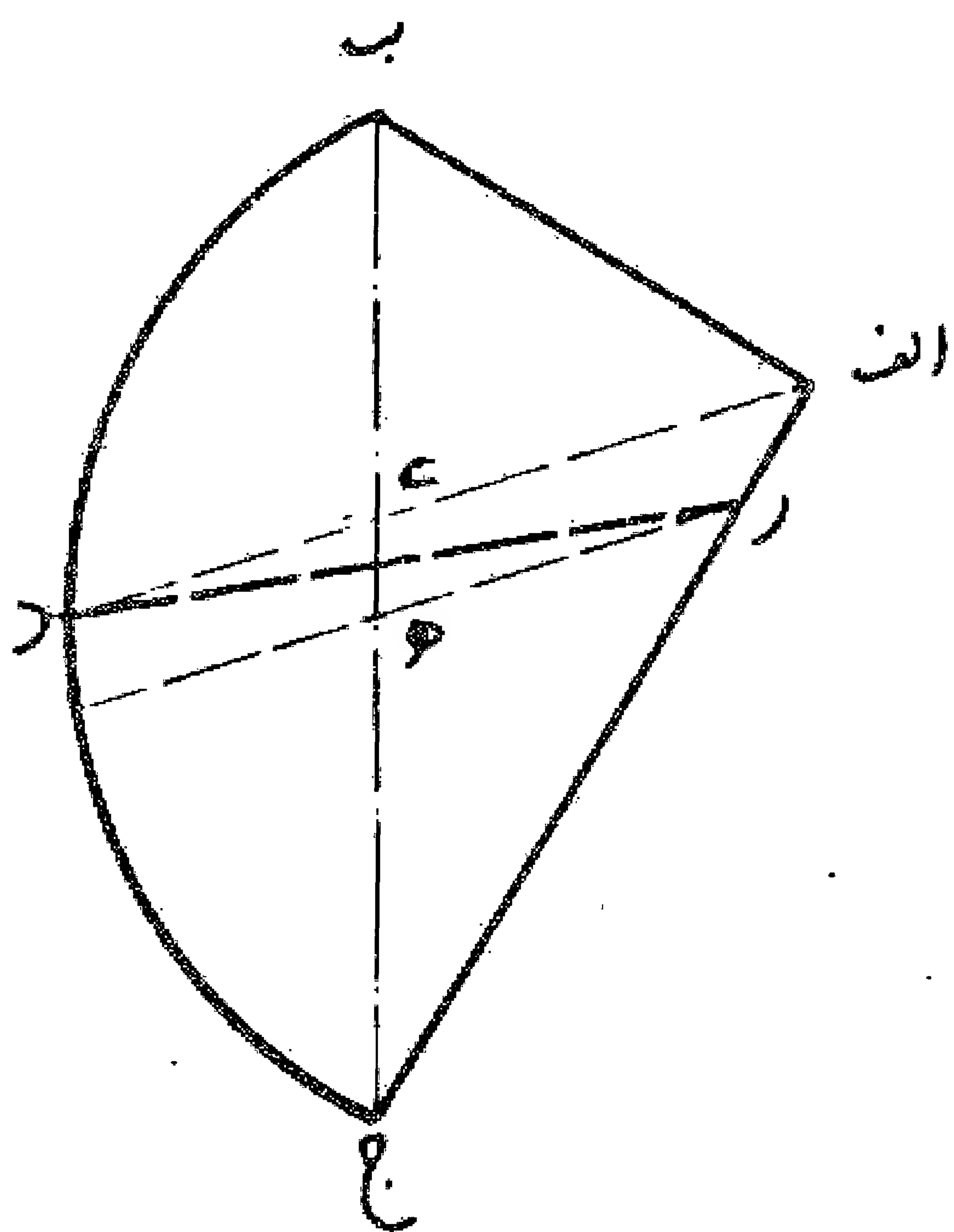
مسئلهٔ ۱۶۹

می خواهیم ازدایرهٔ ا ب جـ به اندازهٔ یك سوم سطح یا یك چهارم یا یك قسمتی از آن به هر اندازه که بخواهیم با دو خط موازی جدا کنیم: ابتدا مرکز دایره را که نقطهٔ د است تعیین می نماییم. سپس در دایره وتر یك سوم را می کشیم یعنی ضلع مثلث متساوی الاضلاع که در دایره محاط می شود که آن، خط ا جـ است و شعاع د ب را موازی آن و بعد وتر ب جـ را رسم می کنیم. حال قوس ا جـ را در نقطهٔ هـ به دو نیمه تقسیم می نماییم و وتر هـ ر را به موازات وتر جـ ب می کشیم. مساحت قسمتی از دایره که شکل ر ب جـ هـ بوده و میان دو خط موازی قرار گرفته مساوی یك سوم مساحت دایره است. بدین صورت:



مسئلهٔ ۱۷۰

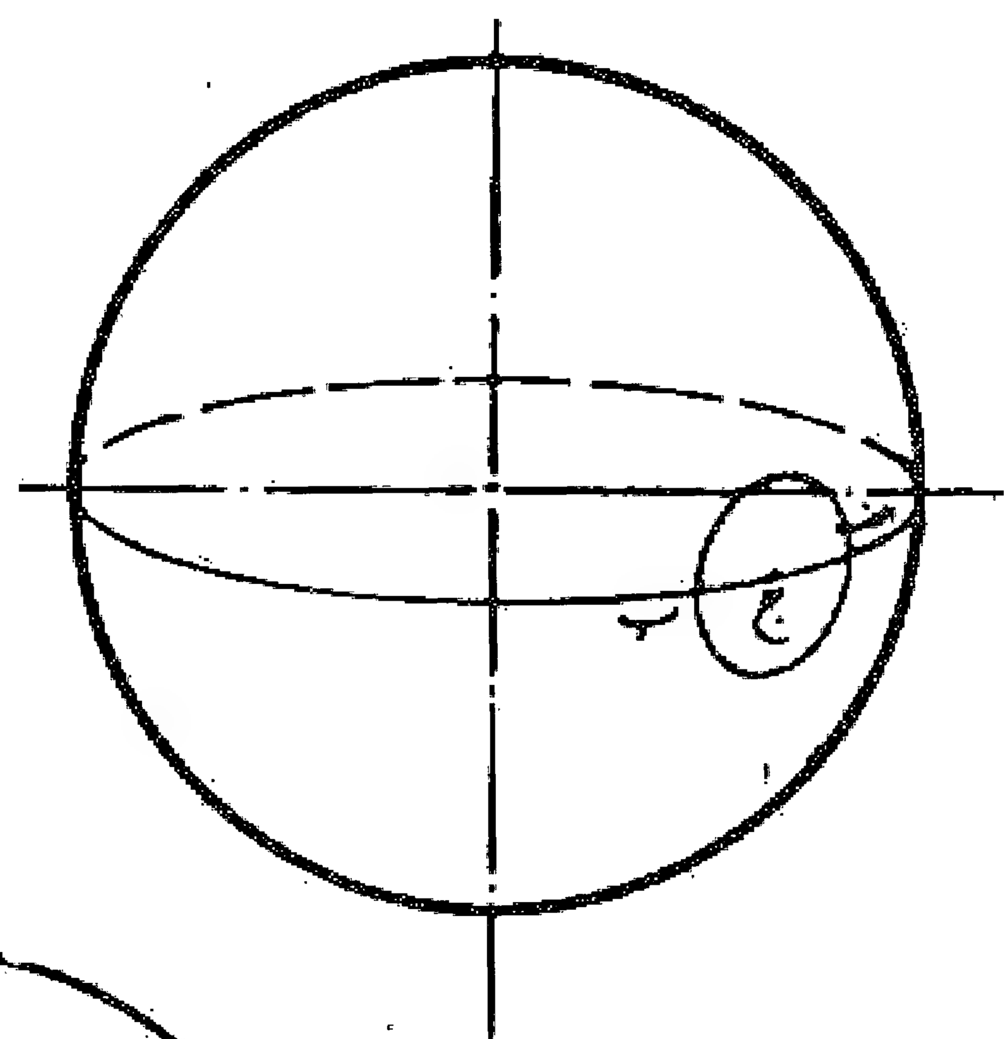
می خواهیم که مساحت قطاعی مانند ا ب جـ را به دو نیمه تقسیم نماییم: اول قوس ب د جـ را در نقطهٔ د به دو قسمت مساوی تقسیم می کنیم و خط ا د را می کشیم تا وتر ب جـ را در نقطهٔ ی قطع نماید. اگر ی جـ مساوی ی ب باشد قطاع با خط ا د به دو نیمه تقسیم می شود.

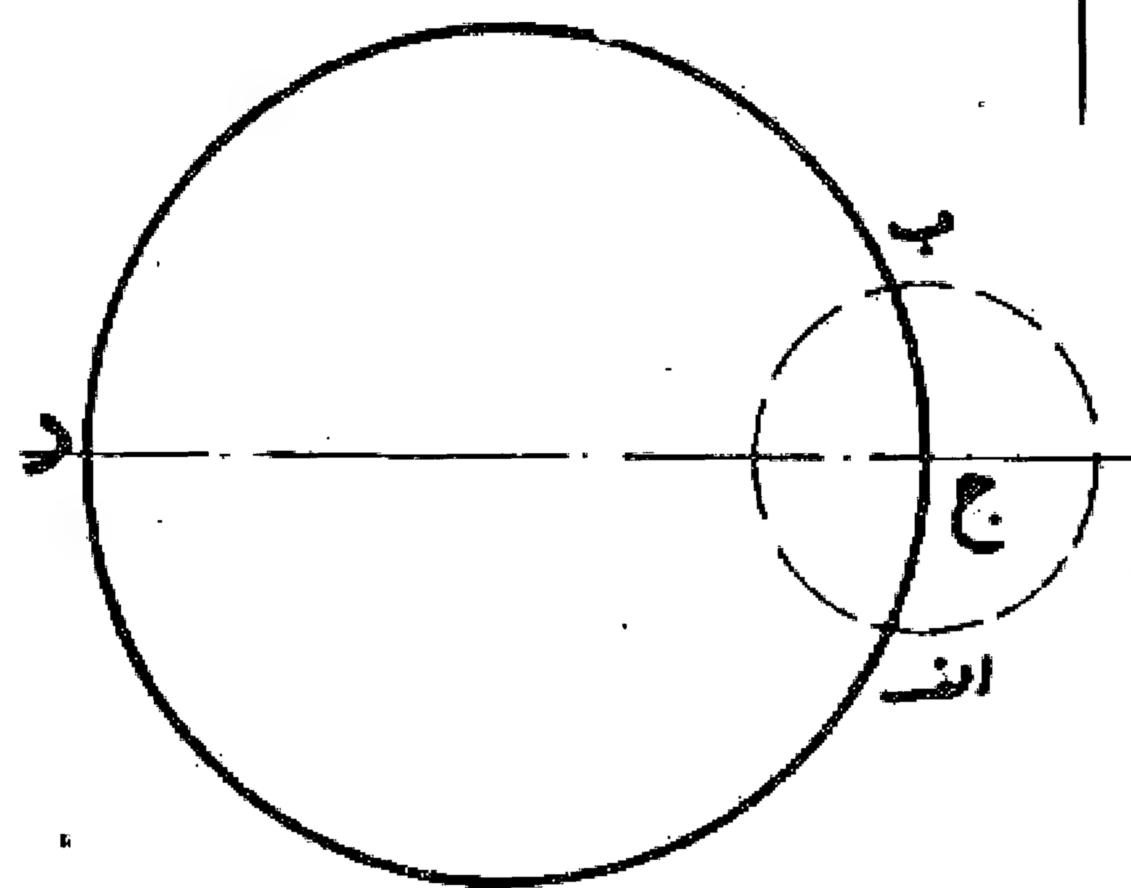


مسئلهٔ ۱۷۱

اگر ی ب و ی جـ مساوی نباشند، وتر ب جـ را در نقطهٔ هـ نصف می نماییم و خط هـ ر را موازی ا د می کشیم. سپس خط د ر را رسم می کنیم، قطاع با این خط به دو نیمه تقسیم می شود. بدین صورت:

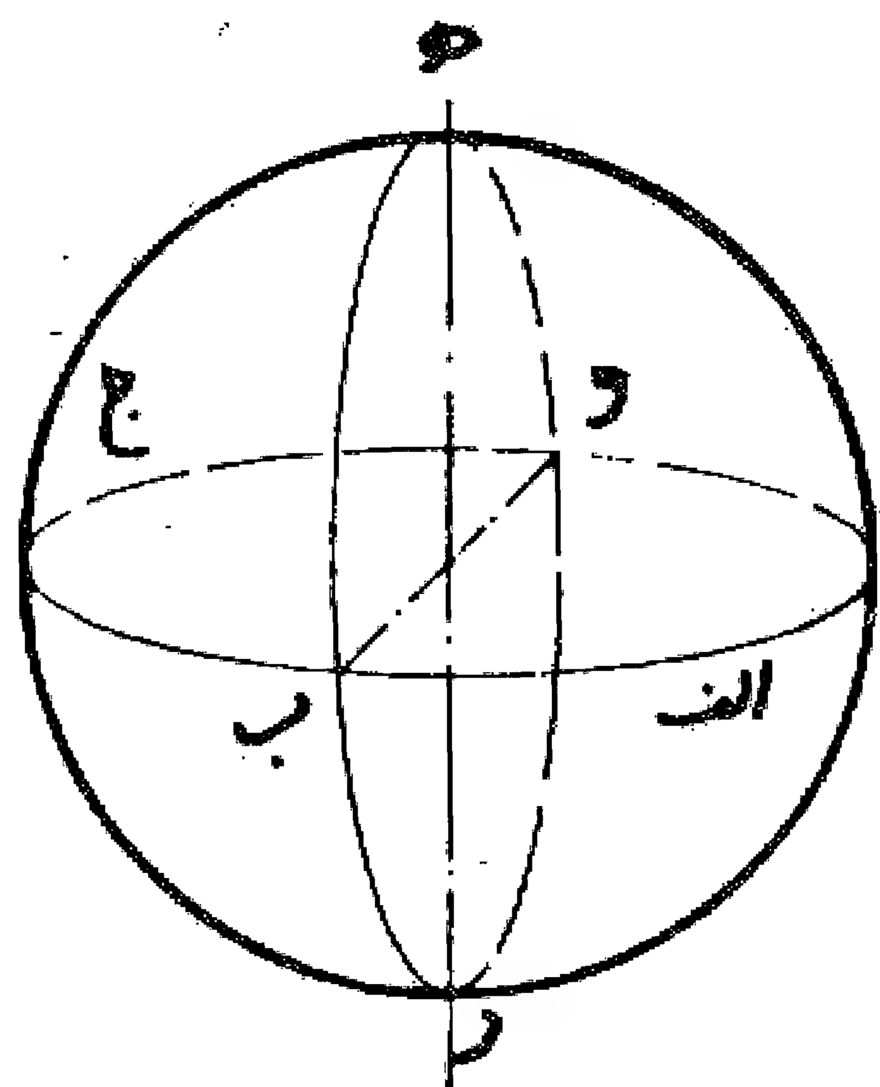
در تقسیم کردن سطح کره و رسم اشکالی که بر کره می‌توان کشید

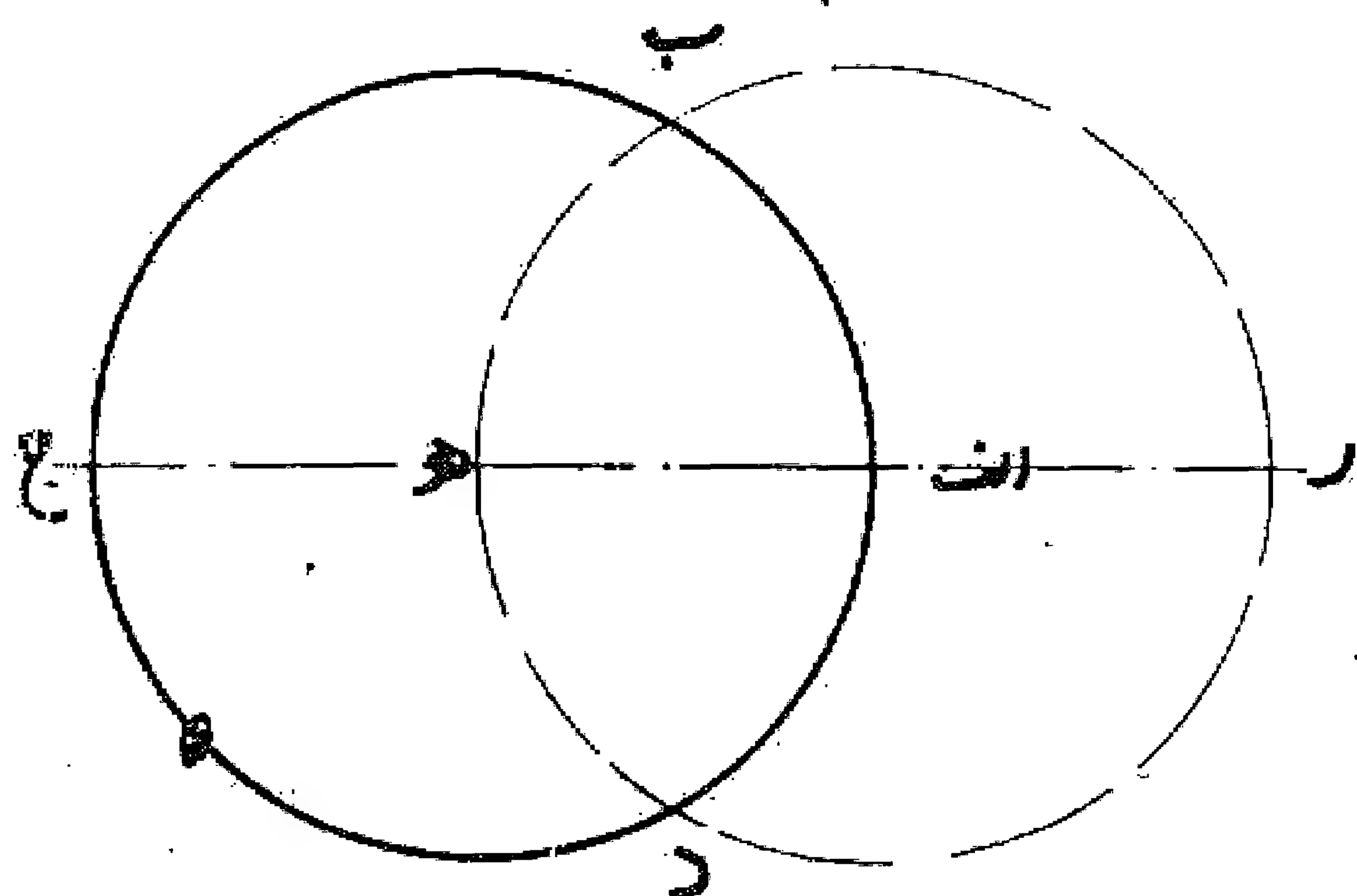




مسئلهٔ ۱۷۲

می خواهیم بزرگ ترین دایره را بر روی کره رسم نماییم: نقطه‌ای بر روی کره به طور دلخواه انتخاب و دایرهٔ نامشخصی مانند دایرهٔ **ا ب د** به مرکز نقطهٔ **جـ** رسم می کنیم. سپس این دایره را در دو نقطهٔ **ا، ب** نصف می نماییم، یعنی قطر **ا ب** را می کشیم، حال چنانچه بر روی کره دایره ای رسم کنیم که از سه نقطهٔ **ا، ب، جـ** بگذرد این دایره، دایرهٔ عظیمهٔ کره است. بدین صورت:





مسئلهٔ ۱۷۳

می خواهیم دو دایرهٔ عظیمه بر کره رسم کنیم که با زاویهٔ قائمه یکدیگر را تلاقی نمایند: اول نظیر مسئلهٔ قبل یك دایرهٔ عظیمه مانند دایرهٔ **اب جـ** رسم می کنیم و آن را به چهار قسمت مساوی مانند **ا ب، ب جـ، جـ د، د ا** تقسیم می نماییم، سپس نقطهٔ **ا** را مرکز قرار می دهیم و با شعاع **ا ب** دایرهٔ دیگری مانند دایرهٔ **ب هـ د ر** می کشیم، این دایره دایرهٔ عظیمه است که با دایرهٔ اول بر زاویهٔ قائمه تقاطع دارد. بدین صورت:

توضیح: اَشکال این باب همان طور که در اصل رساله می باشد به صورت مسطحه کشیده شده است.

مسئلهٔ ۱۷۴

می خواهیم سه دایرهٔ عظیمه بر کره ای رسم نماییم که با یکدیگر با زاویهٔ قائمه برخورد کنند: اول مانند مسئلهٔ قبل دو دایرهٔ عظیمه مانند دایره های ا ب جـ د و ر ب هـ د رسم می نماییم، سپس قوس ب جـ د را در نقطهٔ جـ نصف و به مرکز ب و شعاع ب جـ دایرهٔ عظیمهٔ سوم را رسم می کنیم. این دایره که دایرهٔ ا هـ جـ ر است با دو دایرهٔ عظیمهٔ اولیه به زاویهٔ قائمه متلاقی می باشد. بدین صورت:

ضمناً دیده می شود که کره با این سه دایره به هشت قسمت مساوی که هر قسمت مثلث کروی متساوی الاضلاع والزوایا می باشد تقسیم شده است.

مسئلهٔ ۱۷۵

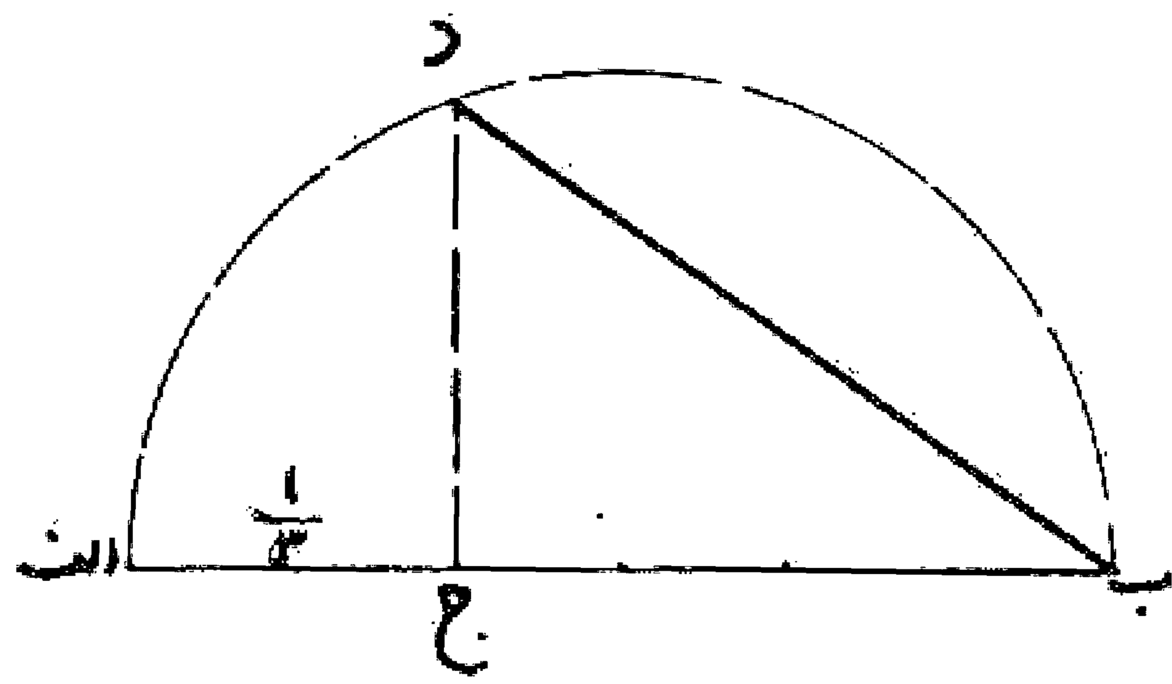
می خواهیم دایرهٔ عظیمه ای بر کره رسم کنیم که از دو نقطهٔ مشخص عبور نماید: اول هر یك از دو نقطه را مرکز قرار می دهیم و دو دایرهٔ عظیمه رسم می کنیم. سپس محل تلاقی این دو دایره را مرکز قرار می دهیم و به همان شعاع، دایرهٔ عظیمهٔ دیگری رسم می نماییم تا از آن دو نقطه بگذرد. بدین صورت:

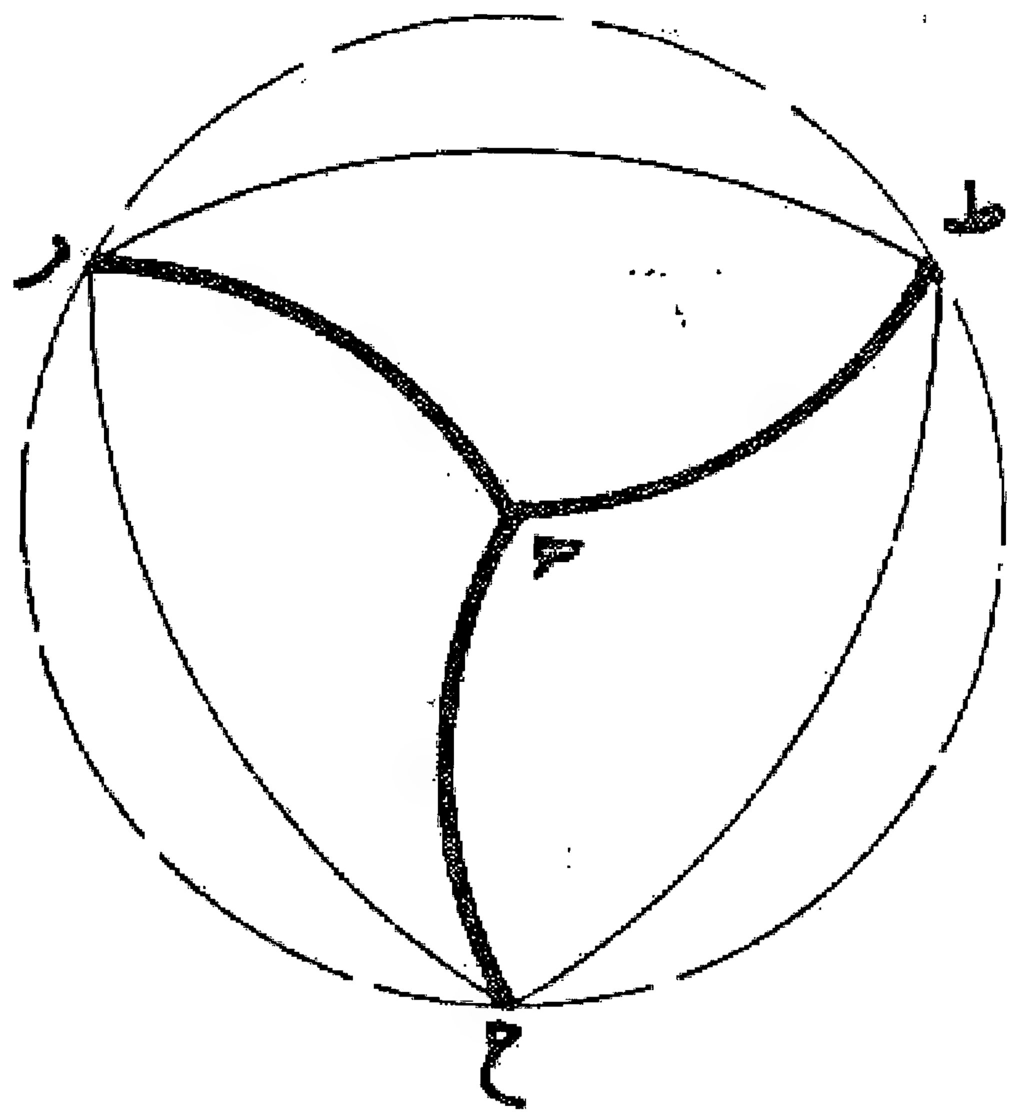
مسئلهٔ ۱۷۶

می خواهیم سطح کره را به چهار قسمت مساوی تقسیم کنیم که هر قسمت مثلثی متساوی الاضلاع و الزوایا باشد: اول سه دایرهٔ عظیمه بر آن کره رسم می نماییم که با یکدیگر بر زاویهٔ قائمه متقاطع باشند، در نتیجه سطح کره به هشت مثلث متساوی الاضلاع تقسیم می گردد، مثل دایرهٔ ا ب جـ ب هـ د، جـ هـ ا که مثلثهای هشتگانهٔ آن مثلثهای ا ب هـ، ا هـ د، ا د ر، ا ر ب، جـ ب هـ، جـ هـ د، جـ د ر، جـ ب ر می شود. سپس مرکز یکی از مثلثها را در نظر می گیریم و سه قوس از دایره های عظیمه را رسم می کنیم به نحوی که از سه رأس مثلث بگذرد و به مراکز سه مثلثی که گوشه های آن بر گوشه های این مثلث قرار دارد برسد. بعد آن سه مرکز را به همین ترتیب با قوسهایی از دایرهٔ عظیمه به یکدیگر وصل می نماییم. بدین ترتیب سطح کره به چهار مثلث متساوی الاضلاع و الزوایای ح ی ط، ح ی ك، ح ك ط، ك ی ط تقسیم می شود. بدین صورت:

مسئلهٔ ۱۷۷

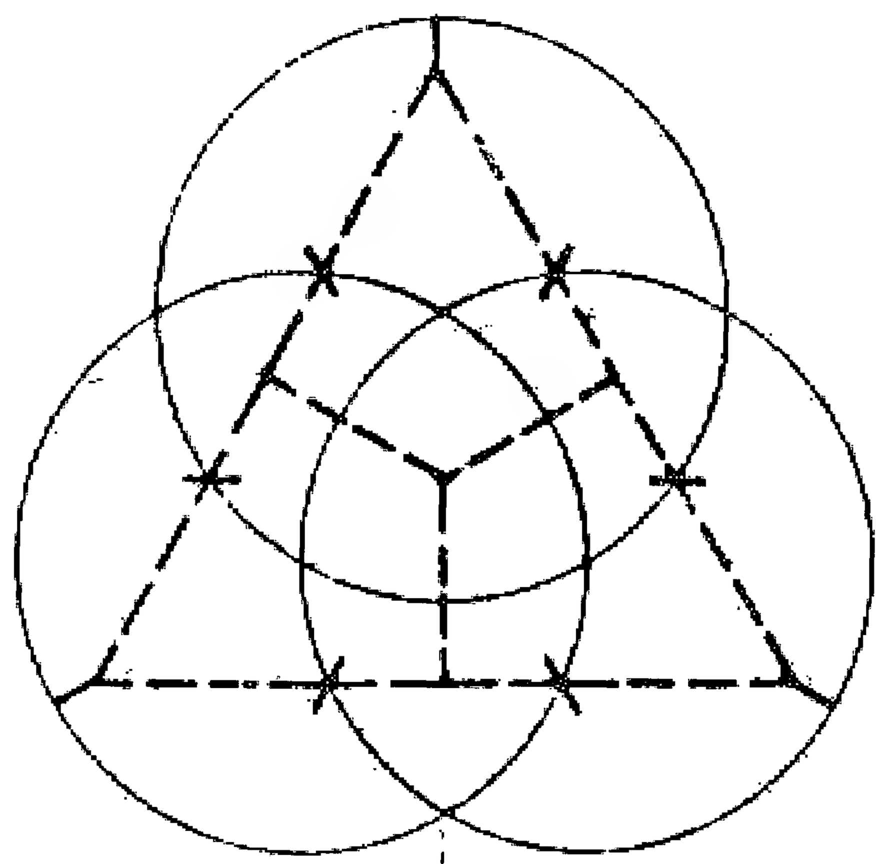
وجهی دیگر: می خواهیم سطح کره ای با قطر معین را به چهار مثلث تقسیم نماییم: اول قطر اب را می کشیم و قطعهٔ اجـ را به اندازهٔ یك سوم آن جدا می کنیم. سپس عمود جـ د را اخراج می نماییم تا نیم دایره ای به قطر اب را در نقطهٔ د قطع کند و خط ب د را می کشیم. حال نقطه‌ای بر روی کره مانند نقطهٔ هـ هر کجا که باشد در نظر می گیریم و آن را مرکز قرار می دهیم و به شعاع ب د دایره ای مانند دایرهٔ ط رح بر کره رسم می کنیم و آن را به سه قسمت مساوی تقسیم می نماییم. بعد بر هر دو نقطه از این سه نقطه قوسی از یك دایرهٔ عظیمه می کشیم و همچنین بر هر یك از این نقاط و نقطهٔ هـ نیز قوسی از دایرهٔ عظیمه رسم می کنیم و بدین ترتیب سطح کره بـه چهار مثلث متساوی الاضلاع و الزوایا مانند مثلثهای هـح ط، هـط ر، هـ رح، ر ح ط تقسیم می شود. بدین صورت:





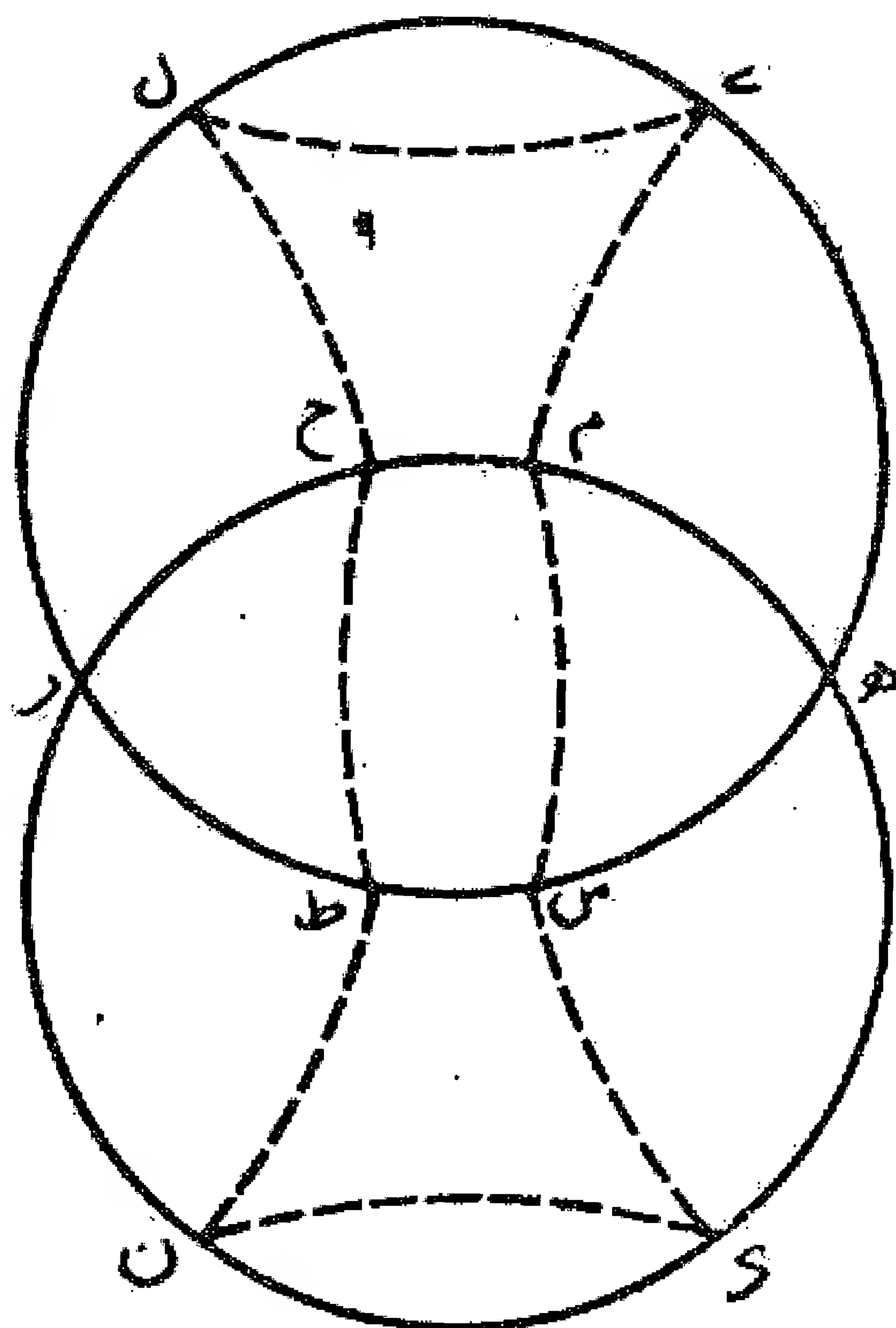
مسئلهٔ ۱۷۸

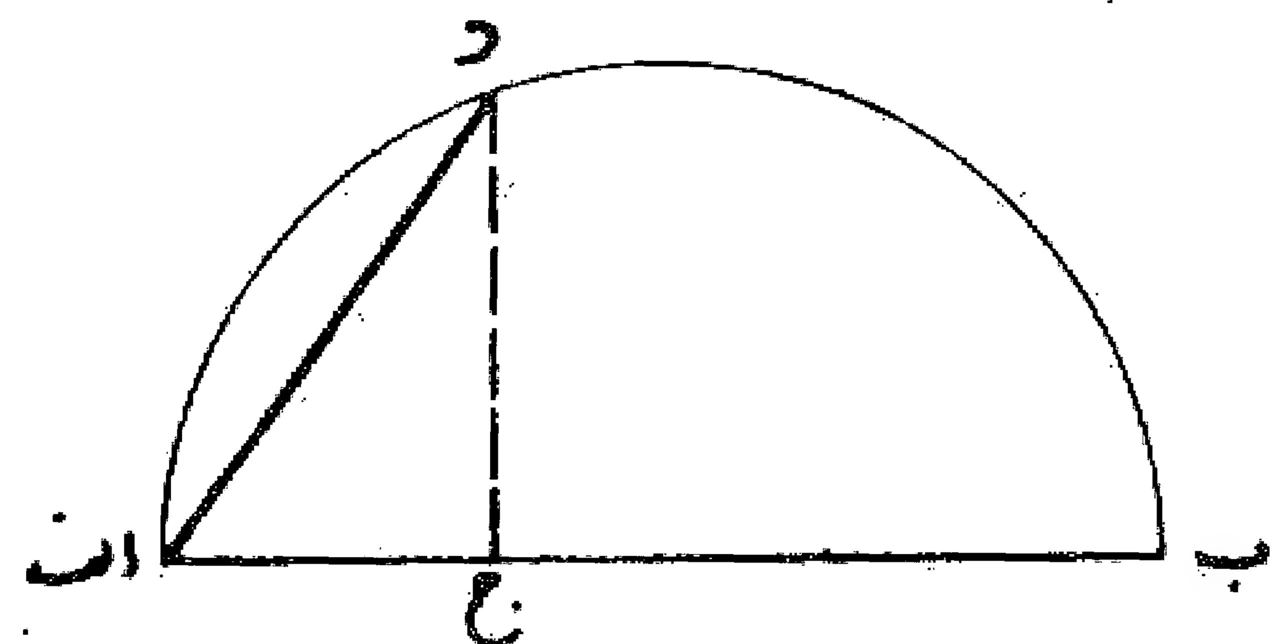
می خواهیم سطح کره را به شش مربع متساوی تقسیم نماییم: اول بر کره سه دایرهٔ عظیمه که با زاویهٔ قائمه متقاطع باشند رسم می کنیم، تا سطح کره به هشت مثلث متساوی الاضلاع تبدیل شود. سپس از مرکز مثلثها دو دایرهٔ عظیمه رسم می نماییم به طوری که از وسط اضلاع آنها بگذرند و به مرکز مثلث پهلوی خود برسند. بدین ترتیب دوازده قوس از دایرهٔ عظیمه رسم می شود که سطح کره را به شش مربع متساوی تقسیم می کنند. بدین صورت:

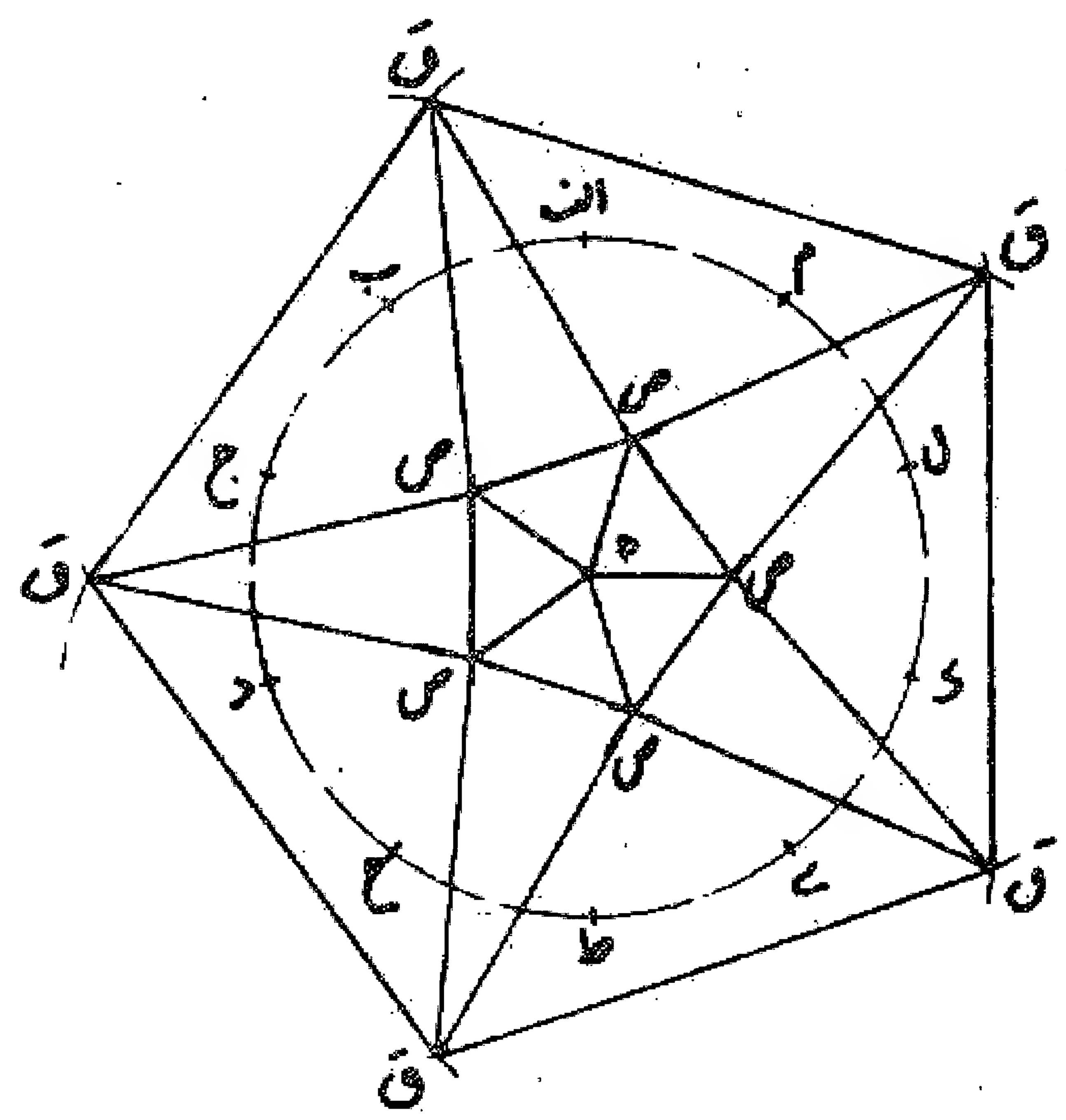


مسئلهٔ ۱۷۹

می خواهیم سطح کره ای با قطر معلوم مانند اب را به شش مربع متساوی تقسیم کنیم: اول خط اب را معادل قطر کره رسم و آن را به سه قسمت مساوی تقسیم می نماییم. بعد از نقطهٔ جـ عمود جـد را بر خط اب اخراج می کنیم تا نیم دایره ای به قطر اب را در نقطهٔ د قطع نماید و خط اد را می کشیم. سپس بر کره دو دایرهٔ عظیمه می کشیم که بر یکدیگر در نقاط هـ، ر عمود باشند. و هر یك از این نقاط را مرکز قرار می دهیم و به شعاع اد نقاط ح، ط، ی، ل، ك، م، س، ن را نشان می کنیم. بعد بر نقاط ح، ط، ی، ك قوسهایی از دو دایرهٔ عظیمه رسم می نماییم تا به نقاط ل، م، ن، س، برسد. این قوسها سطح کره را به شش مربع متساوی تقسیم می کنند. بدین صورت:

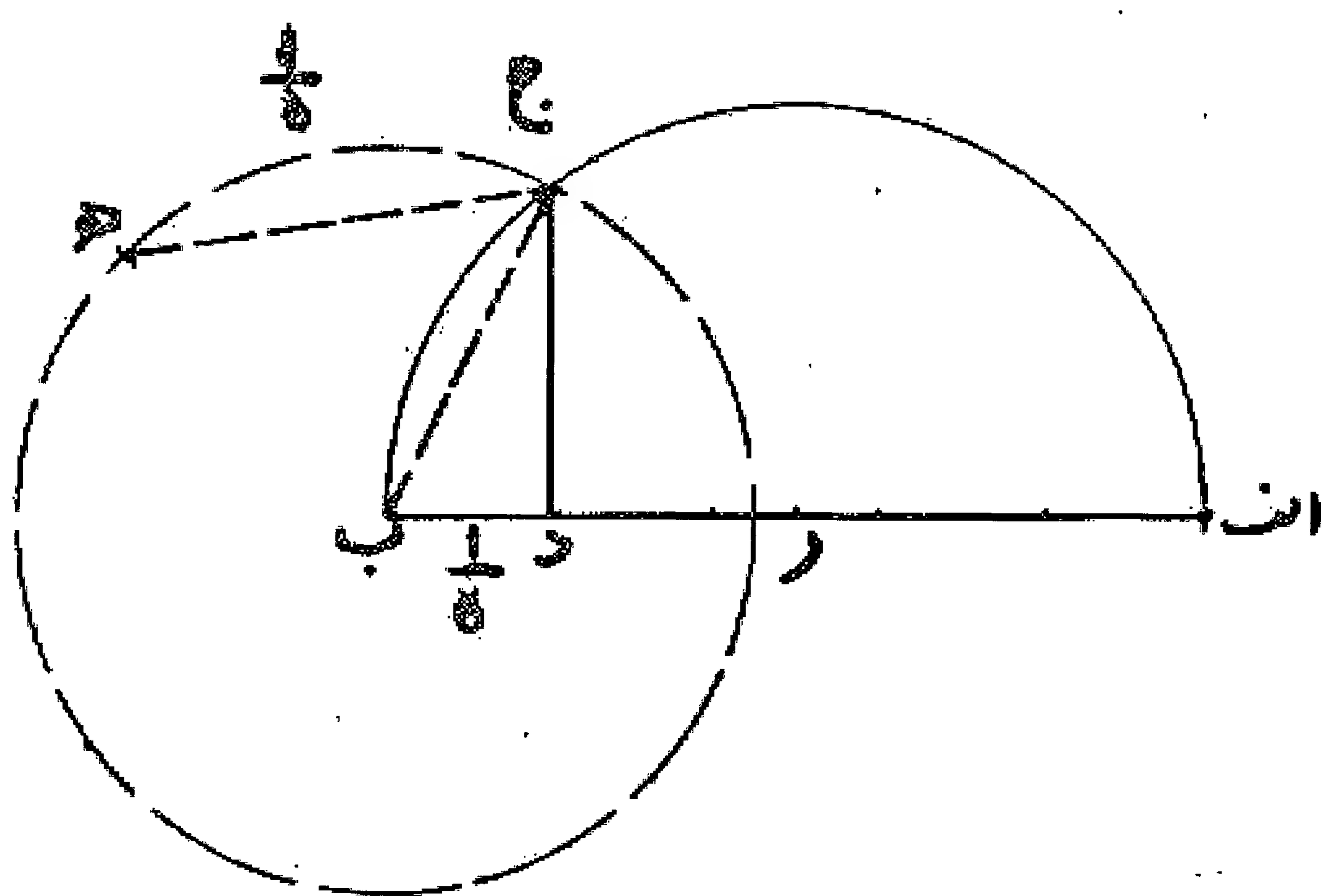






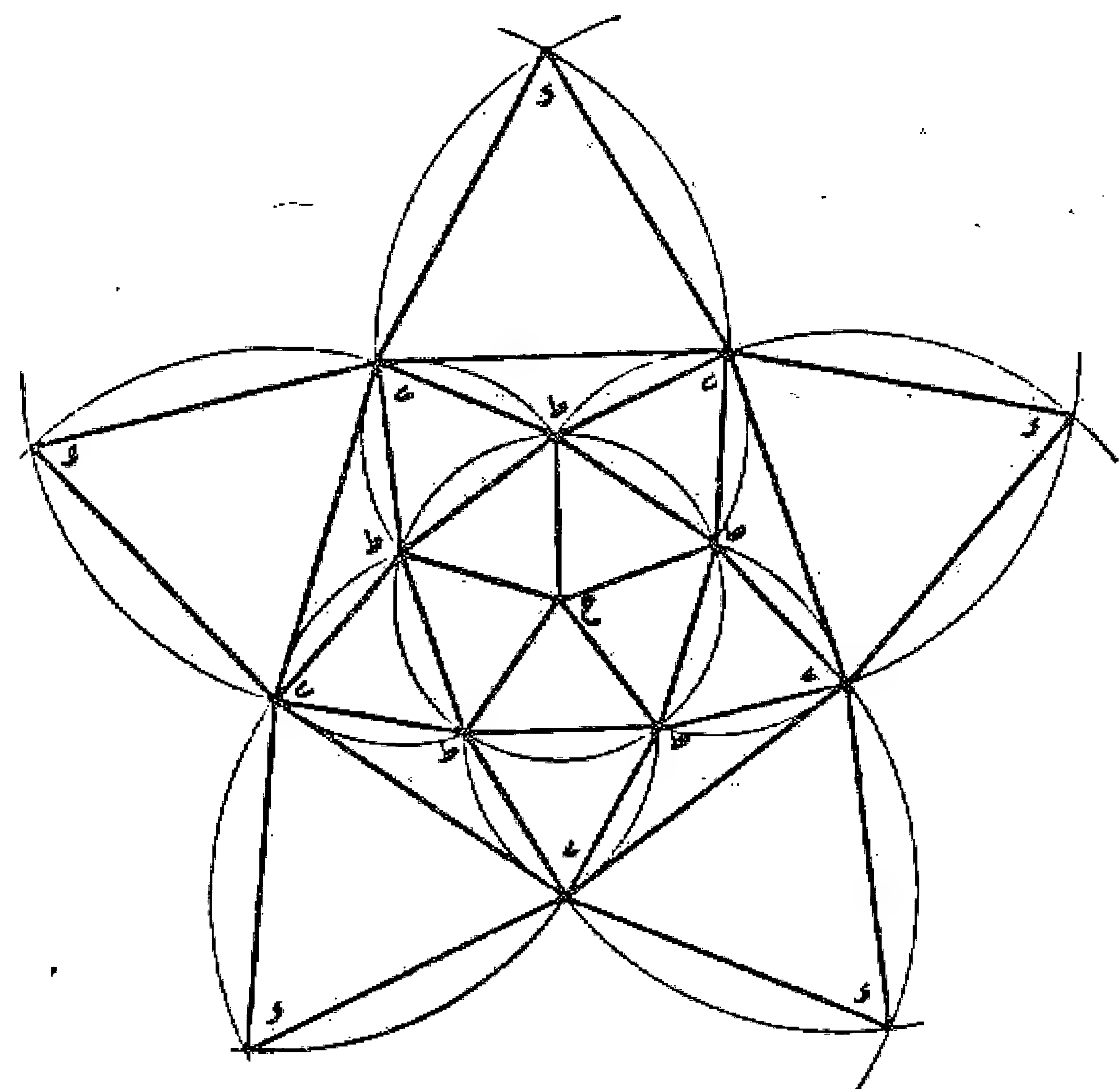
مسئلهٔ ۱۸۰

می خواهیم سطح کره را به بیست مثلث متساوی الاضلاع و الزوایا تقسیم نماییم: ابتدا دایرهٔ عظیمه ای مانند دایرهٔ اب جـد ازدو قطب هـ، ر بر کره می کشیم و سپس این دایره را به ده بخش مانند: ا ب، ب جـ، جـ د، د ح، ح ط، ط ی، ی ك، ك ل، ل م، م ا تقسیم می کنیم. بعد دو نقطهٔ ب و جـ را مرکز قرار می دهیم و به شعاع ب جـ دو قوس می زنیم تا در طرف قطب هـ بر نقطهٔ ص تلاقی نمایند و بعد دو نقطهٔ جـ و د را مرکز قرار می دهیم و به شعاع جـ د دو قوس می زنیم تادر طرف قطب ر در نقطهٔ ق با یکدیگر تلاقی کنند و به همین ترتیب پنج نقطهٔ ص و پنج نقطهٔ ق را یك در میان در جهت دو قطب به دست می آوریم. حال بر هر دو نقطهٔ ص و ق دایرهٔ عظیمه ای و همچنین دایره ای از ص به ص و از ق به ق رسم می نماییم و بدین ترتیب ده مثلث به دست می آید که رأس پنج عدد آن ص و قاعدهٔ آنها ق ق و رأس پنج عدد دیگر ق و قاعدهٔ آنها ص ص است. بعد دوایر عظیمه بین نقطهٔ هـ و هر کدام از نقاط ص و نقطهٔ ر و هر کدام از نقاط ق را می کشیم تا در هر طرف پنج مثلث به دست آید. دریك طرف با رأس هـ و قاعدهٔ ص ص و در طرف دیگر با رأس ر و قاعدهٔ ق ق و بدین نحو سطح کره به بیست مثلث متساوی الاضلاع تقسیم می شود. بدین صورت:



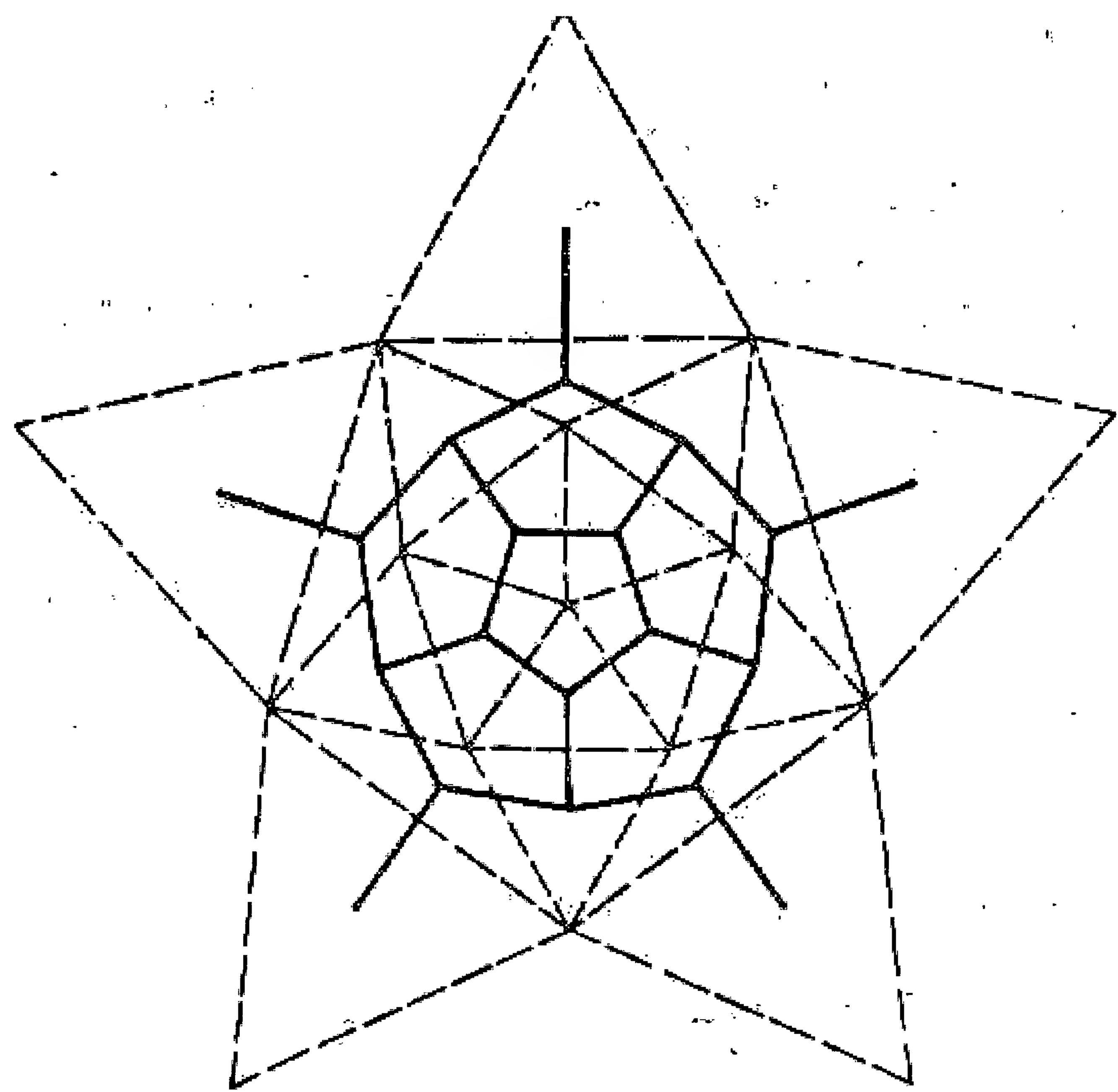
مسئلهٔ ۱۸۱

می خواهیم سطح کره ای به قطر ا ب را به بیست مثلث متساوی تقسیم نماییم. اول قطر ا ب را می کشیم و نیم‌دایره ای بر آن رسم می کنیم. سپس آن را به پنج قسمت مساوی تقسیم و از قسمت اول خط د جـ را بر آن عمود می نماییم تا نیم دایره را قطع کند. بعد به مرکز ب و شعاع ب جـ دایره ای می کشیم و آن را به پنج قسمت مساوی تقسیم می نماییم. حال روی سطح کره نقطهٔ دلخواه ح را انتخاب و به شعاع مساوی جـ هـ یعنی یك پنجم محیط دایرهٔ جـ هـ ر دایره ای رسم می کنیم و آن را به پنج قسمت مساوی به نقاط ط تقسیم می نماییم، سپس بر هر یك از دو نقطهٔ ط ط و همچنین دو نقطهٔ ط و ح دوایر عظیمه می کشیم تا پنج مثلث از بیست مثلث به دست آید. بعد هر یك از نقاط ط را مرکز قرار می دهیم و به شعاع ط ط قوسهایی رسم می کنیم تا یکدیگر را در نقـاط ی قطع نمایند و با گذراندن دوایر عظیمه بر هر دو نقطهٔ ط و ی و همچنین دو نقطهٔ ی ی ده مثلث دیگر را به‌دست می آوریم. و بالاخره هر یك از نقاط ی را مرکز قرار می دهیم و به شعاع ی ی دوایری رسم می کنیم تا در نقطهٔ ك یکدیگر را قطع نمایند که این نقطه لامحال طرف دیگر قطر کره است که بر نقطهٔ ح می گذرد. و پنج مثلث آخر را به دست می دهد و بدین صورت کره به بیست مثلث تقسیم شده است. والله اعلم.



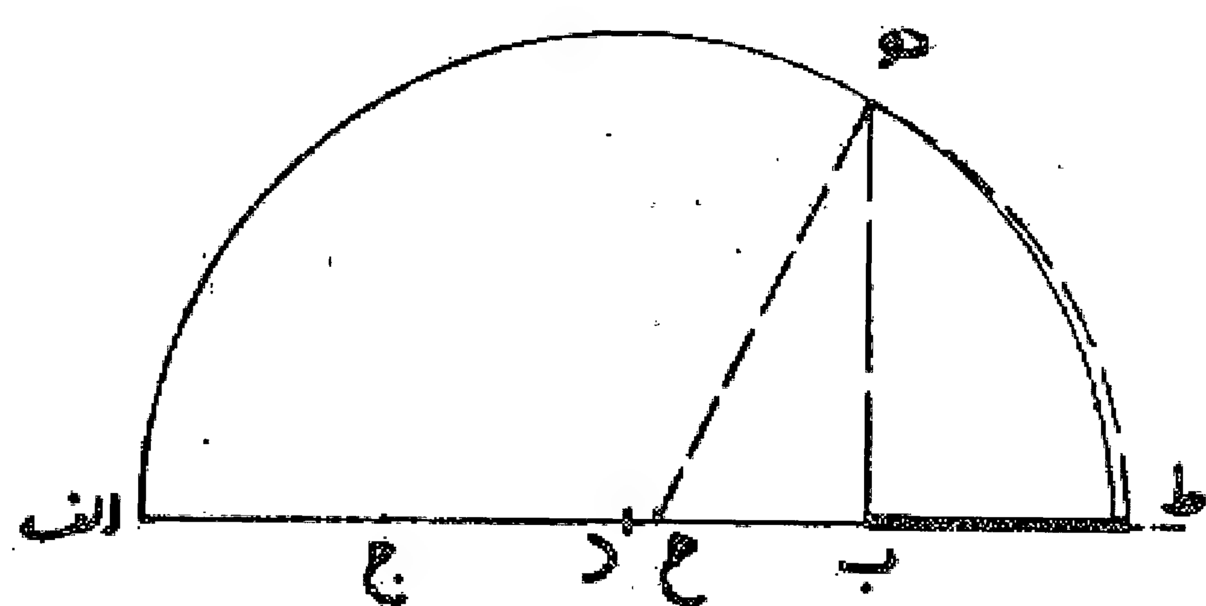
مسئلهٔ ۱۸۲

تقسیم سطح کره به دوازده پنج ضلعی متساوی: اگر بخواهیم سطح کره ای را به دوازده قسمت مساوی تقسیم نماییم که هر قسمت پنج ضلعی منتظمی باشد، اول سطح کره را به بیست مثلث متساوی مانند مسئله قبل تقسیم و سپس بین هر دو مرکز مثلثهای مجاور، قوسهای عظیمه ای رسم می کنیم که ازمیان اضلاع عبور نمایند. این قوسها سطح کره را به دوازده پنج ضلعی منتظم تقسیم می کنند. بدین صورت:

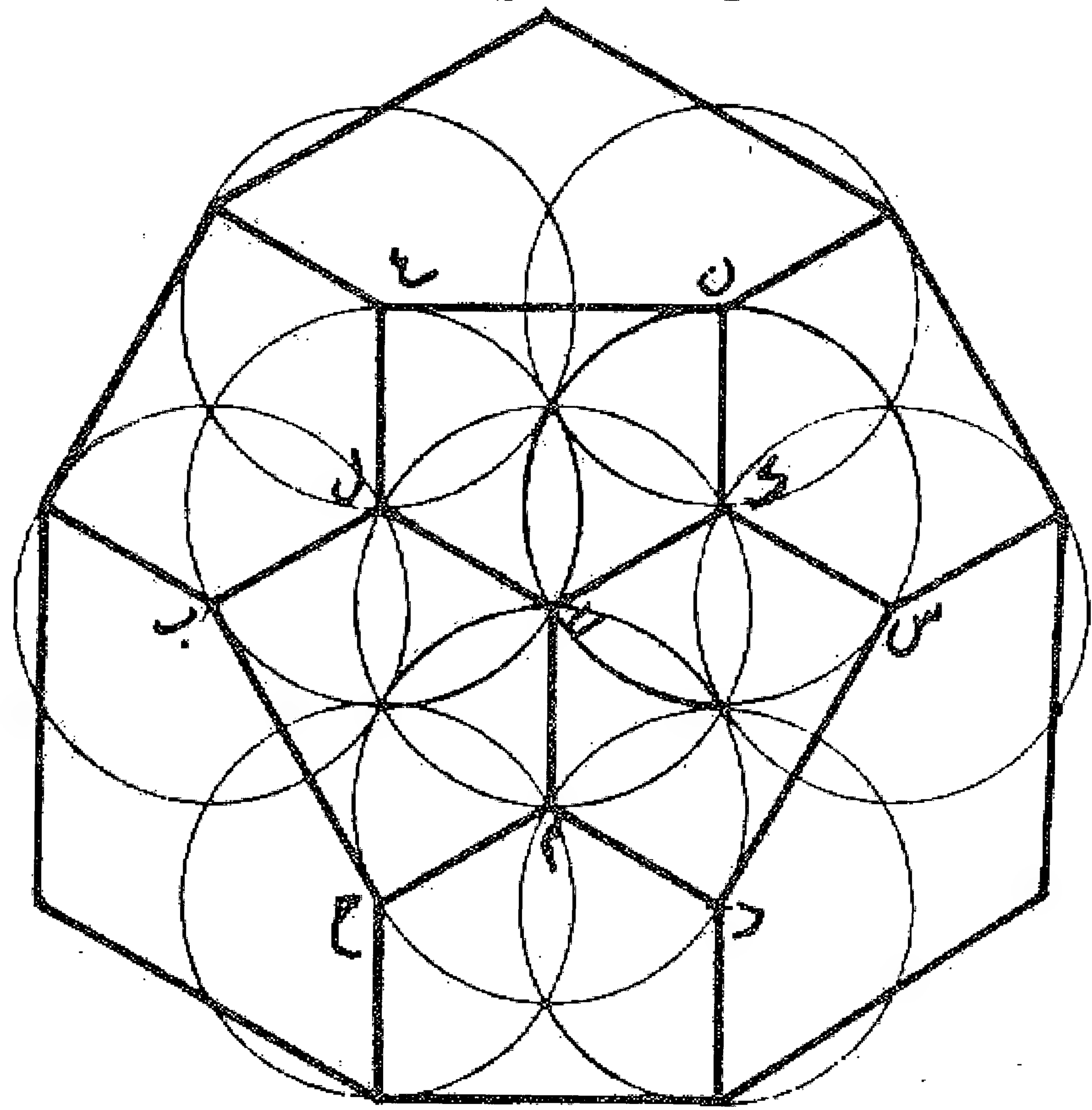


مسئلهٔ ۱۸۳

وجهی دیگر: اگر بخواهیم سطح کره ای به قطر معلوم اب را به دوازده پنج ضلعی منتظم تقسیم نماییم، اول قطر اب را می کشیم و بعد آن را به سه قسمت مساوی تقسیم می کنیم. سپس دومین قسمت را مرکز قرار می دهیم و به شعاع دوسوم از قطر نیم دایره ای رسم و از نقطهٔ ب عمود ب هـ را رسم می نماییم تا این نیم دایره را در نقطهٔ هـ قطع کند. و قطعهٔ ب ح را مساوی نصف ب هـ جدا می کنیم و نقطهٔ ح را مرکز قرار می دهیم و به شعاع ح هـ نقطهٔ ط را روی امتداد قطر مشخص می نماییم. قطعه خط ب ط ضلع پنج ضلعی منتظمی است که سطح کره را می پوشاند. مانند شکل قبل.

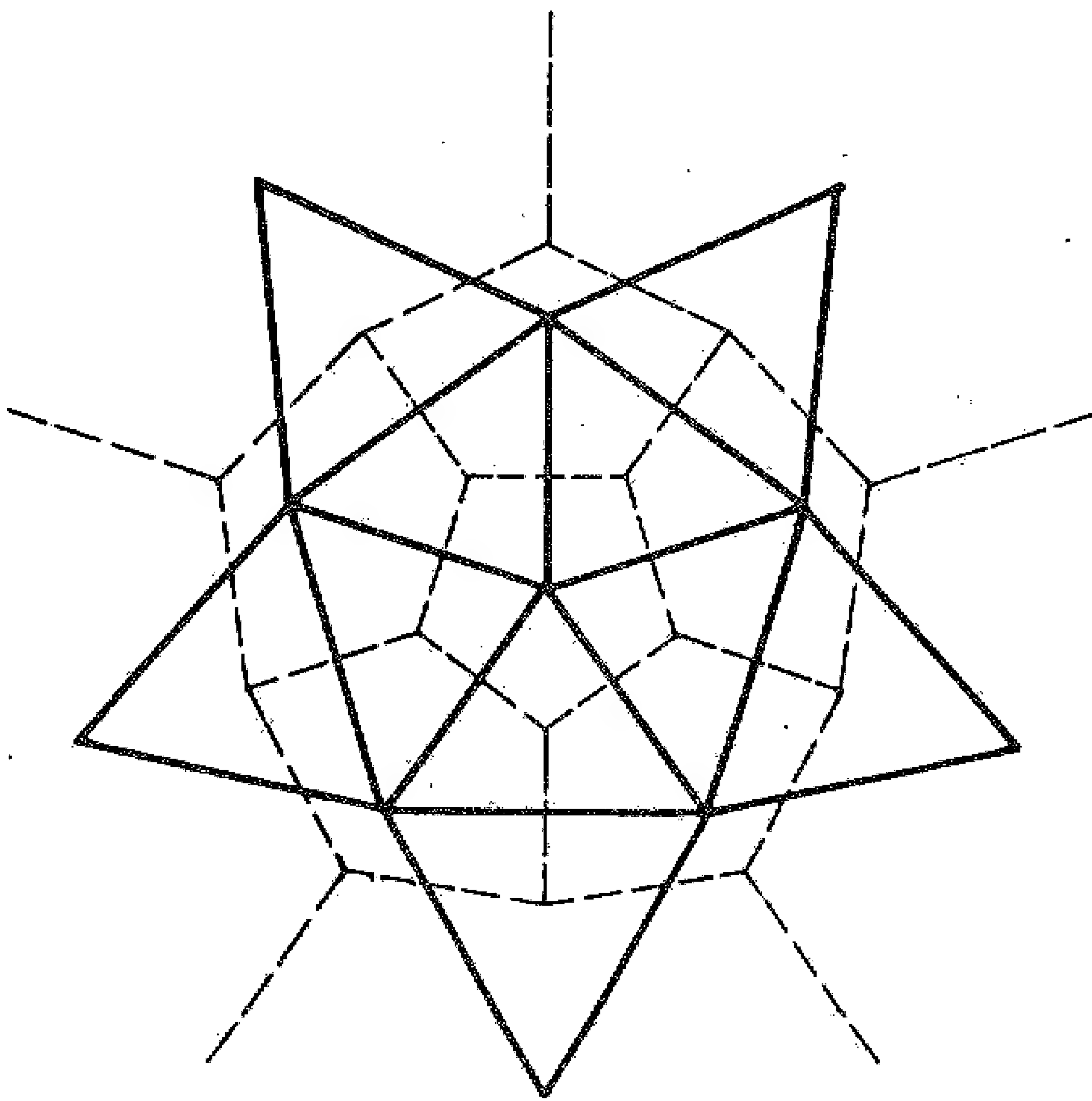


حال که ضلع پنج ضلعی معلوم شد نقطهٔ دلخواه ی را بر روی کره درنظر می گیریم و به شعاع ب ط دایرهٔ ك ل م را رسم می کنیم و آن را به سه قسمت مساوی تقسیم و به هر نقطه از آن و نقطهٔ ی قوسی از دایرهٔ عظیمه رسم می نماییم. سپس هر یك از نقاط ك، ل، م را مرکز قرار می دهیم و به شعاع ب ط سه دایرهٔ دیگر می کشیم و آنها را به سه قسمت مساوی تقسیم می کنیم، به طوری که شروع هر قسمت، نقطهٔ ی باشد و نقاط ب، جـ، د، س، ن، ع را نشان می نماییم و بعد بین هر دو نقطه از این نقاط ویکی از نقاط ك، ل، م قوس عظیمه ای رسم می کنیم تا سه پنج ضلعی منتظم ی ل ع ن ك و ی ل ب ح م و ی م د س ك پیدا شود. و به همین ترتیب نقاط ب، جـ، د، س، ن، ع را مرکز قرار می دهیم و دایره ها را رسم و آنها را به سه بخش تقسیم می نماییم تا به قطب مقابل نقطهٔ ی در سطح کره برسیم و بدین ترتیب کره به دوازده پنج ضلعی منتظم تقسیم می شود. والله اعلم.[1]



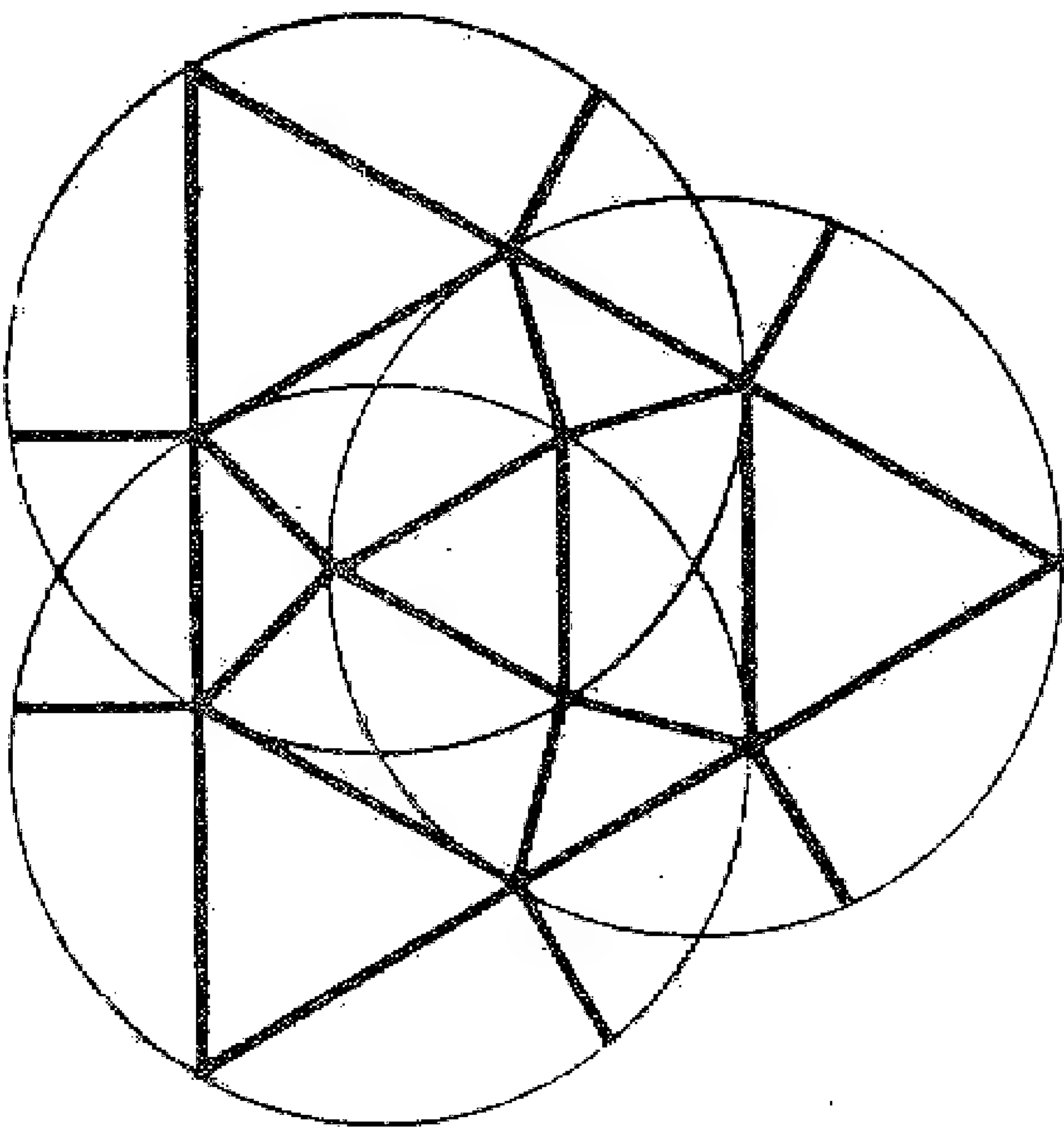
---

۱. از این قسمت به بعد در نسخهٔ دانشگاه وجود ندارد و در نسخهٔ آستان قدس و پاریس موجود است.



مسئلهٔ ۱۸۴

می‌خواهیم سطح کره را به بیست مثلث متساوی‌الاضلاع و الزوایا تقسیم کنیم. برعکس مسئلهٔ قبل اول سطح کره را به دوازده پنج ضلعی منتظم تقسیم می‌نماییم. سپس بین دو مرکز از این پنج ضلعیها قوسهایی از دایرهٔ عظیمه رسم می‌کنیم، که در نتیجه سطح کره به بیست مثلث متساوی‌الاضلاع والزوایا تقسیم می‌شود که مرکز هر پنج ضلعی رأس پنج مثلث و قاعدهٔ مثلثها فاصلهٔ دو مرکز پنج ضلعیهای مجاور است همان طور که برای نصف کره شش پنج ضلعی رسم کردیم.

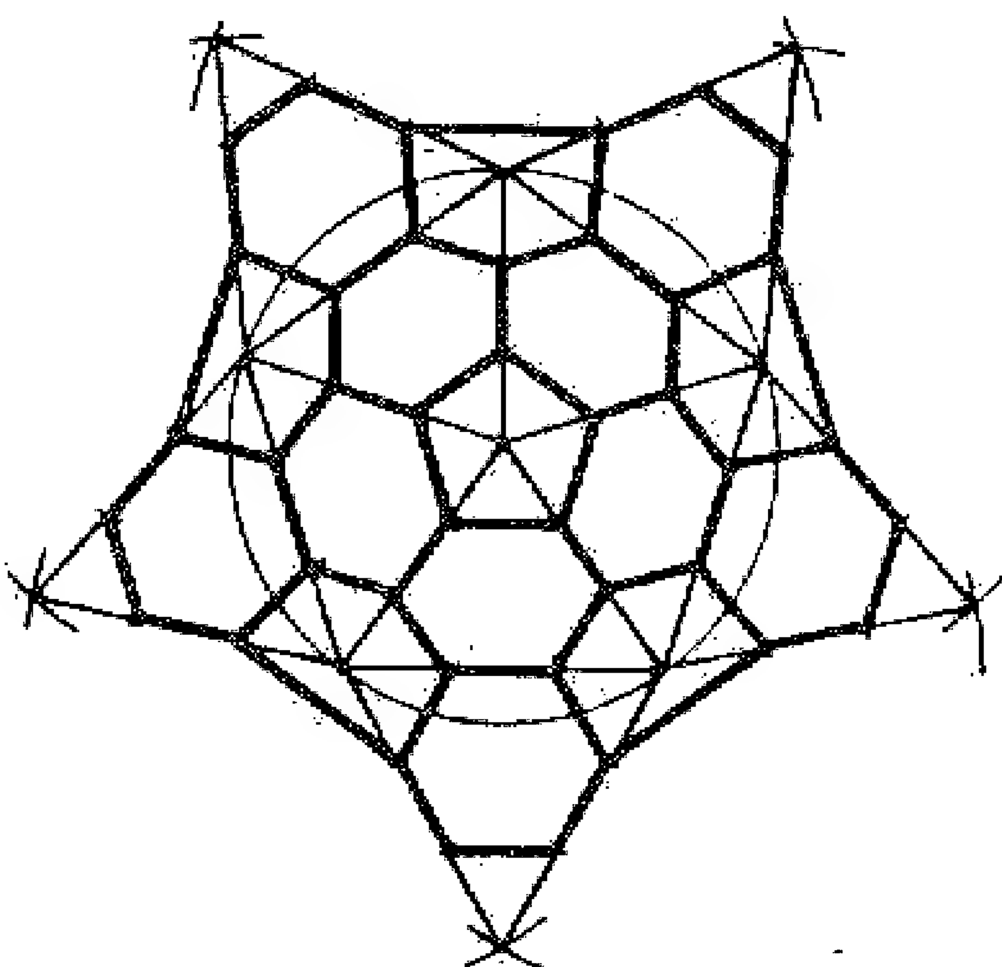


مسئلهٔ ۱۸۵

می‌خواهیم سطح کره ای را به چهارده قسمت تقسیم نماییم که شش قسمت آن چهار ضلعی و هشت قسمت آن سه ضلعی باشد: اول سه دایرهٔ عظیمه عمود بر هم رسم می‌کنیم تا سطح کره به هشت مثلث تقسیم شود. سپس وسط اضلاع این مثلثها را پیدا و به یکدیگر وصل می‌نماییم، یعنی بین هر دو نقطهٔ وسط قوس عظیمه ای رسم می‌کنیم. بدین ترتیب سطح کره به هشت مثلث متساوی‌الاضلاع و شش مربع تقسیم می‌گردد. بدین صورت:

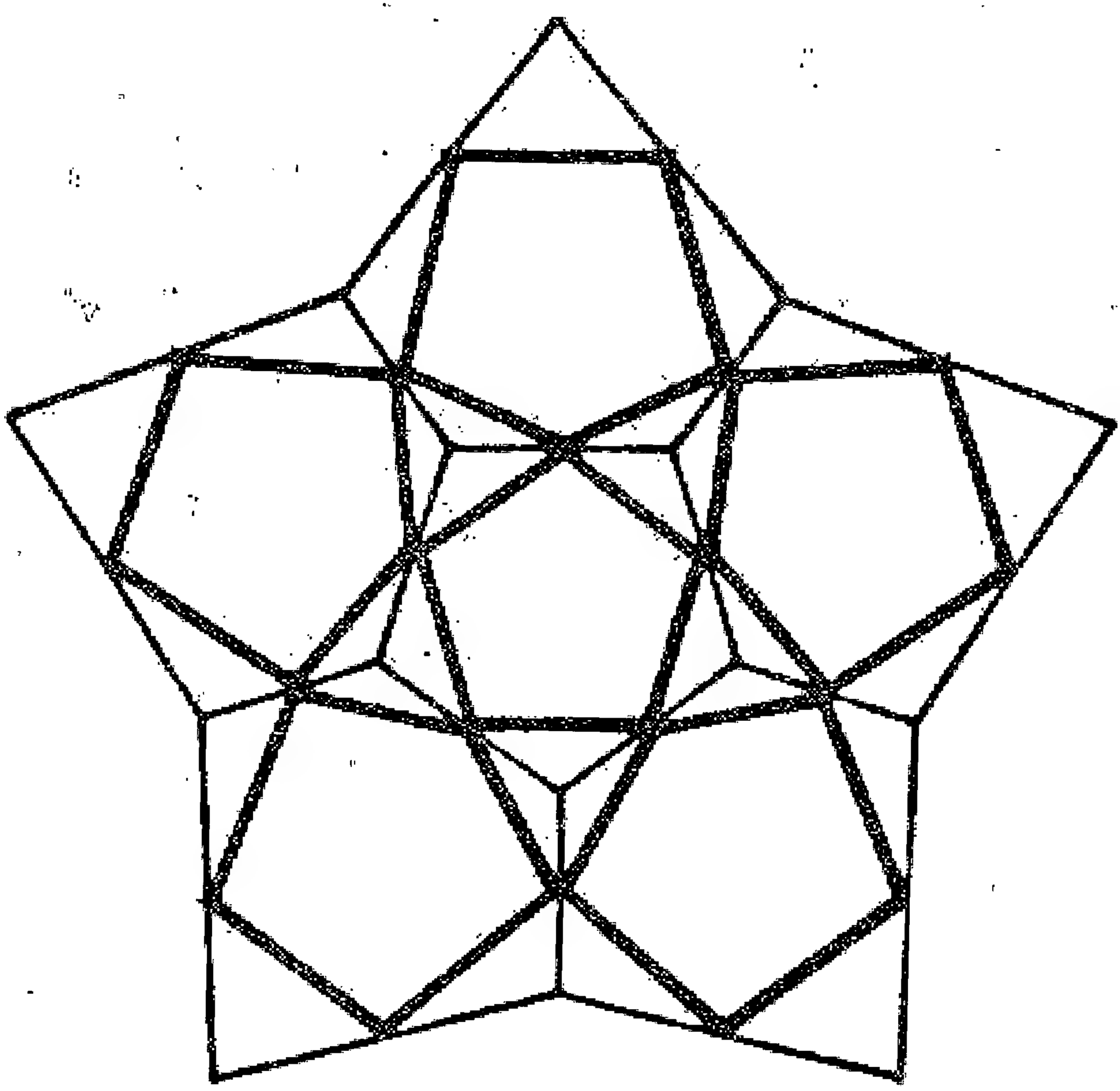
مسئلهٔ ۱۸۶

وجهی دیگر: اول سطح کره را با رسم دو دایرهٔ عظیمه که بر هم عمود هستند به چهار قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم. سپس ضلع هر قسمت را به دو نیمه تقسیم و از هر دو نقطه، دایرهٔ عظیمه ای رسم می‌نماییم. بدین صورت سطح کره به شش مربع و هشت مثلث تقسیم می‌شود.



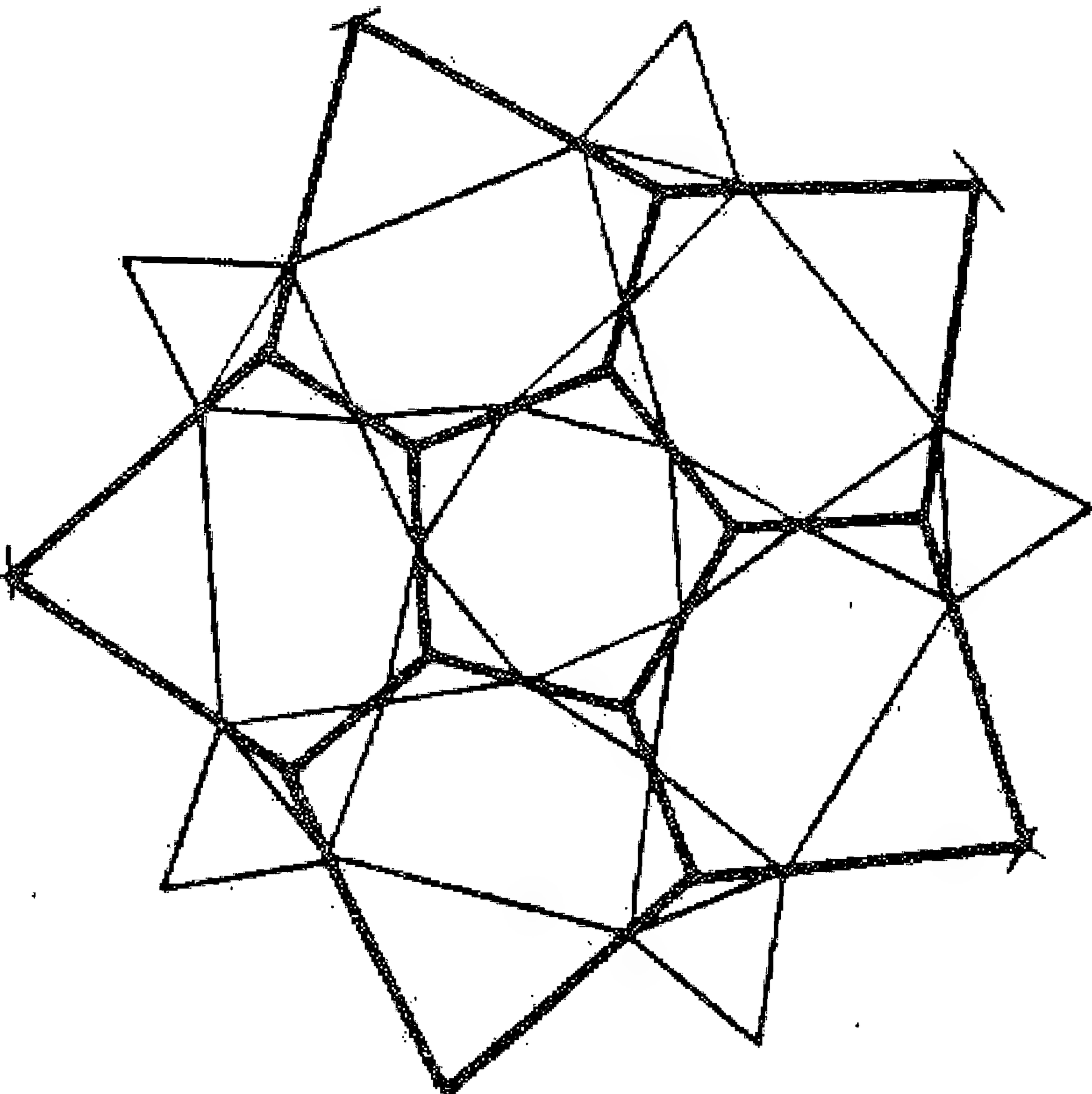
مسئلهٔ ۱۸۷

می‌خواهیم سطح کره را به دوازده پنج ضلعی و بیست، شش ضلعی تقسیم کنیم: همان طور که قبلا گفته شد هر نقطه که خواستیم مرکز قرار می‌دهیم و سطح کره را به هشت مثلث متساوی الاضلاع تقسیم می‌نماییم. ضلع هر مثلث را به سه قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم و بر هر دو نقطهٔ تقسیم قوس عظیمه ای می‌گذرانیم و بعد قسمتهای اضلاع مثلث اطراف رأسها را محو می‌کنیم. بدین صورت سطح دایره به دوازده پنج ضلعی و بیست، شش ضلعی منتظم تقسیم می‌شود. بدین صورت:



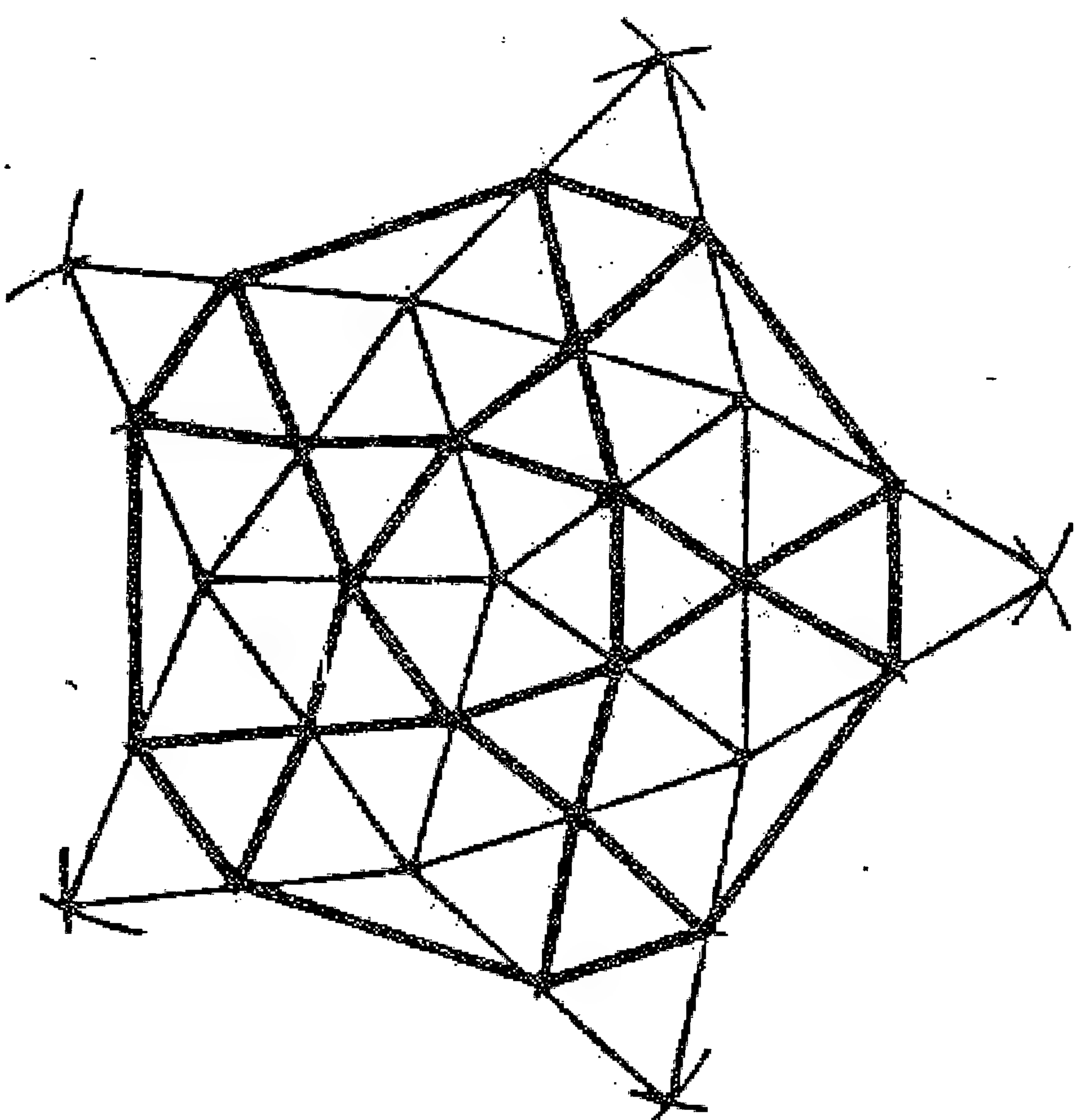
مسئلهٔ ۱۸۸

می خواهیم سطح کره را به دوازده پنج ضلعی و بیست مثلث تقسیم نماییم: اول نظیر مسئلهٔ قبل سطح کره را به دوازده پنج ضلعی منتظم تقسیم می کنیم. سپس وسط اضلاع این پنج ضلعیها را پیدا می نماییم و از هر دو نقطهٔ مجاور قوس عظیمه ای می گذرانیم، بدین ترتیب سطح کره به دوازده پنج ضلعی منتظم و بیست مثلث که در بین این پنج ضلعیها قرار دارند تقسیم می شود. بدین صورت:



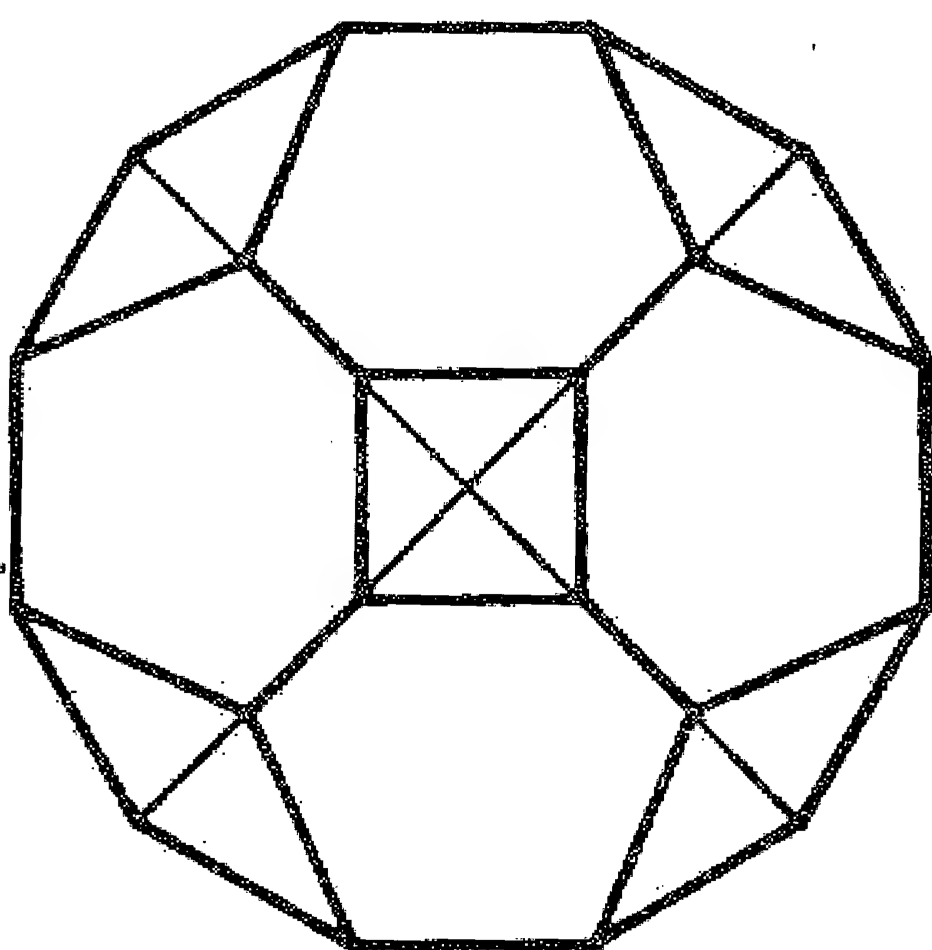
مسئلهٔ ۱۸۹

می خواهیم سطح کره را به دوازده پنج ضلعی تقسیم نماییم: اول سطح کره ها را ـــ همان طور که قبلا گفته شد ـــ به دوازده پنج ضلعی و بیست مثلث بخش می کنیم. سپس مرکز مثلثها را به دست می آوریم و بر هر دو مرکز مثلث، قوس عظیمه ای رسم می نماییم. بدین ترتیب کره به دوازده پنج ضلعی منتظم تقسیم می شود. بدین صورت:



مسئلهٔ ۱۹۰

می خواهیم سطح کره را به دوازده پنج ضلعی و بیست مثلث متساوی الاضلاع و الزوایا تقسیم نماییم: اول ـــ همان طور که قبلا گفته شد ـــ سطح کره را به بیست مثلث متساوی الاضلاع تقسیم می کنیم. سپس نقاط وسط اضلاع این مثلثها را پیدا و به یکدیگر وصل می نماییم. یعنی بر هر دو نقطه، قوس عظیمه ای می کشیم. بدین ترتیب سطح کره به هشتاد مثلث تقسیم می شود. حال چنانچه قوسهایی که بر رأسهای بیست مثلث اولیه می گذشت محو کنیم دوازده پنج ضلعی به اضافهٔ بیست مثلث که در وسط مثلثهای اولیه رسم شد پیدا می شود و بدین صورت سطح کره به بیست مثلث و دوازده پنج ضلعی منتظم تقسیم می گردد. بدین صورت:

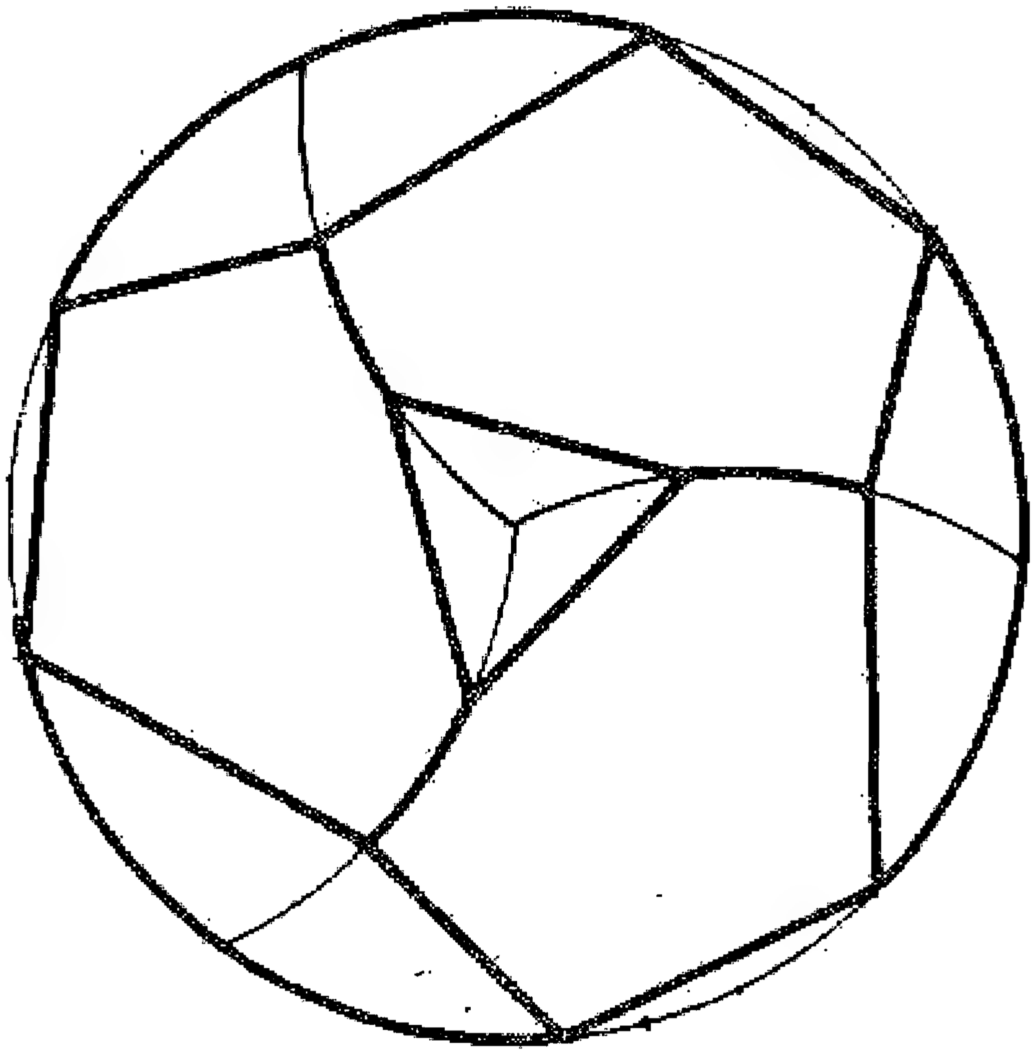


مسئلهٔ ۱۹۱

می خواهیم سطح کره را به شش مربع و هشت شش ضلعی تقسیم کنیم: اول با رسم سه دایرهٔ عظیمه که با زاویهٔ قائمه بر یکدیگر تلاقی می نمایند سطح کره را به هشت قسمت مساوی تقسیم می کنیم، سپس هر ضلع از این مثلثهای هشتگانه را به سه قسمت مساوی تقسیم می کنیم. بعد بر هر دو نقطهٔ مجاور قوس عظیمه ای می کشیم. بدین ترتیب در وسط هر مثلث یك شش ضلعی و بر گوشه های متقاطع هر چهار مثلث یك مربع به دست می آید. بدین صورت:

مسئلهٔ ۱۹۲

می خواهیم سطح کره را به چهار مثلث و چهار شش ضلعی منتظم تقسیم کنیم: اول سطح کره را به چهار مثلث ــ همان طور که در اول این باب گفته شدــ تقسیم می نماییم. سپس هر ضلع از این مثلثها را به سه قسمت مساوی تقسیم می کنیم و بر هر دو نقطهٔ تقسیم، قوس عظیمه ای می کشیم. بدین ترتیب در داخل هر مثلث یك شش ضلعی و بر گوشه های آنها یك مثلث به دست می آید که جمعاً سطح کره به چهار شش ضلعی و چهار مثلث تقسیم می شود. بدین صورت:



والله اعلم و بالصواب و الیه المرجع و الماب. تمة.

تم خدای سبحانه و تعالی بندهٔ ضعیف فانی ابو اسحاق بن عبدالله کوبنانی یزدی را قوة داد که به تیسّر عمر و حل إشکال اَشکال این کتاب عجاب بر حسب التماس استاد بشر و یگانه پرهنر که در کارخانهٔ قضا و قدر مصرع: «تا چرخ رامدار بود کرد این مدره» وما خشتی بر خشتی نهند مرد و بر آن چابك دست مؤثر است افلاك چنان استادی مهندس بر سطح کرهٔ خاك ندیده، بلکه طایر تیز فهم اقلیدس بر ثبات بدایع اعمال او که همه مصرع: لب باش همه در گوش زحل گوید راز. بیت:

بنـاء روزگار که این خشت زرنگـار   بر طارق چهارمین بلند آسمان نهاد

در شاگردی و دستیاری او انگشت فرمانبری بر دیدگان نهاد الموفق من عندالله. شمس الدین ابو بکر شاه بن استاد کامل عالم عامل و انا نجم الدین محمود شاه بن زمخ الحاج و المعتمر حاجی تاج الدین کدوك الی البنا لاسلب مداء ولا سلب مداه در عرض دو ماه تحریر گردد.

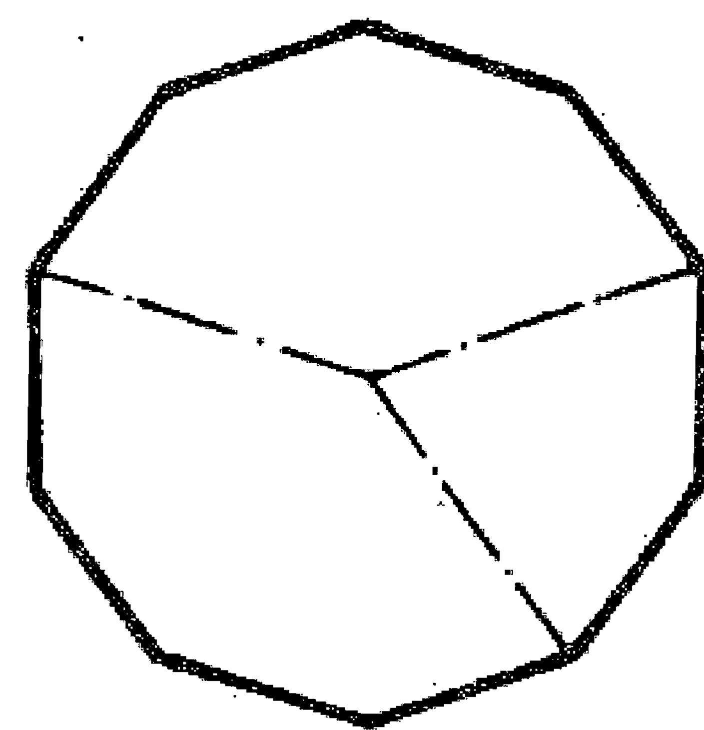
در ایام تفاقم و فود اخزان و تراکم جنود هجران با دلی سوخته و خاطری افروخته از آن حرمان که برادر اعز مغفور مسعود افتخار الحکماء و الفضلاء قطب رصد بند مجسطی کشا شیخ نجم الدین محمود رحمة الله، رحمة واسعه در میدان فضل و حکمة گوی سبقت از اقران زمان ربود معظم مقالات مجسطی را شرحی وجیز ملخّص مشتمل بر تصرفات خاصه تحریر کرد و در متوسطات اکر مانالاوس را بر تلو امیر منصور نصر بن عراق حواشی نوشت و از این جمله غرائب آثار در فنون علم در عنفوان جوانی از این عالم فانی رحلت نمود و بیشتر سبب الحاح افتراح آنك سابقاً ترجمهٔ این کتاب کرد. و بعضی از آن درموج خیز طوفان زمان ضایع شد خواست که آن سعی نامشکور نماند و این شطر از آثار مبارکش بر روی روزگار مسطور بماند، به اتمام آن اقدام نمود و التماس از فضلاء روزگار می رود که در مواقع زال رسد ورد علل دریغ ندارند و در ملاخص غوامض امعان بصر و اتمام نظر فرمایند که قابلیت بشر در کارهای زمین تالی رسیده و فکرها آیه: **الذین یتفکّرون فی خلق السموات و الارض**، را در بساط افلاك و ضبط آن حرکات چهار سیده آیه: **و من یؤتی الحکمة فقد اوتی خیراً کثیرا** که طالت حق را از علوم یعنی که غداء خاصهٔ روح است و حلیهٔ باقی همان نصبی تمام برسد ان شاءالله تعالی وحده. فرغ من کتابت هذه الکتاب.

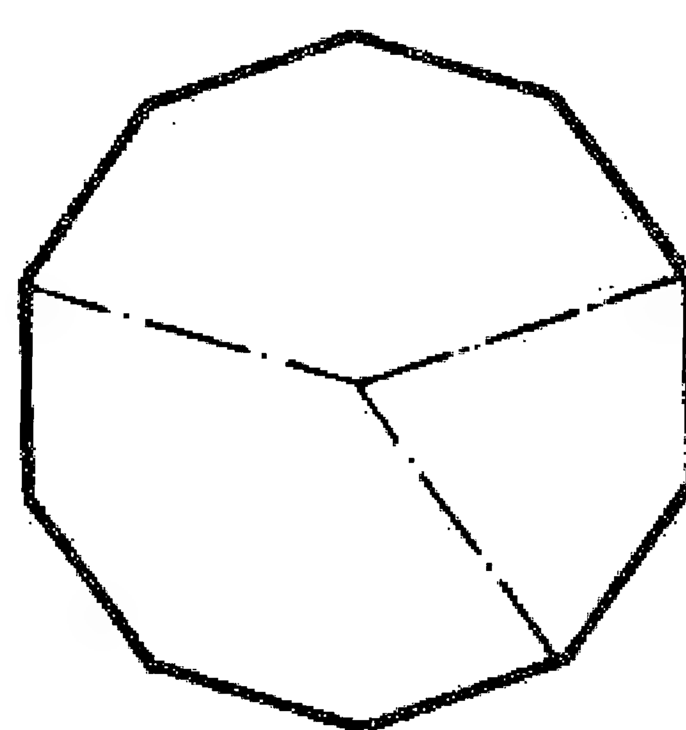
ضمیمهٔ اول

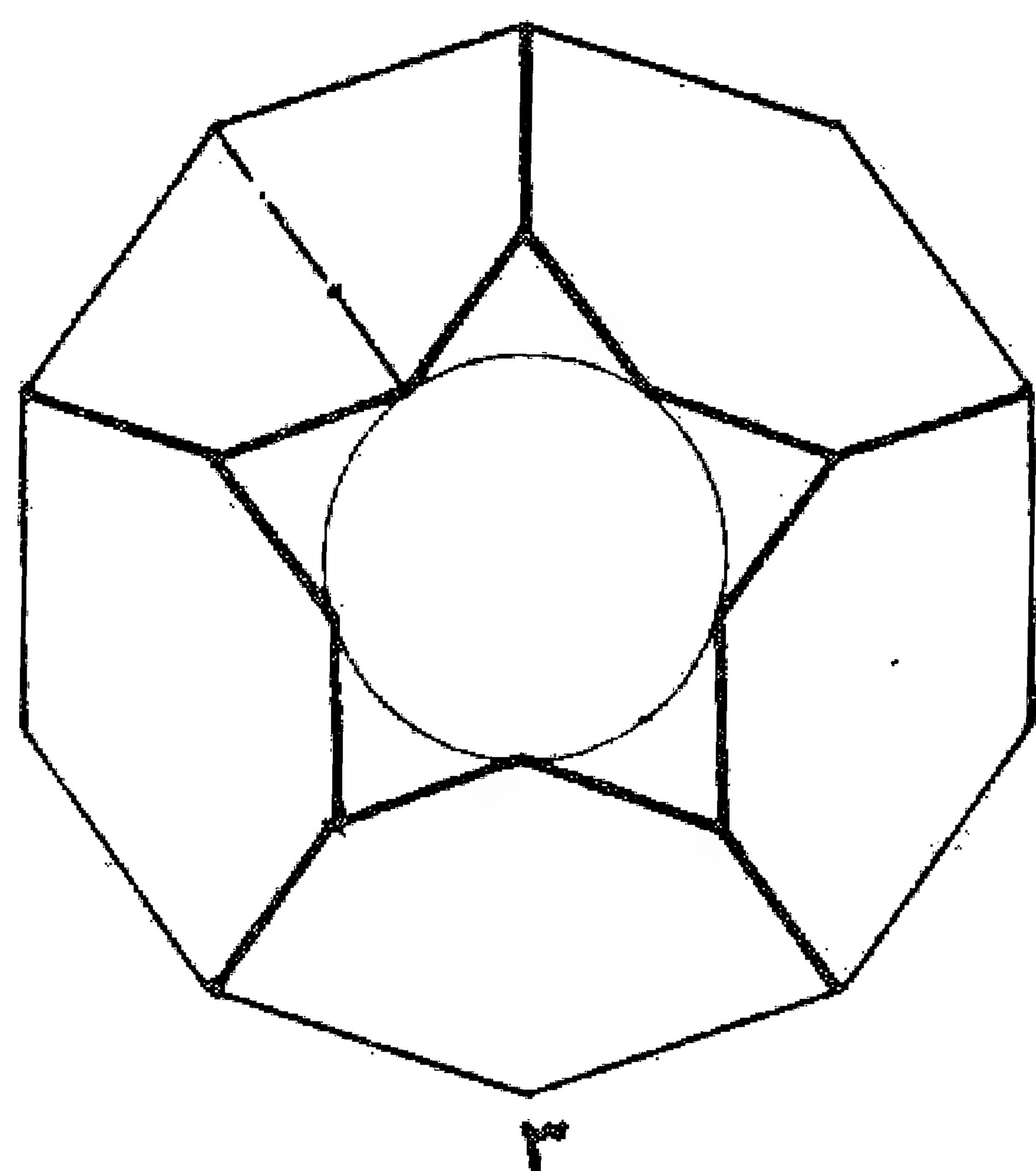
و فی تداخل الاشکال المتشابهه و المتوافقه

مطالب زیر قسمتهایی است که دانشمند و ریاضیدان قرن نهم هجری ابواسحاق ابن عبدالله کوبنانی پس از ترجمهٔ رسالهٔ اصلی **اعمال الهندسهٔ** ابوالوفاء محمدبن محمد البوزجانی تحت عنوان: **و فی تداخل الاشکال المتشابهه و المتوافقه**. تألیف و تنظیم نموده و به متن اصلی اضافه کرده است که نسخهٔ خطی موجود در کتابخانهٔ پاریس شامل آن می باشد.

توضیح آنکه در این قسمت تعداد زیادی از ترسیم گرههای هندسی بدون توضیح است و به نظر می رسد که کاتب دررونویسی تعدادی از مسائل و تطبیق با شکلها دچار سهل انگاری و بی توجهی گردیده است، و در نتیجه کاملا مفهوم نیست، لذا فقط از نظر حفظ امانت آن قسمتها عیناً رونویسی شد، امید که علاقه مندان به این بخش از هندسه (هندسهٔ کاربردی) در حل این مسائل از راهنمایی دریغ نفرمایند. چه این بنده به ضعف علمی خود معترف می باشم.


۱


۲


۳

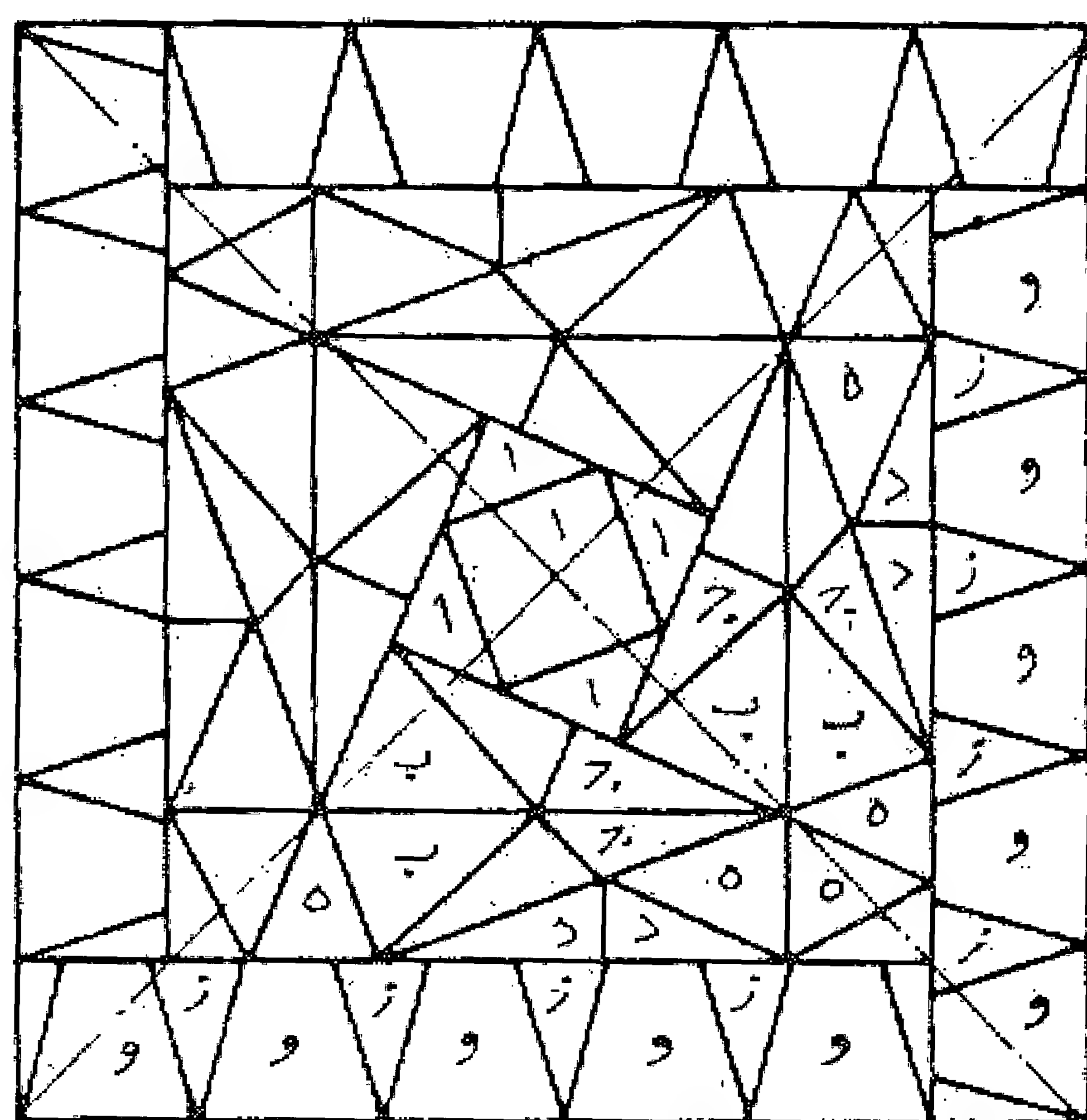
مسئلهٔ ۱

هرگاه دو کثیر الاضلاع ده ضلعی منتظم مساوی داشته باشیم و یك ستارهٔ پنج ضلعی (پنج ضلعی کوکبی) به طوری رسم کنیم که اضلاع آن نظیر اضلاع ده ضلعیها و قطر خارجی آن مساوی قطر ده ضلعی و همچنین نصف قطر داخلی آن مساوی ضلع ده ضلعی باشد، می توان از ترکیب این سه کثیرالاضلاع، ده ضلعی منتظم دیگری به دست آورد که اضلاع آن برابر نصف قطر خارجی ده ضلعیهای مفروض و نصف قطر خارجی آن نظیر نصف قطر خارجی ده ضلعی مفروض به اضافهٔ طول ضلع آن باشد و رسم آن بدین صورت است:

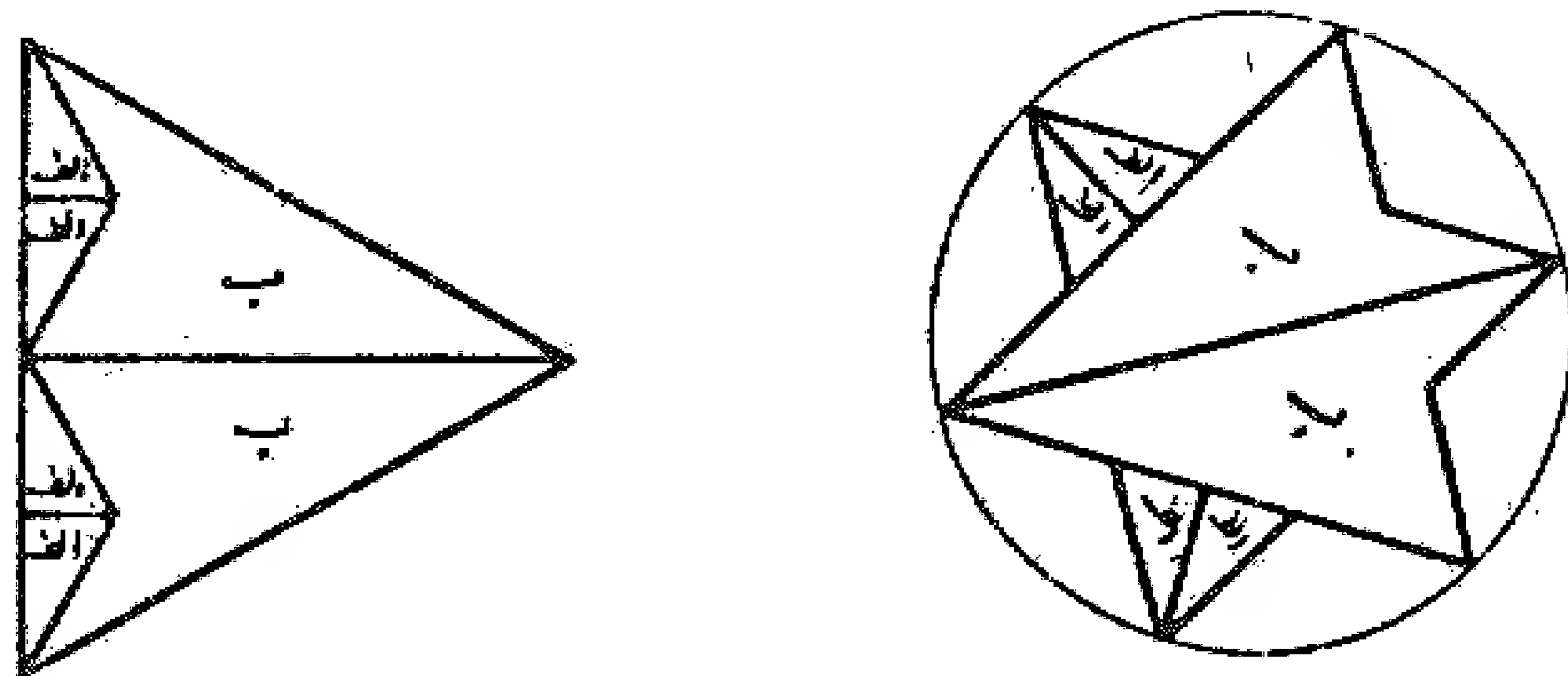
مسئلهٔ ۲

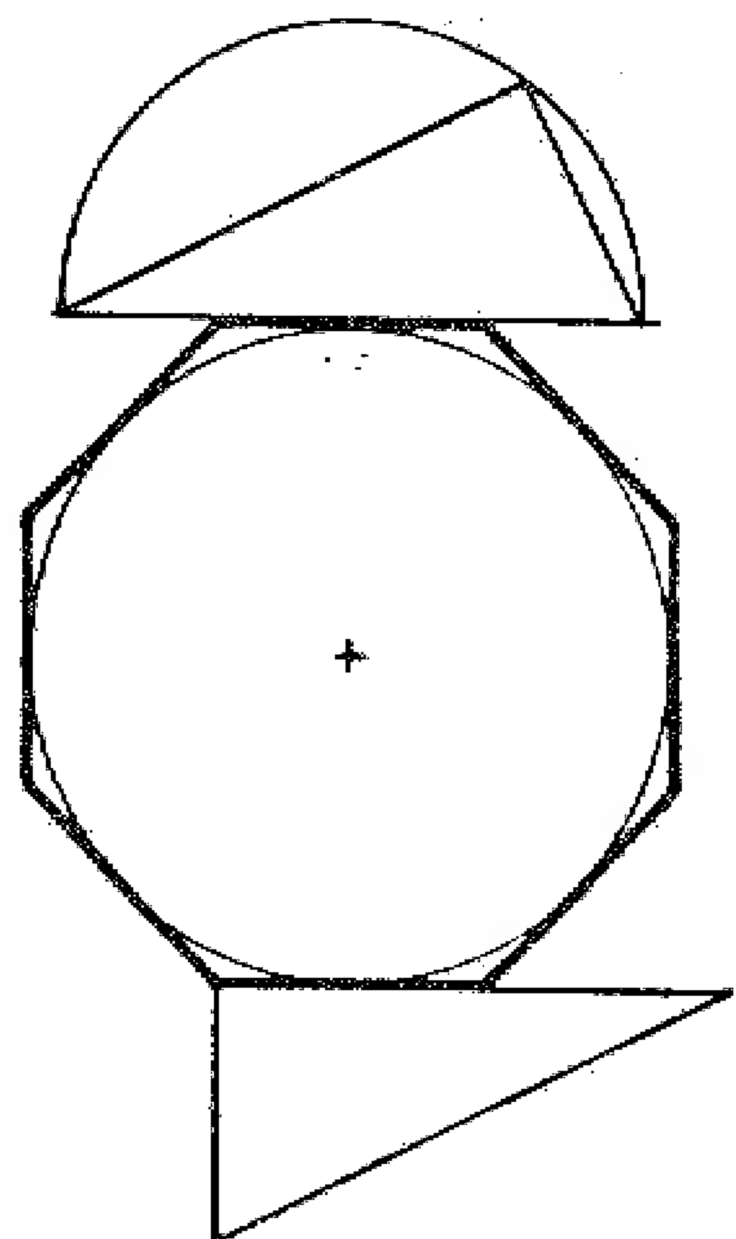
باید دانست که از اجزای این مربع یك مربع مجنّح و یك شش ضلعی مجنّح و یك هفت ضلعی مجنّح و یك ده ضلعی مجنّح می توان ساخت و اگر بخواهند می توان با این تقسیم بندی دو مربع مضلّع و دو شش ضلعی مضلّع و دو هفت ضلعی مضلّع و دو ده ضلعی مضلّعی (با اضلاع مساوی) در نهایت لطافت ترکیب کرد. والله اعلم.

ازقطعات و ز مجموع یك ده ضلعی مجنّح و یا دو ده ضلعی مضلّع به دست می آید و همین طور از قطعات هـ د یك هفت ضلعی مجنّح و یا دو



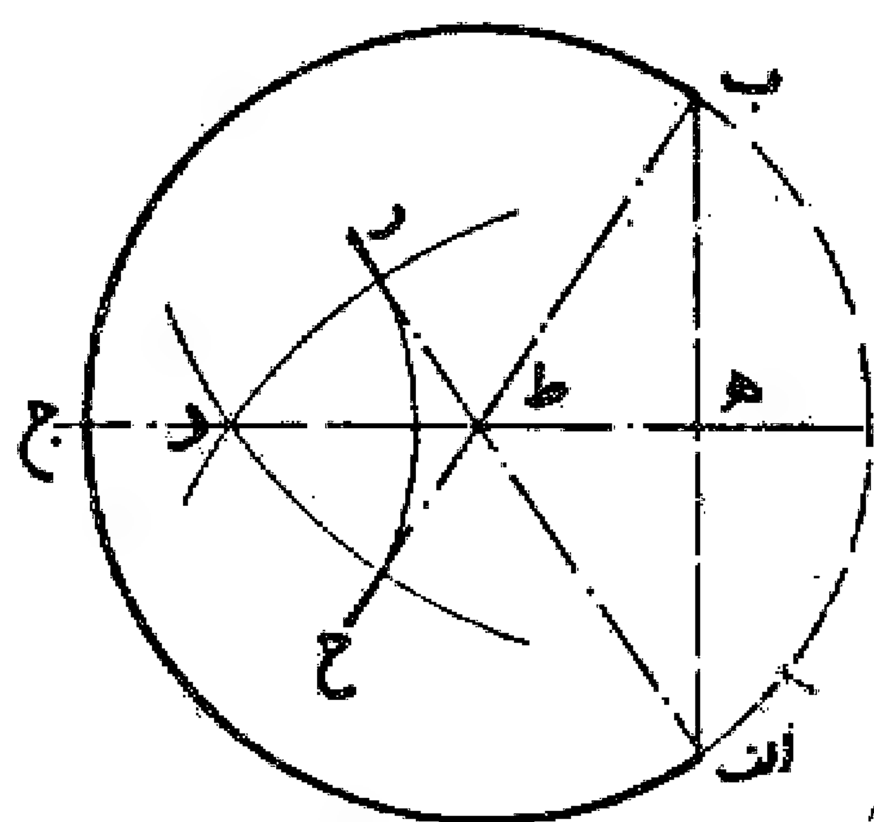
هفت ضلعی مضلّع به دست می آید و به همین ترتیب از قطعات اجزای جـ ب یك هشت ضلعی مجنّح و یا دو هشت ضلعی مضلّع به دست می آید و همچنین از اجزای ا یك مربع مجنح یا دو مربع مضلع به دست می آید. بدین صورت:





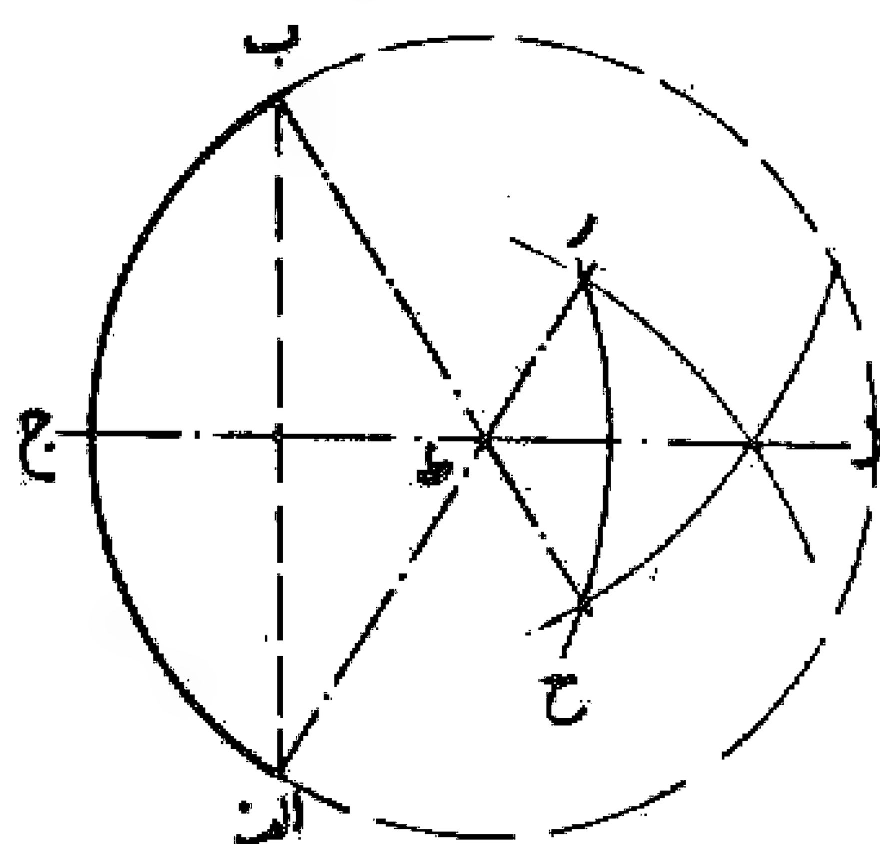
مسئلهٔ ۳

هر گاه بخواهیم ضلع مربعی را به دست آوریم که سطح آن مساوی سطح کثیر الاضلاع منتظم هشت ضلعی مفروضی باشد، ابتدا باید مربع ضلع هشت ضلعی را از مربع قطر دایرهٔ داخلی آن کسر کنیم، آنچه به دست می آید مجذور ضلع مربع یا سطح آن است که طریقهٔ رسم آن بدین صورت می باشد. والله اعلم.



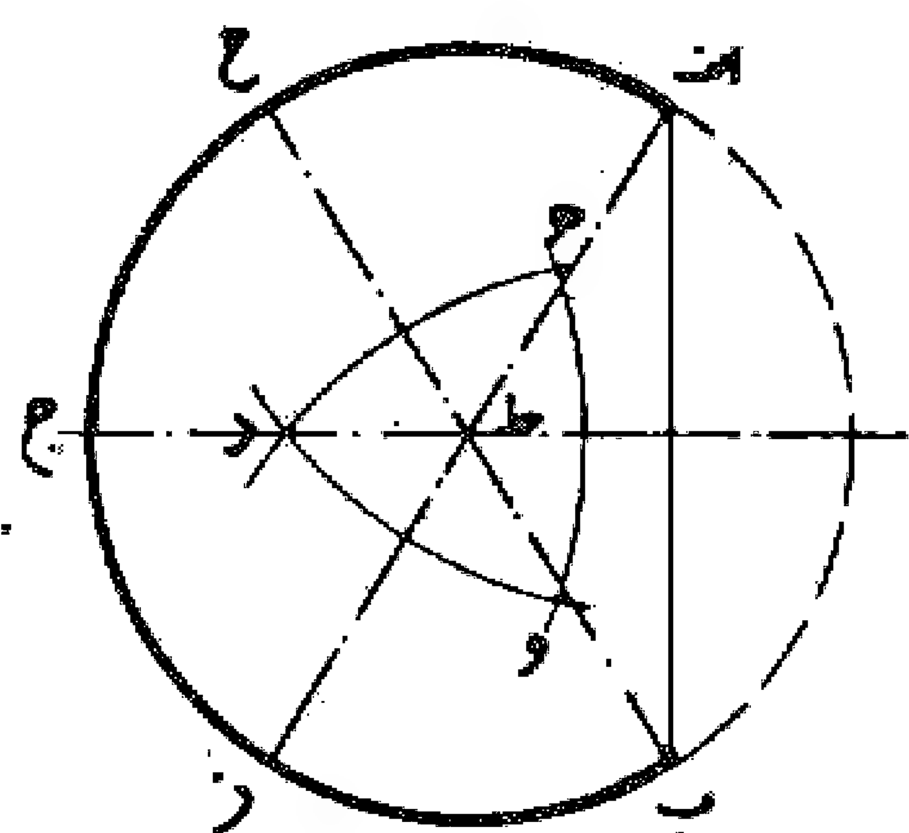
مسئلهٔ ۴

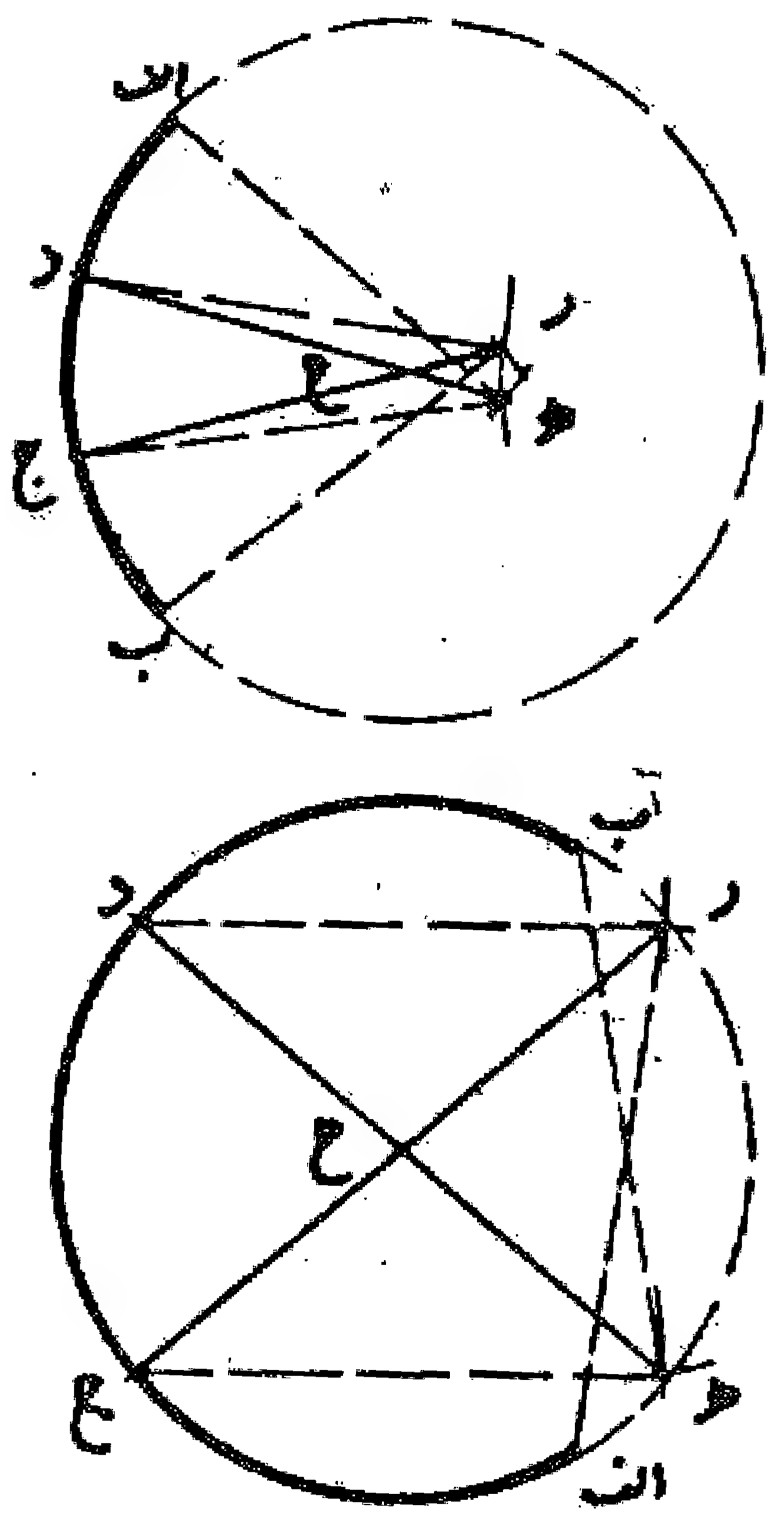
اگر قطعه ای از دایره مانند قوس ا ب معلوم باشد و بخواهند آن دایره را تکمیل کنند در حالی که مرکز آن معلوم نباشد، باید از نقاط ا و ب با شعاع بیشتر از نصف وتر قطعهٔ دایره دو قوس رسم نماییم تا یکدیگر را در نقطهٔ د قطع کنند و از آن نقطه خط د جـ را به وسط قوس رسم نماییم بعد از نقطهٔ جـ با همان فتح پرگار یعنی ا ر قوس ح ر را و سپس خطوط ب ح و ا ر را می کشیم و محل تلاقی آنها یعنی نقطهٔ ط را با خط د جـ به دست می آوریم، این نقطه مرکز قوس ا جـ ب است، بدین صورت:



مسئلهٔ ۵

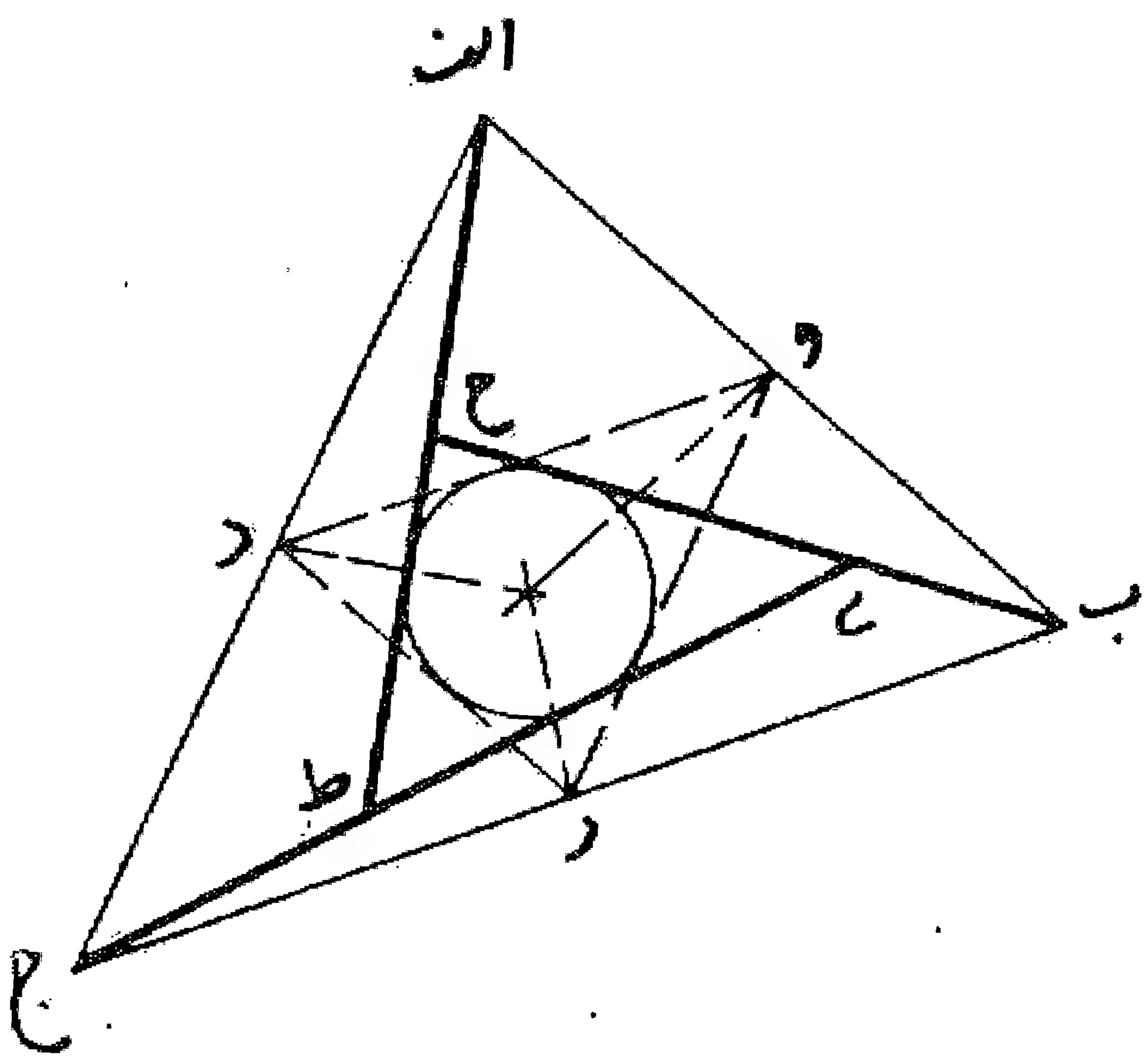
وجهی دیگر: پس از کشیدن دو قوس اولیه و همچنین خط د جـ، به مرکز نقطهٔ جـ با همان فتح پرگار قوس دیگری رسم می نماییم تا قوسهای اول را در نقاط هـ و قطع کند. بعد از هر نقطه، خطی به وسط قوس مقابل آن رسم می نماییم. این خطوط یکدیگر را در نقطهٔ ط که مرکز دایره است قطع می کنند. حال به مرکز ط و فتح ط ا دایرهٔ خواسته شده را تکمیل می نماییم. بدین صورت:





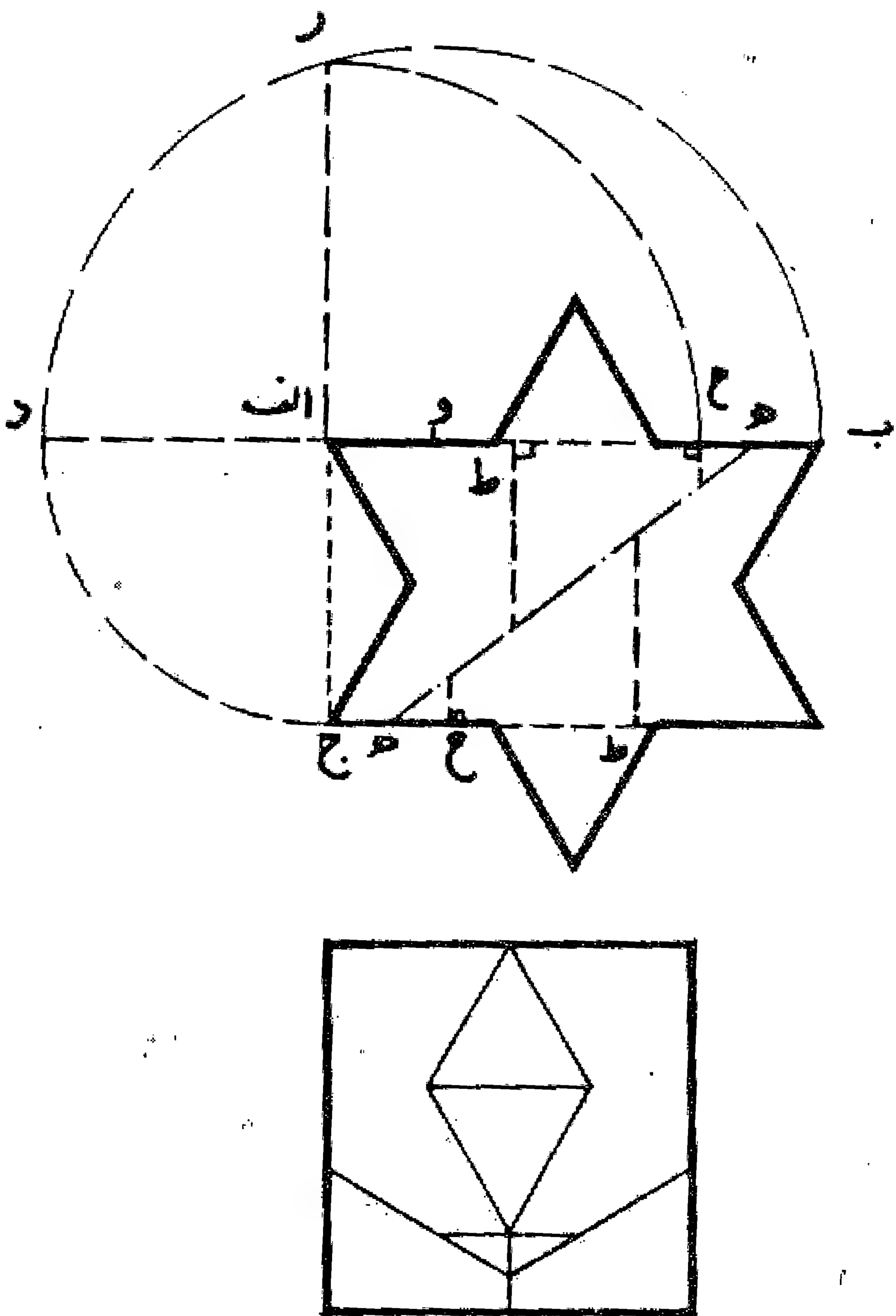
مسئله ۶

وجهی دیگر: اگر قطعه ای از دایره داشته باشیم و بخواهیم آن را کامل گردانیم، روش آن است که قوس ا ب را به سه قسمت مساوی تقسیم می نماییم. بعد به مرکز نقاط ا، د با هر فتح نقطهٔ هـ را تعیین می کنیم و سپس به مرکز نقاط ب، جـ و با همان فتح نقطهٔ ر را معین می نماییم و خطوط د هـ و ر جـ را می کشیم تا یکدیگر را در نقطهٔ ح قطع کنند. این نقطه مرکز دایرهٔ خواسته شده با شعاع ح د است که مساوی نصف قطر می باشد. بدین صورت: والله اعلم.



مسئلهٔ ۷

می خواهیم مثلثی را به چهار مثلث متساوی تقسیم کنیم به طوری که یکی از مثلثها نظیر مثلث اولیه باشد و امتداد اضلاع آن از سه رأس مثلث اول بگذرد: ابتدا هر ضلع از مثلث را به دو نیمهٔ متساوی تقسیم و آنها را به یکدیگر وصل می نماییم و بدین ترتیب مثلث را به چهار قسمت تقسیم می کنیم. سپس دایرهٔ محاطی مثلث وسط را می کشیم و از هر رأس بر آن مماس رسم می نماییم و آنها را امتداد می دهیم تا با یکدیگر تلاقی کنند. بدین صورت آنچه می خواستیم به دست می آید.



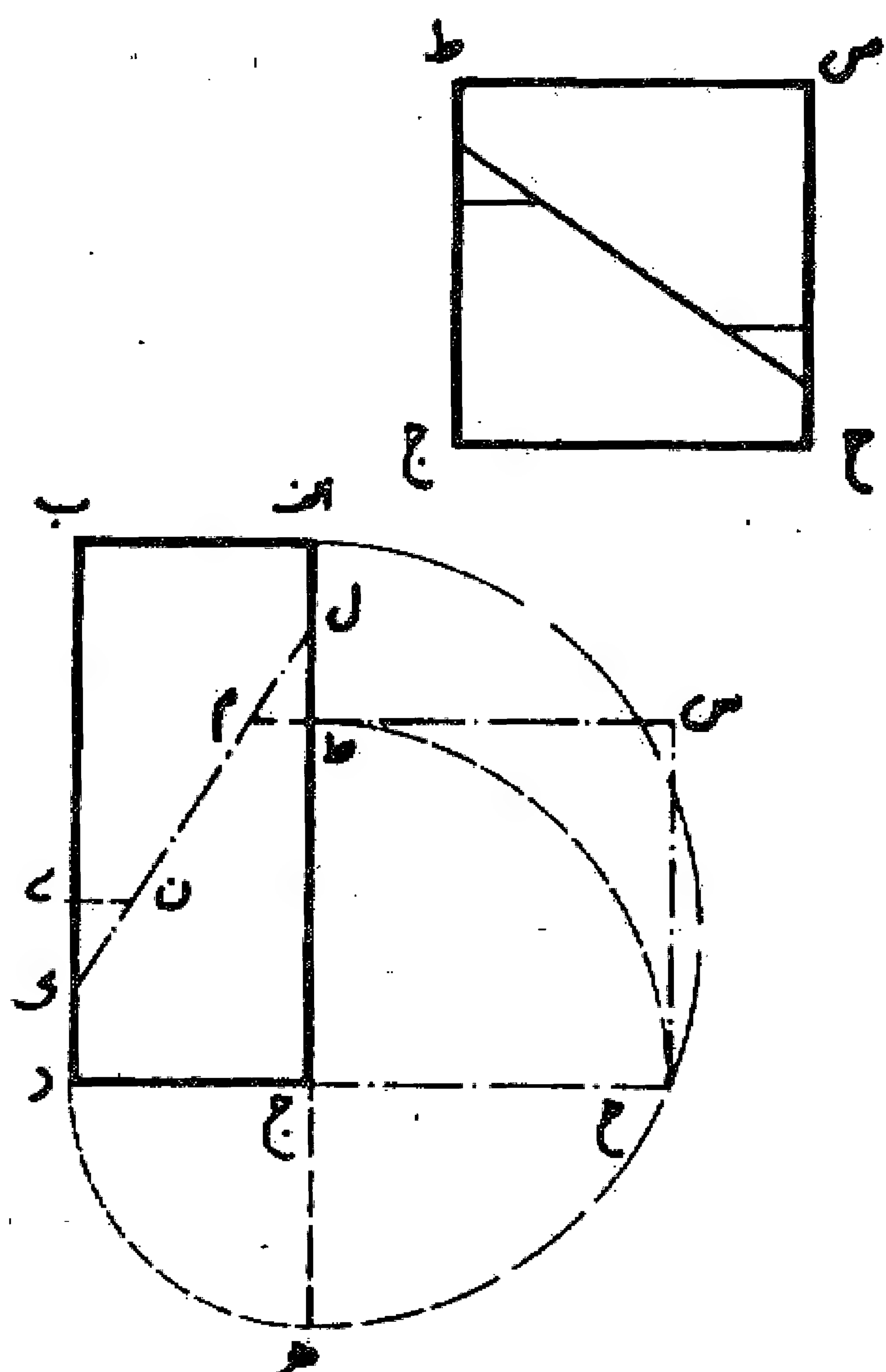
مسئلهٔ ۸

اگر بخواهیم ستارهٔ شش ضلعی را به مربع تبدیل کنیم به طوری که اجزای آن در مربع دیده شود. ابتدا خط ب ا را به اندازهٔ ا جـ امتداد می دهیم تا نقطهٔ د به دست آید. سپس خط ب د را در نقطهٔ و نصف می نماییم و به آن مرکز و شعاع هـ ب نیم دایره ای می کشیم. بعد خط جـ ا را امتداد می دهیم تا در نقطهٔ ر با دایره تلاقی کند، خط ا ر ضلع مربع خواسته شده است که اجزای شش ضلعی در آن جا می گیرد، یعنی مساحت آن مساوی مساحت شش ضلعی است. حال برای تقسیم شش ضلعی روی خط ا ب قطعهٔ ا ح را مساوی ا ر جدا می کنیم و چون نقطهٔ ح معلوم شد بقیهٔ تقسیم سهل است. والله اعلم.

«ب هـ مساوی ح هـ و ح ط مساوی ا ط و زوایای ح و ط قائمه است».

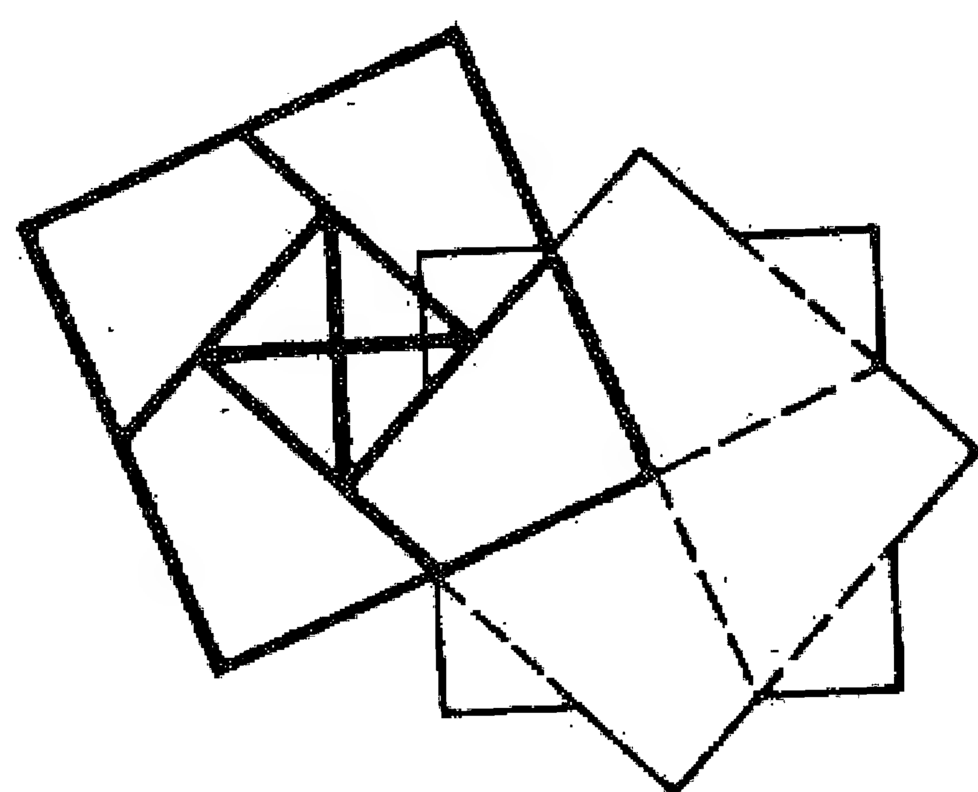
مسئلهٔ ۹

می خواهیم مستطیل ا ب جـ د را به مربع تبدیل کنیم: ابتدا ضلع اجـ رامساوی جـ د تا نقطهٔ هـ امتداد می دهیم. بعد خط ا هـ را نصف و به مرکز آن نقطه و شعاع نصف ا هـ نیم دایره ای رسم می نماییم، سپس ضلع جـ د را امتداد می دهیم تا نیم دایره را در نقطهٔ ح قطع کند، خط جـ ح بالقوه ضلع مربع است. حال برای تقسیم مستطیل روی ضلع اجـ از نقطهٔ جـ قطعهٔ جـ ط را مساوی جـ ح جدا می کنیم و به همین ترتیب از نقطهٔ ب مقدار ب ی را مساوی جـ ح جدا می نماییم. بعد مقدار باقی مانده را در نقاط ل، ك نصف می کنیم و خط ل ك را می کشیم و سپس از نقاط ط وی دو خط عمود ط م، ی ن را اخراج می نماییم تا قطر ل ك را قطع کند و چهار قطعه به دست آید و حال چنانچه این چهار قطعه را پهلوی هم قرار دهیم مانند شکل، مربع ط جـ ح س به دست آید و کار تمام شود همان طور که گفته شد. والله اعلم.



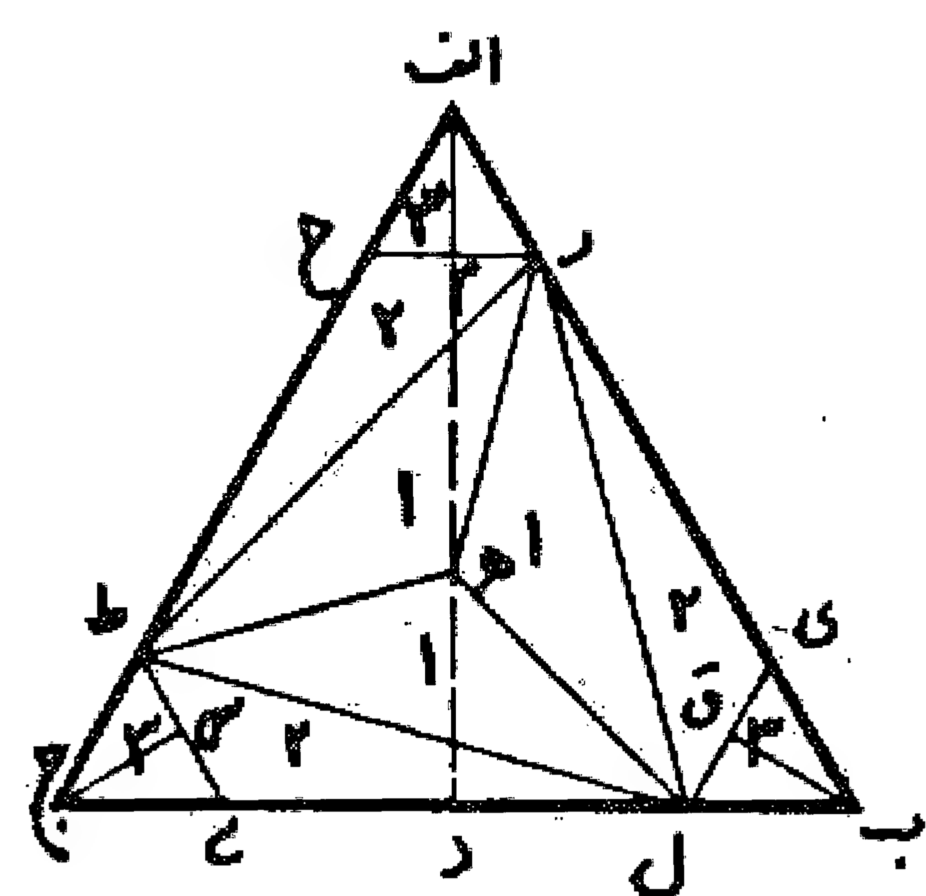
مسئلهٔ ۱۰

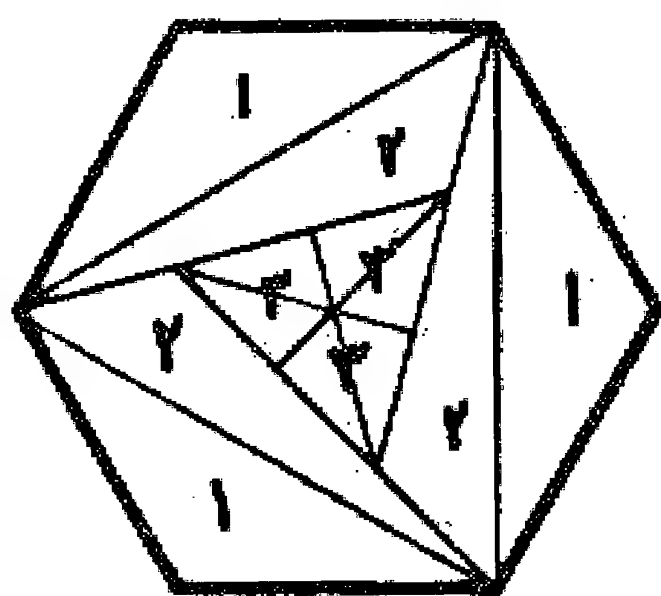
اگر بخواهیم ستارهٔ هشت پر را تبدیل به مربع کنیم، روش آن بدین صورت است که رسم شد.



مسئلهٔ ۱۱

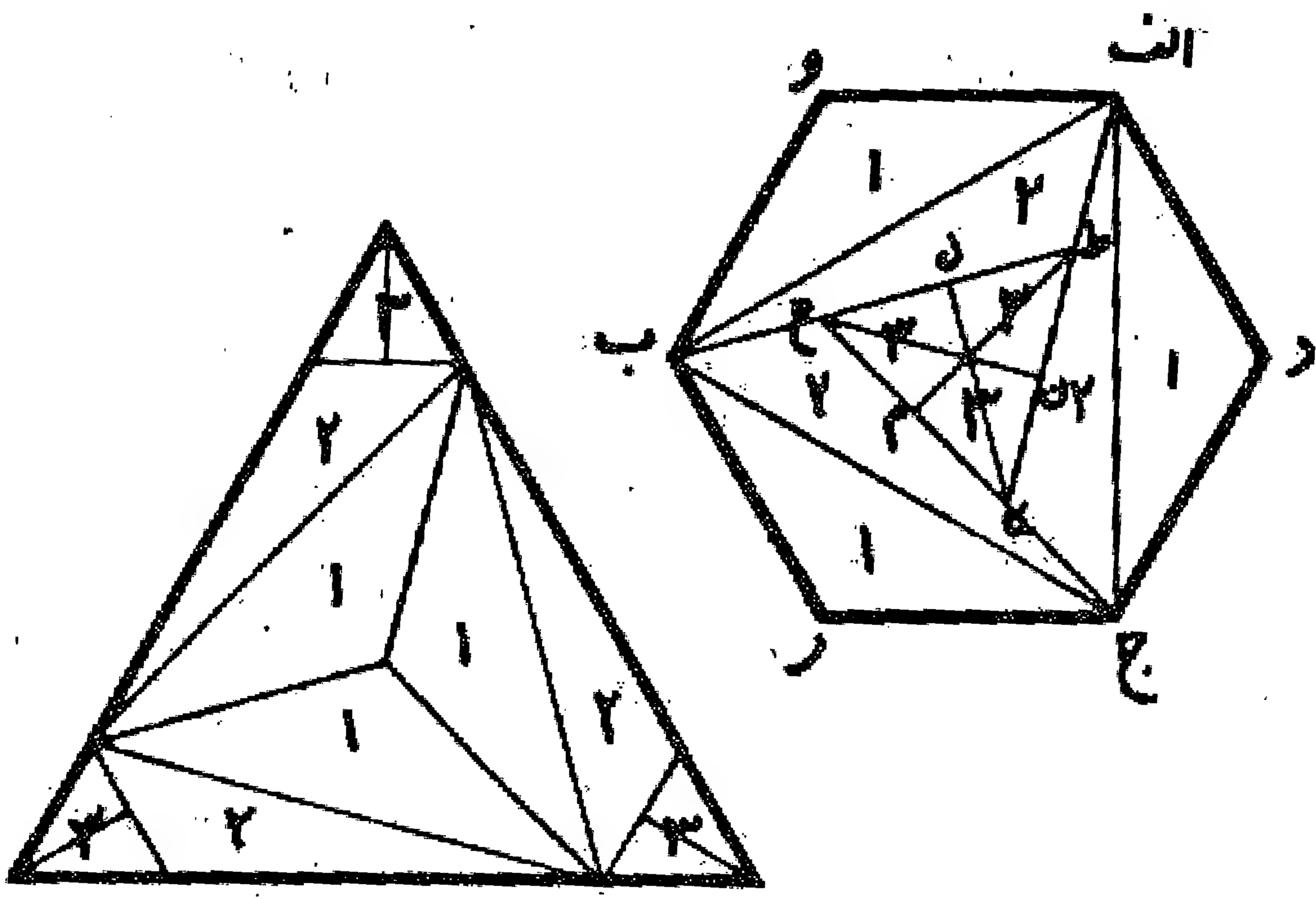
می خواهیم از مثلث متساوی الاضلاع شش ضلعی بسازیم و طریقهٔ تقسیم و جمع قطعات بدین صورت است تا عمل صحیح باشد. ابتدا درمثلث متساوی الاضلاع ا ب جـ روی اضلاع، قطعات ا ح، جـ ط، ب ل را مساوی یك چهارم طول عمود ا د جدا می کنیم ومثلثهای ا ح ر، جـ ط ی، ب ل ك را متساوی الاضلاع می کشیم و بعدعمودهای ا م، ب ق، جـ س را اخراج می نماییم. سپس اضلاع مثلث ر ط ل را رسم می کنیم ومرکز هـ را معین و خطهایی به زوایای (به سه رأس) آن وصل می نماییم. حال از مجموع قطعات به دست آمده یك شش ضلعی می سازیم و یا اگر بخواهیم دو مثلث به دست می آوریم. والله اعلم.



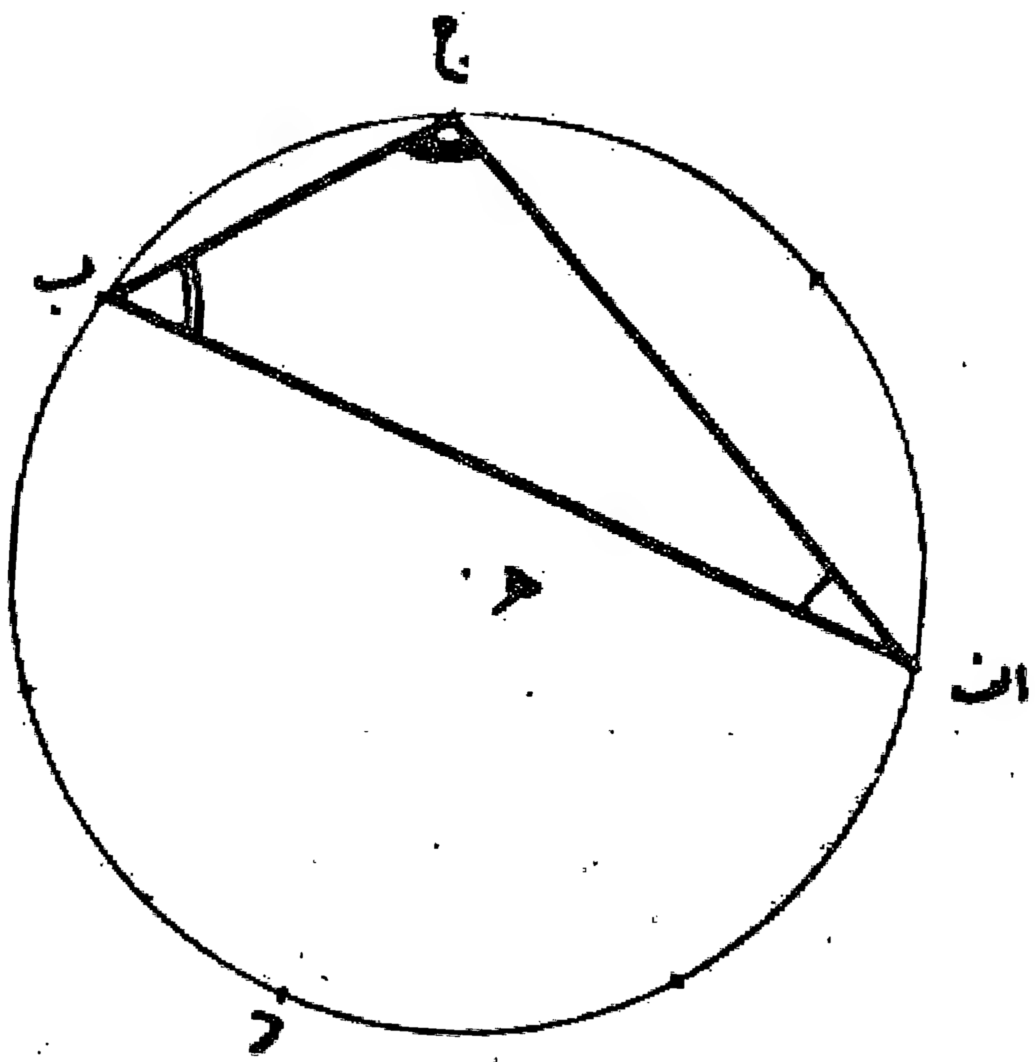


مسئلهٔ ۱۲

اگر بخواهیم از شش ضلعی مثلثی به دست آوریم، اول مثلث ا ب جـ را در آن معلوم می کنیم و بعد هر یك از زوایای این مثلث را به چهار قسمت مساوی تقسیم می نماییم و خطوط ا ط، ب ح، جـ ی را



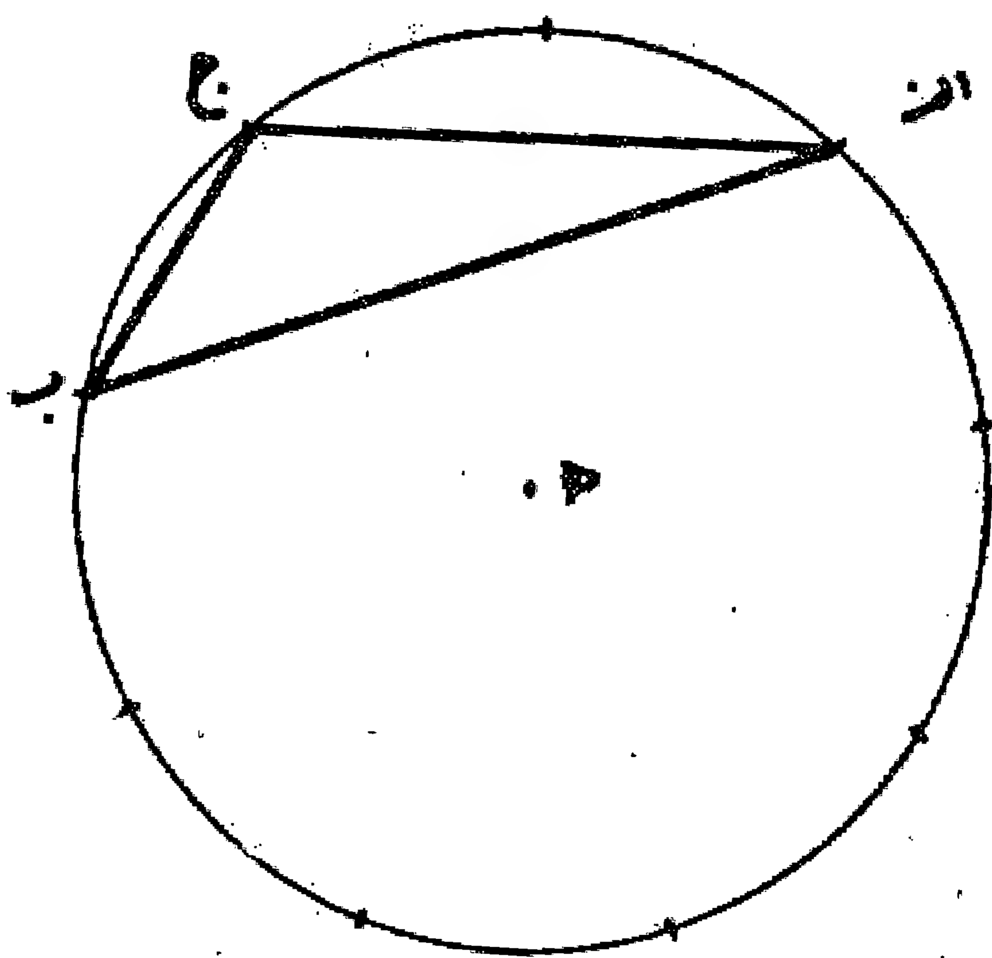
می کشیم تا یکدیگر را تلاقی کنند و مثلث ط ح ی پیدا شود. سپس این مثلث را با عمودهای ح ن، ی ل، ط م به شش قسمت تقسیم می نماییم. حال از مجموع قطعات به دست آمده یك مثلث متساوی الاضلاع می سازیم. والله اعلم.



مسئلهٔ ۱۳

هر مثلثی که در دایره محاط شود نسبت زوایای آن مثلث با یکدیگر مثل نسبت قوس وترهای آن زاویه ها با یکدیگر است. بر این مثال:

چون زاویهٔ ا نصف زاویهٔ ب باشد قوس ب جـ نصف قوس جـ ا است و اگر زاویهٔ ب هم نصف زاویهٔ جـ باشد به ضرورت زاویهٔ جـ چهار برابر زاویهٔ ا خواهد بود و قوس جـ ا نصف قوس ا د ب است و لذا قوس ب جـ یك چهارم قوس ب د ا است و مجموع دایره هفت برابر قوس ب جـ و در نتیجه خط ب جـ ضلع هفت ضلعی، و مجموع زوایای مثلث ا ب جـ هفت برابر زاویهٔ ا است. والله اعلم.



مسئلهٔ ۱۴

اگر بخواهیم مثلثی را رسم کنیم که زاویهٔ ا نصف زاویهٔ ب و زاویهٔ ب یك سوم زاویهٔ جـ باشد، طریقهٔ رسم آن چنین بود که زاویهٔ ا (یك واحد فرض کرده) در نتیجه زاویهٔ ب مساوی دو واحد بوده و زاویهٔ جـ مساوی شش واحد خواهد شد و مجموع سه زاویهٔ مثلث نه واحد به دست می آید. حال دایره ای رسم می کنیم و محیط آن را به نه قسمت مساوی تقسیم می کنیم و وترهای قوسهای یك قسمت و دو قسمت و شش قسمت را می کشیم تا مثلث ا ب جـ به دست آید که در آن زاویهٔ ا نصف زاویهٔ ب و زاویهٔ ب یك سوم زاویهٔ جـ باشد. بدین صورت:

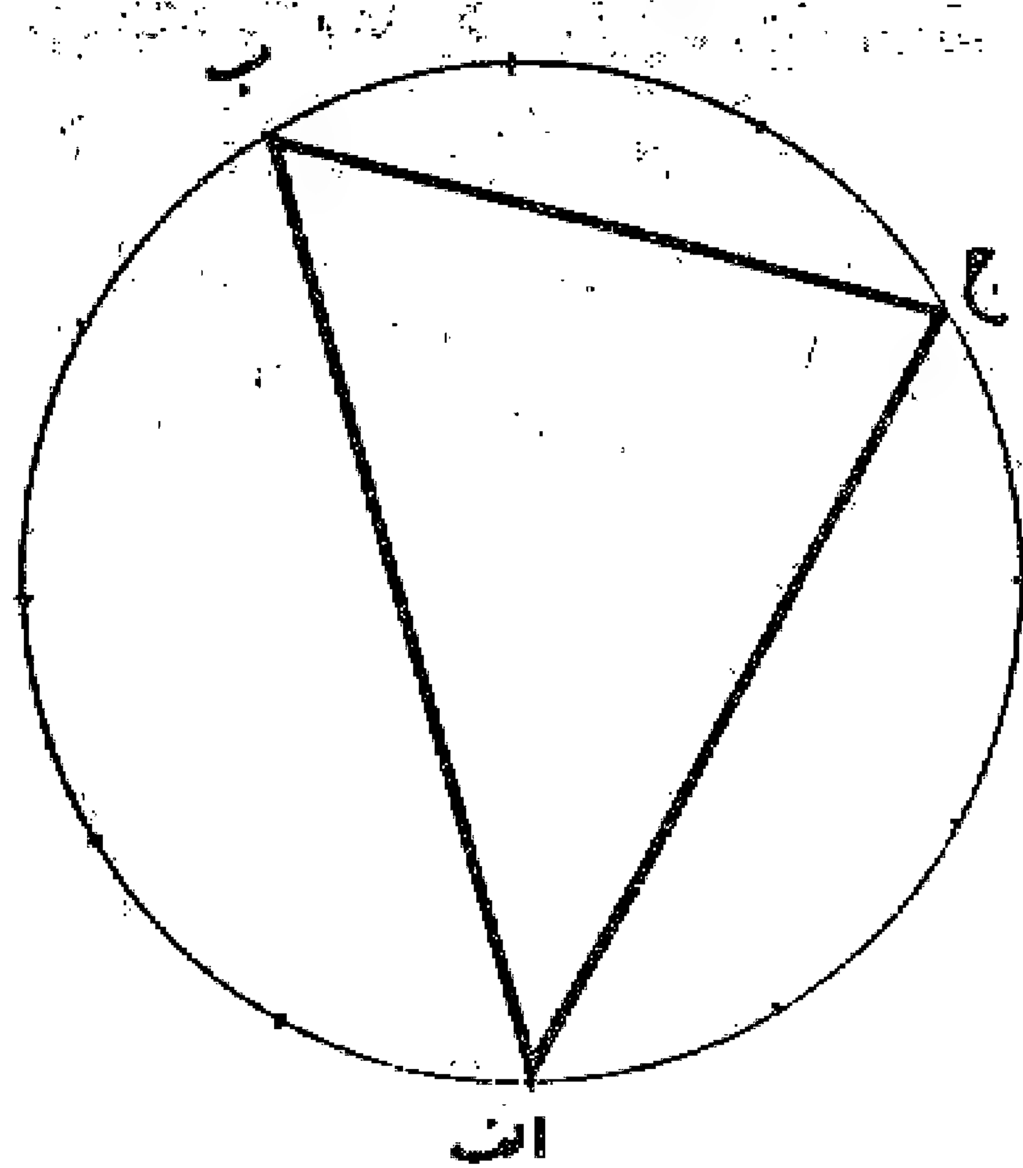
نتیجه
مسئلهٔ ۱۵

مجموع زوایای مثلثهایی که نسبت زوایای آن را بر نه قسمت می توان کرد. این است:

زاویه الف	زاویه ب	زاویه جـ
۱	۲	۶
۱	۳	۵
۱	۴	۴
۲	۳	۴
۱	۱	۷
۲	۲	۵
۳	۳	۳

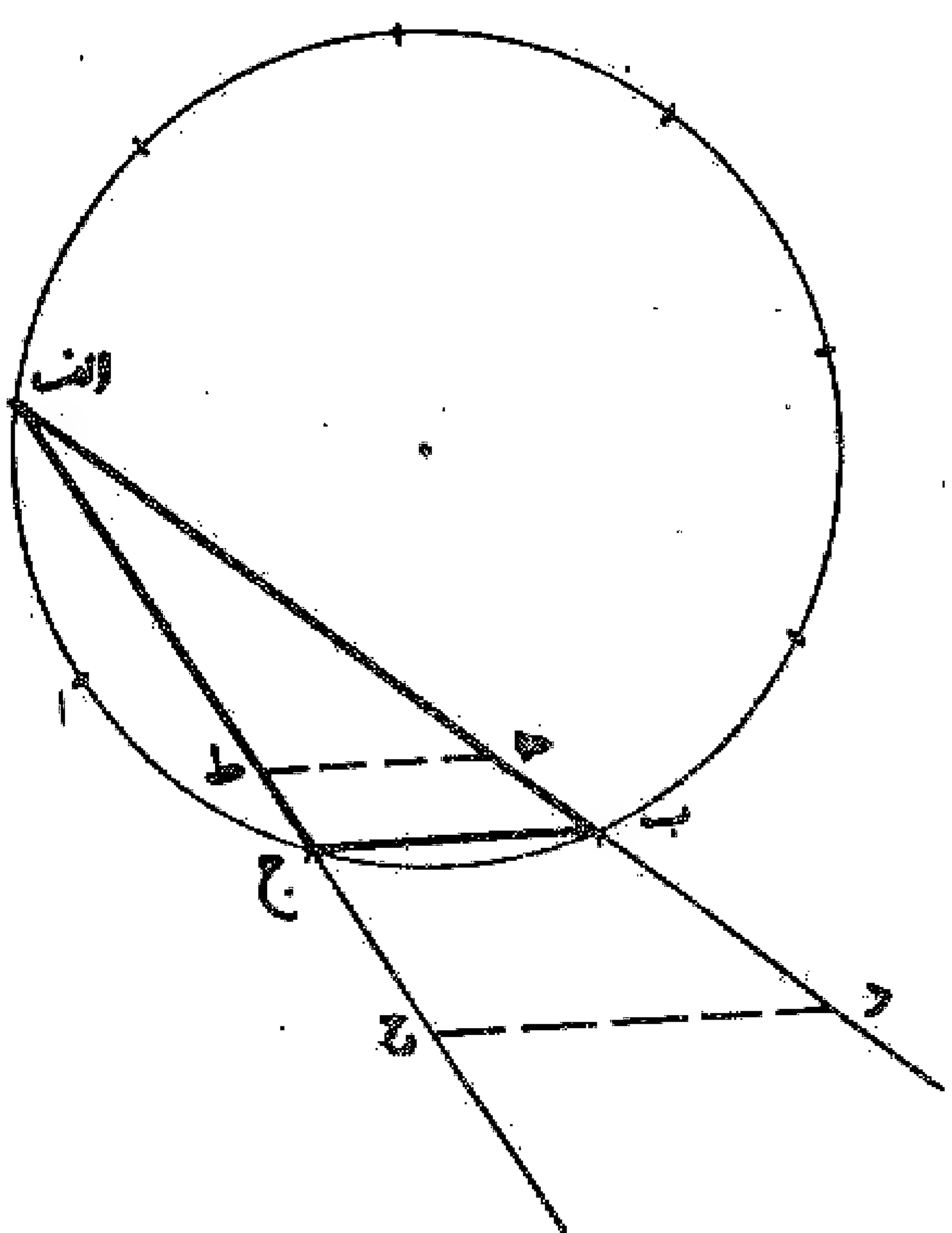
مسئلهٔ ۱۶

رسم کلیهٔ مثلثها که نسبت زوایای آنها داده شده باشد به همین ترتیب است. مثلا اگر بخواهیم مثلثی رسم کنیم که زاویهٔ ا مساوی سه وزاویهٔ ب مساوی چهار وزاویهٔ جـ مساوی پنج باشد، جمع زوایا را که عدد دوازده است به دست می آوریم و دایره ای رسم و محیط آن را به دوازده قسمت مساوی تقسیم می نماییم و وتر قسمتهای سه و چهار و پنج را می کشیم تا مثلث مطلوب به دست آید و برای مثال این قدر کفایت می کند.



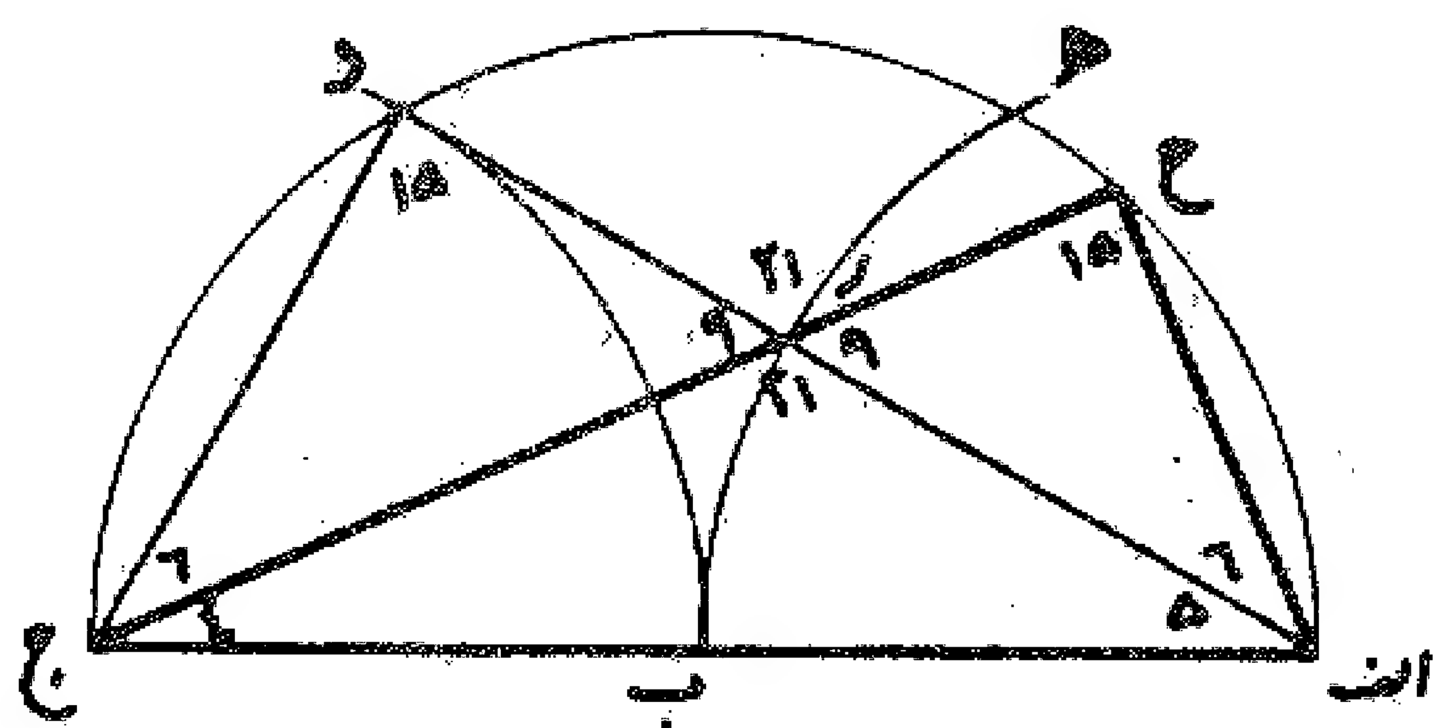
مسئلهٔ ۱۷

اگر خطی فرض کنیم و بخواهیم بر این خط مثلثی رسم نماییم که یکی از تناسبات بالا را داشته باشد، ابتدا به هر فتح که باشد دایره ای رسم می کنیم و مثلث ا ب جـ را به نسبت زوایایی که خواسته شده است می کشیم. سپس اندازه می گیریم، اگر مثلا ضلع جـ ب مساوی خط مفروض باشد، مثلث ا ب جـ مثلث مطلوب است و در غیر این صورت روی امتداد دو ضلع ا ب و ا جـ خط د ح یا هـ ط را مساوی قطعه خط مفروض به موازات ب جـ رسم می نماییم تا مثلث مطلوب به دست آید. همان طور که در شکل دیده می شود اگر ضلع مفروض کوچك تر از ب جـ باشد خط در داخل مثلث واقع می شود مانند خط هـ ط و اگر بزرگ تر از ب جـ باشد خط در خارج مثلث قرار می گیرد مانند خط د ح و مثلث ا د ح مثلث مطلوب خواهد بود.



مسئلهٔ ۱۸

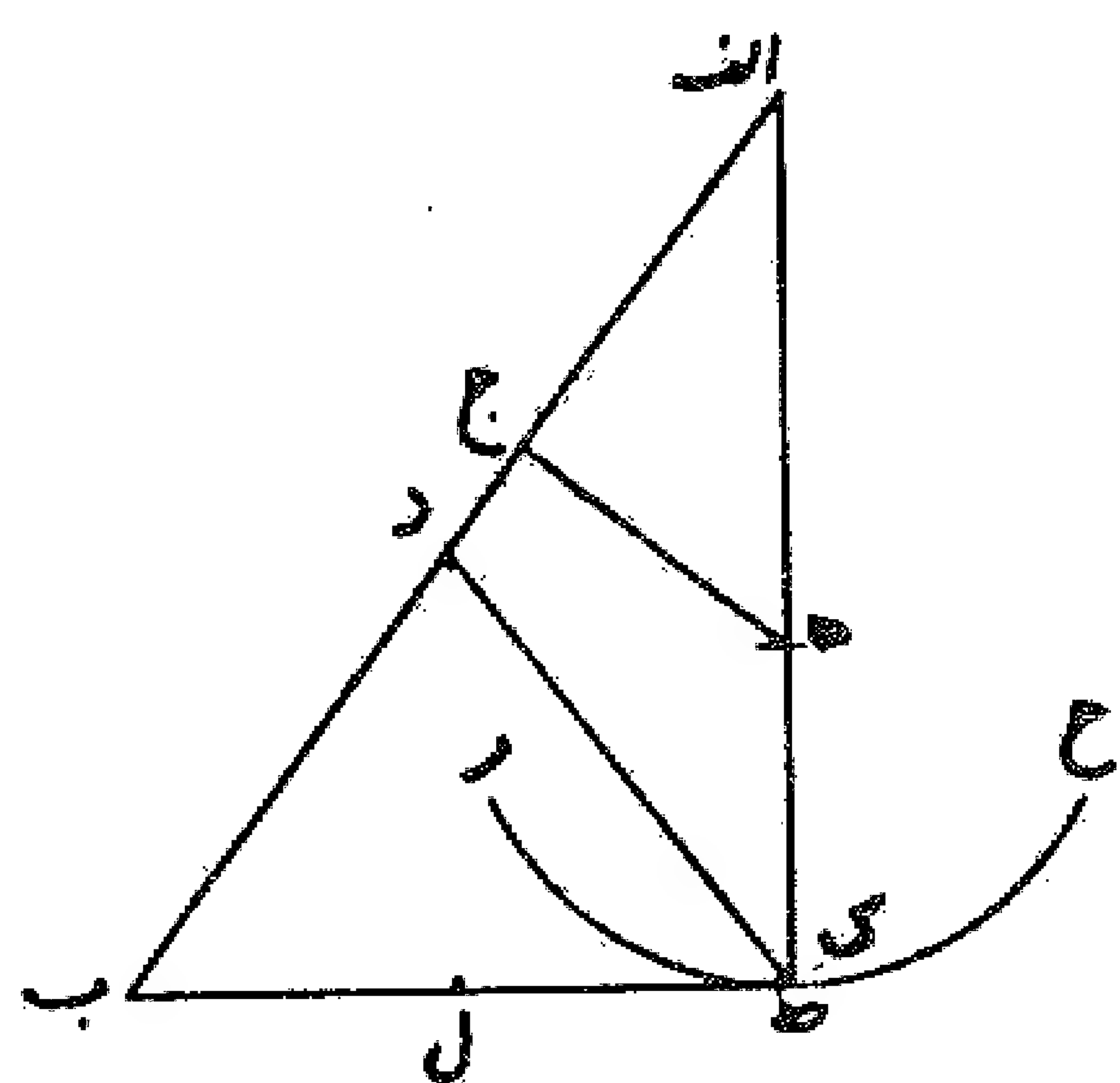
در گونیای ۵ به فتح نصف قطر از گونیای ۶ بدین طریق باشد که بر خط ا جـ نیم دایرهٔ ا د جـ را می کشیم و به مرکز ا و شعاع ا ب قوس ب هـ را رسم می نماییم و به مرکز جـ و همان شعاع نقطهٔ د را نشان می کنیم. بعد خط ا د را می کشیم تا قوس ب هـ را در نقطهٔ ر تلاقی نماید و خط جـ ر را رسم می کنیم و ادامه می دهیم تا نیم دایره را در نقطهٔ ح قطع نماید و خطوط ا ح و د جـ را رسم می کنیم. بدین ترتیب هر یك از مثلثهای ا ر جـ و جـ ر د گونیای زاویه ۵ و اصل مثلث ا د جـ گونیای زاویهٔ ۶ است، همان طور که دیده می شود و اصل مثلث ا ح جـ از گونیاها مخالف زاویهٔ ۱۵ می باشد.



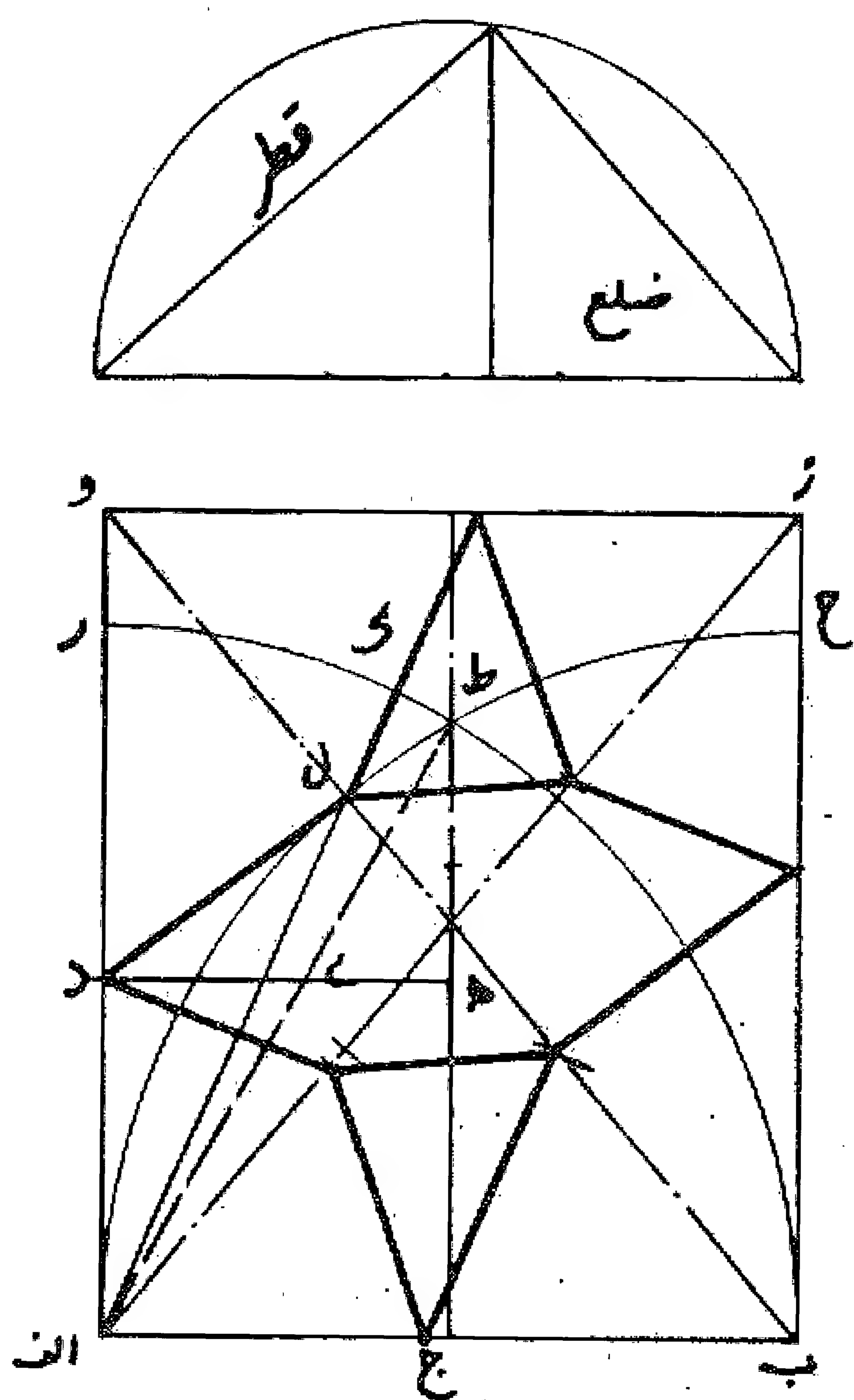
مسئلهٔ ۱۹

مثلث ا ك ب قائم الزاویه مثلثی است که در او نسبت مابین ضلع اقصر و وتر با مابین مابین و ضلع اقصر است.

فصل ـ طریق آن است که به واسطهٔ ا ب د عمود جـ هـ اخراج می کنیم و نقطهٔ هـ مرکز سازیم و به بُعد هـ جـ قوس ر ح بگردانیم از طرق ب و جـ د تنصیف کنیم به نقطه و پای پرگار بر نقطه ثابت داریم و طرف مسطره از نقطهٔ هـ منفك نگردانیم و چندان تحریك دهیم که

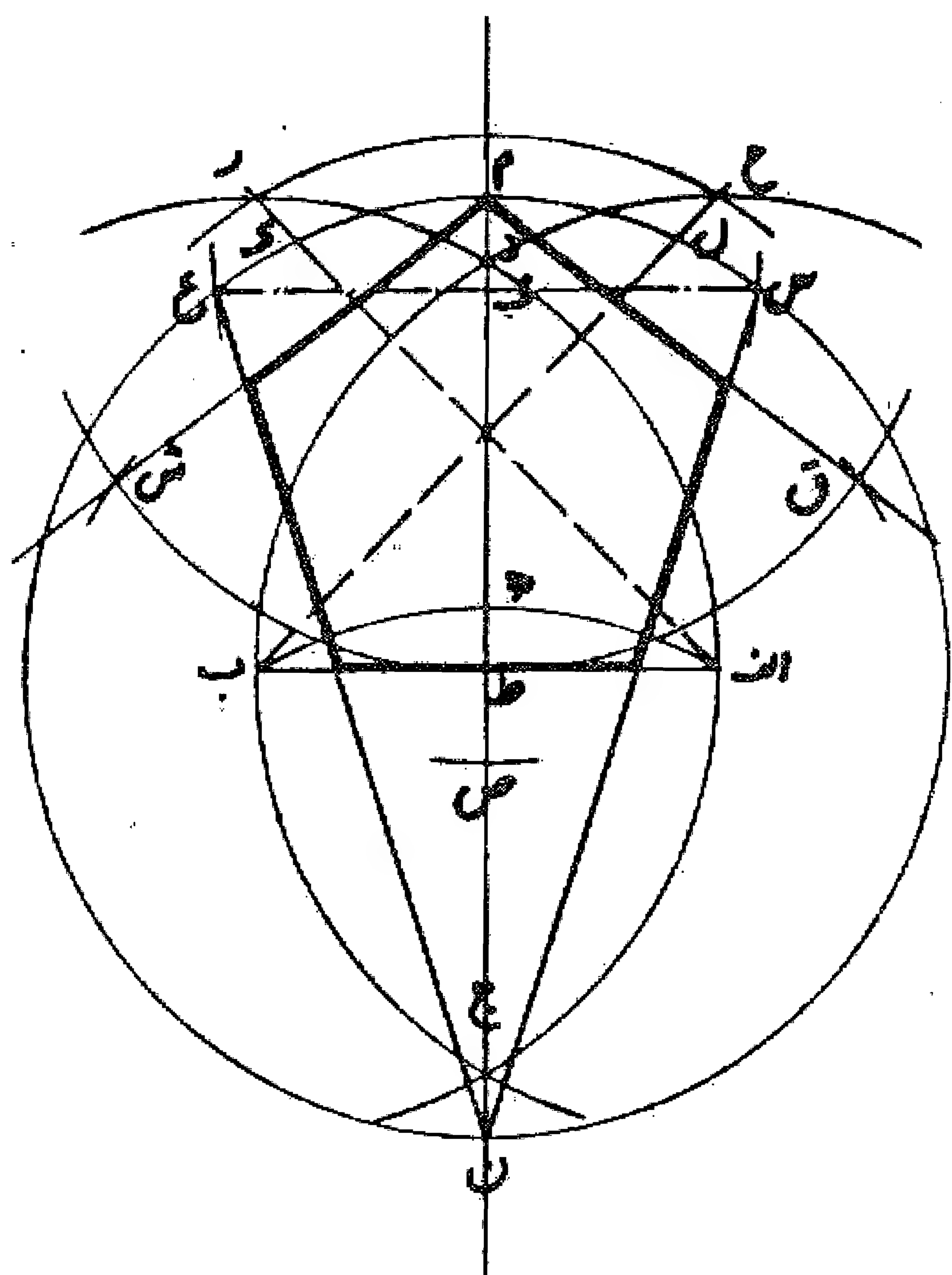


مقدار ط ك و ط ا متساوی شوند، نقطهٔ اك ب نشان کنیم و خط اك، ك ب بکشیم که مثلث اك ب قائم الزاویهٔ مطلوب شود و اد مثـــل ب و و ب ی بود و چون ب ل به مثل ب د از ب ك نقصان کند ب ل مثل جـد بود. والله اعلم.[1]



مسئلهٔ ۲۰

برای کشیدن این گره احتیاج به مثلث قائم الزاویه ای داریم که چون از وتر مثلث به اندازهٔ ضلع کوچك تر کسر نماییم و از محل تقسیم عمودی اخراج کنیم تا ضلع دیگر را قطع نماید، طول محل قطع تا زاویهٔ قائمه مساوی طول این عمود باشد. چون به دست آوردن چنین مثلثی مشکل و از اصول اقلیدسی خارج و در حیطهٔ علم مخروطات است اگر مقدار عمود معلوم باشد با حرکت خط کش به دست می آید. بدین ترتیب که بر نصف ضلع اب مربع اجـهـد را می کشیم و بعد به فتح اب و مرکز ا قوس ب ر را رسم می کنیم تا با عمود اخراجی از نقطهٔ جـ در نقطهٔ ط و خط عمود بر نقطه ا در نقطهٔ ر تلاقی نماید. سپس خط ط ا را می کشیم تا با خط هـد در نقطهٔ ی تلاقی کند و از نقطهٔ ر به اندازهٔ ط ی روی قوس ب ط ر جدا می کنیم تا نقطهٔ ك به دست آید و بعد خط اك را می کشیم تا قطر ب و را در نقطهٔ ل قطع نماید و این نقطهٔ مطلوب است و حال بقیهٔ خطوط گره را رسم می کنیم. بدین صورت:



مسئلهٔ ۲۱

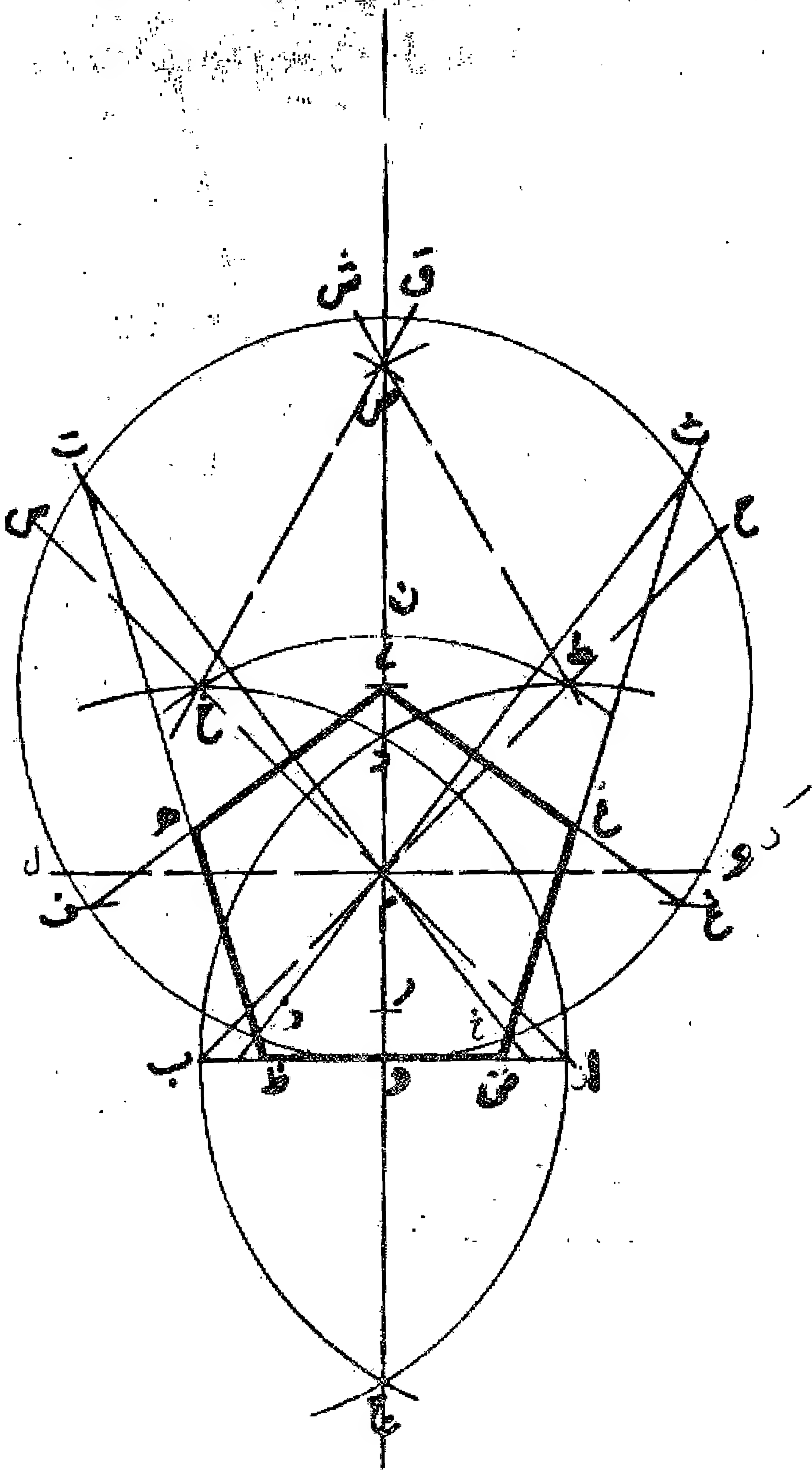
می خواهیم با در دست داشتن ارتفاع پنج ضلعی، آن را رسم کنیم: در این شکل خط اب را به اندازهٔ عمود مفروض رسم و پرگار را به اندازهٔ آن باز می نماییم و تقاطعهای جـ، د را از آن به دست می آوریم و نقطهٔ هـ را از نقطهٔ جـ و بعد نقاط ح و ر را به وسیلهٔ نقطهٔ هـ تعیین می کنیم و نقاط ل و ك را بر خطوط ب ح و ر ا از نقطهٔ ط و همچنین نقاط م و ن را معین می نماییم. بعد نقاط س، ع را از دو نقطهٔ ك، ل نشان می کنیم و محل تلاقی دو خط س ع و د جـ، یعنی نقطهٔ ف را به دست می آوریم و سپس نقطهٔ ص را از ف معین و نقاط ق، ش از نقطهٔ ص را تعیین می نماییم. حال با کشیدن خطوط بین این نقاط که همگی با فتح پرگار به اندازهٔ اب به دست آمده اند، یعنی خطوط م ق، س ن، ن ع، ش م با خط اب پنج ضلعی متساوی الاضلاع و الزوایا به دست می آید که ارتفاع م ط مساوی اب است.[2] مطابق شکل:

---

۱. چون این مسئله درست مفهوم نگردید به رسم امانت عیناً ذکر شد.

۲. روش رسم پنج ضلعی متساوی الاضلاع به فتح پرگار مساوی ضلع: (در اصل کتاب قبلا گفته شده است).

مسئلهٔ ۲۲

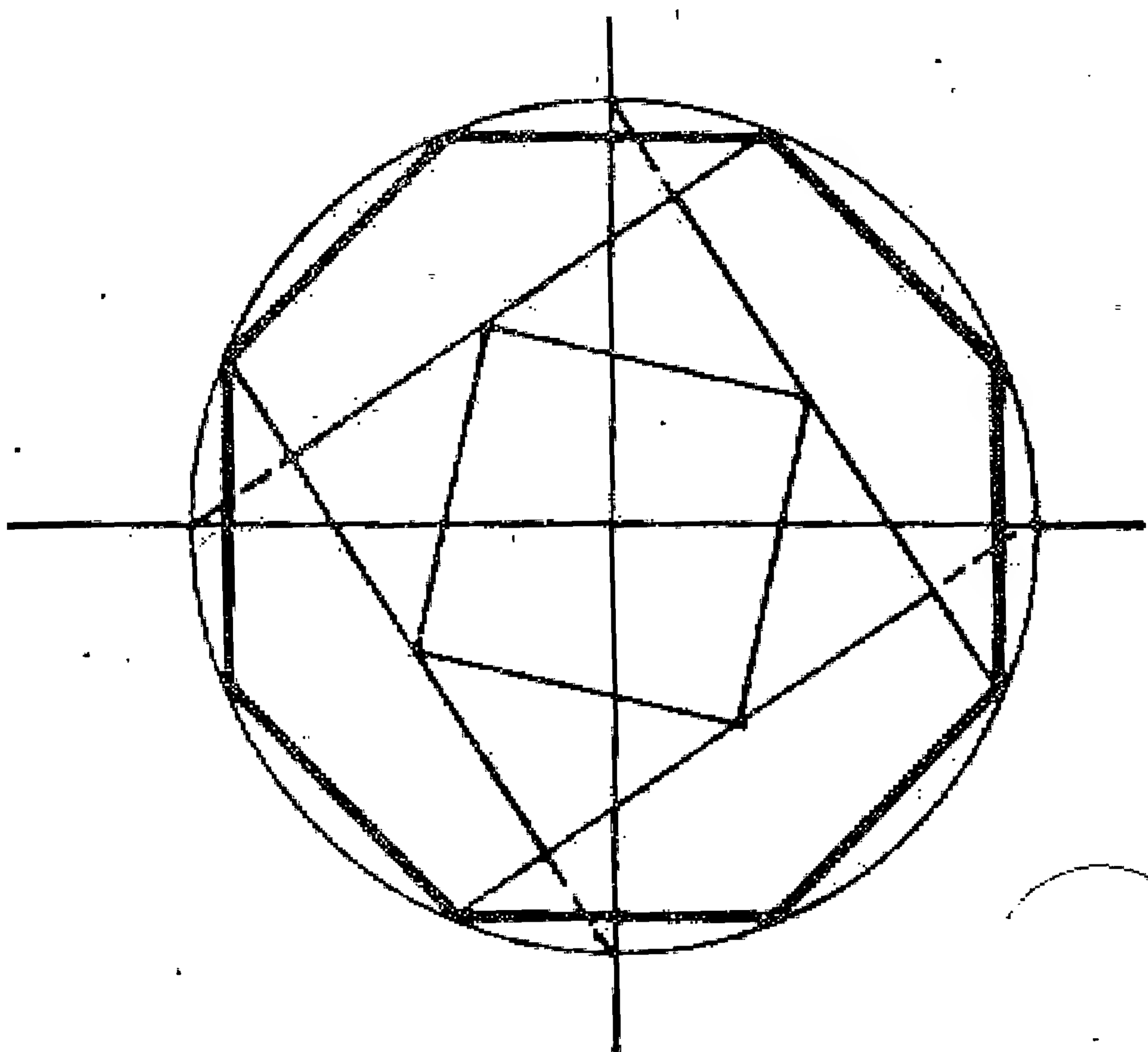


وجهی دیگر در ترسیم پنج ضلعی متساوی الاضلاع و الزوایا با فتح پرگار به اندازهٔ عمود پنج ضلعی: می خواهیم پنج ضلعی متساوی الاضلاع و الزوایایی رسم کنیم که طول عمود آن مساوی خط اب باشد. روش آن این است که پرگار را به اندازهٔ خط اب باز می نماییم و با کشیدن قوسهای خ اجـ و ط ب جـ نقاط تلاقی د، جـ را به دست می آوریم و خط جـ د را می کشیم و نقطهٔ ن را پیدا می کنیم. سپس از نقطهٔ هـ مرکزی را تعیین می نماییم و دایرهٔ بزرگ را می کشیم. بعد از نقطهٔ جـ نقطهٔ ر را به دست می آوریم و قوس خ ط را رسم می کنیم تا دو نقطهٔ خ، ط پیدا شود. و به وسیلهٔ این دو نقطه نقطهٔ ص را به دست می آوریم و دو خط ط ص و خ ص را می کشیم تا دایره را در نقاط ق، ش قطع نمایند و از آنها بر خلاف جهت یکدیگر نقاط ث و ت را معین می کنیم. همچنین دو خط ا خ و ب ط را رسم می نماییم تا با دایره در نقاط ح و س تلاقی کنند و از آنها دو نقطهٔ غ و ف و همین طور محل تلاقی دو خط ا خ و ب ط یعنی نقطهٔ م را به دست می آوریم. حال دو خط ث م و ت م را رسم می نماییم تا با دایره در دو نقطهٔ خ، ذ تلاقی کنند. حال با رسم خطوط غ ی، ی ف، ت ظ، ث ض با قطعهٔ ض ظ از خط اب پنج ضلعی ی هـ ظ ض ع ظاهر می شود که پنج ضلعی متساوی الاضلاع و الزوایای مطلوب خواهد بود. همان طور که گفته شد. والله اعلم.

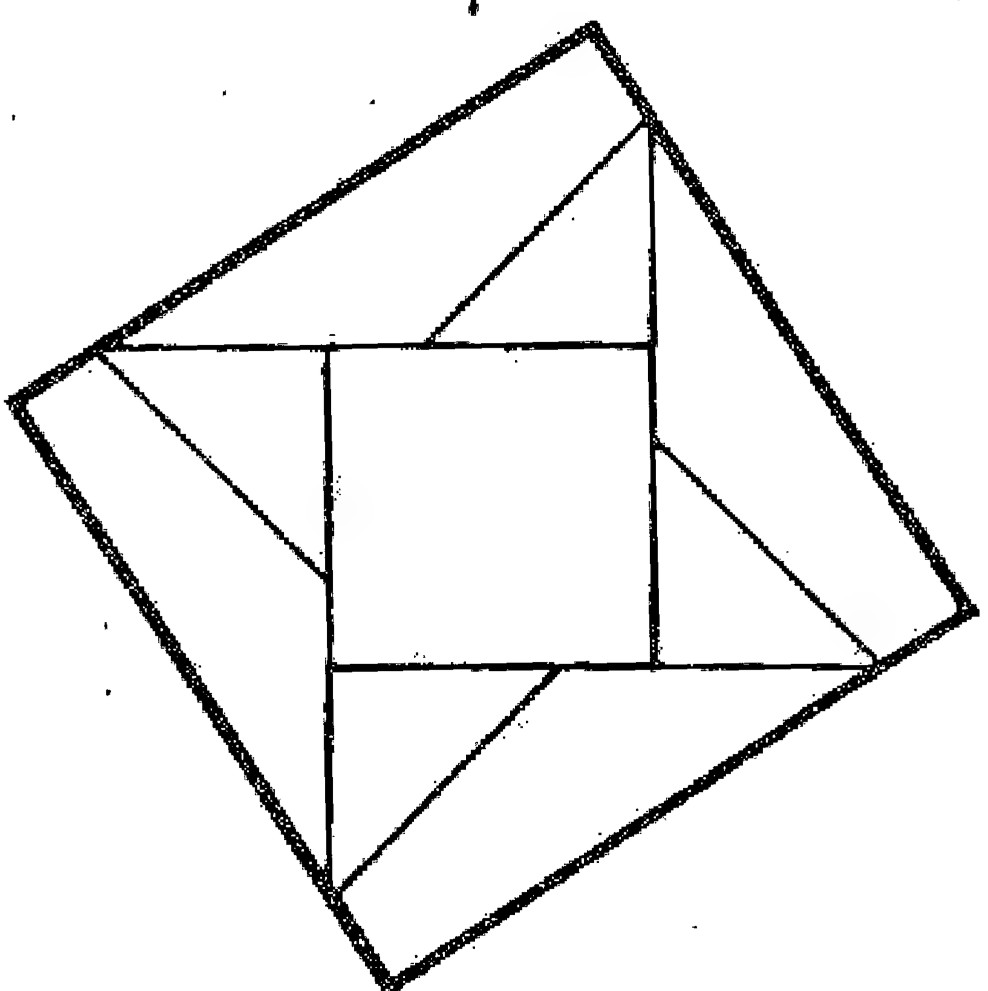
مسئلهٔ ۲۳

چنانچه از نقطهٔ هـ دو نقطهٔ ك و ل را تعیین و خط ك ل را رسم کنیم محل تلاقی آن با خط د جـ همان نقطهٔ م به دست می آید و این کار استنباطی است نه منقول.

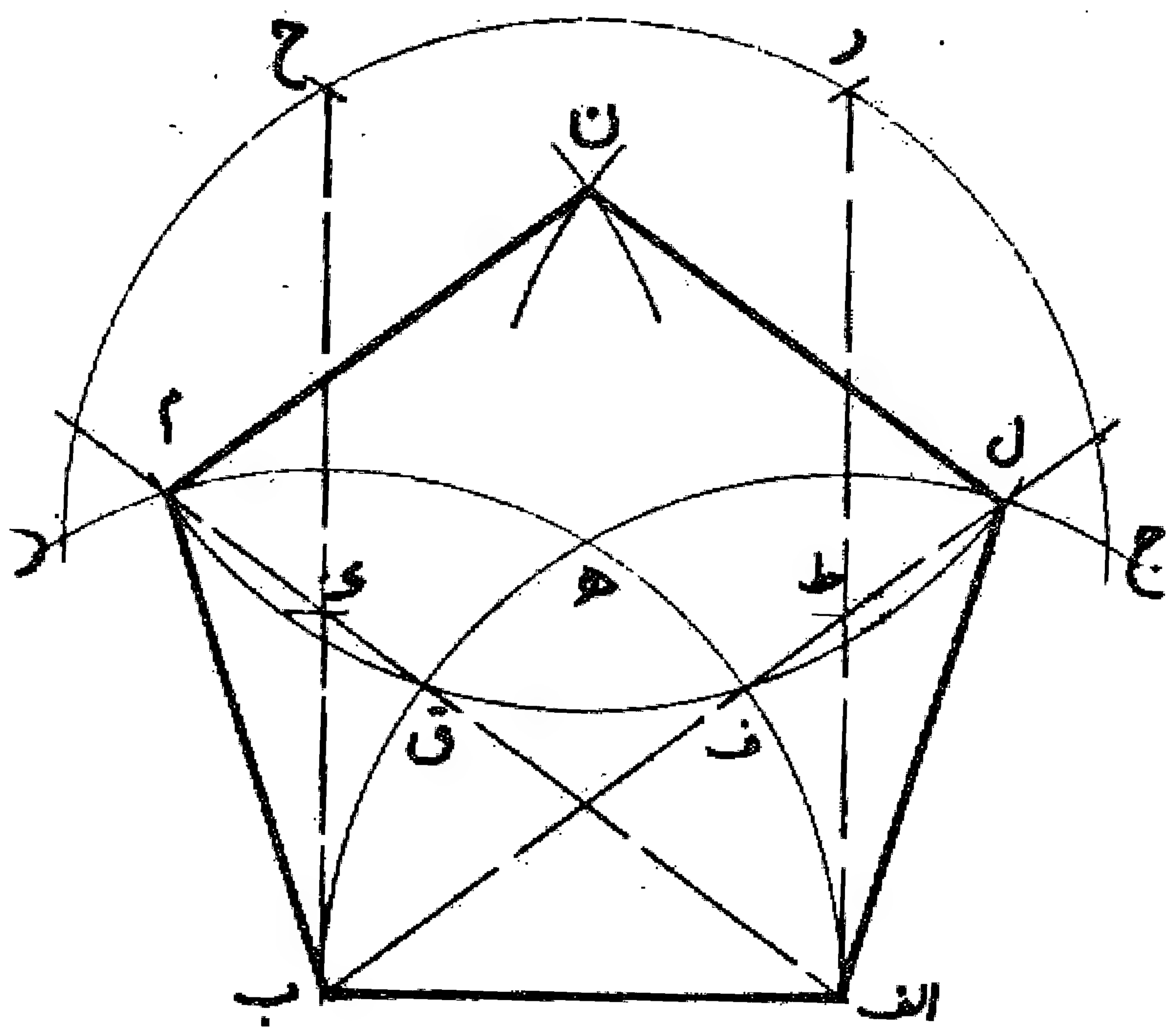
مسئلهٔ ۲۴



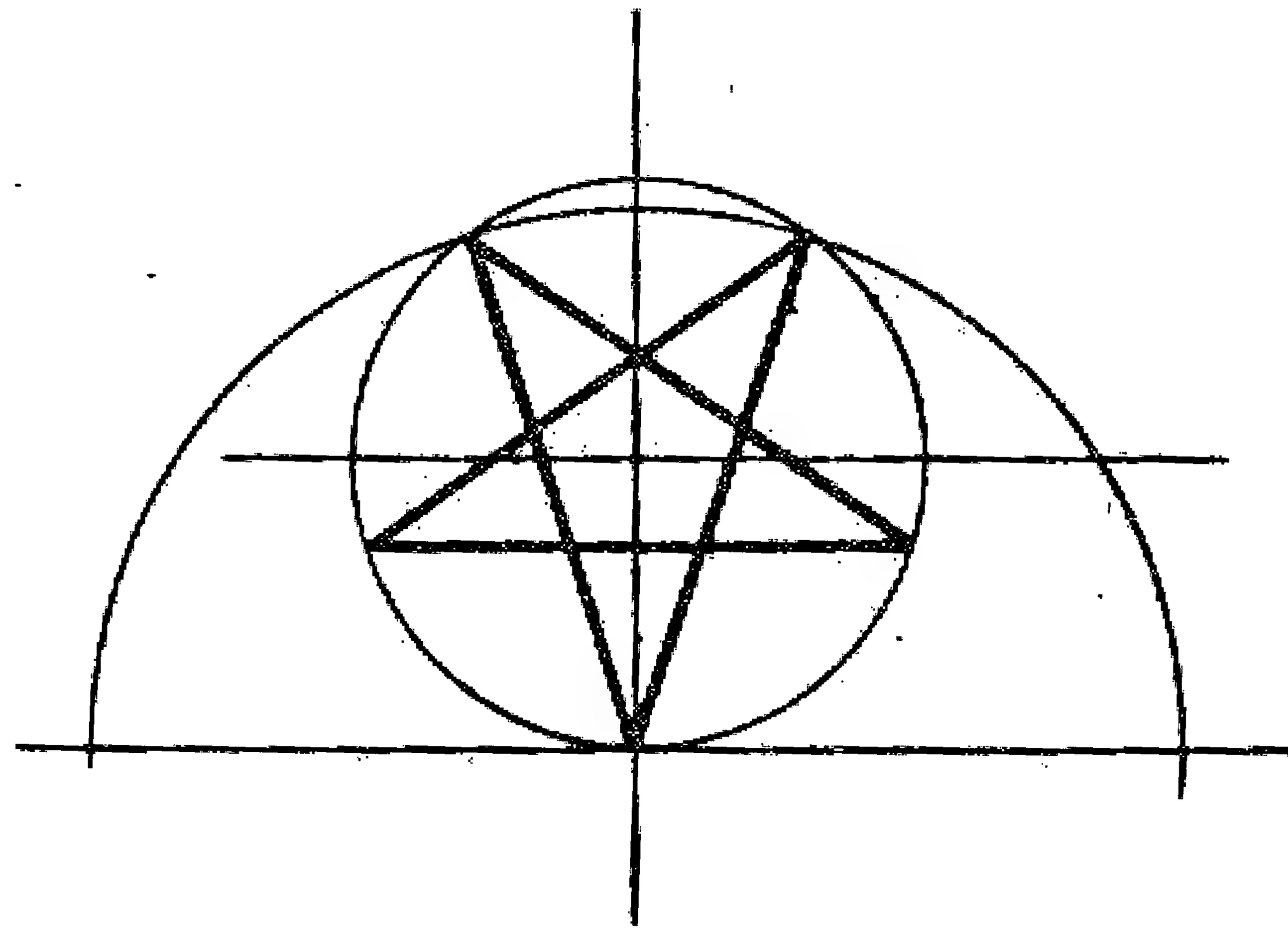
می خواهیم از یك هشت ضلعی منتظم مربعی به دست آوریم: برای این کار طبق ترسیم مقابل، هشت ضلعی را تقسیم می کنیم و قطعات حاصل را پهلوی یکدیگر قرار می‌دهیم تا مربع مورد نظر به دست آید.

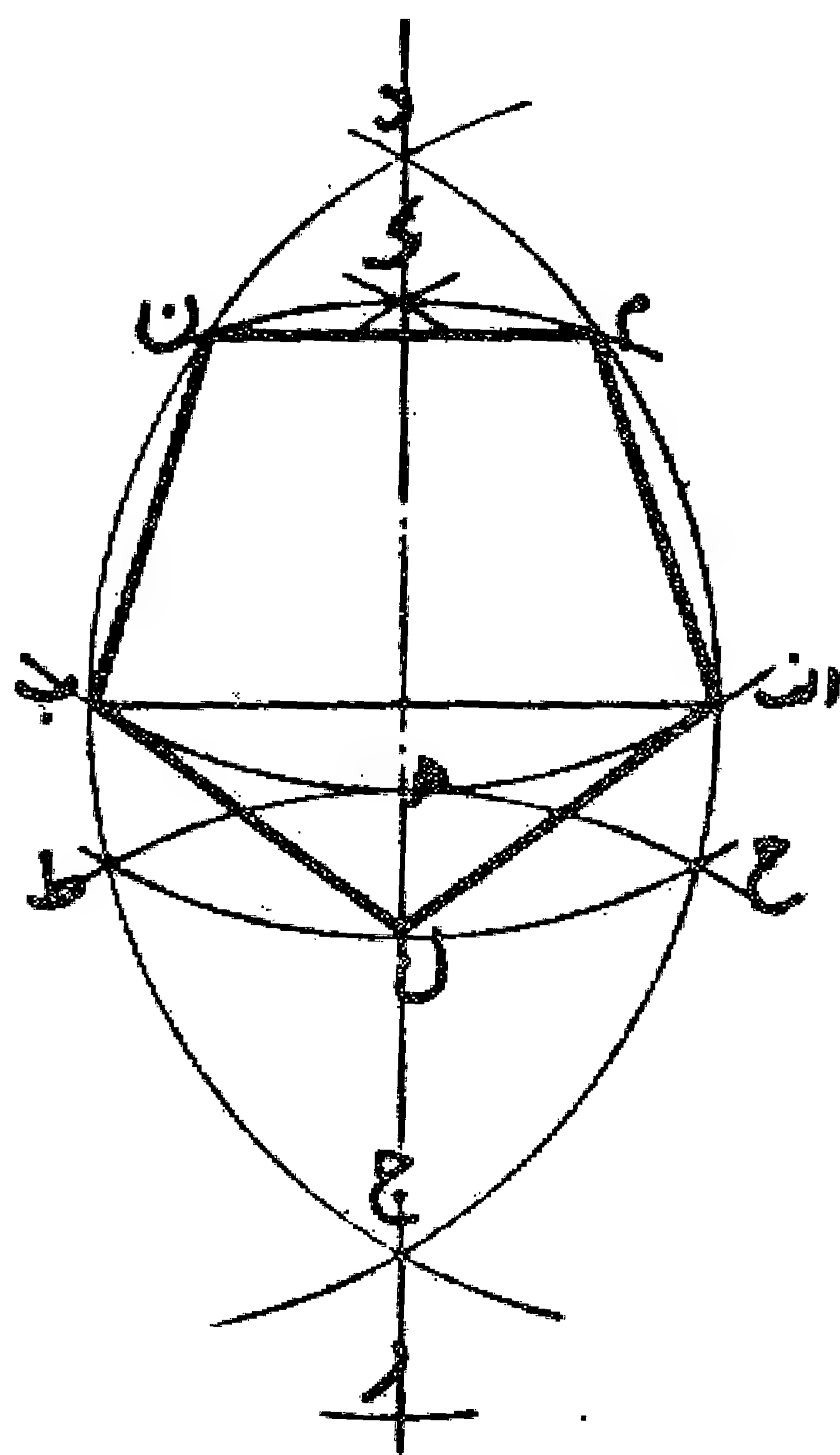


مسئلهٔ ۲۵



روش کشیدن پنج ضلعی متساوی الاضلاع والزوایا بافتح ضلع: ابتدا خط ا ب را مساوی ضلع پنج ضلعی رسم می کنیم، بعد به مرکز ا قوس ب هـ جـ و به مرکز ب قوس ا هـ د را می کشیم تا یکدیگر را در نقطهٔ هـ قطع نمایند. سپس به مرکز هـ قوس جـ ر ح د را رسم می کنیم تا دو قوس اول را در نقاط جـ، د تلاقی نماید و ازدو نقطهٔ جـ، د نقاط ر، ح را علامت می گذاریم وخطوط ا ر، ح ب را می کشیم. بعد روی این خطوط نقاط ك، ط را معین می کنیم و خطوط ا ك، ب ط را رسم می نماییم تا دو قوس اول را در نقاط م، ل قطع کنند و به مرکز نقطهٔ ل و همچنین نقطهٔ م دو قوس می زنیم و نقطهٔ ن را به دست می آوریم حال با رسم خطوط ا ل، ل ن، ن م، م ب، پنج ضلعی متساوی الاضلاع و الزوایا را رسم می نماییم. شرط صحیح بودن، آن است که قوس ل م به مرکز نقطهٔ ن از محل تلاقی دو خط ا م و ب ل با دو قوس اول یعنی نقاط ف، ق بگذرد. والله اعلم.

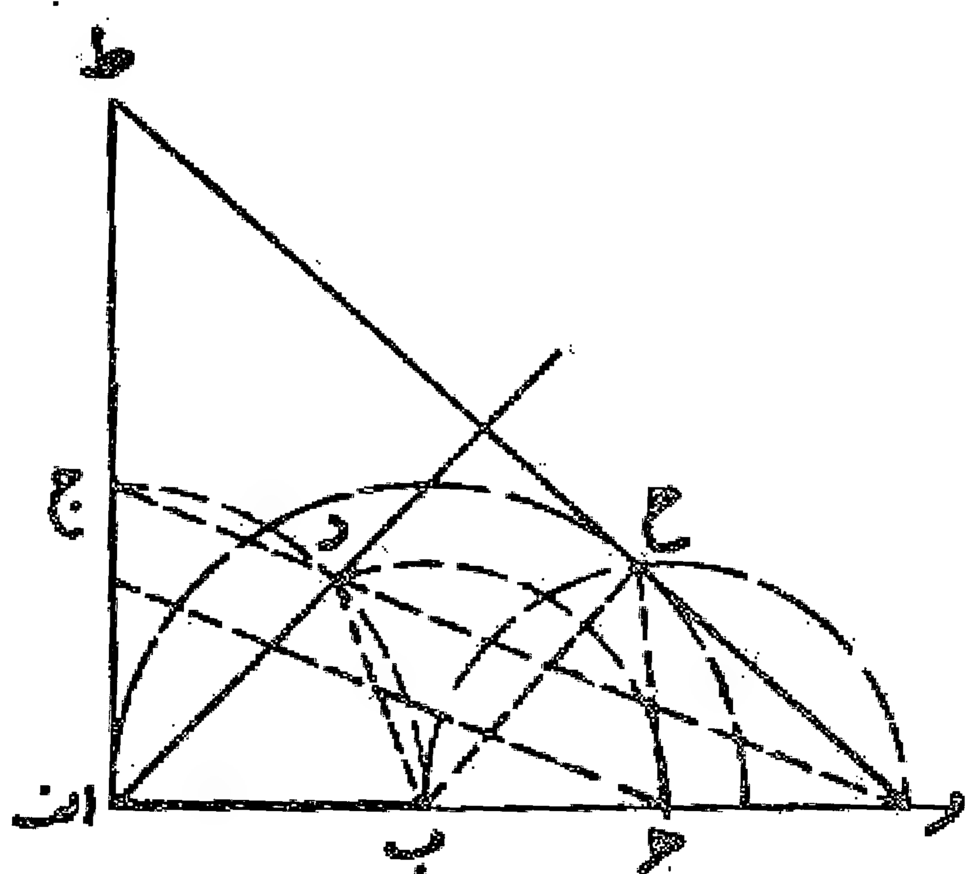




مسئلهٔ ۲۶

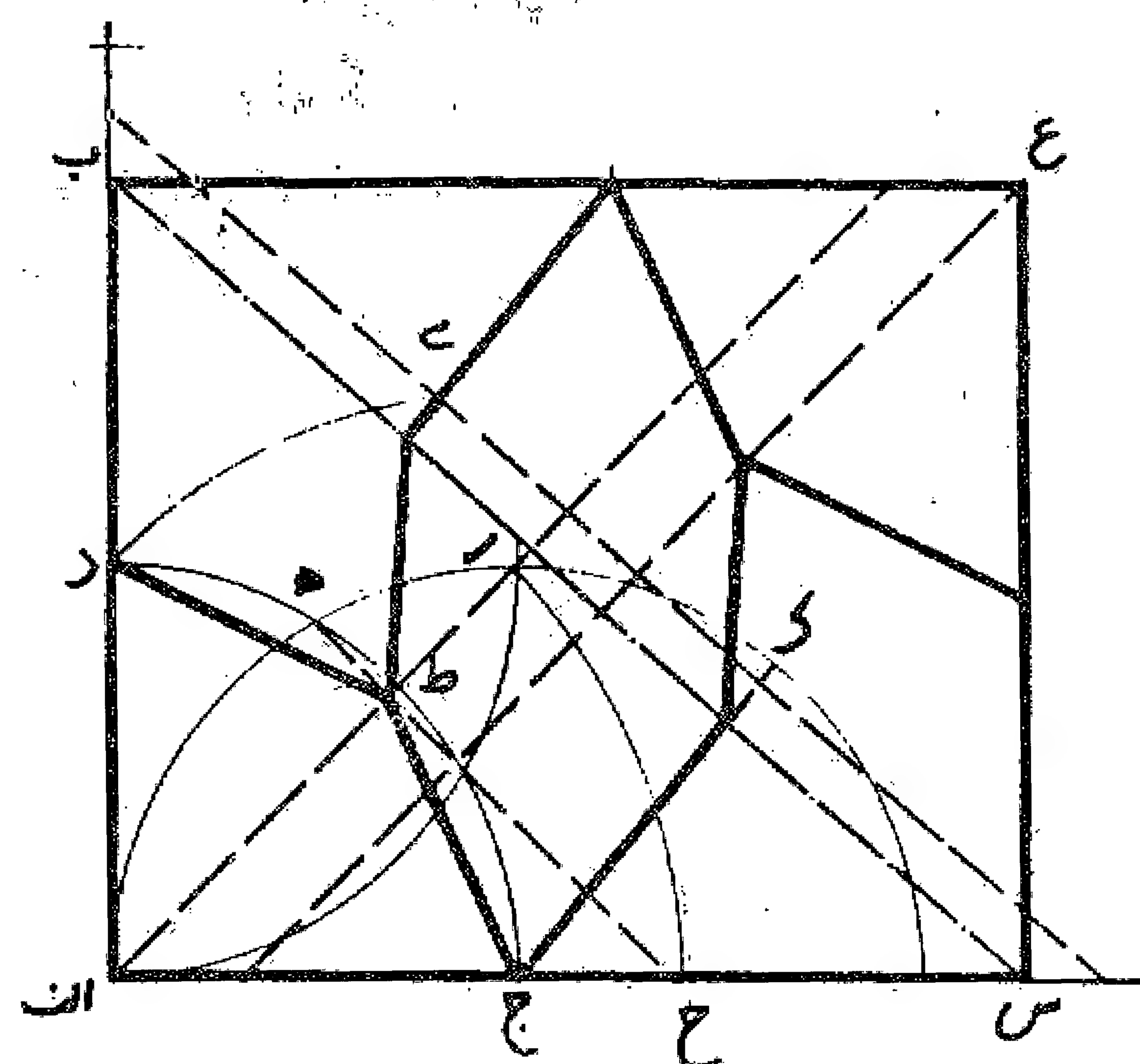
روش ترسیم پنج ضلعی با فتح قطر طبق گفتهٔ ابی بکر الخلیل التاجر: ابتدا وتر ا ب را رسم می نماییم. سپس به مرکز ا، ب دو قوس جـ ب د و جـ ا د را می کشیم و خط جـ د را رسم می کنیم. بعد از نقطهٔ د نقطهٔ هـ و از نقطهٔ هـ نقطهٔ ر و از آن، دو نقطهٔ ح، ط را نشان می نماییم و پس از آن از نقاط ح، ط نقطهٔ ك را معین می کنیم و از آنجا نقطهٔ ل را به دست می آوریم و همچنین از نقطهٔ ل نقاط م، ن را پیدا می نماییم و خطوط ا م، م ن، ن ب، ب ل، ل ا را می کشیم تا پنج ضلعی متساوی الاضلاع و الزوایا حاصل شود. بدین صورت: والله اعلم.

مسئلهٔ ۲۷



نسبت سهل: خط ا ب را به اندازهٔ مفروض رسم می کنیم و بر نقطهٔ ا زاویه‌ای قائمه می سازیم. حال برای به دست آوردن نسبت سهل بدین ترتیب عمل می نماییم. ابتدا زاویهٔ قائمه را با خط ا د به دو نیمه تقسیم می کنیم و بعد ربع دایرهٔ ب د جـ را می کشیم تا نقطهٔ د معلوم شود. سپس به مرکز ب و شعاع ب ا نیم دایره‌ای رسم می نماییم و همچنین به همان مرکز و شعاع ب د قوس د هـ را می کشیم که این قوس موازی قوس اول است. آنگاه به مرکز هـ و شعاع هـ ب قوس

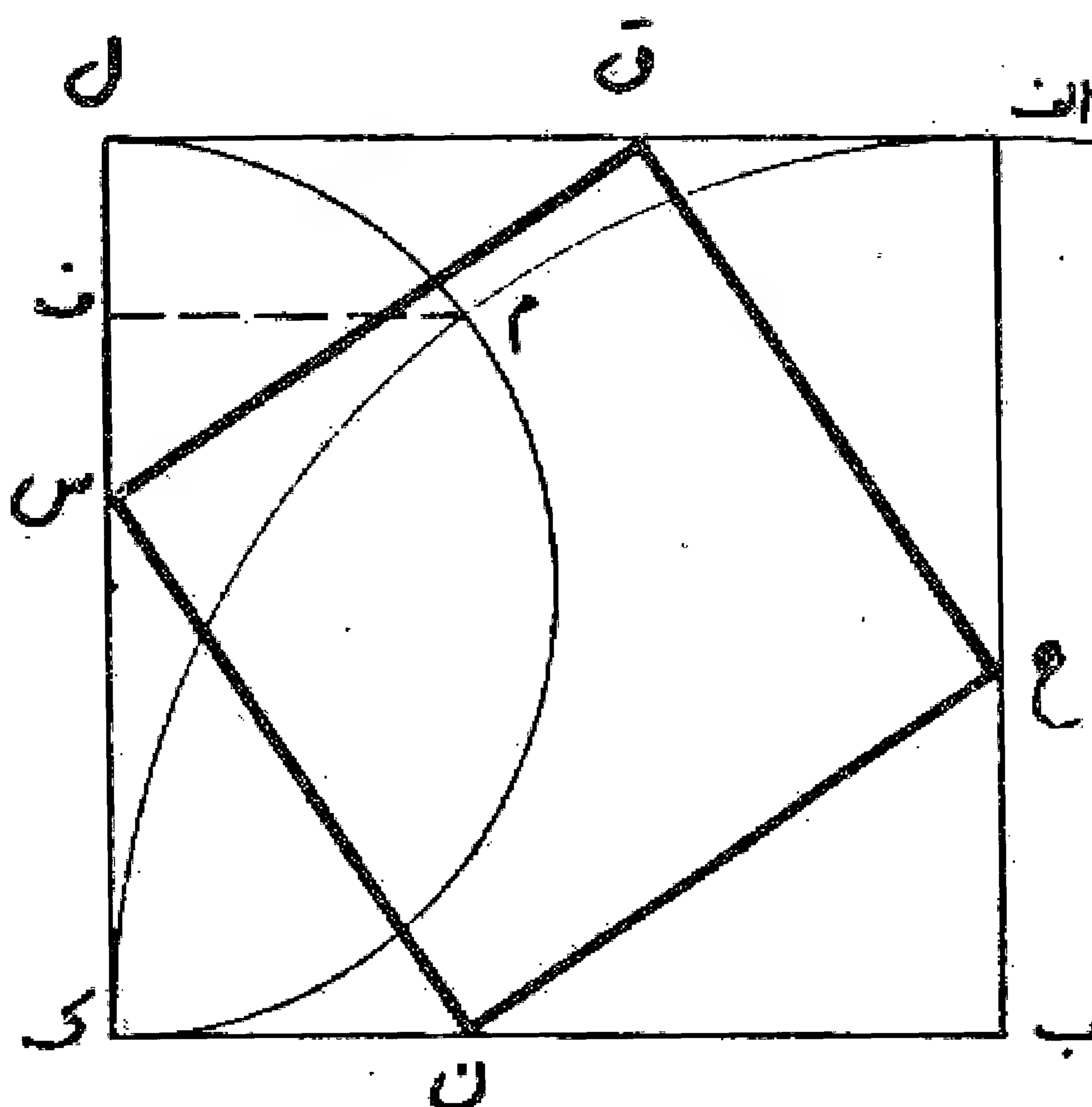
ب ح ر را می زنیم تا با قوس اح در نقطهٔ ح تلاقی کند. حال خط ر ح ط را رسم می نماییم. چنانچه طول قطعهٔ جـ ط مساوی طول قطعهٔ ر ح باشد این نسبت در این گره‌ای که کشیده شد مثلث مطلوب است. والله اعلم.



مسئلهٔ ۲۸

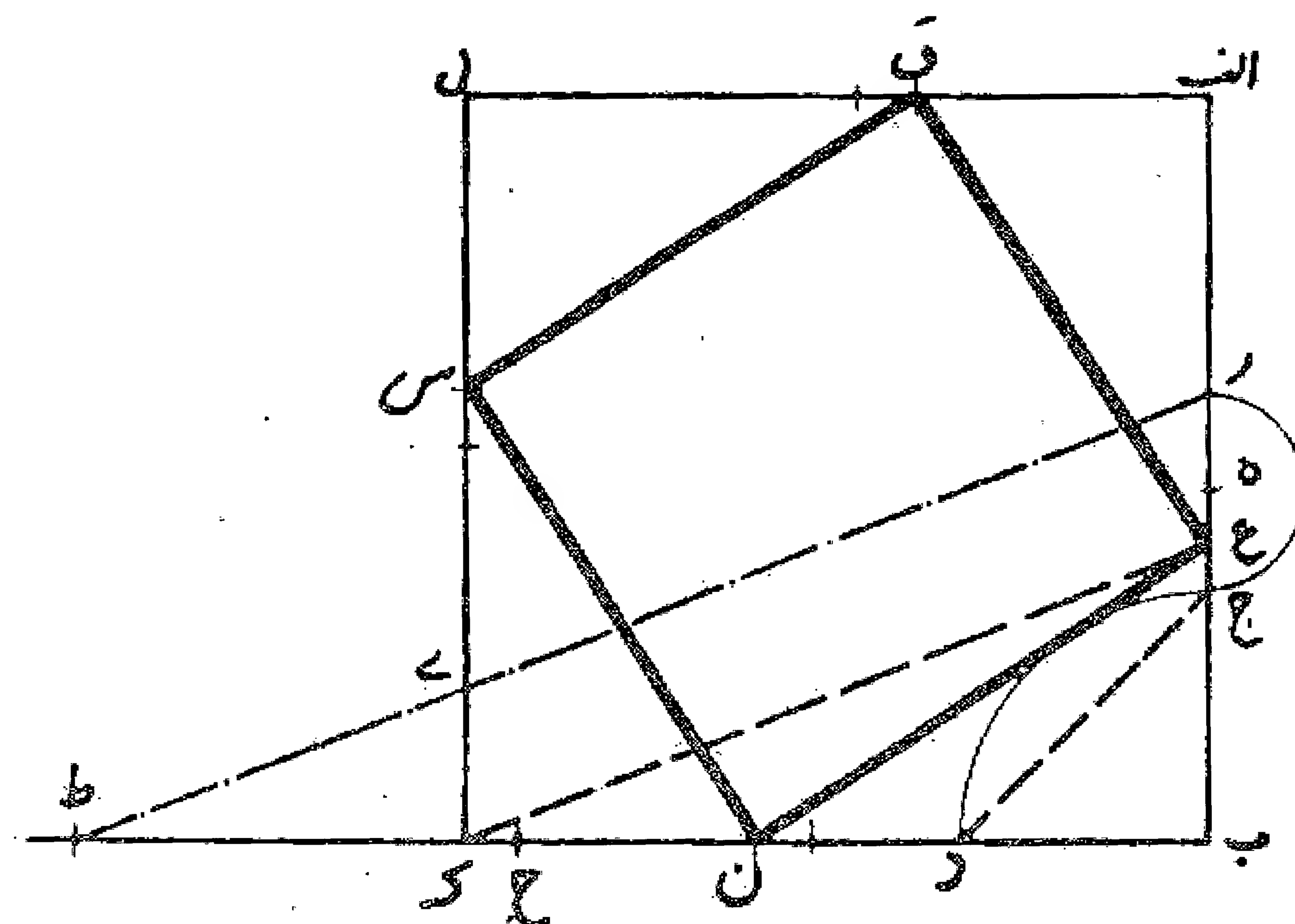
بعضی از صنعتگران این گره را چنان می کشند که طول یك ضلع را هفت قسمت و عرض آن را شش قسمت می کنند که این نسبت به نسبت گفته شده نزدیك است. والله اعلم.

نسبت طول و عرض این گره از راه هندسی از هشت ضلعی به دست می آید که طول آن نصف قطر هشت ضلعی ودوضلع و عرض آن نصف قطر هشت ضلعی باشد، یا جذر مابین مربع نصف قطر و مربع دو ضلع و قطر این گره نصف قطر هشت ضلعی به اضافهٔ جذر مابین مذکور باشد. والله اعلم.



مسئلهٔ ۲۹

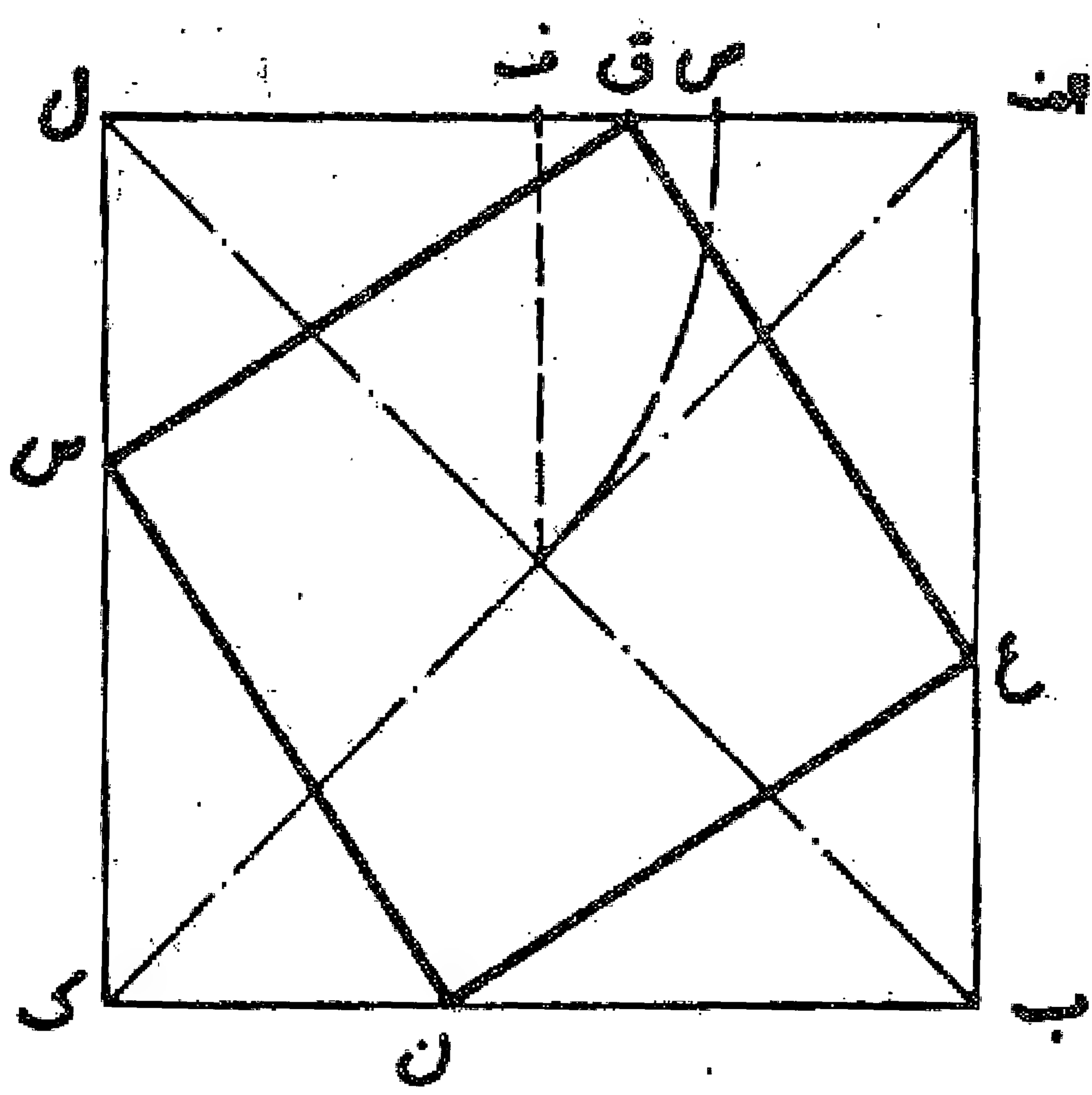
در این شکل دو نوع نسبت است یکی دایره ای و دیگری خطی. نوع اول یعنی دایره ای بدین ترتیب است که اول ربع دایرهٔ ا م ك را رسم می نمایند و بعد نیم دایره ای به قطر ل ك می کشند تا قوس اول را در نقطهٔ م تلاقی کند. سپس از محل تلاقی، عمود م ف را رسم می نمایند و طول قطعهٔ ل س را مساوی آن جدا می کنند که این مطلوب است.



مسئلهٔ ۳۰

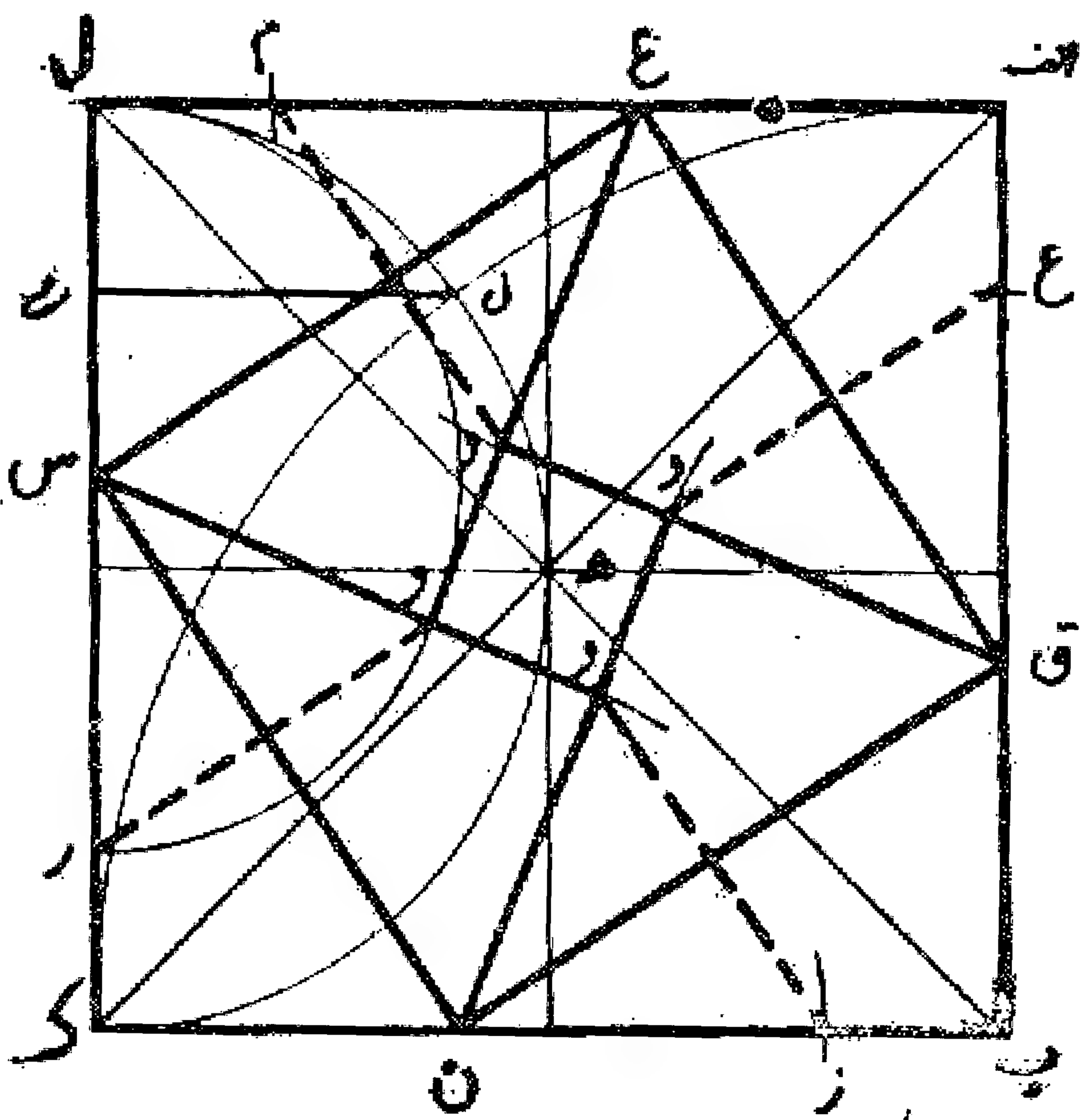
وجهی دیگر: ابتدا به مرکز ب ربع دایرهٔ جـ د را می کشیم و بعد مقدار ب هـ را مساوی وتر جـ د جدا می کنیم، سپس مقدار ر هـ را مساوی هـ جـ معین می نماییم. آنگاه قطعهٔ د ح را مساوی ب ر و ح ط را مساوی د ح جدا می کنیم و خط ر ط را می کشیم تا ضلع ل ك را در نقطهٔ ی قطع نماید. حال از نقطهٔ ك خط ك ع را موازی ر ی رسم می کنیم که در این صورت، مقدار ب ع ضلع مطلوب است.

مسئلهٔ ۳۱



نوعی دیگر: نقطهٔ ف وسط ضلع ال را به دست می آوریم و سپس مقدار ل ص را مساوی نصف قطر مربع جدا می کنیم. نقطهٔ ق وسط قطعهٔ ص ف نقطهٔ مطلوب و مقدار ا ق ضلع مطلوب است.

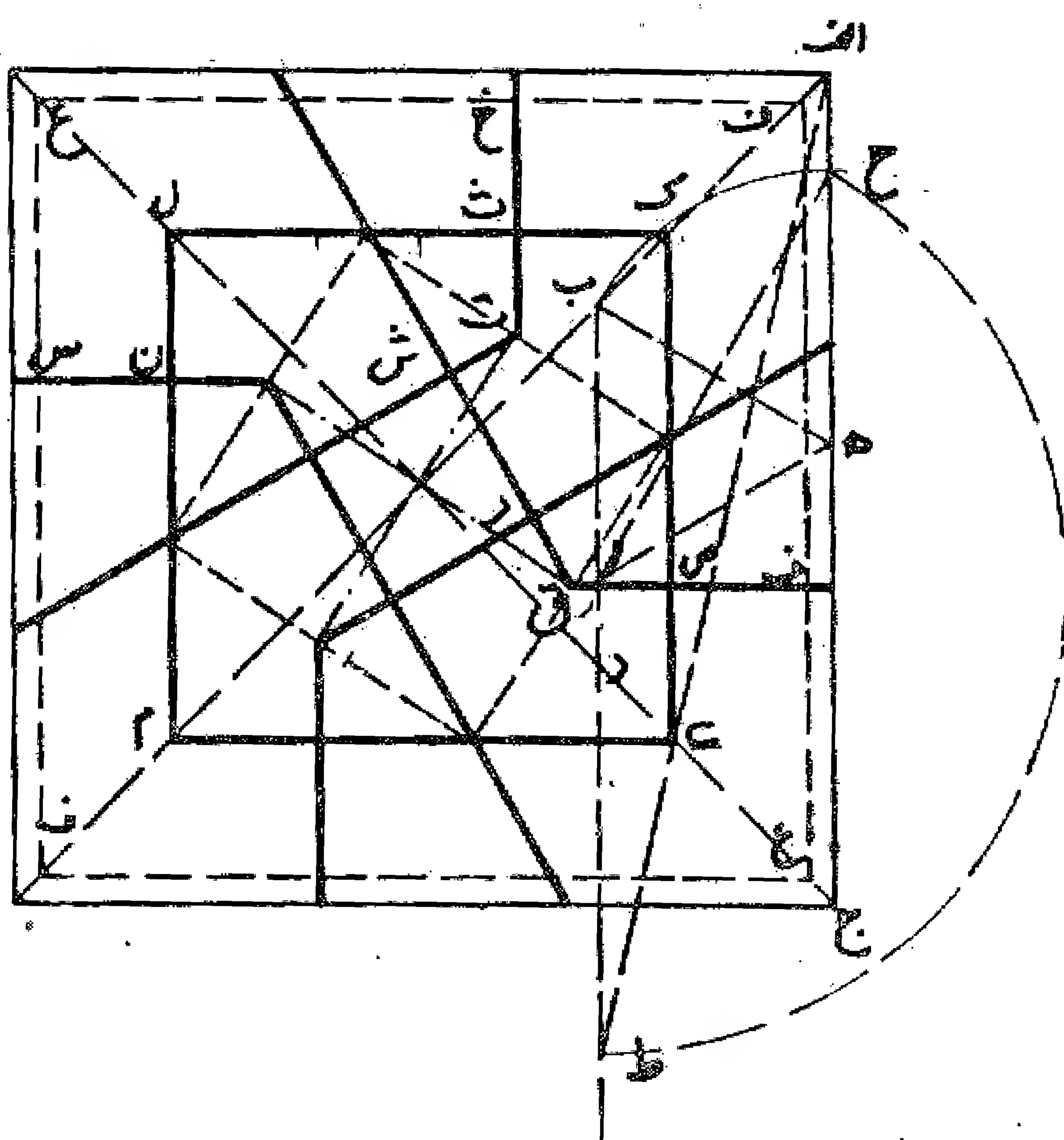
مسئلهٔ ۳۲



برای رسم گره کافی است پس از کشیدن مربع س ن ق ع از نقطهٔ س نیم دایره ای به شعاع ل س رسم کنیم و از محل تلاقی آن با ضلع ل ك عمودی بر ضلع س ن بکشیم تا نیم دایره را قطع نماید و سپس از آن نقطه به نقطهٔ س وصل کنیم و کار را نسبت به بقیهٔ رأسها تکرار نماییم تا گره به دست آید.

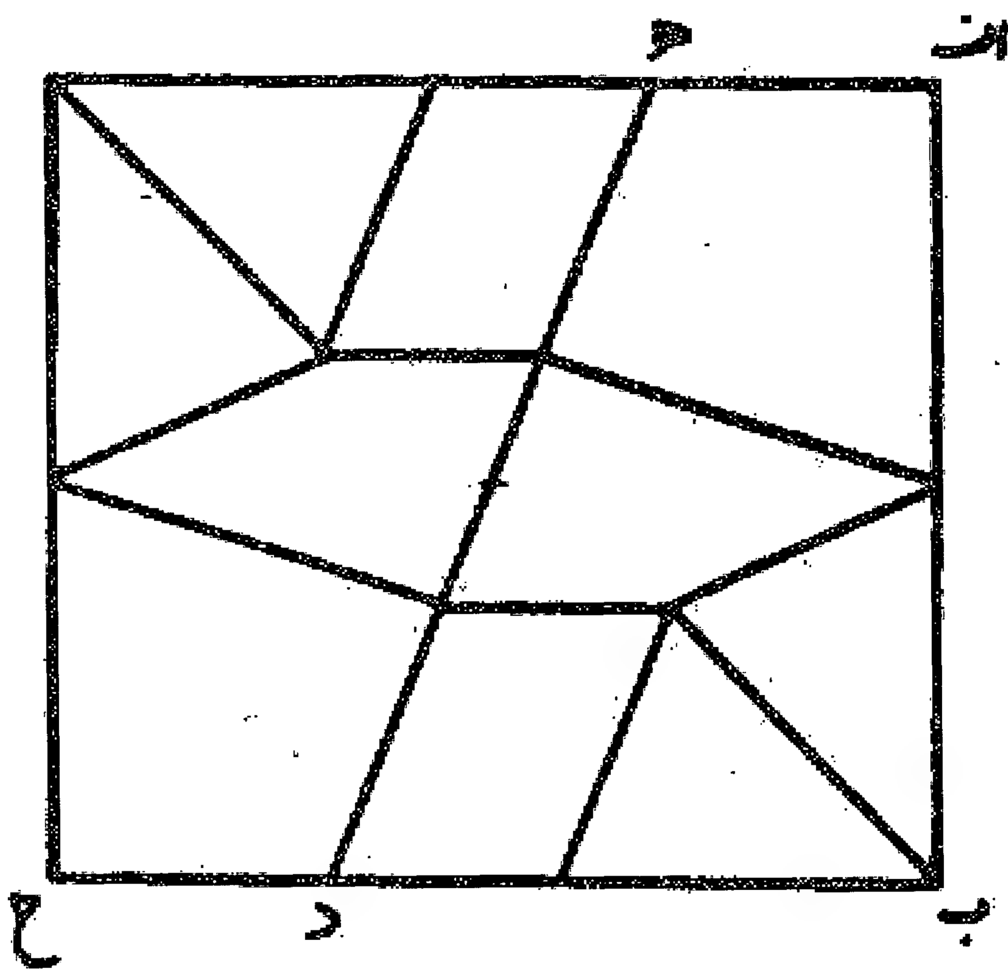
فصل ـ بعض از هندسه دانان بر آن بودند که به ترتیبی گره را رسم کنند که فاصلهٔ بین دو مربع متوازی، مساوی ضلع مربع وسط باشد. نسبت آن چنین است که مربع ع ف مفروض است. این گره باید به طریقی کشیده شود که طولهای ف ص، ص ق، ق ر، رش، ش ت، ت ث، ث خ مساوی باشند. بدین ترتیب خط ق ت مساوی جذر پنج و ضلع مربع داخلی دو به اضافهٔ جذر پنج و ضلع مربع خارجی چهار به اضافهٔ جذر پنج خواهد بود و چنانچه از این دو مربع یکی معلوم باشد دیگری به نسبت وی معلوم می شود. والله اعلم

مسئلهٔ ۳۳



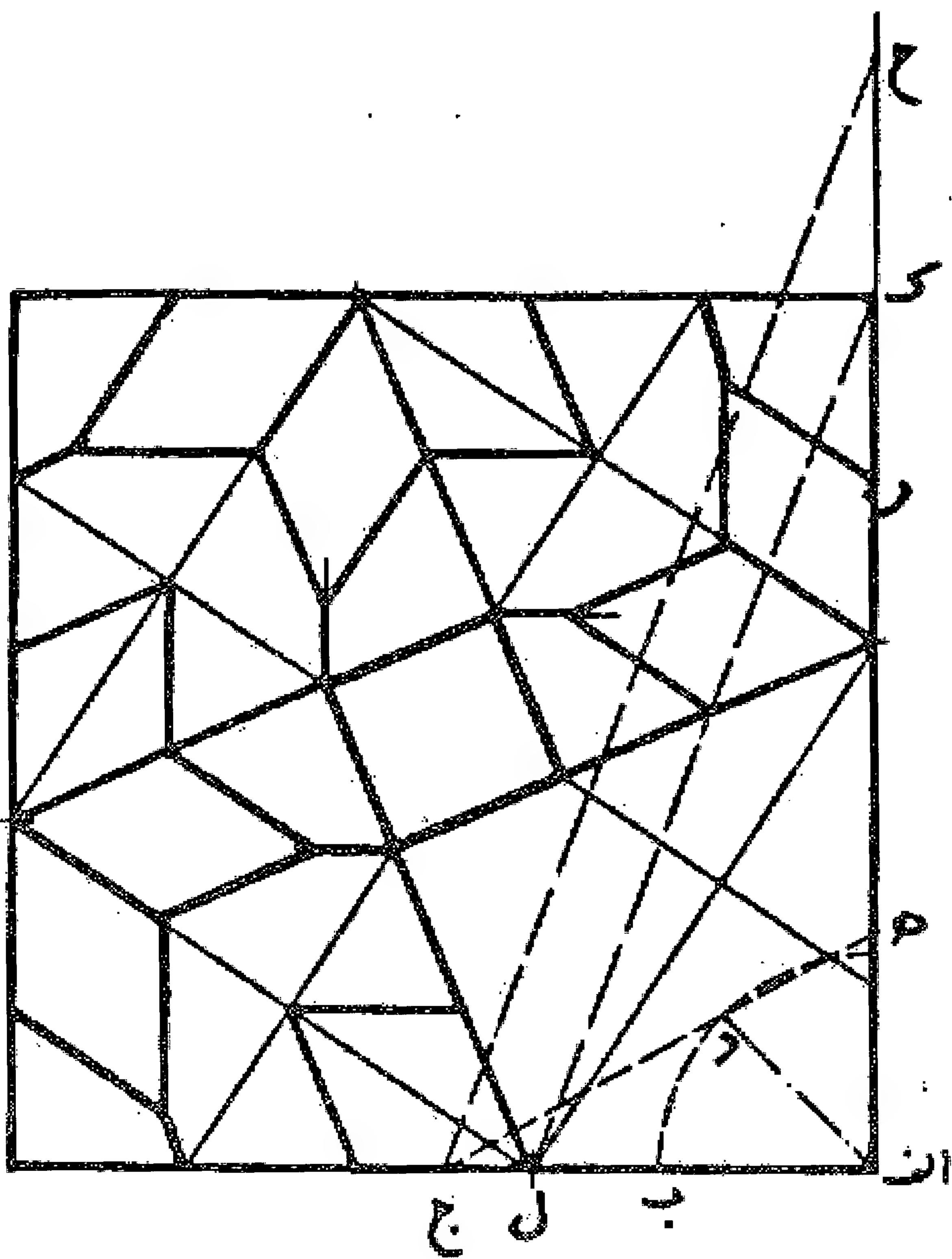
روش کشیدن و نسبت این گره: در مربع مفروض ابتدا از دو نقطهٔ ا و جـ دو منصف الزاویهٔ ا ب و جـ د را رسم می نماییم و بر روی آنها طول اب را مساوی جـ د انتخاب و خط ب د را رسم می کنیم. سپس بر روی خط ب د مثلث متساوی الاضلاع ب ر هـ را به نحوی می کشیم که رأس هـ روی خط ا جـ و ضلع ب ر روی خط ب د قرار گیرد، پس از آن، نقطهٔ هـ را مرکز قرار می دهیم و به شعاع هـ ب نقطهٔ ح را روی خط ا جـ تعیین می نماییم و خط ح ر را می کشیم و بعد به مرکز ر و شعاع ر ح نقطهٔ ط را روی خط ب د معین و خط ا ط را رسم می کنیم. محل تلاقی این خط و خط جـ د یعنی نقطهٔ ی رأس

مربع داخلی است و خطی ك را موازی اجـ می کشیم و مربع ی ك ل م را تمام می نماییم و چون این مربع معلوم شد در داخل آن چهار ترنج قرار می‌دهیم و عمل را تمام می کنیم. استادان نسبت این گره را امتحان کرده اند و ابی بکر الخلیل امتحان کرده و بـه چـند روش عمل نموده که یکی از آنها راه حلی است که شرح داده شد. والله اعلم.



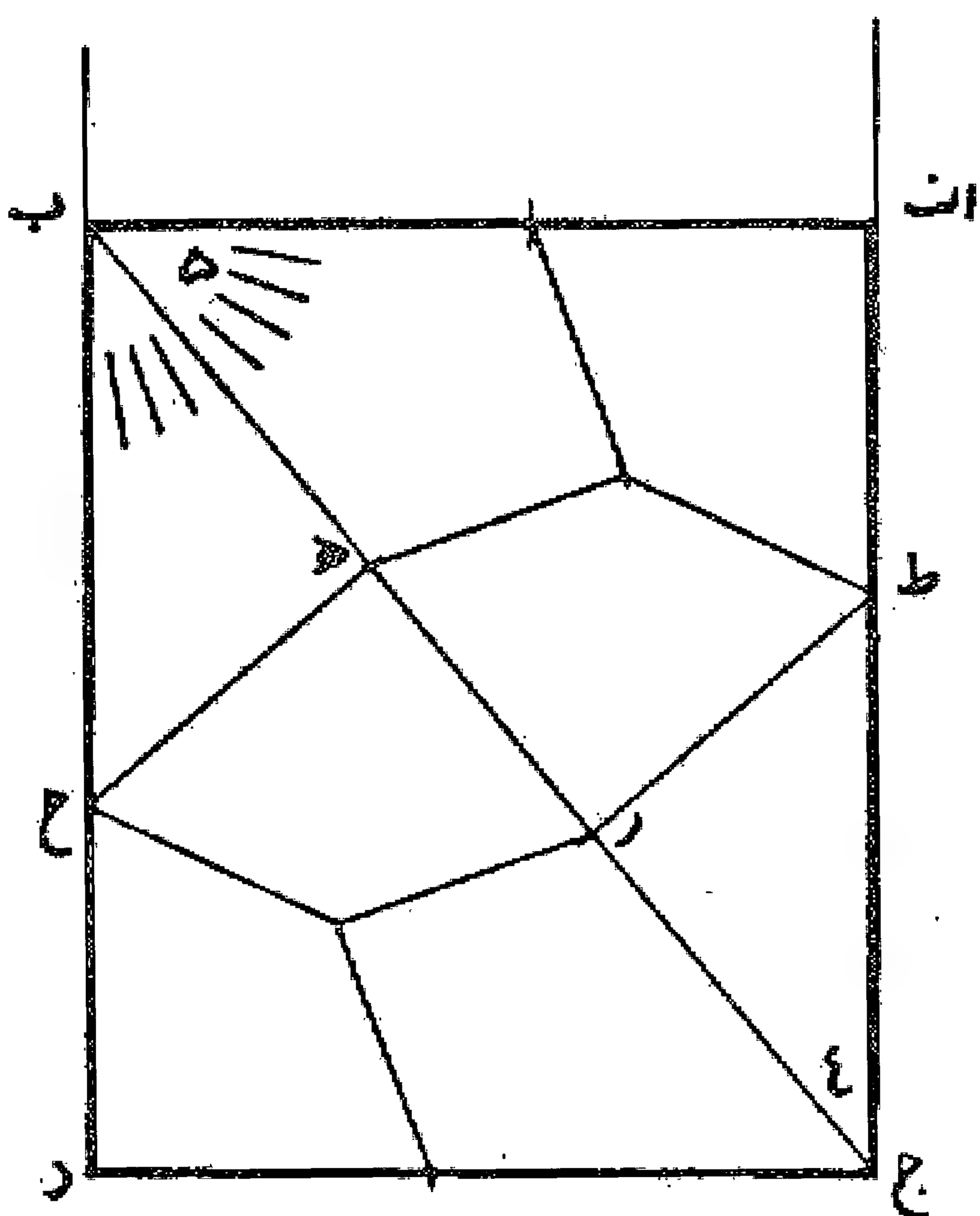
مسئلهٔ ۳۴

در این گره ضلع ا ب دو واحد و طول ب جـ و خط هـ د هر کدام جذر پنج است.



مسئلهٔ ۳۵

خط ا د منطبق بر قطر مربع و مقدار ا ب مساوی ب جـ مساوی ا د است. نقطهٔ هـ محل تلاقی خط جـ د با ا ك و مقدار هـ ر مساوی ر ح، مساوی ا جـ است. خط ح جـ را می کشیم و از نقطهٔ ك خطی به موازات آن رسم می کنیم تا نقطهٔ ل به دست آید، این نقطهٔ رأس مربع داخل است و مقصود حاصل می شود. بدین صورت که کشیده شد. والله اعلم.

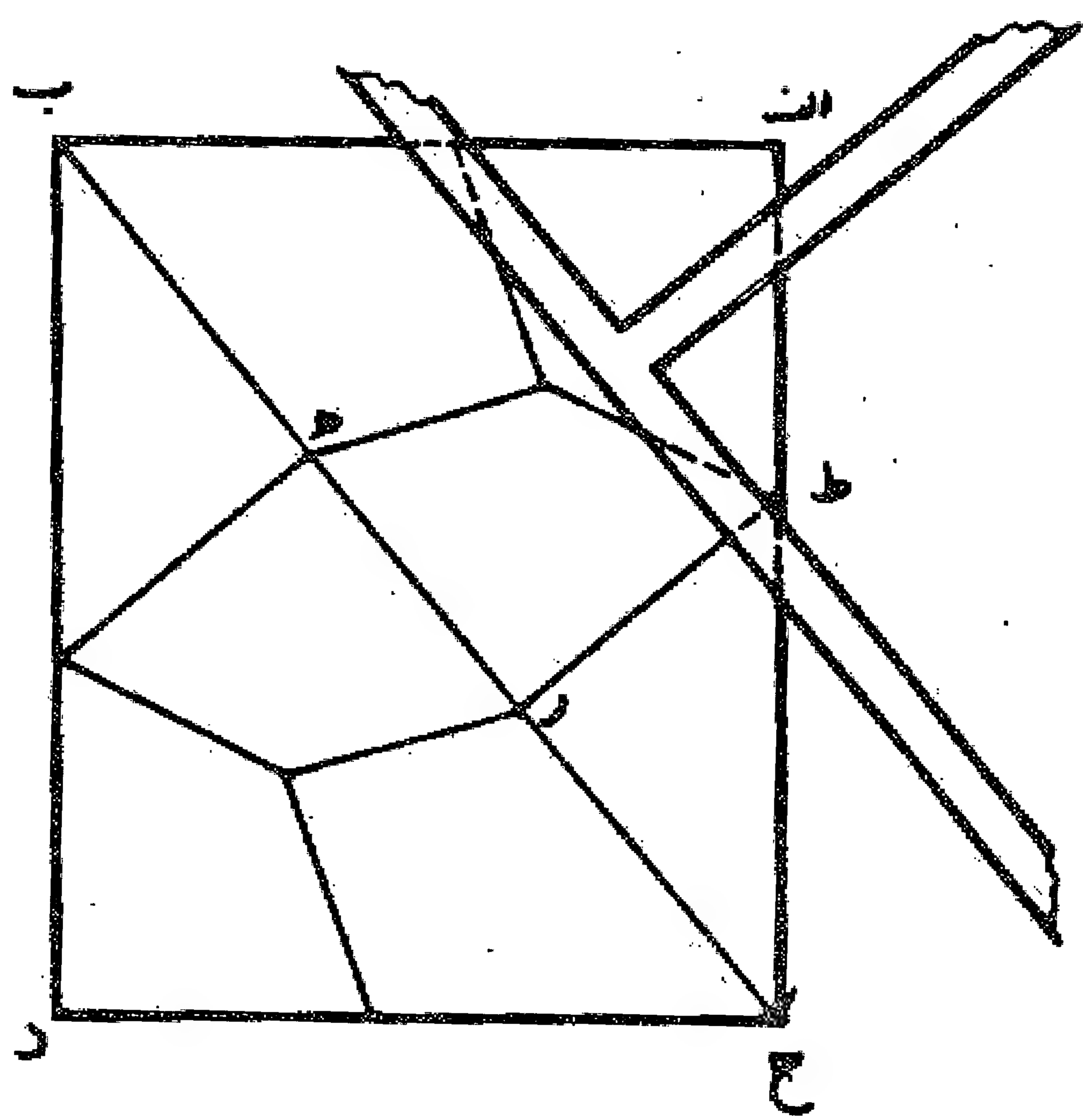


مسئلهٔ ۳۶

در روشی برای رسم این گره به تقریب پیدا کرده ایم که هر گاه زاویهٔ قائمه را به نه قسمت مساوی تقسیم کنیم چهار قسمت آن زاویهٔ ا جـ ب و پنج قسمت آن زاویهٔ ا ب جـ خواهد بود و این نزدیك ترین تقریب است.

مسئلهٔ ۳۷

حال روش نسبت این گره را با استفاده از خط کش گونیا می گوییم:
این گره در خانهٔ ا ب د جـ قرار دارد و باید ترنج ا ب ر ط مانند ترنج د جـ هـ ح باشد و چون این طور باشد دو ضلع ب ر و جـ هـ مساوی یکدیگر



می باشند و چون از هر دو، مقدار هـ ر کسر شود، مابقی یعنی جـ ر مساوی ب هـ می گردد. دیگر اینکه چون در ترنج د جـ هـ ح ضلع هـ جـ مساوی جـ د است پس ضلع هـ ح هم مساوی ح د و زاویهٔ هـ نظیر زاویهٔ د قائمه می باشد وهمچنین هـ ر مساوی هـ ح شود و چون این مقدمه معلوم شد فرض می کنیم که از خانهٔ گره ضلع جـ د معلوم است و ضلع د ب مجهول و می خواهیم آن را به دست آوریم «آنگه مسطره برداریم و از نقطهٔ د بر مسطره مقدار د ك و ط به هر فتح که خواهیم متساوی نشان کنیم و حرف بزنیم آنگه به همین مقدار که بر مسطره نشان کرده ایم در خانه عقد از زاویه د نقطهٔ م و ن نشان کنیم بر ضلع د جـ د ب آنگاه مسطره برداریم و حرف ط که بر طرف قائمه است بر حرف ق نهیم منطبق نقطه بر نقطه آنگه بر ین نقطه مسطره از چپ و راست حرکت می دهیم چندانك از طرف مسطره مقدار س د مثل ك ع گردد و نقطهٔ ط از نقطهٔ ن مفارقت نکند. آنگه خط س ح بکشیم ودر سطح از نقطهٔ جـ که معلوم است خط جـ ب موازی س ع به در بر یم وخط ب جـ نسبت س د، د ك، ك ع قسمت کنیم که چون بر مسطره که موازی جـ ب مقدار س د مثل ك ع است و ك د مثل د ط، ط د است از خط جـ ب مقدار ب هـ مثل ر جـ بود و هـ ر و ح د و مقصود این است.[3] والله اعلم».

مسئلهٔ ۳۸

«واگر خواهد که خاتم چهار نیز در این عقد باشد از نقطهٔ ط خط ۴ بر دو نقطه م بگیرد بر قائمهٔ ب ر و خط م ل موازی ا ب بکشد والله اعلم».

مسئلهٔ ۳۹

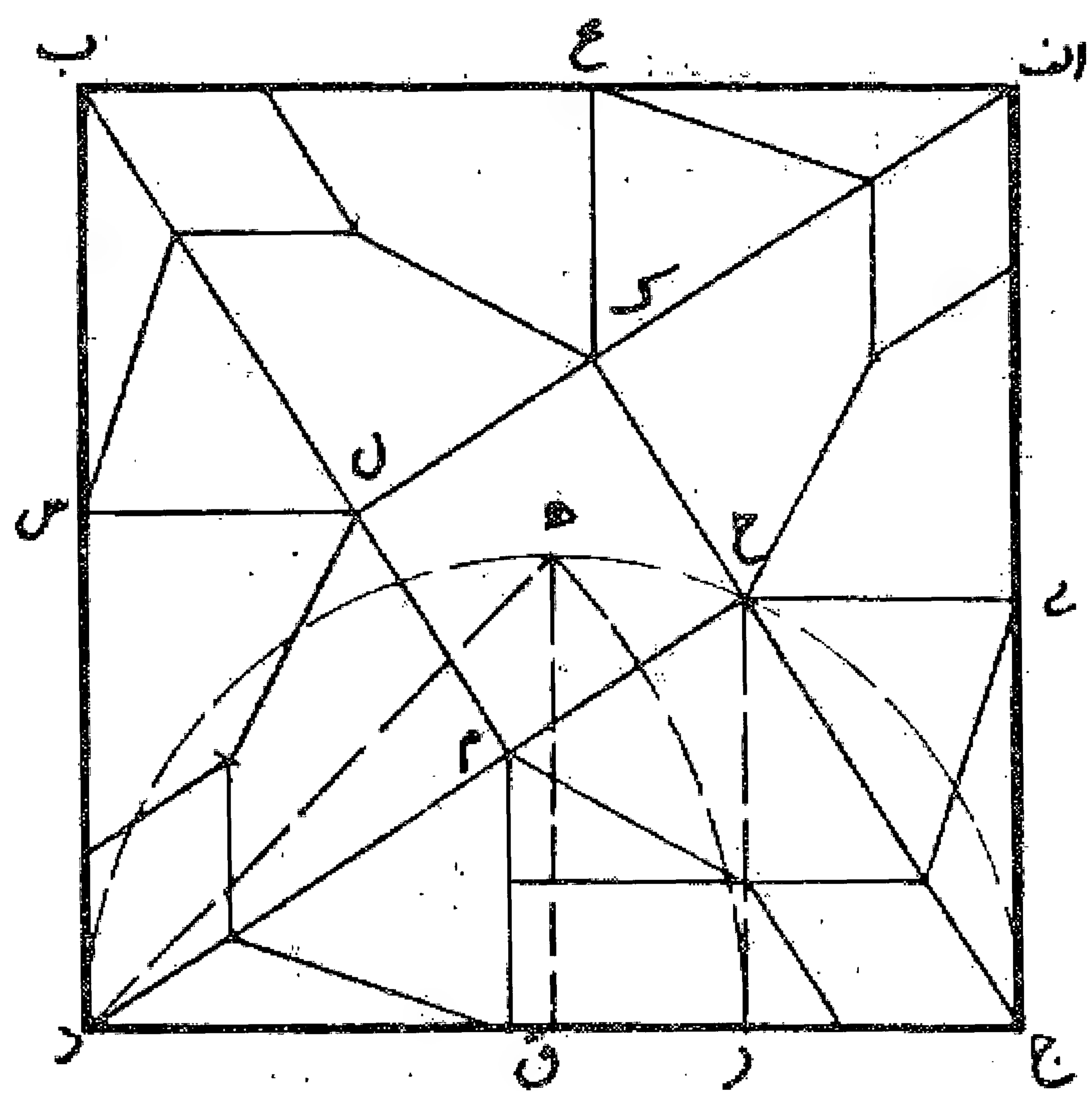
فصل - روش ترسیم این گره آن است که بر خط ا ب دو خط قائمهٔ ا ل و ب م را می کشیم و بعد از زاویهٔ ا خطی با زاویهٔ ۴ و از نقطهٔ ب خطی با زاویهٔ ۶ رسم می نماییم تا یکدیگر را در نقطهٔ جـ قطع نمایند. آنگه از نقطهٔ د روی ضلع ا ب به اندازهٔ ا جـ جدا می کنیم و از نقطهٔ ب روی خط ب هـ نقطهٔ هـ را نشان می کنیم و بعد دو خط جـ د و جـ هـ را وصل می نماییم و سپس بر روی خط جـ هـ هفت ضلعی جـ هـ ط ر ح را رسم می نماییم به طوری که خط جـ هـ قاعدهٔ آن باشد. حال از نقطهٔ ح خط ح ك را موازی ا ل می کشیم به طوری که مساوی هـ ی باشد. یعنی نصف هـ د و از نقطهٔ ك خط ل ك م را موازی ا ب کشیده عمل را تمام می نماییم. والله اعلم.[4]

مسئلهٔ ۴۰

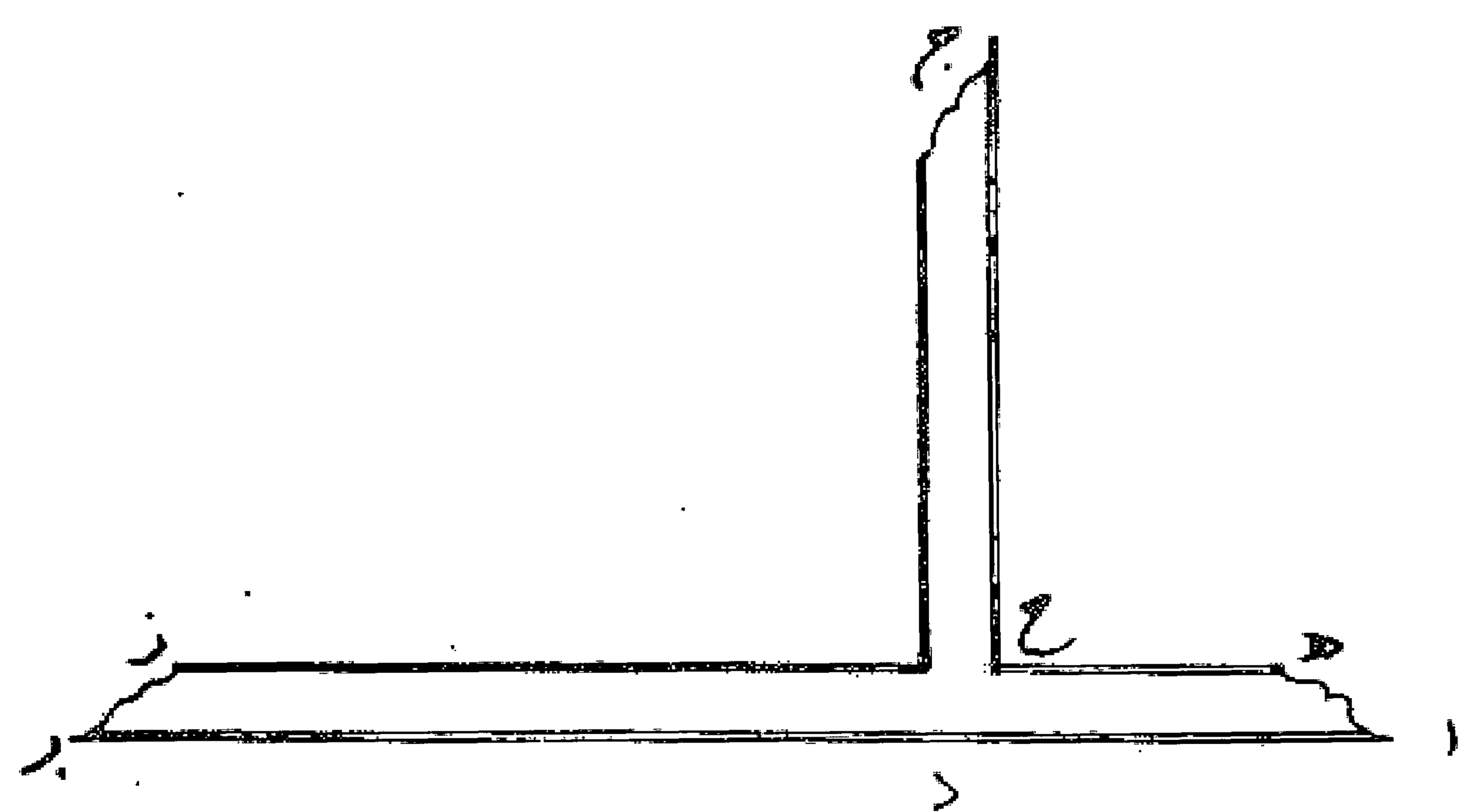
نسبت این گره هم نیز از مخروطات است که در اینجا مقصود روش کشیدن مثلثی است قائم الزاویه که عمود آن مثلث به ضلع کوچك مثلث مثل وتر زاویه بود و ابن هیثم در روش کشیدن این مثلث رساله ای گفته است و روش او در منتسب قطاع مخروطات زاید و مکافی گفته است. اما اینجا با

---

۳. قسمت یاد شده در«.....» قسمتی است که چون با شکل تطبیق داده نمی شد فعلا به طور امانت عیناً تکرار شد تا بعداً چنانچه موفق به حل گردید، اصلاح شود. ۴. این مسئله نیز عیناً از نوشتهٔ استاد کوبنانی آورده شد تا بعداً مطابق اصطلاح روز بازنویسی گردد.



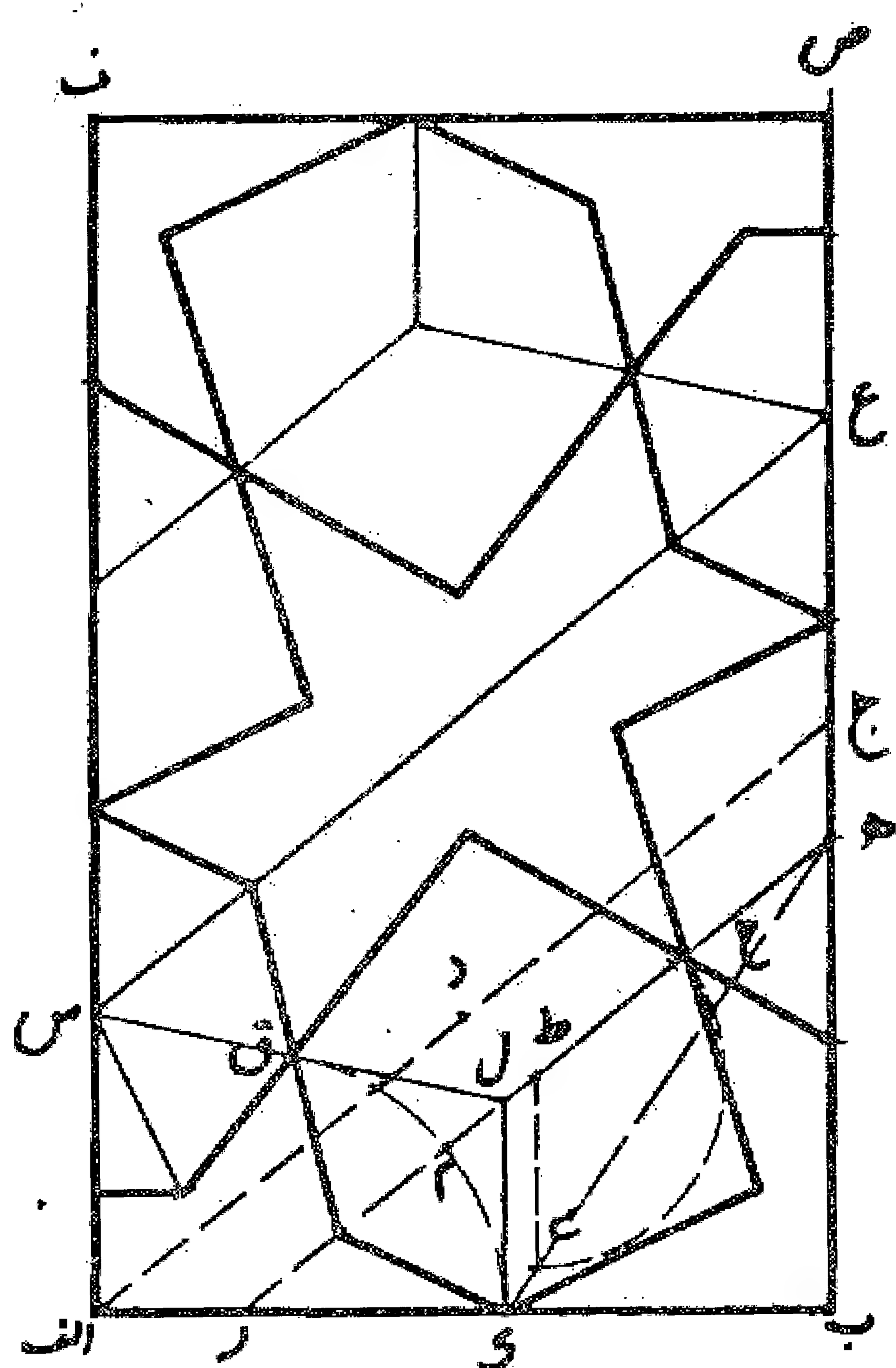
استفاده از خط کش گونیا این گره به دست می آید. همان طور که گفته شد در مقدمهٔ اول مقصود این گره به دست آوردن چهار شکل صنوبری قائم الزاویین (با دو زاویهٔ قائمه) می باشد که بر یك چهار ضلعی متساوی الاضلاع قائم الزاویه محیط باشند مانند، چهار ضلعیهای صنوبری ای ح ك، جـ ح م ق، د م ل س، ب ل ك ع، که محیط بر مربع ك ح م ل هستند. حال همان طور که در شکل دیده می شود چون زاویهٔ ح در مربع وسط و شکل صنوبری هر دو قائمه است بضرورت خط ك ح جـ مستقیم و مثلث جـ ح د قائم الزاویه است و در نتیجه رأس قائمهٔ آن روی نیم دایره ای به قطر جـ د قرار دارد، لذا نقطهٔ ح را روی قوس جـ د باید جست وجو کرد. پس هر گاه در روی خط کش زاویهٔ ط قائمه و طرف ا ب مستقیم باشد، چنانچه این خط کش را طوری قرار دهیم که طرف ا ب منطبق بر ضلع ا ب از مربع باشد و امتداد زاویهٔ قائمهٔ خط کش از نقطهٔ ر محل تلاقی قوس هـ ر به شعاع د هـ و به مرکز د با خط جـ د بگذرد نقطهٔ ح به دست آید. والله اعلم. (نقطهٔ هـ وسط قوس د هـ جـ است). به عبارت دیگر هر گاه به شعاع د هـ قوسی رسم کنیم تا ضلع جـ د را در نقطهٔ ر قطع نماید و از آن نقطه خط عمود ر ح را بکشیم تا با نیم دایره در نقطهٔ ح تلاقی کند نقطهٔ ح نقطهٔ مطلوب است.



اصلـ نسبت این گره از مخروطات است و با آلتی که به گونیا خط کش موسوم است می توان آن را کشید و این آلت است که بسیاری از گرههای مشکل مخروطاتی را با آن می توان رسم کرد و این حالت استنباط نویسنده است اگر درست باشد، ولی معلوم نیست که این طور باشد و بتوان خط کشی مانند عضّادهٔ اسطرلاب ساخت و بر وسط آن خط کش قائمه مانند سهم عضّادهٔ اسطرلاب زورقی درست کرد و این آلت را خط کش گونیا خوانند، مانند خط کش گونیای ا ب جـ د که از آن خط کش ا ب و قائمهٔ جـ د باشد و باید که از خط کش طرف ا ب و همین طور از قائمهٔ طرف جـ د منحرف باشد چون انحراف عضّادهٔ مجیب و از قائمهٔ خط جـ د بر روی عضّادهٔ بیّن باشد و نقطهٔ د بر طرف عضّادهٔ معین و زاویهٔ جـ د ا قائمه دقیقاً درست باشد و با این خط کش بسیاری از نسبتهای غریب و مشکل را می توان کشید.

مسئلهٔ ۴۱

در روش ترسیم نسبت این گره: زاویهٔ ب ا جـ سه قسمت از هفت قسمت زاویهٔ قائمه است و خط ا جـ را در نقطهٔ د نصف می نماییم و مقدار ب هـ را مساوی ا د جدا می کنیم و خط هـ ر را موازی ا جـ می کشیم و از نقطهٔ ط وسط آن خط ط ی را موازی ب جـ رسم می نماییم و قطعهٔ ط هـ را در نقطهٔ ح نصف و ط ی را مساوی ط ح جدا می کنیم و خط هـ ی را می کشیم و امتداد می دهیم تا ا ب را در نقطهٔ ك قطع نماید بعد خط ك ل را موازی ب هـ می کشیم و به مرکز نقطهٔ ر و شعاع ر ك قوس ك م ق را رسم می کنیم به نحوی که ك م مساوی م ق باشد. حال خط ل ق را می کشیم و امتداد می دهیم تا خط ا ف را در نقطهٔ س قطع نماید. این نقطه مرکز هفت ضلعی منتظم است و بقیهٔ رسم آسان می شود. ان شاءالله تعالی.

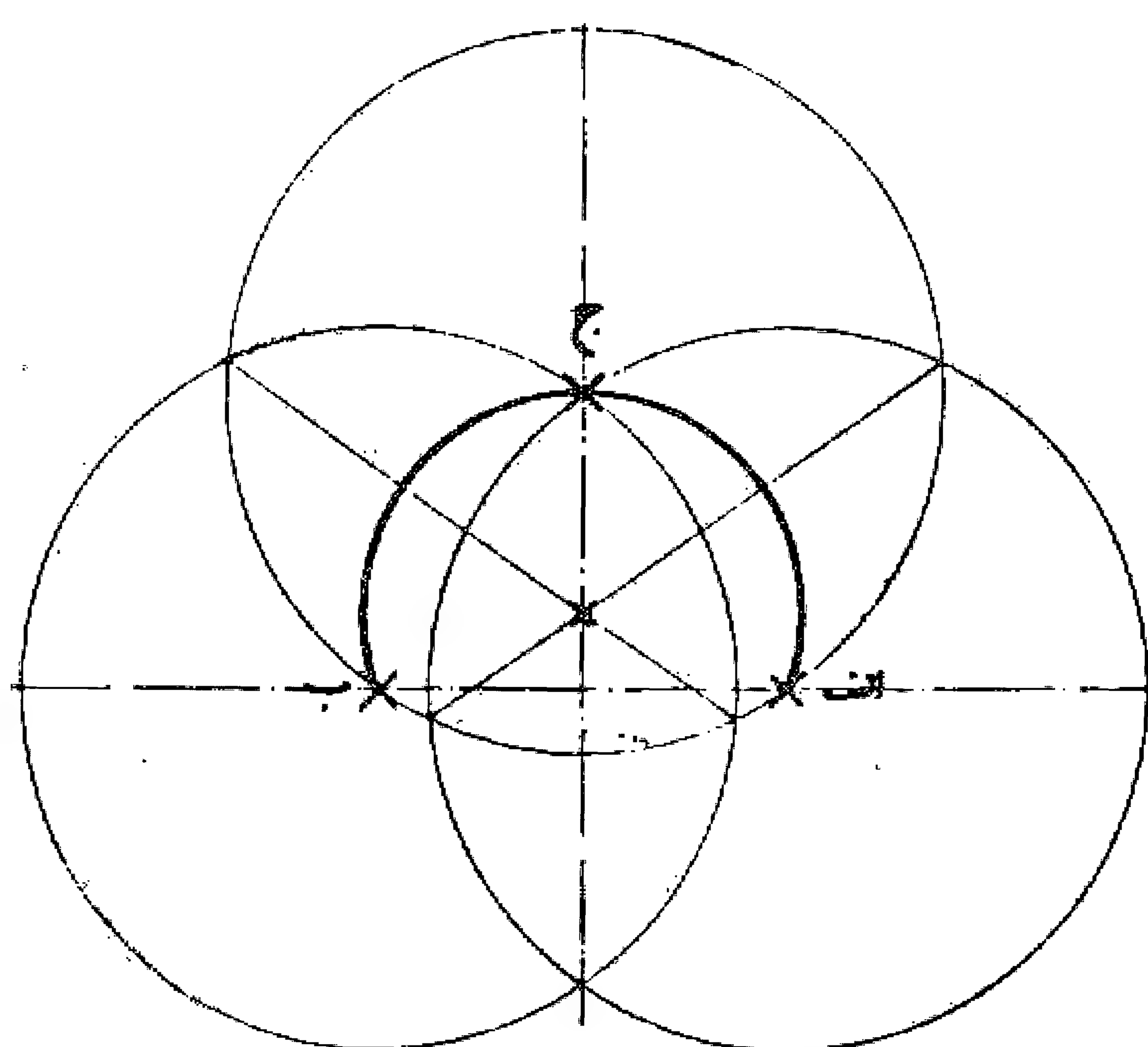


مسئلهٔ ۴۲

وجهی دیگر: زاویهٔ هـ ل ق را مساوی زاویهٔ هـ ل ك جدا می کنیم و خط ل ق س را می کشیم و مرکز هفت ضلعی را به دست می آوریم (مطابق شکل قبل).

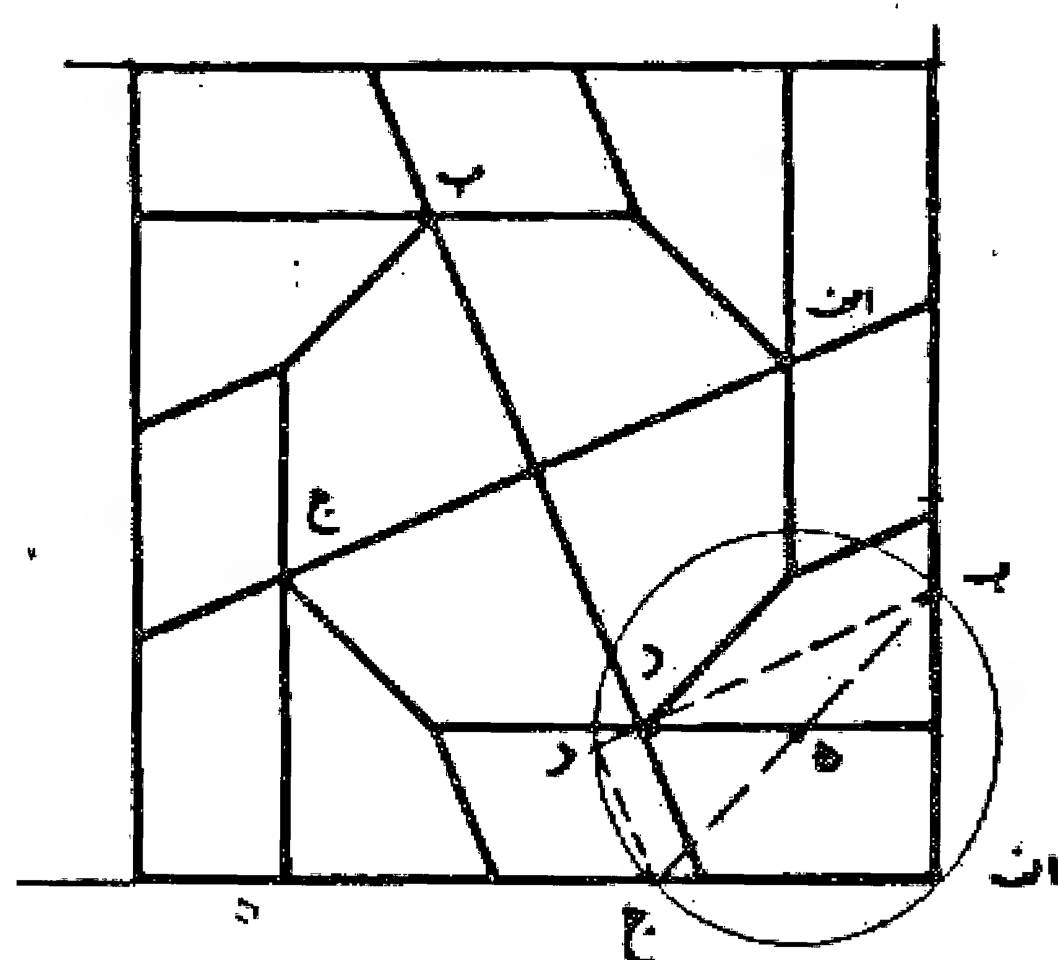
مسئلهٔ ۴۳

وجهی دیگر: قطعهٔ هـ ع را مساوی هـ ل جدا می کنیم تا نقطهٔ ع مرکز هفت ضلعی به دست آید و خط ع س را موازی جـ ا رسم می نماییم و به اندازهٔ دو برابر ا د روی آن نقطهٔ س مرکز هفت ضلعی مقابل را به دست می آوریم (مطابق شکل قبل).



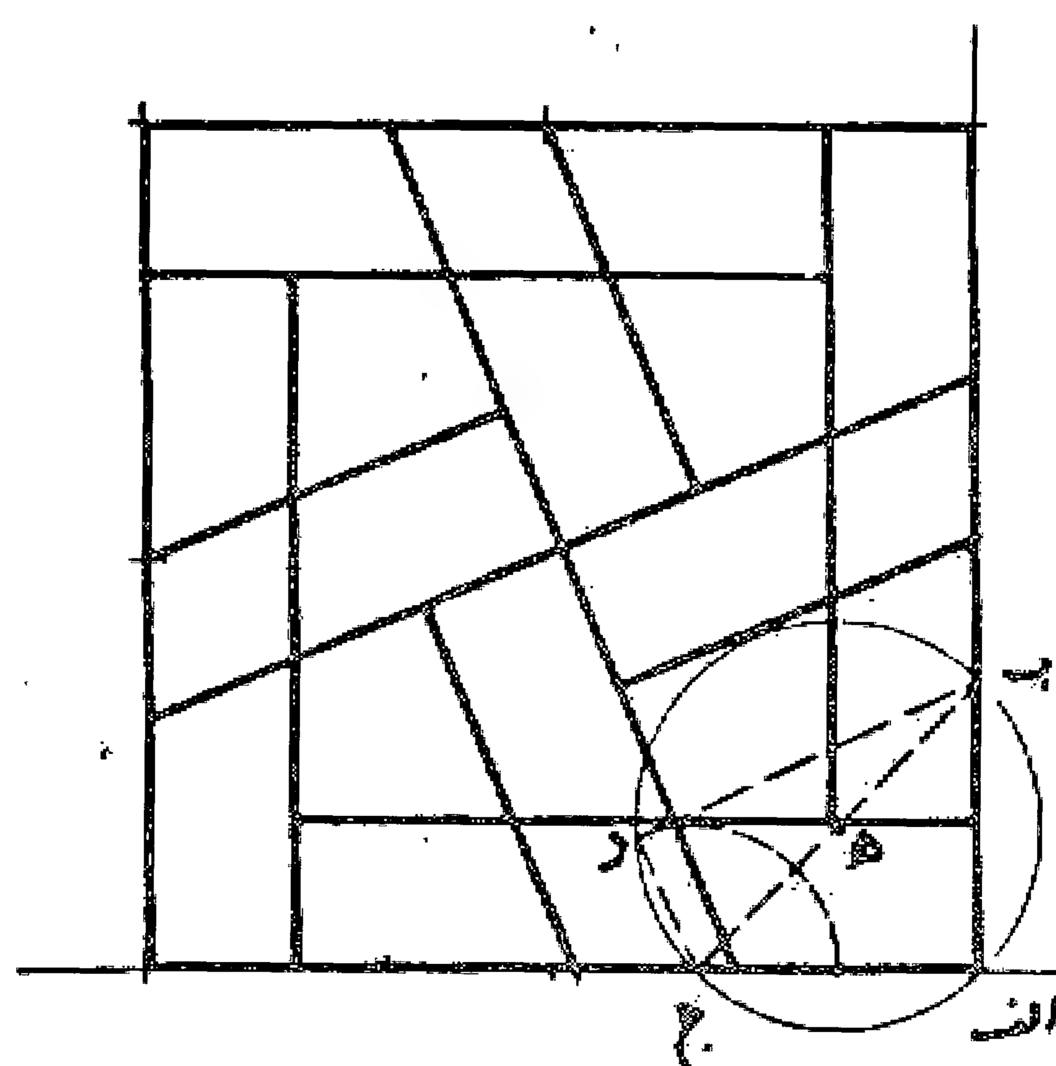
مسئلهٔ ۴۴

وجهی دیگر: قطعهٔ جـ ع را مساوی قطعهٔ ا س جدا و مرکز هفت ضلعی مقابل را پیدا می کنیم. والله اعلم.



مسئلهٔ ۴۵

اگر ضلع مربع مساوی سه واحد به اضافهٔ جذر عدد ۷ باشد در دایرهٔ ا ب جـ د هشت ضلعی متساوی الاضلاع محاط شده است.

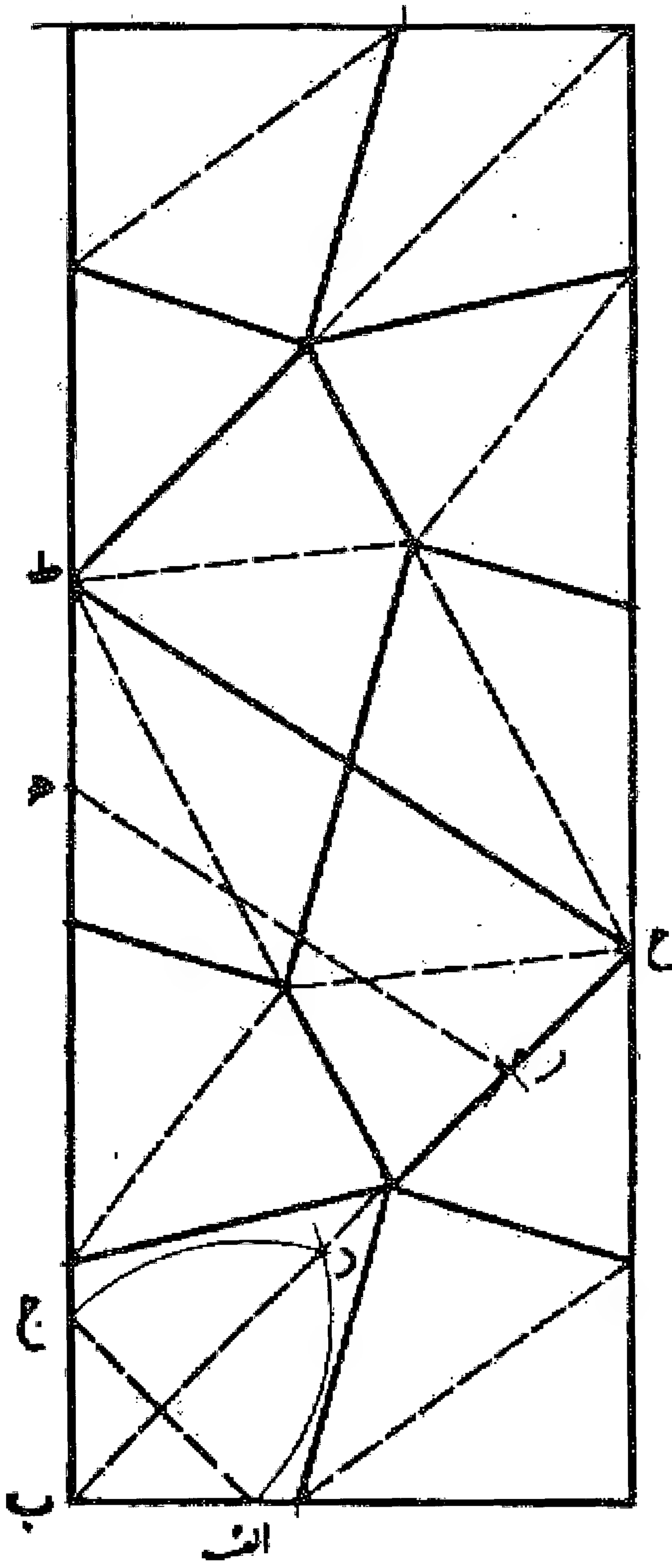


مسئلهٔ ۴۶

در چهار ضلعی ا ب جـ د ضلع ا ب مساوی دو واحد و ضلع ا جـ هم به همین مقدار و ضلع جـ د مساوی یك واحد است، در نتیجه ضلع ب د مساوی جذر عدد هفت به دست می آید و از اینجا نسبت کوچك و بزرگ معلوم می شود. والله اعلم.

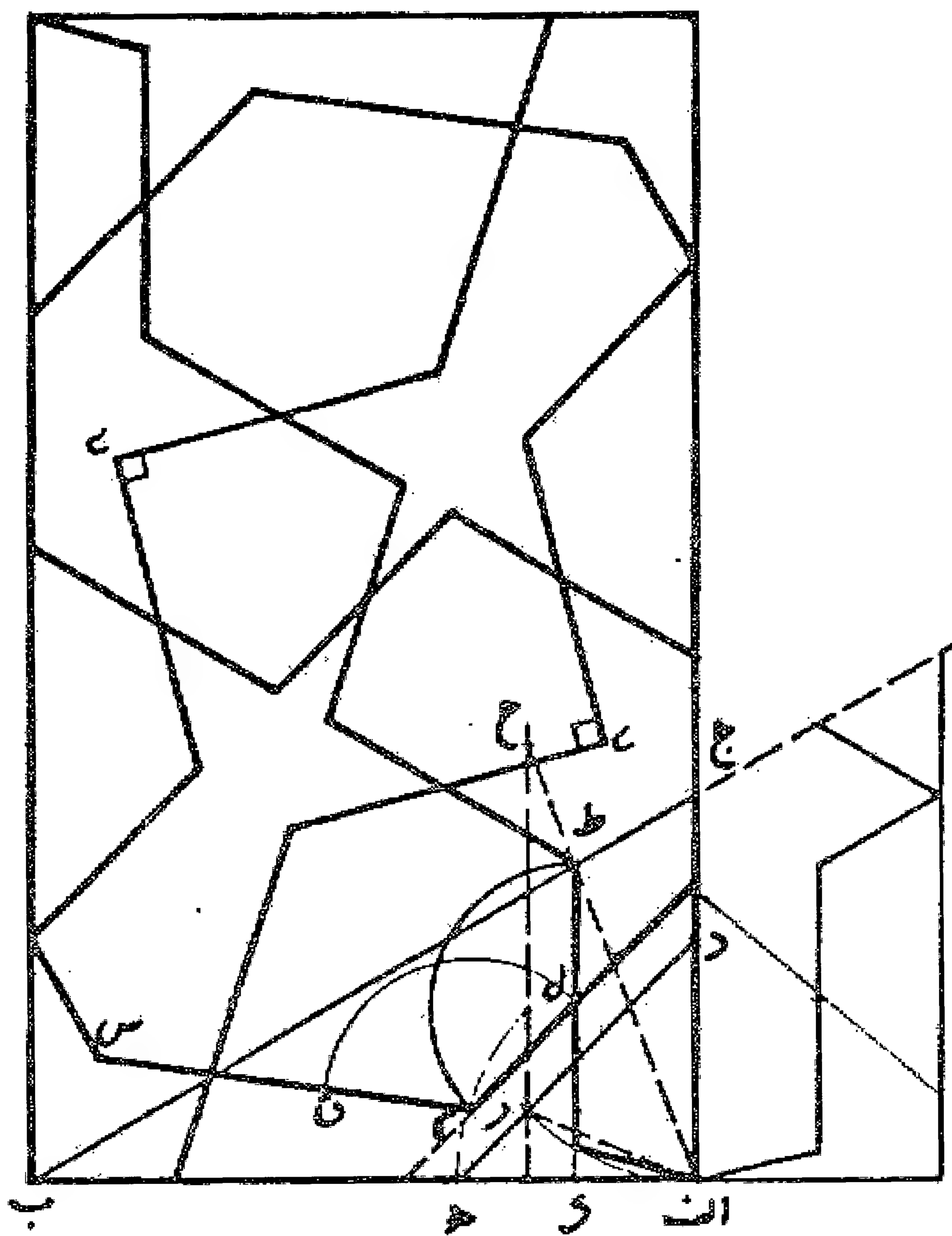
مسئلهٔ ۴۷

قطعه خط ب جـ را به هر اندازه که بخواهیم جدا و قطعهٔ ا ب را به اندازهٔ آن انتخاب می نماییم. سپس به مرکز ا و جـ و شعاع ا جـ نقطهٔ د را به‌دست می آوریم و بعد بر روی ضلع ب جـ نقطهٔ هـ را به‌فاصلهٔ دوبرابر طول قطعهٔ ا جـ نشان می کنیم. حال به‌مرکز هـ و به‌شعاع هـ جـ و به مرکز د و به شعاع د جـ دو قوس می کشیم تا یکدیگر را در نقطهٔ ر قطع نمایند و خط ب ر را رسم می کنیم و امتداد می دهیم تا خط عمود بر طرف دیگر ضلع داده شده را در نقطهٔ ح قطع نماید و با کشیدن خط ح ط موازی هـ ر نصف سطح گرهٔ مورد نظر را به دست می آوریم و گره را تکمیل می کنیم. والله اعلم.



مسئلهٔ ۴۸

در گونیای ا ب جـ به هر اندازه که بخواهیم دو نقطهٔ د و هـ را علامت می گذاریم و خط د هـ را می کشیم و روی آن قطعهٔ د ر را مساوی ا د جدا می کنیم. سپس از نقطهٔ ر خط رح را به موازات ا جـ اخراج می نماییم و فاصلهٔ رح را مساوی دو برابر ا ر علامت و خط‌کش را روی دو نقطهٔ ا، ح می گذاریم و بر خط ب جـ نقطهٔ ط را نشان می کنیم و خط ط ك را به موازات ا جـ رسم می نماییم تا قوس ا ر را قطع کند. بعد قطعهٔ ط ك را در نقطهٔ ل نصف می نماییم و از آنجا خطی به موازات د هـ می کشیم و بر روی آن قطعهٔ ل م را مساوی ل ط جدا می کنیم و از آنجا زاویهٔ ل م ق را مساوی زاویهٔ ط ل م می سازیم و خط م ق س را رسم می نماییم و عمل را تمام می کنیم به طوری که زوایای ی قائمه باشند. والله اعلم.

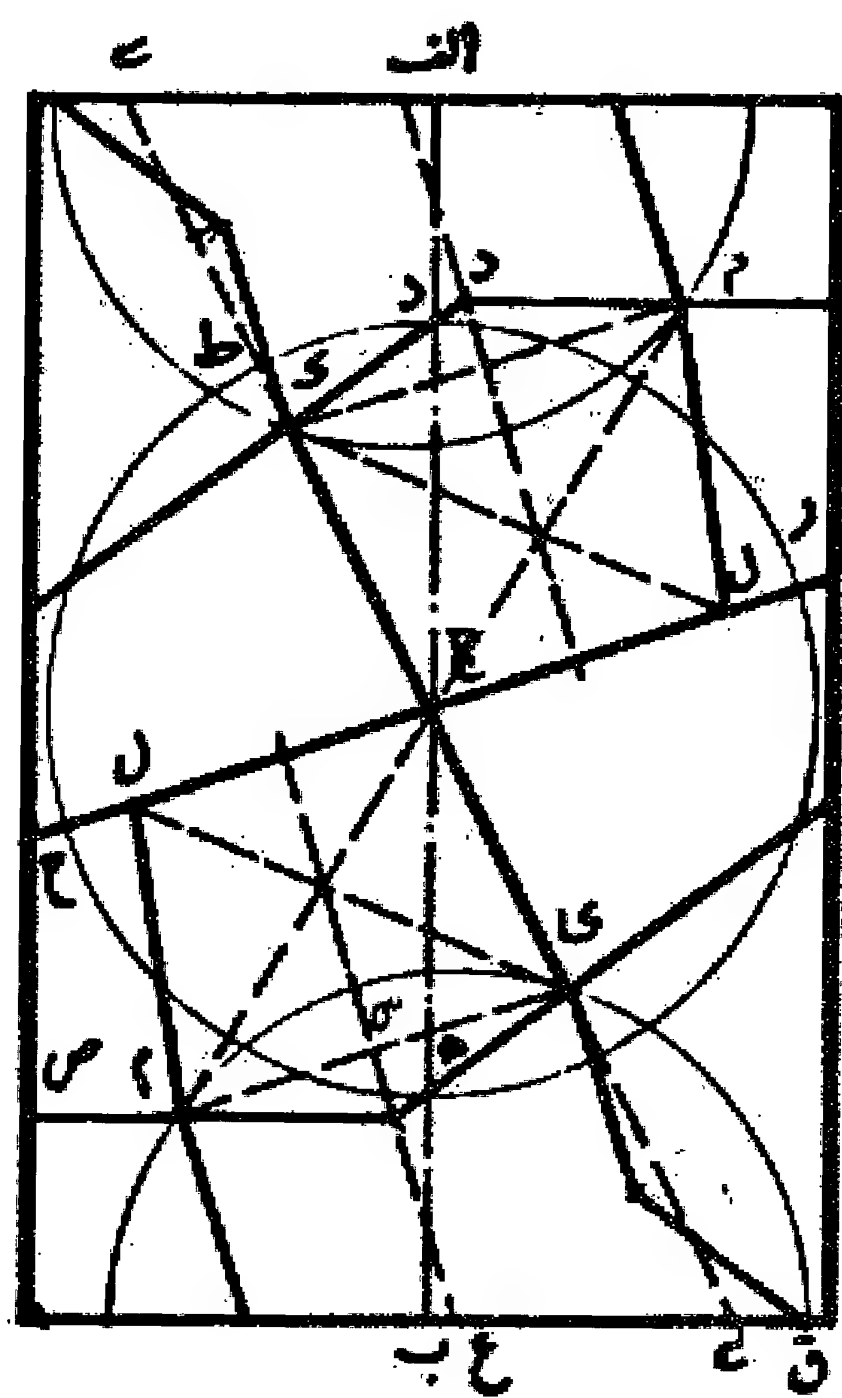


مسئلهٔ ۴۹

اگر مقدار م ص معادل نصف جـ ك انتخاب کنیم گرهٔ تاموئی به دست آید و اگر گرهٔ تاموئی نباشد مقدار م ص کمتر از نصف جـ ك می باشد.

مسئلهٔ ۵۰

بیان خواص به تقریب: اول ارتفاع س ق از پنج ضلعی مخالف، نظیر نصف ب جـ است و دیگر عرض این گره دو قسمت و طول آن سه قسمت که در این صورت خیلی به تقریب نزدیك است و باید

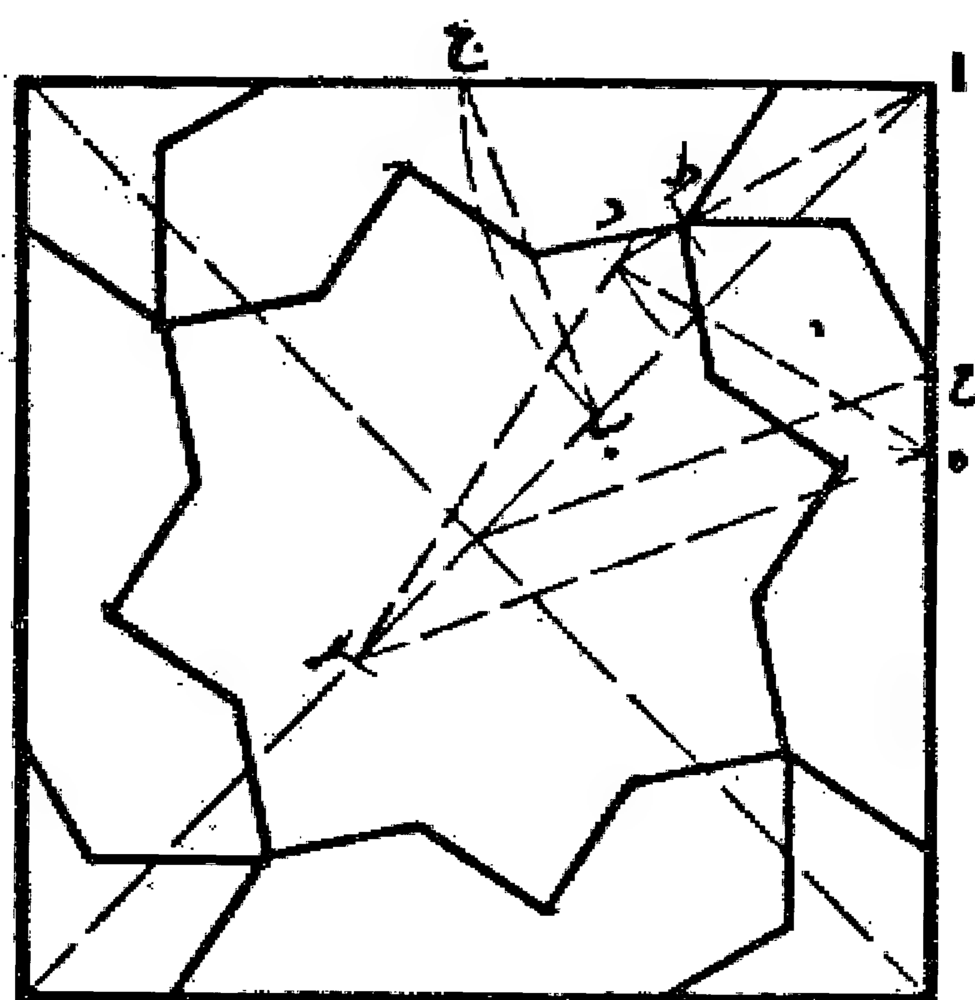


دانست که روش کشیدن این گره از وسط است و آن بدین صورت است که وسط خط ا ب را با نقطهٔ جـ تعیین می کنیم و به آن مرکز، دایره ای مانند دایرهٔ د رهـ ح می کشیم و بر نقطهٔ دو پنجم از قوس د هـ نقاط ر، ح را روی دایره تعیین و خط رح را رسم می نماییم «که این خط پنج است» سپس زاویهٔ ر جـ هـ را به چهار قسمت مساوی تقسیم می کنیم و خط جـ ط ی را می کشیم و بعد روی دوقطر دایره مقادیر جـ ل و جـ ك را مساوی ب ی جدا می نماییم و خط ك ل را می کشیم. آنگاه زاویهٔ جـ ل م را مانند زاویهٔ ل ج ك و ل م را به اندازهٔ جـ ل جدا می کنیم و نقطهٔ م را به دست می آوریم سپس خط ك م را می کشیم و عمود و منصف این خط یعنی خط س ع را می کشیم. حال نقطهٔ ع را مرکز قرار می دهیم و رسم گره را تمام می نماییم.

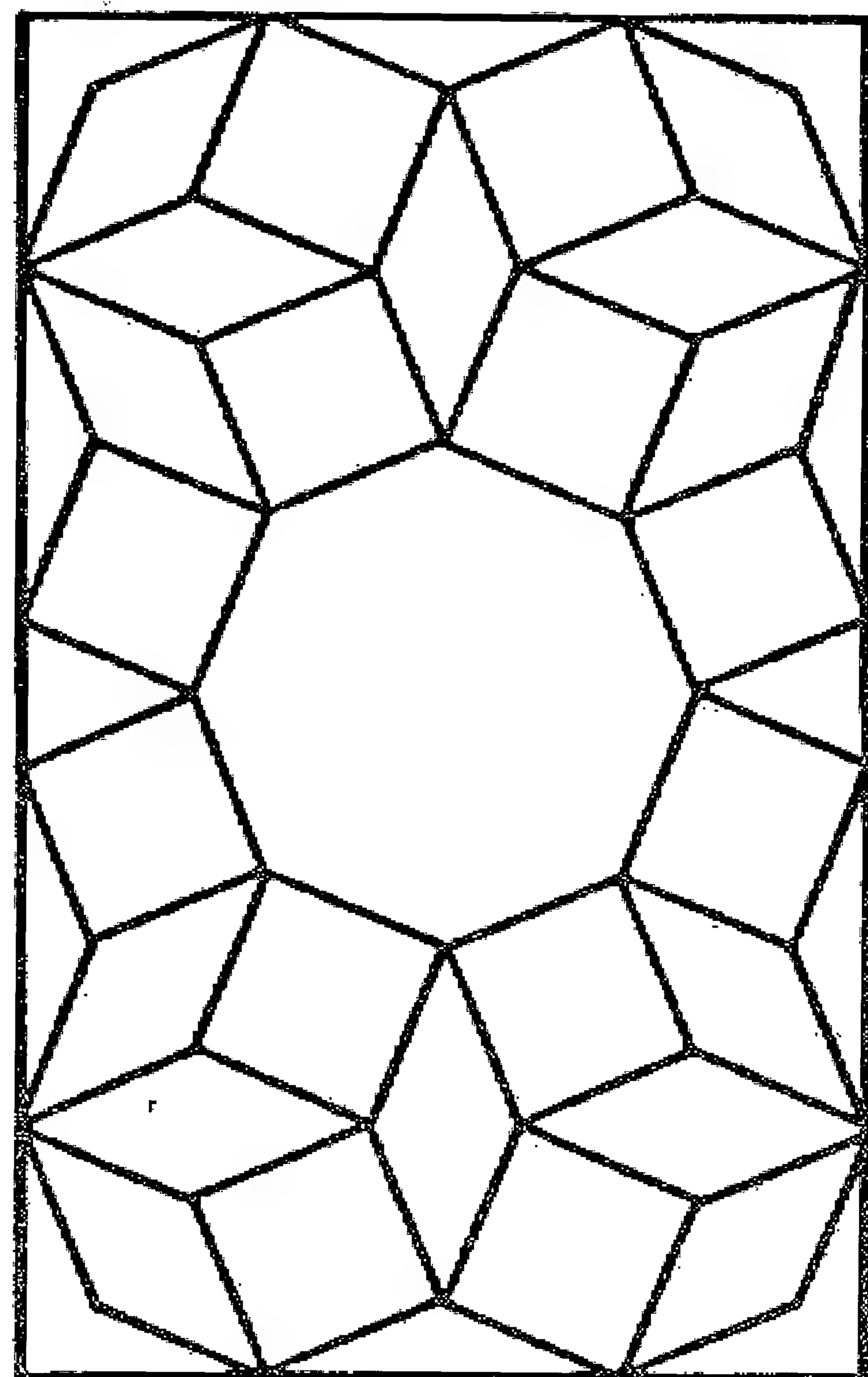
مسئلهٔ ۵۱

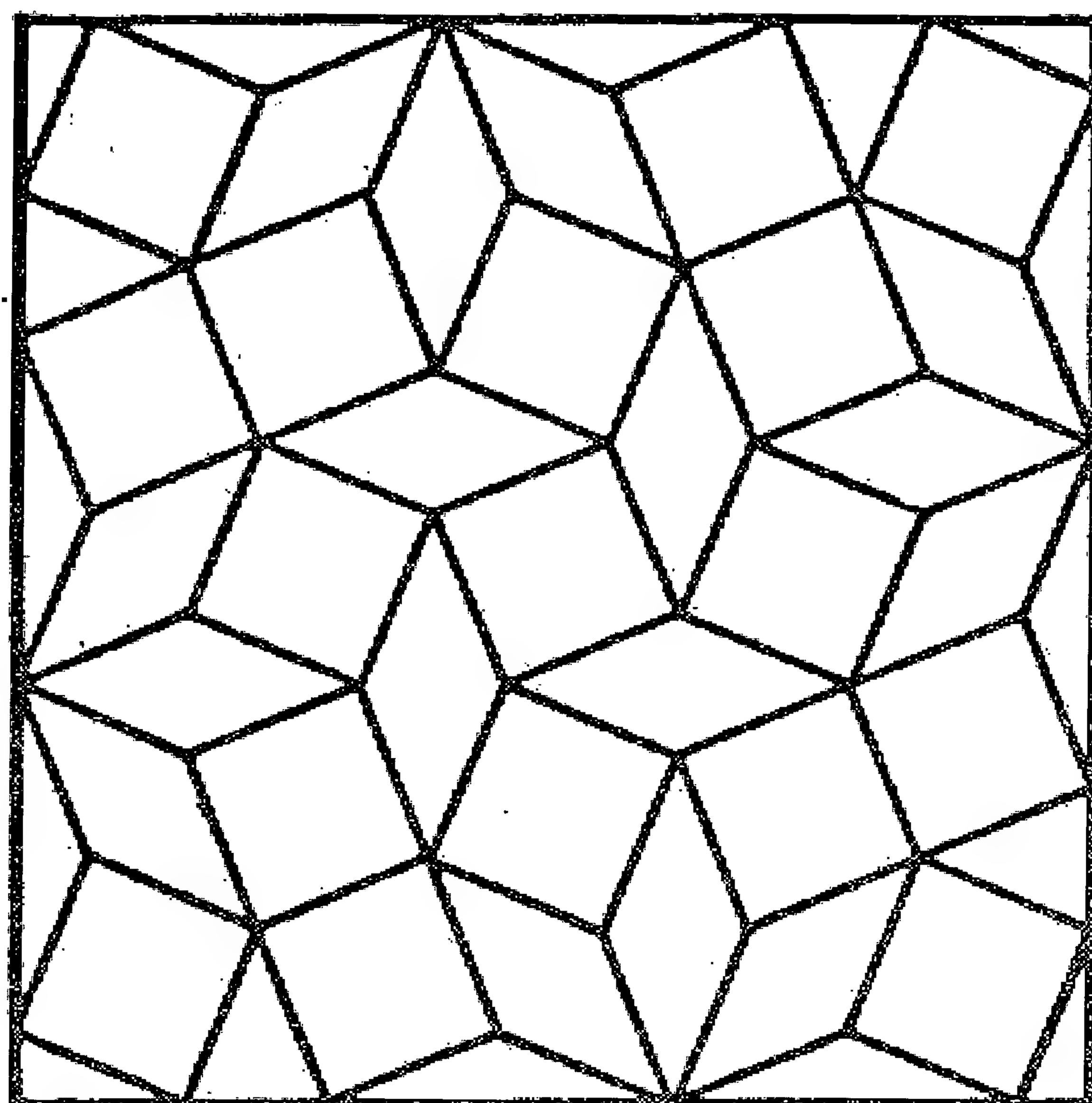
همچنین می شود پای پرگار را بر نقطهٔ ك قرار دهیم و با فتح ك م نقطهٔ ق را به دست آوریم و در این گره زاویهٔ ل جـ ك معادل ج ك ر است و هر کدام یك قائمه و یك دهم قائمه هستند مطابق شکل قبل، والله اعلم.

مسئلهٔ ۵۲



روش کشیدن این گره آن است که از زاویهٔ ا روی قطر مربع نقطهٔ ب را و بر روی ضلع مربع نقطهٔ جـ را نشان می نماییم به طوری که اب مساوی ا جـ باشد و بعد خط ب جـ را می کشیم. سپس از نقطهٔ ا با فتح پرگار مساوی خط ب جـ مثلث ا هـ د را رسم می کنیم و از نقطهٔ د به فتح ا ب نقطهٔ ر را روی قطر نشان می نماییم و خط ر هـ را می کشیم و از مرکز خطی موازی آن رسم می کنیم تا ضلع مربع را در نقطهٔ ح تلاقی نماید و روی خط ا د نقطهٔ ط را به نحوی نشان می کنیم که ا ح مساوی ا ط باشد در نتیجه نقاط ح و ط نقاط مطلوب است و عمل را تمام می نماییم. والله اعلم.

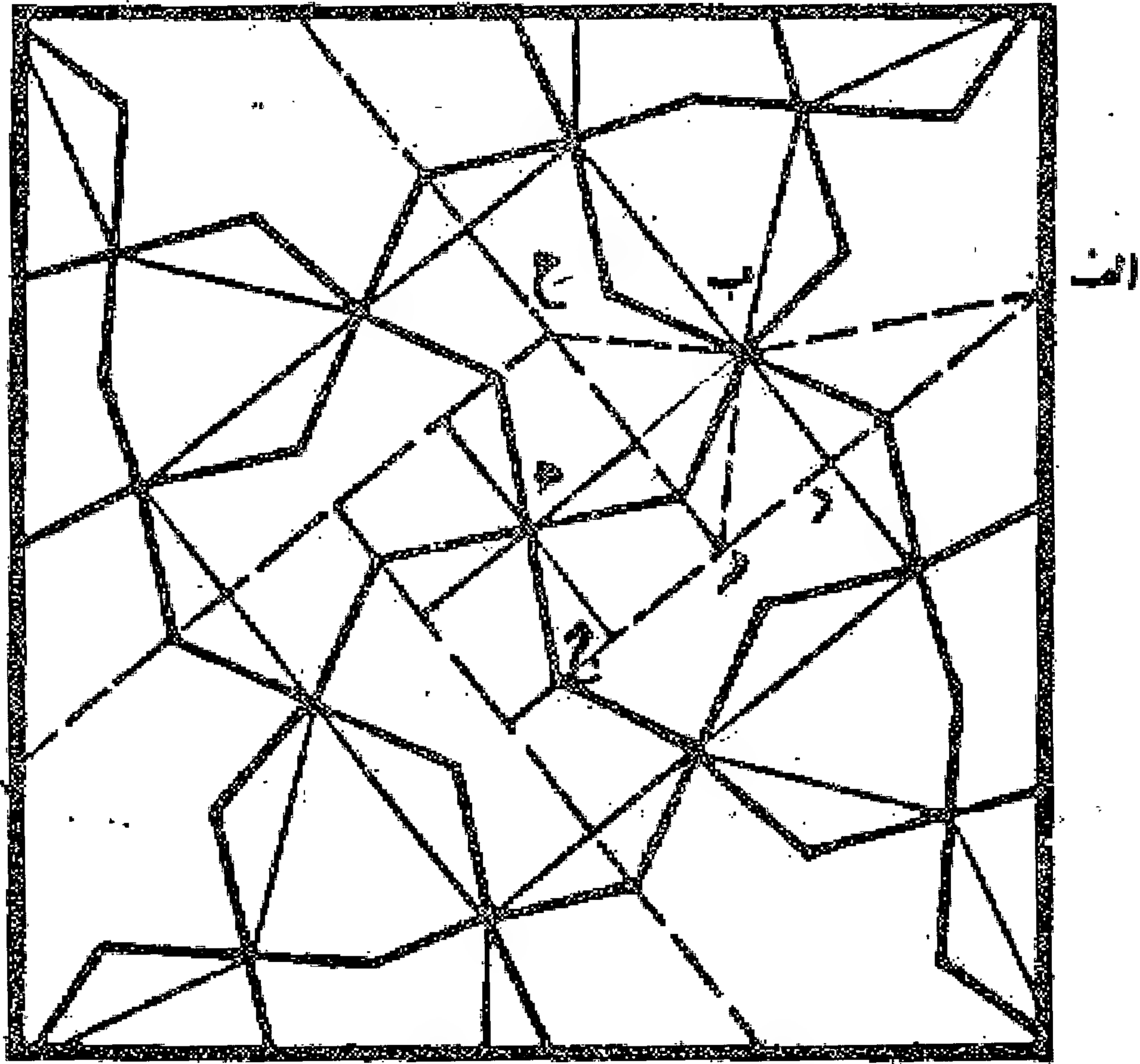




مسئلهٔ ۵۳

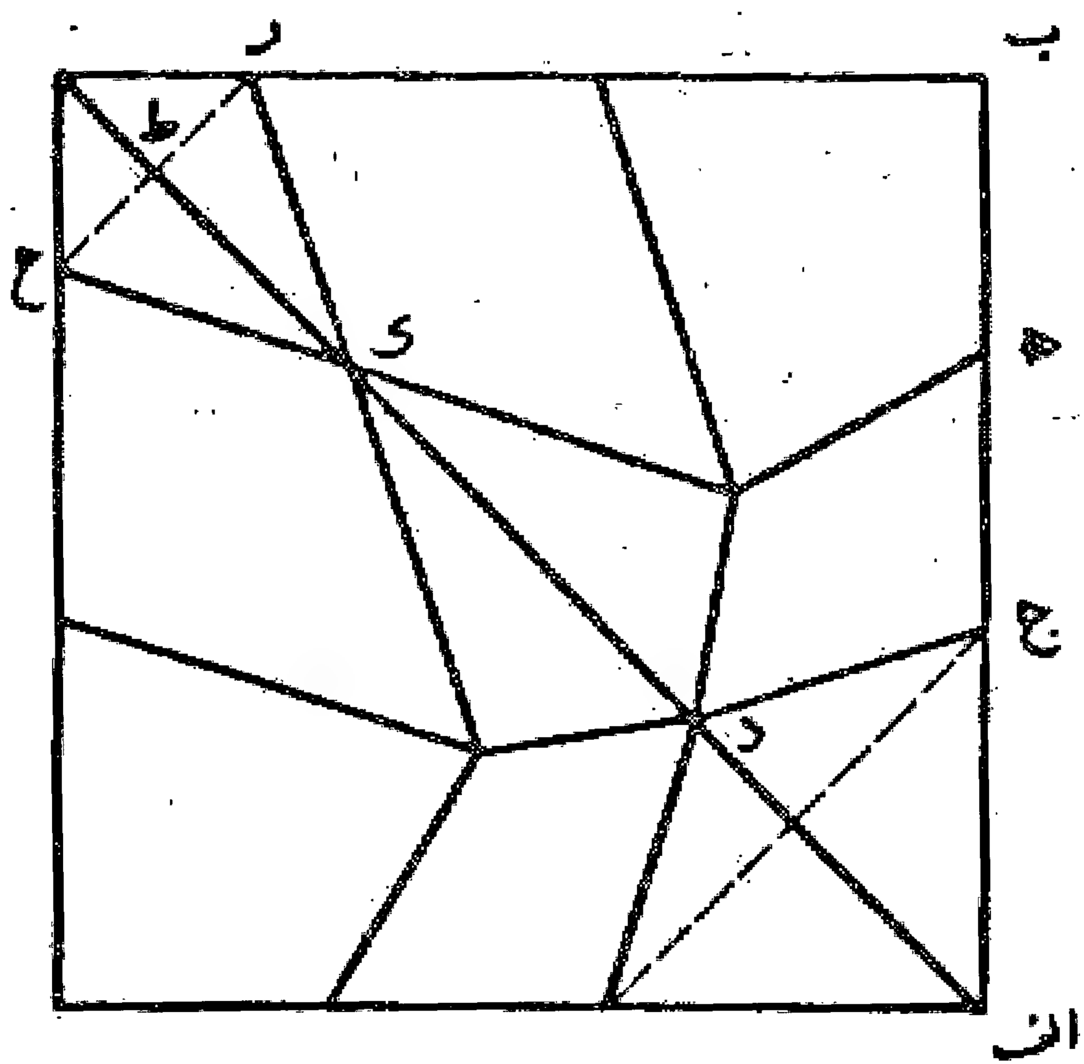
روش کشیدن این گره و نسبت آن در مربع مفروض آن است که روی یکی از اضلاع نقطهٔ ا را نشان می‌کنیم هرجا که باشد و خط اب و اجـ را برخط اهـ هفت بیرون می‌نماییم و از نقطهٔ ر برخط اجـ عمود رهـ را اخراج می کنیم و بر خط عمود اد سطح د هـ را رسم می نماییم به طوری که طول آن دو برابر عرض آن باشد که آن عمود اد است حال نگاه می کنیم که نقطهٔ هـ از سطح مستطیل بر وسط مربع قرار گرفته است یا نه. اگر بر وسط مربع باشد این نسبت مطلوب است و اگر بر وسط مربع نباشد از نقطهٔ هـ خطی به نقطهٔ ا وصل می نماییم و از مرکز مربع خط دیگری موازی خط اهـ می کشیم تا بر ضلع مربع مرکز مربعی که مطلوب است به دست آید. والله اعلم.

مسئلهٔ ۵۴



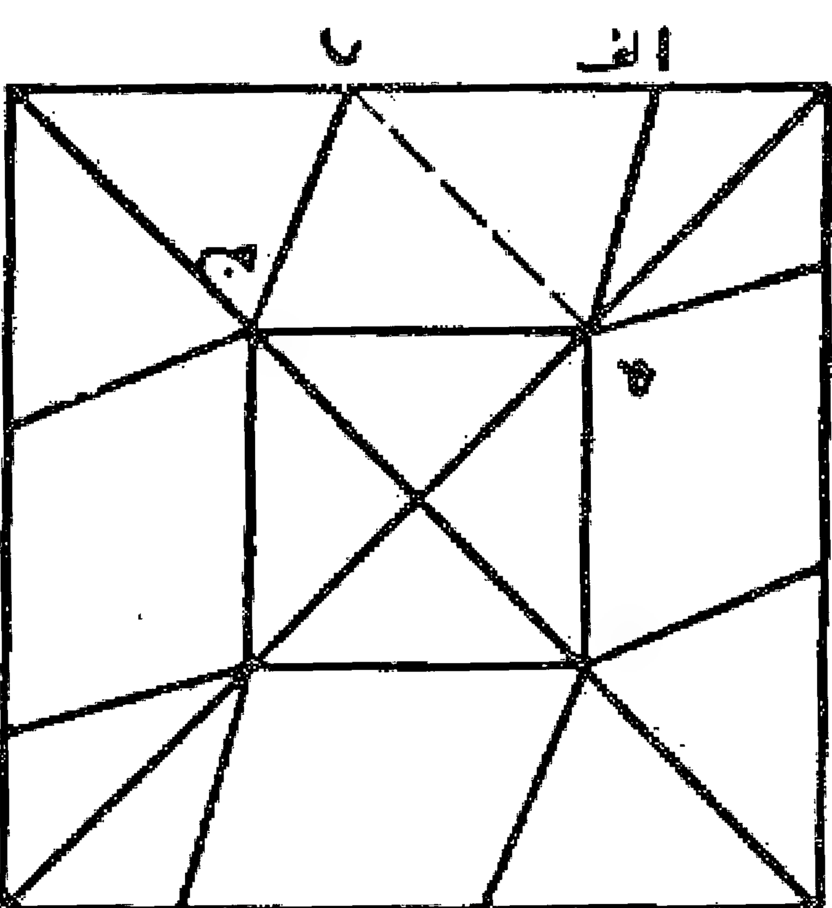
نوعی دیگر در به دست آوردن نسبت این گره: و آن بدین صورت است که بر ضلع مربع نقطهٔ ا را هر کجا بخواهیم انتخاب می کنیم و خط اب و ار برا هـ هفت بیرون می نماییم و بر خط ار عمود رط را هر کجا که باشد اخراج می کنیم و از زاویهٔ ر که قائمه است خط چهار را بیرون می نماییم تا با خط اب در نقطهٔ ب متقاطع شود. بعد پرگار را به اندازهٔ ب ر بازو به مرکز ب روی عمود رط نقطهٔ ح را نشان می کنیم. سپس پرگار را به اندازهٔ خط ار بازو به مرکز نقطهٔ ط روی خط ح ط نقطهٔ ح را به اندازهٔ ار جدا می کنیم. حال اگر نقطهٔ ح روی ضلع مربع مفروض قرار گیرد این نسبت مطلوب است و اگر روی ضلع مربع نیفتاده باشد نه. بدین صورت:

مسئلهٔ ۵۵



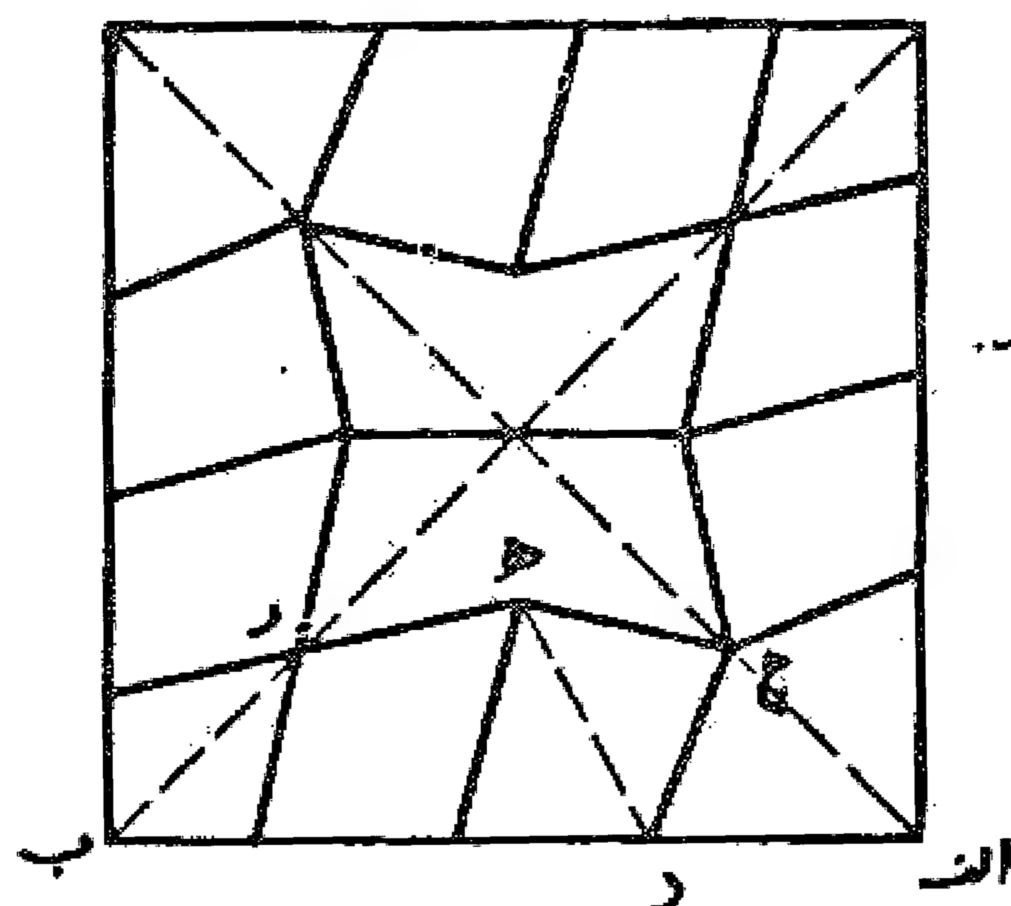
در این شکل هر یك از قطعات جـهـ و هـب مانند اد می باشند و اگر عمود ك ط مانند ضلع رح باشد این گره تقریباً درست رسم می شود.

مسئلهٔ ۵۶



در این شکل هر یك از خطوط د هـ و اد با یکدیگر مساوی می باشند.

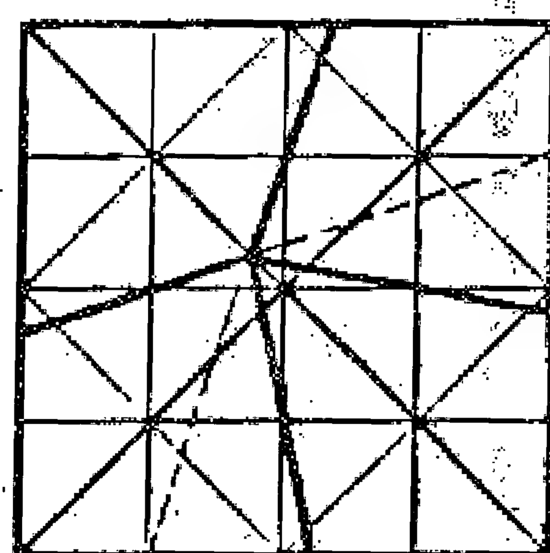
مسئلهٔ ۵۷

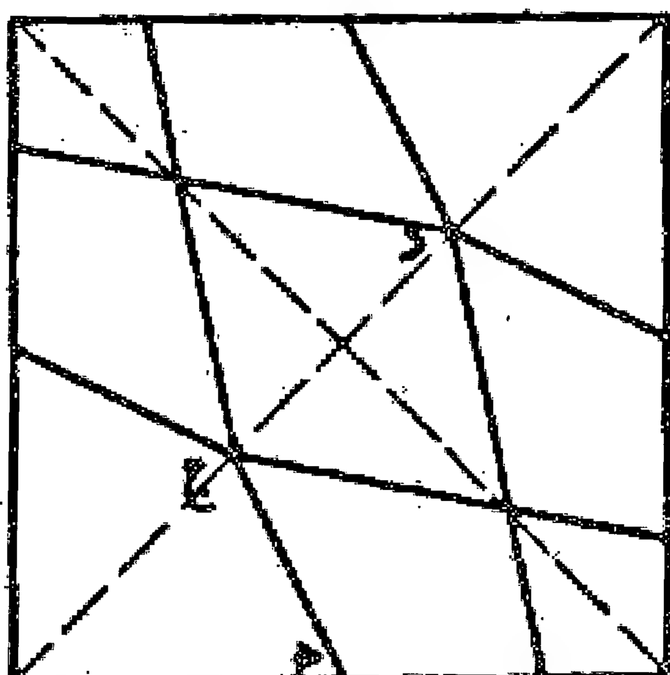


در این شکل د هـ مساوی اد و ر ب، مساوی ثلث اب می باشد.

مسئلهٔ ۵۸

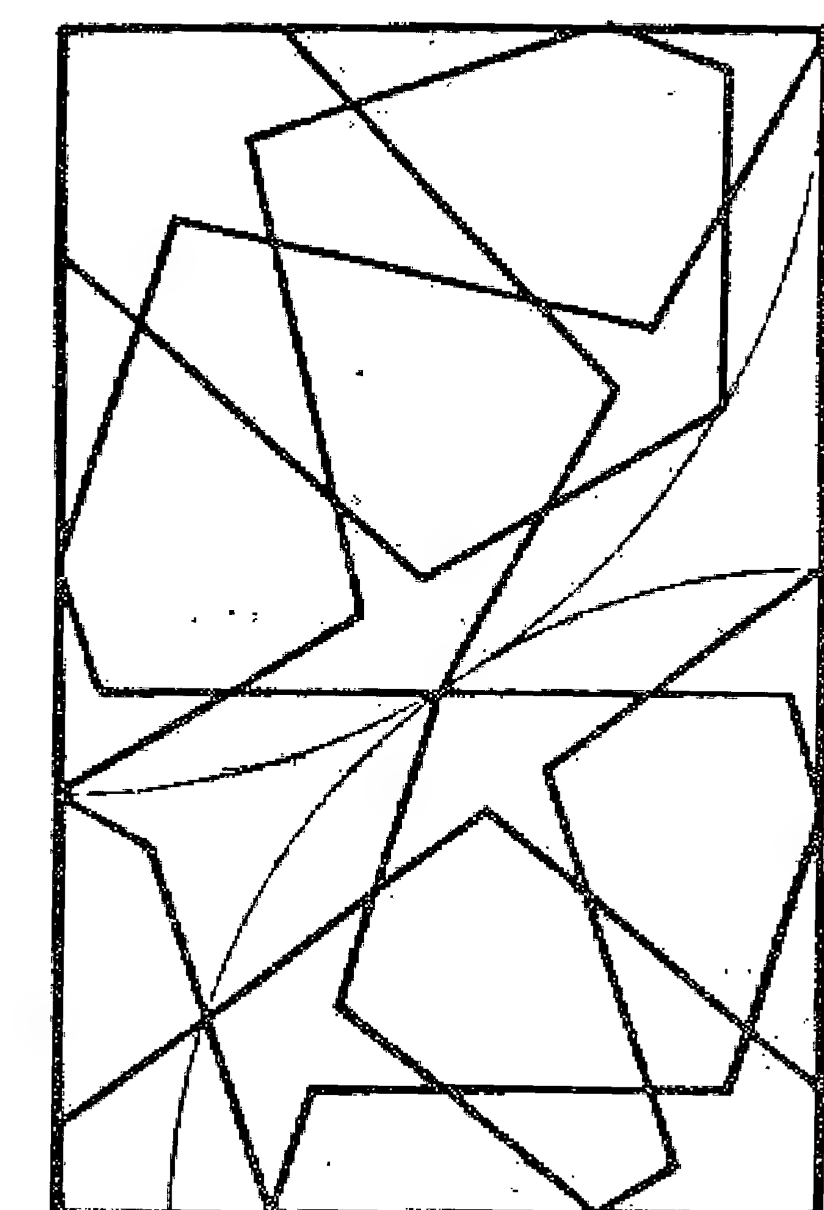
در این شکل خط جـ ر زاویهٔ د جـ هـ را به دو نیمهٔ مساوی تقسیم می کند.

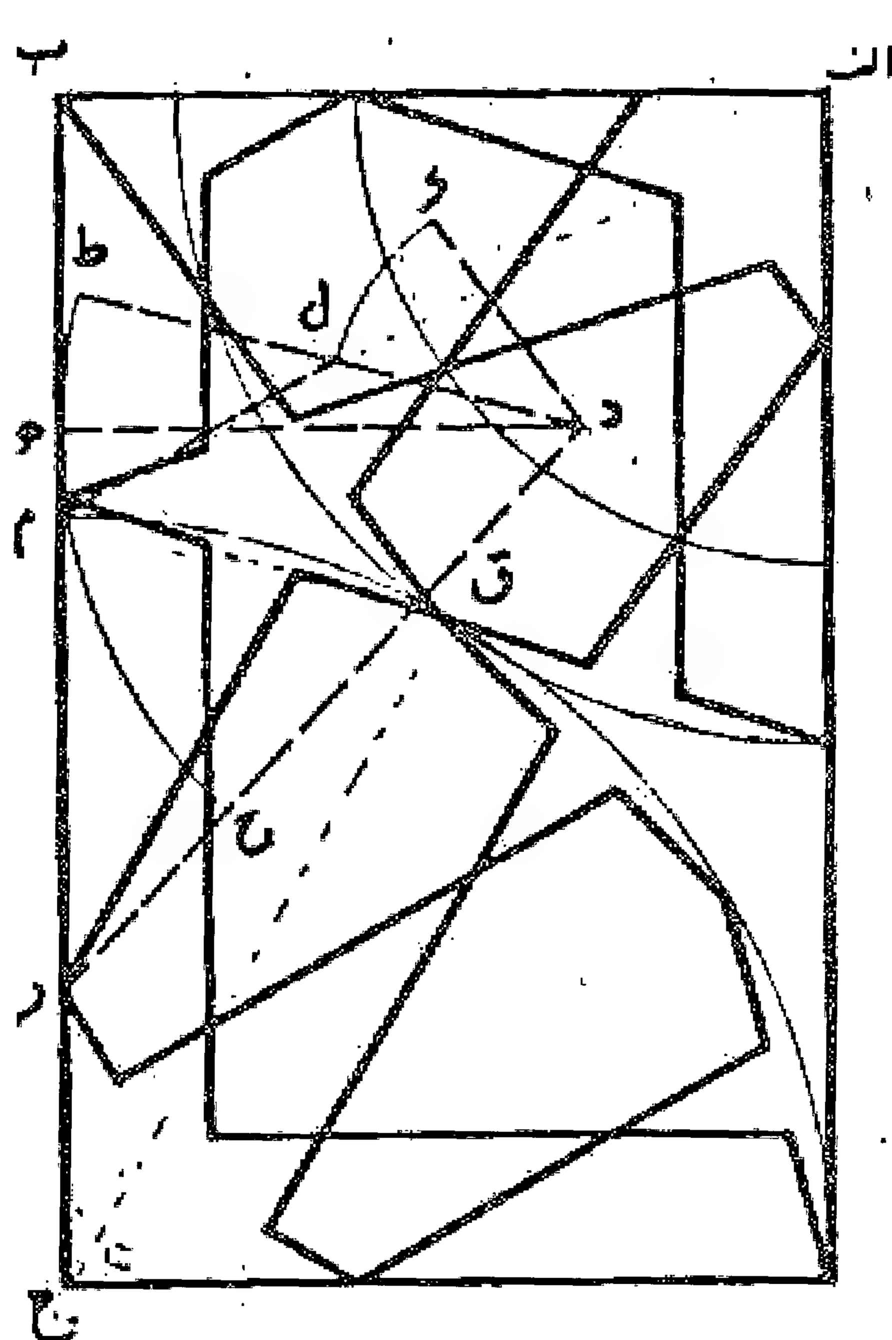




مسئلهٔ ۵۹

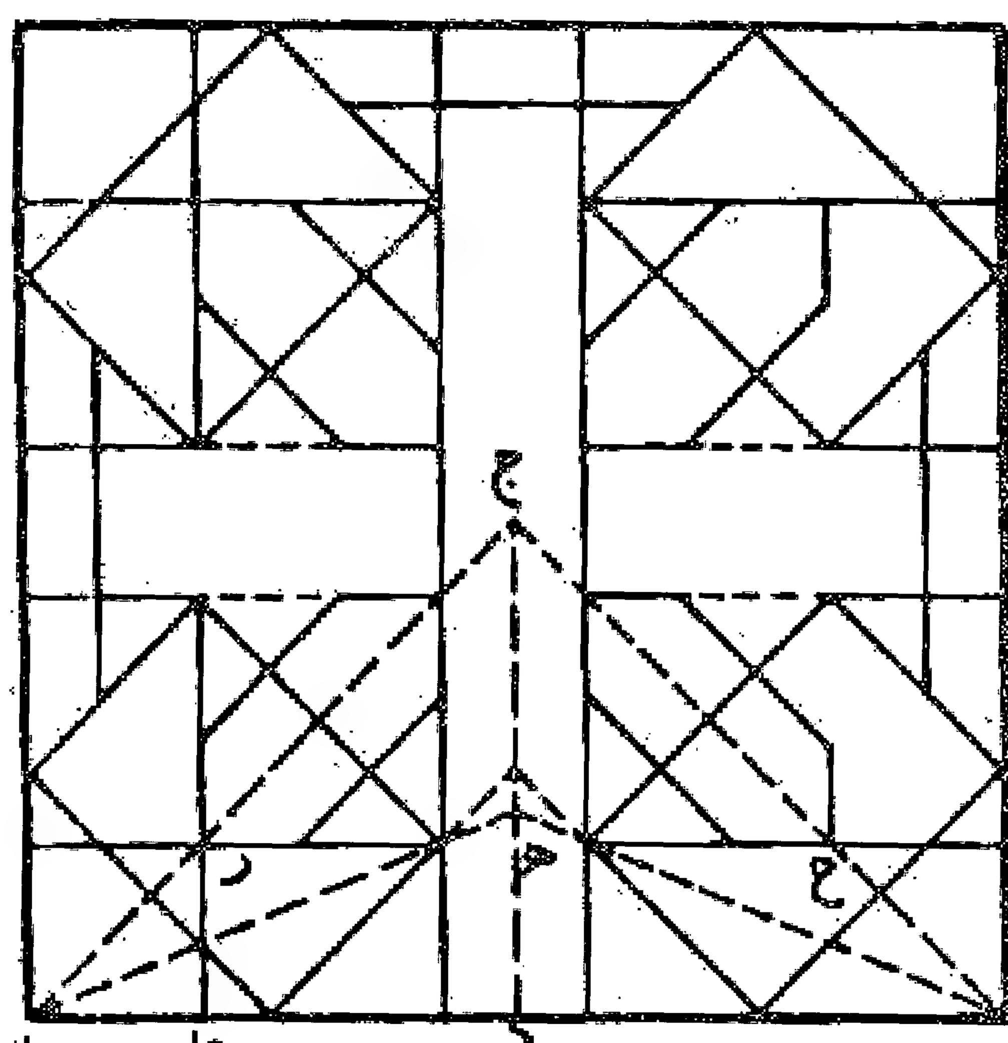
روش یافتن خانهٔ متناسب برای رسم گرهٔ، ترکیبی ده و دوازده:
ابتدا ضلع ا ب را رسم و از نقطهٔ ب خط عمود ب جـ را از آن اخراج می کنیم. سپس با هر فتح پرگار که بخواهیم ربع دایره ای می کشیم و آن را به پنج قسمت مساوی تقسیم می نماییم و نقطهٔ د را روی دومین قسمت آن در نظر می گیریم و عمود د هـ را بر خط ب جـ فرود می آوریم و قطعهٔ هـ ر را مساوی د هـ جدا می کنیم و خط د ر را می کشیم، بعد به مرکز د و شعاع د هـ قوس ط هـ ح را به نحوی رسم می نماییم که قطعهٔ هـ ط مساوی یك سوم هـ ح باشد و خط د ط را رسم می کنیم. حال به مرکز د و شعاع د ك مساوی دو قسمت از پنج قسمت روی خط د ط نقطهٔ ل را نشان می نماییم و امتداد خط ا ل را می کشیم تا با خط ب جـ در نقطهٔ م تلاقی کند و از نقطهٔ م خط م ق را به موازات ط د رسم می نماییم تا امتداد خط ر د را در نقطهٔ ق قطع کند و از این نقطه خط ق جـ را چنان رسم می نماییم که با خط ب جـ زاویهٔ سی درجه بسازد. نقطهٔ جـ نقطهٔ مطلوب و ضلع ب جـ ضلع دیگر سطح متناسب مورد نظر می باشد. بدین ترتیب خانه را رسم و گره را تمام می کنیم. والله اعلم.

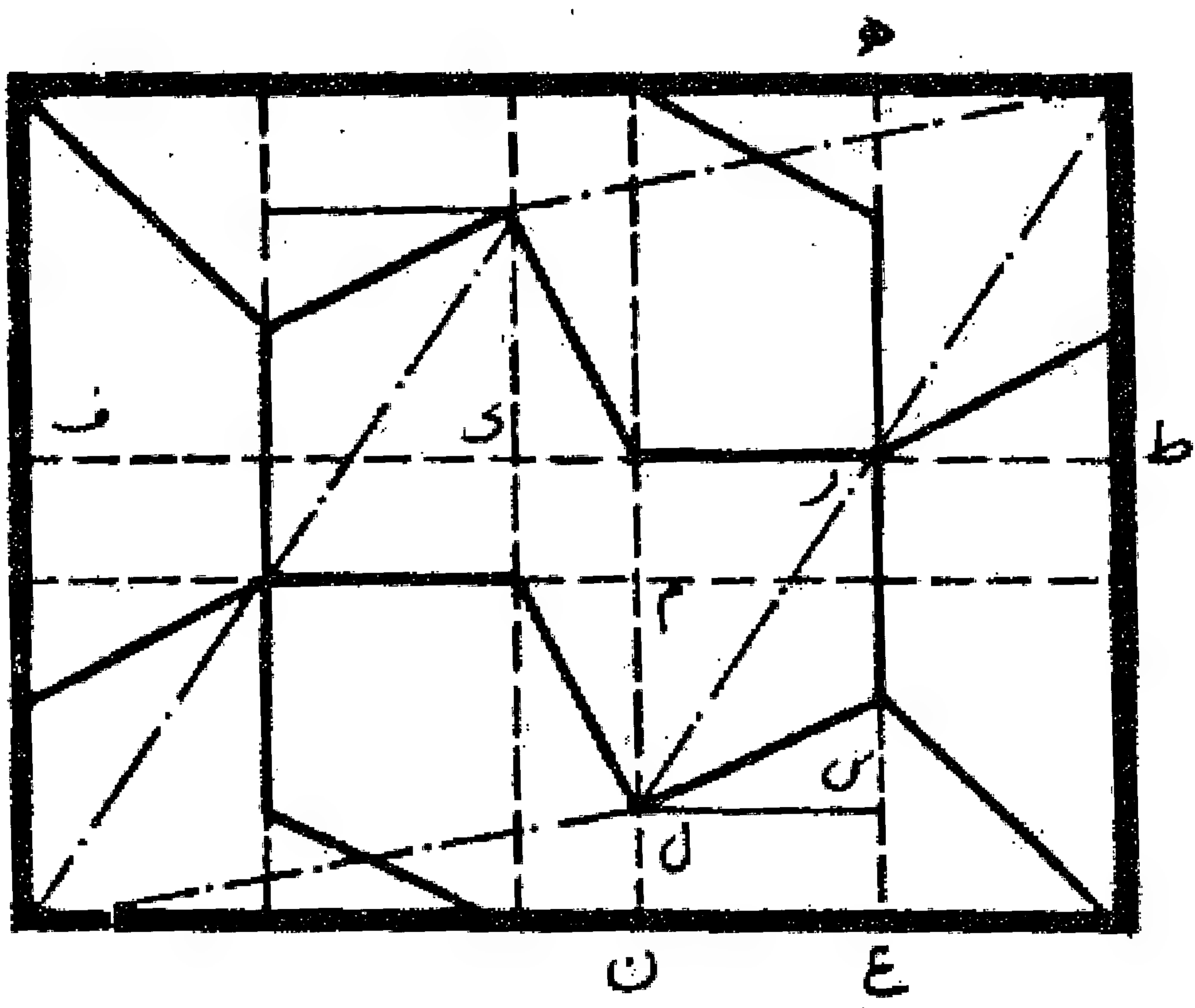




مسئلهٔ ۶۰

صحیح ترین نسبتها آن است که طول قطعهٔ ا ط مساوی یك چهارم ضلع ا ب باشد و خط ب جـ منصف الزاویهٔ زاویهٔ قائمهٔ ب و همچنین خط ب هـ منصف الزاویهٔ جـ ب ا و طولهای هـ ر و هـ ح، مساوی نصف ا جـ باشد بدین ترتیب کافی است از نقاط به دست آمده خطوط قائم و چهل و پنج درجه نسبت به ضلع ا ب رسم کنیم تا گرهٔ مطلوب حاصل شود.



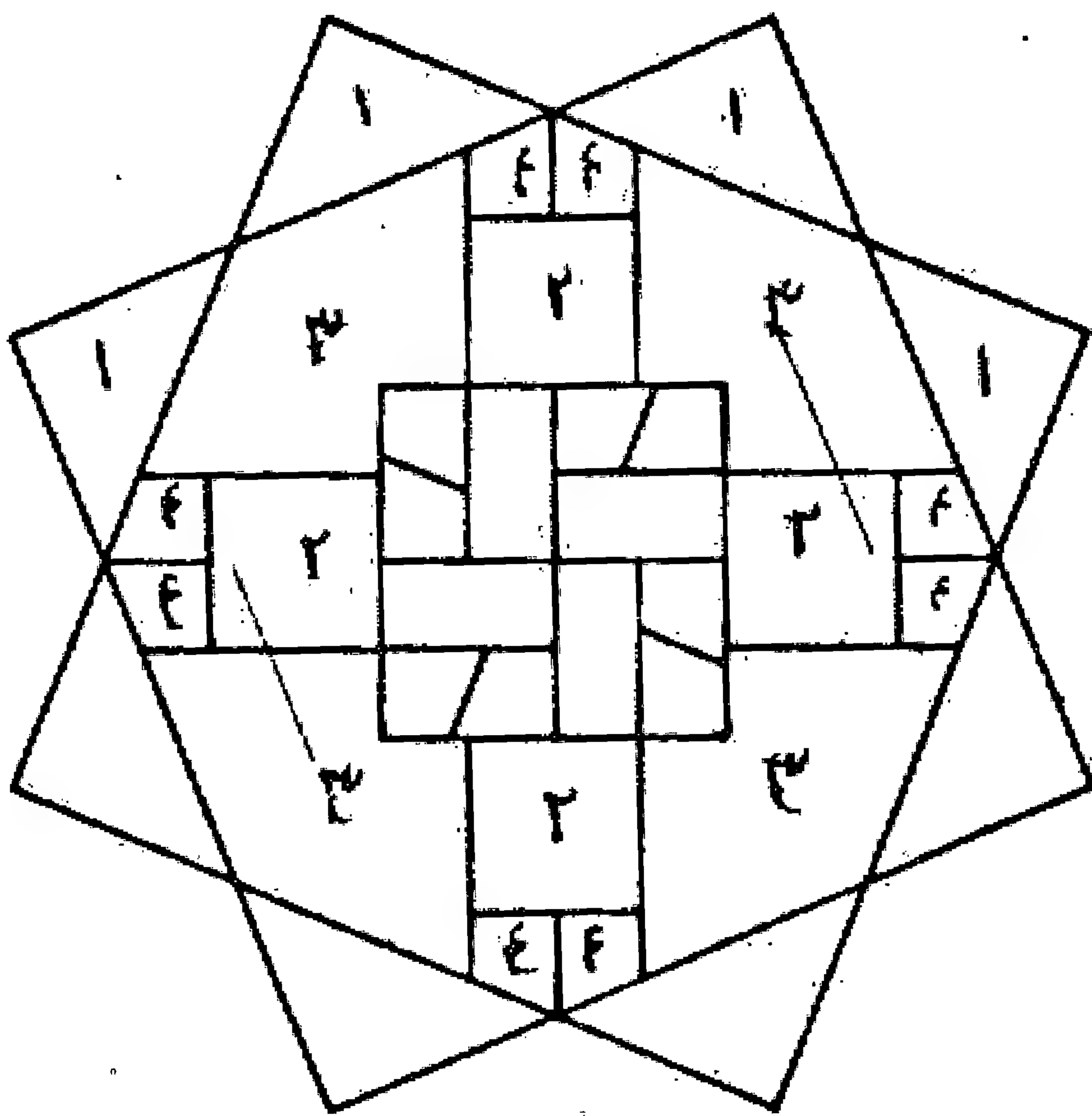


مسئلهٔ ۶۱

طول سه عمود و یك ضلع و نصف ضلع ـ عرض، چهار ضلع و نیم منهای یك عمود:

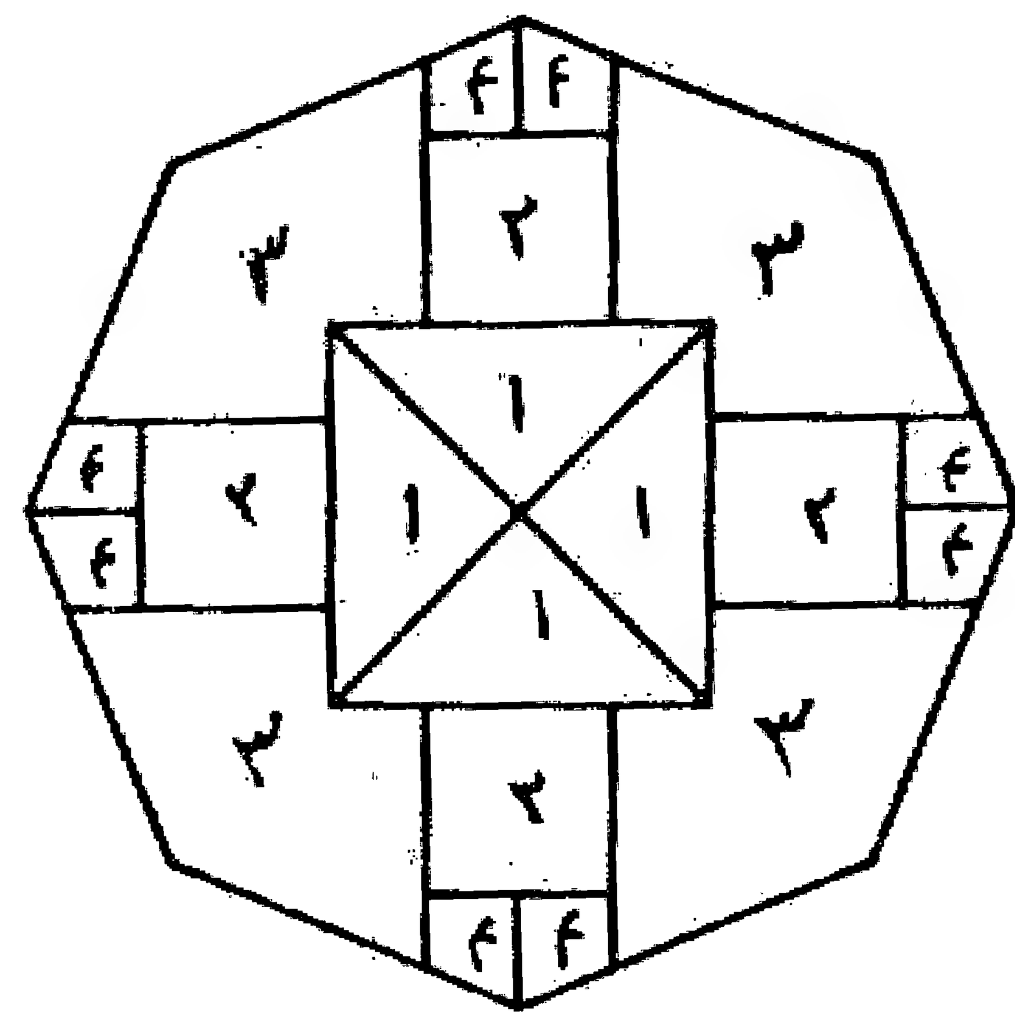
مثال طول ـ مقدار ط ر یك عمود است و ر ك یك ضلع و نیم و ك ف دو عمود، پس مجموع سه عمود و یك ضلع و نیم می شود.

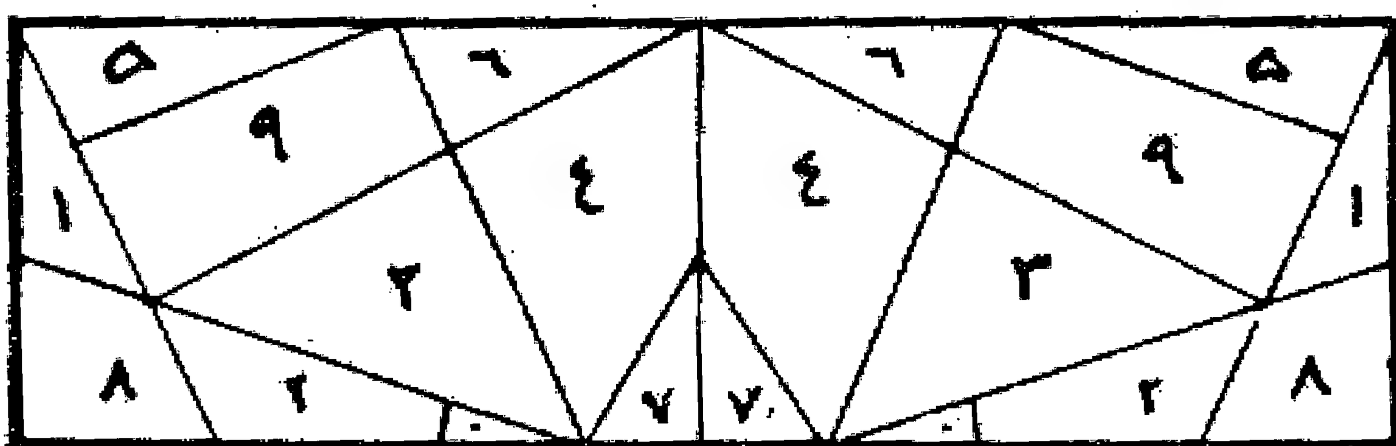
مثال عرض ـ هـ ر و ر س هر یك مساوی یك ضلع و نیم باقی ماندهٔ سْ ع كه مقدار آن م ن مساوی یك ضلع و نیم منهای م ل مساوی یك عمود، پس مجموع هـ ع مساوی چهار ضلع و نیم به غیر از عمود است. والله اعلم.



مسئلهٔ ۶۲

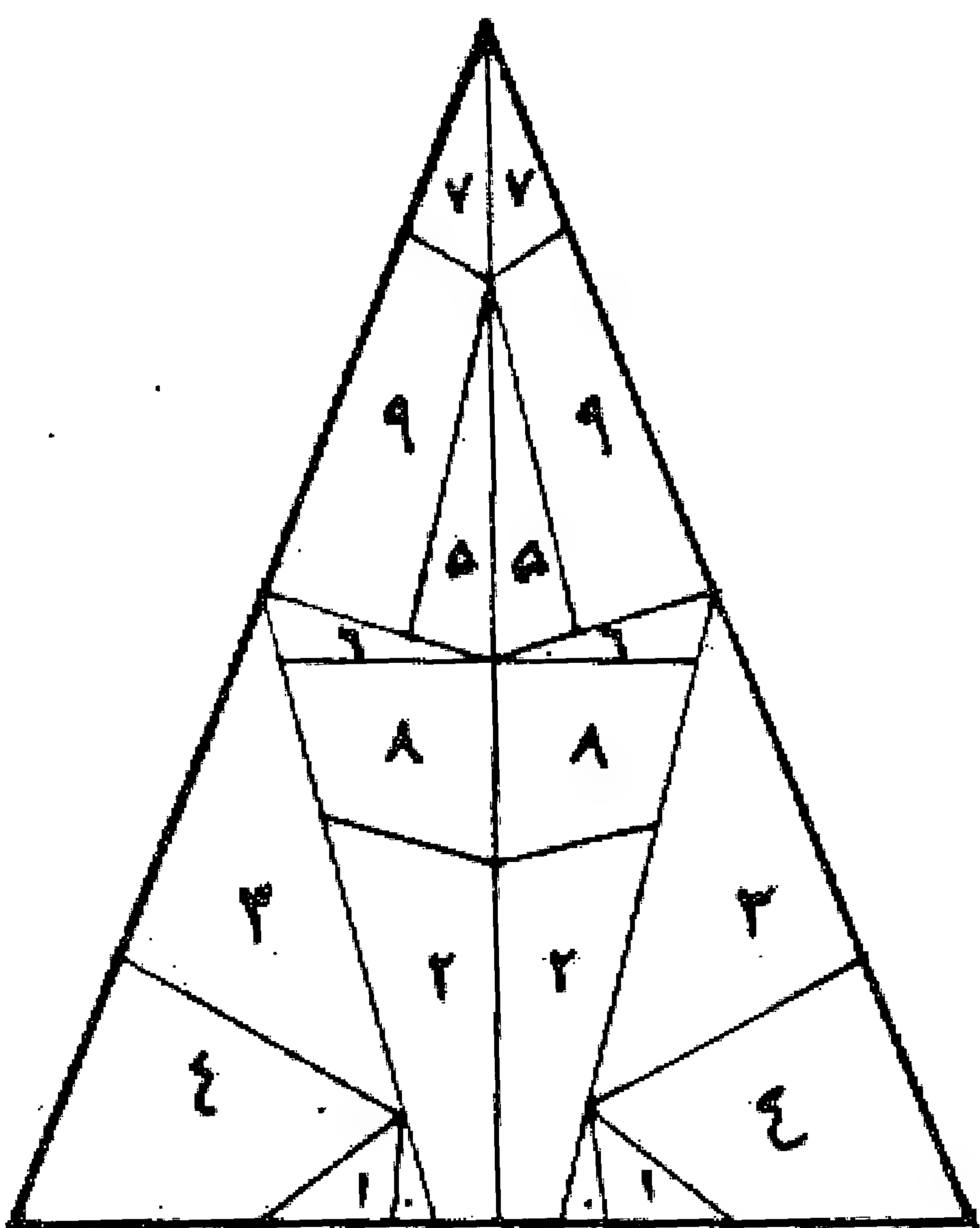
روش تقسیم هشت ضلعی و تبدیل آن به کوکب هشت ضلعی که در صفحهٔ آخر رسالهٔ کوبنانی ترسیم شده است، و باید صحت و یا سقم آن مورد بررسی قرار گیرد.

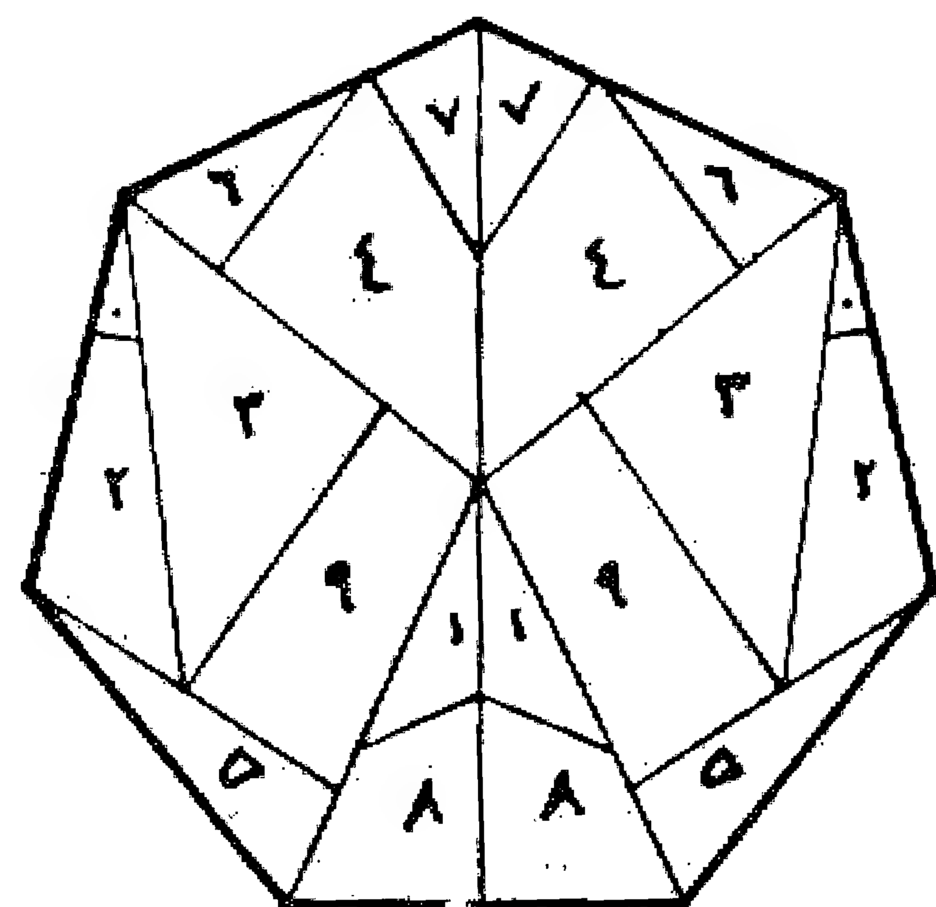




مسئلهٔ ۶۳

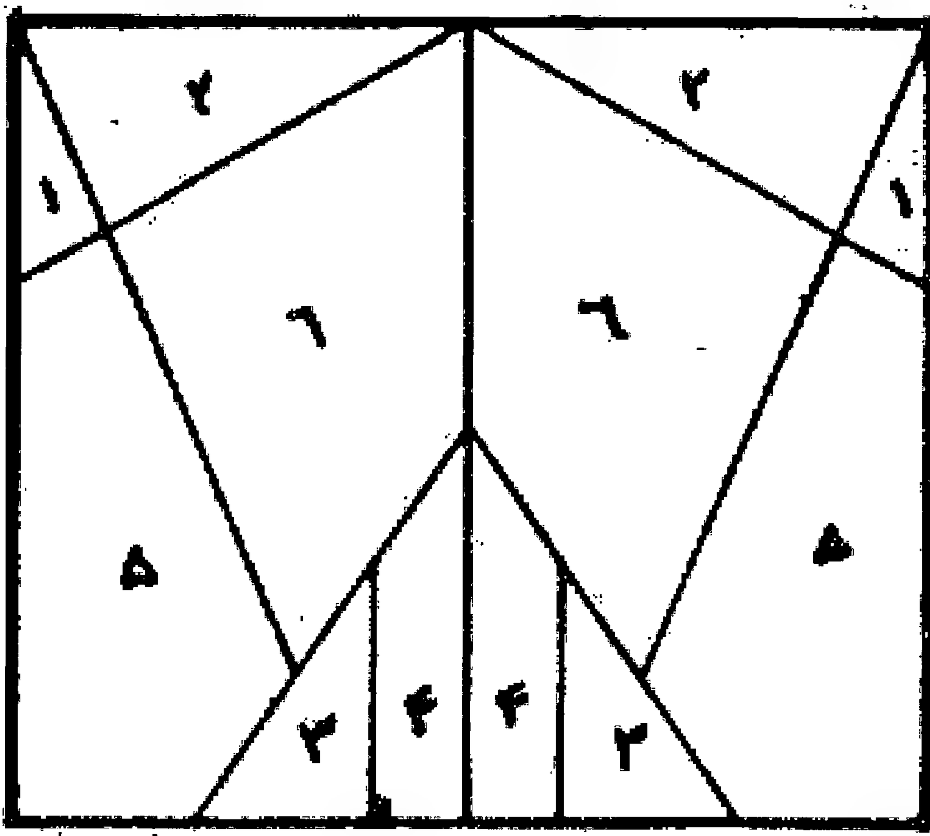
روش تقسیم یك هفت ضلعی و ترکیب آن به صورت چهار ضلعی و سه ضلعی که در صفحهٔ آخر رسالهٔ کوبنانی موجود است و درست و یا اشتباه بودن آن باید بررسی شود.

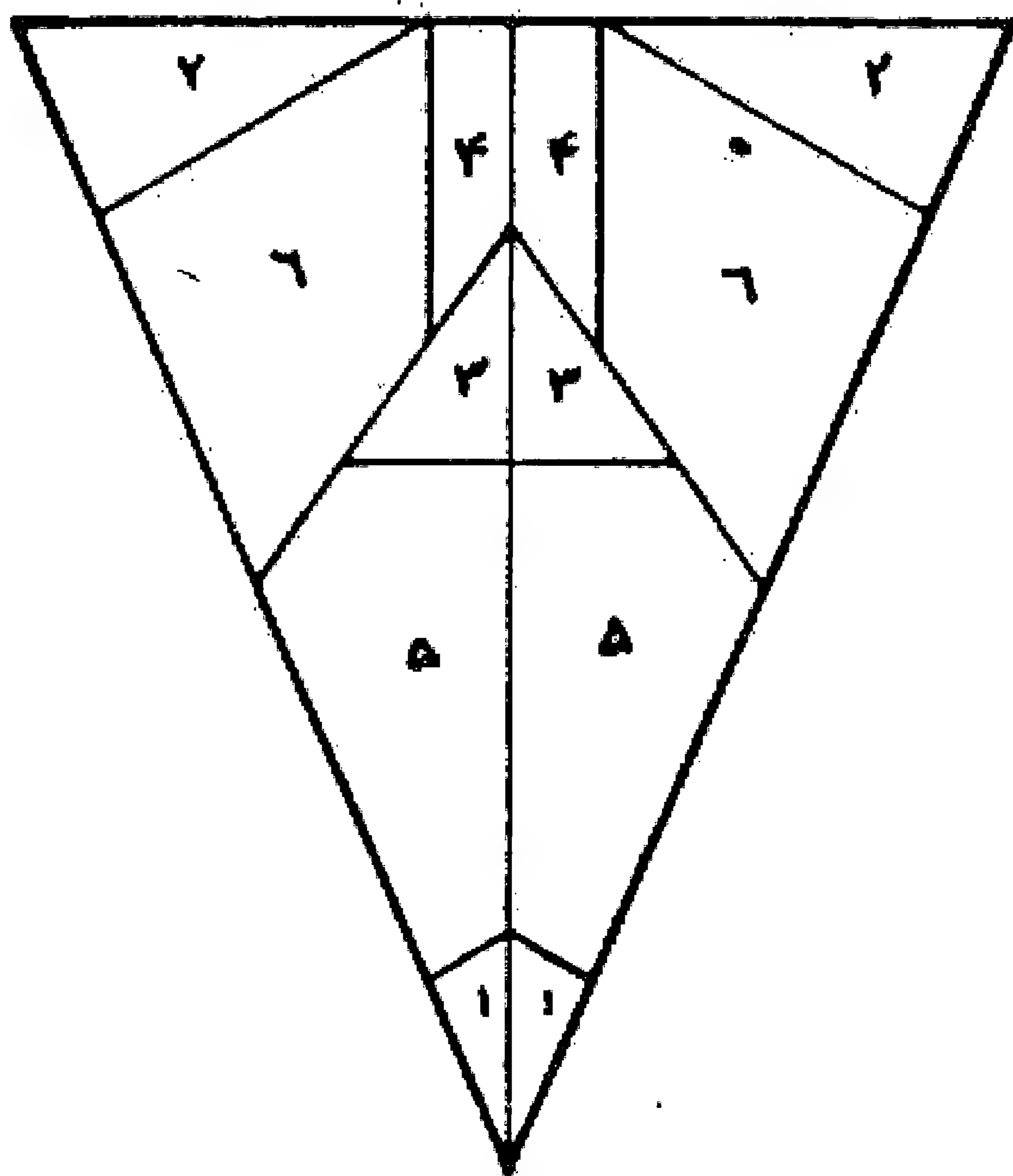


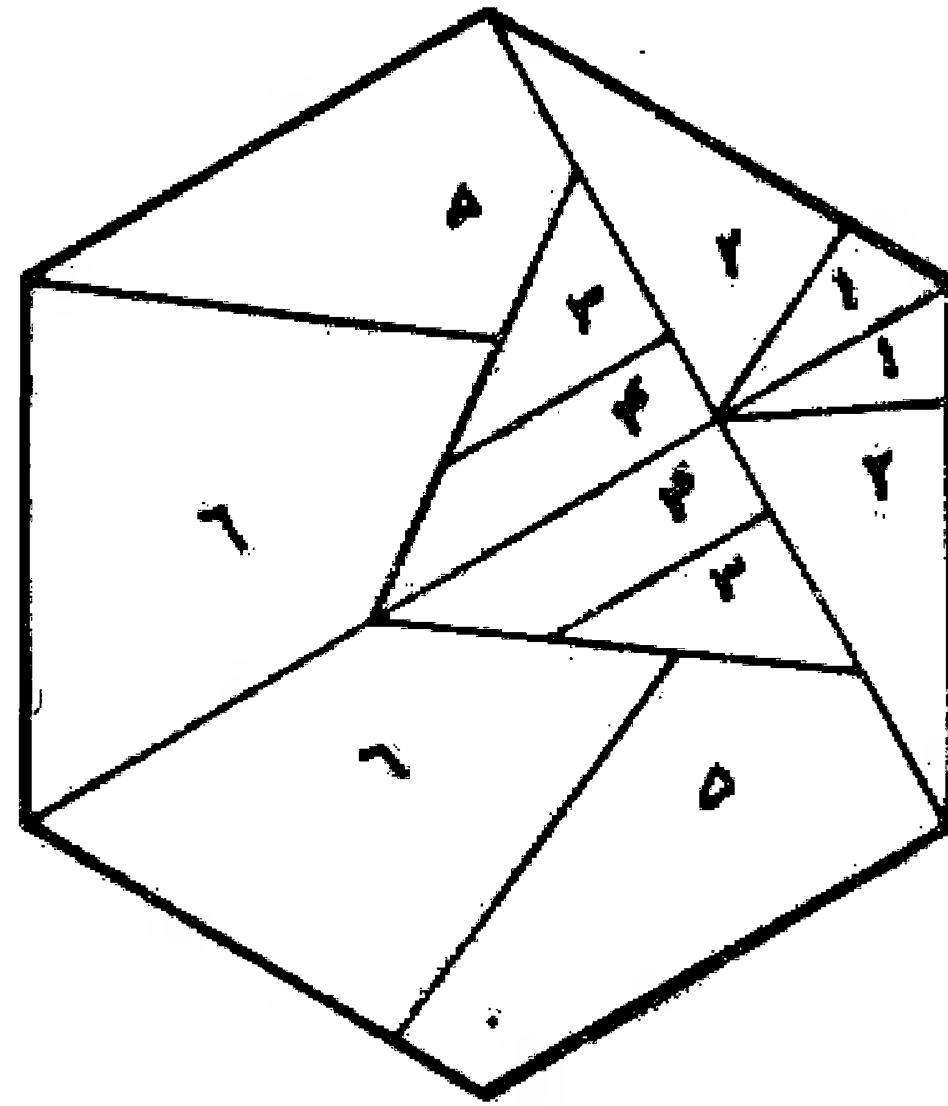


مسئلهٔ ۶۴

روش تبدیل یك شش ضلعی به چهار ضلعی و سه ضلعی، بر اساس آنچه در صفحهٔ آخر رسالهٔ کوبنانی وجود دارد که درست و غلط بودن آن باید امتحان شود.





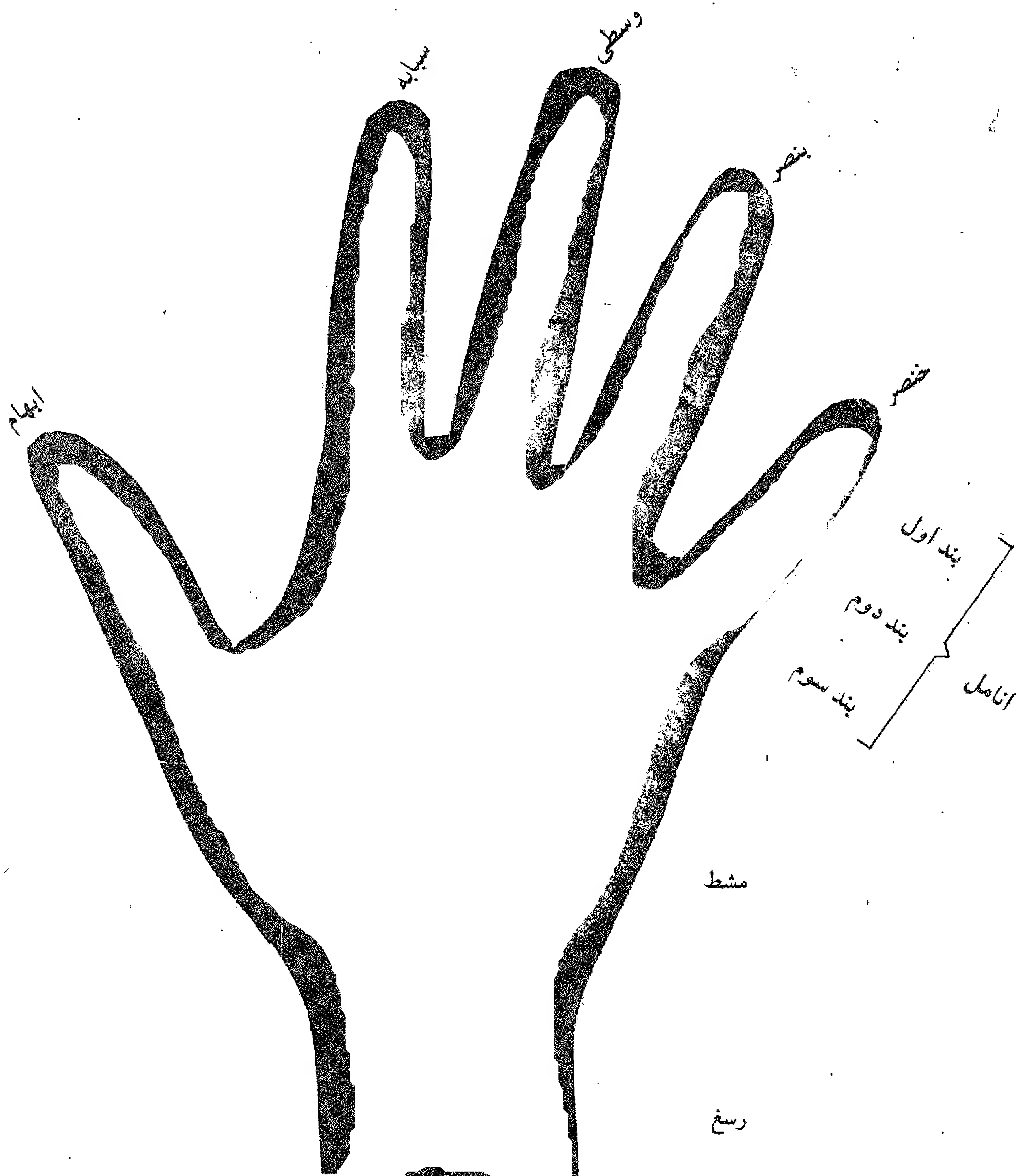


در خاتمه بازنویسی این رساله تیمناً آخرین مقالهٔ آن را عیناً رونویسی می نماید باشد که این کار مورد رضایت نویسنده و دانشمند گرامی قرار گیرد.

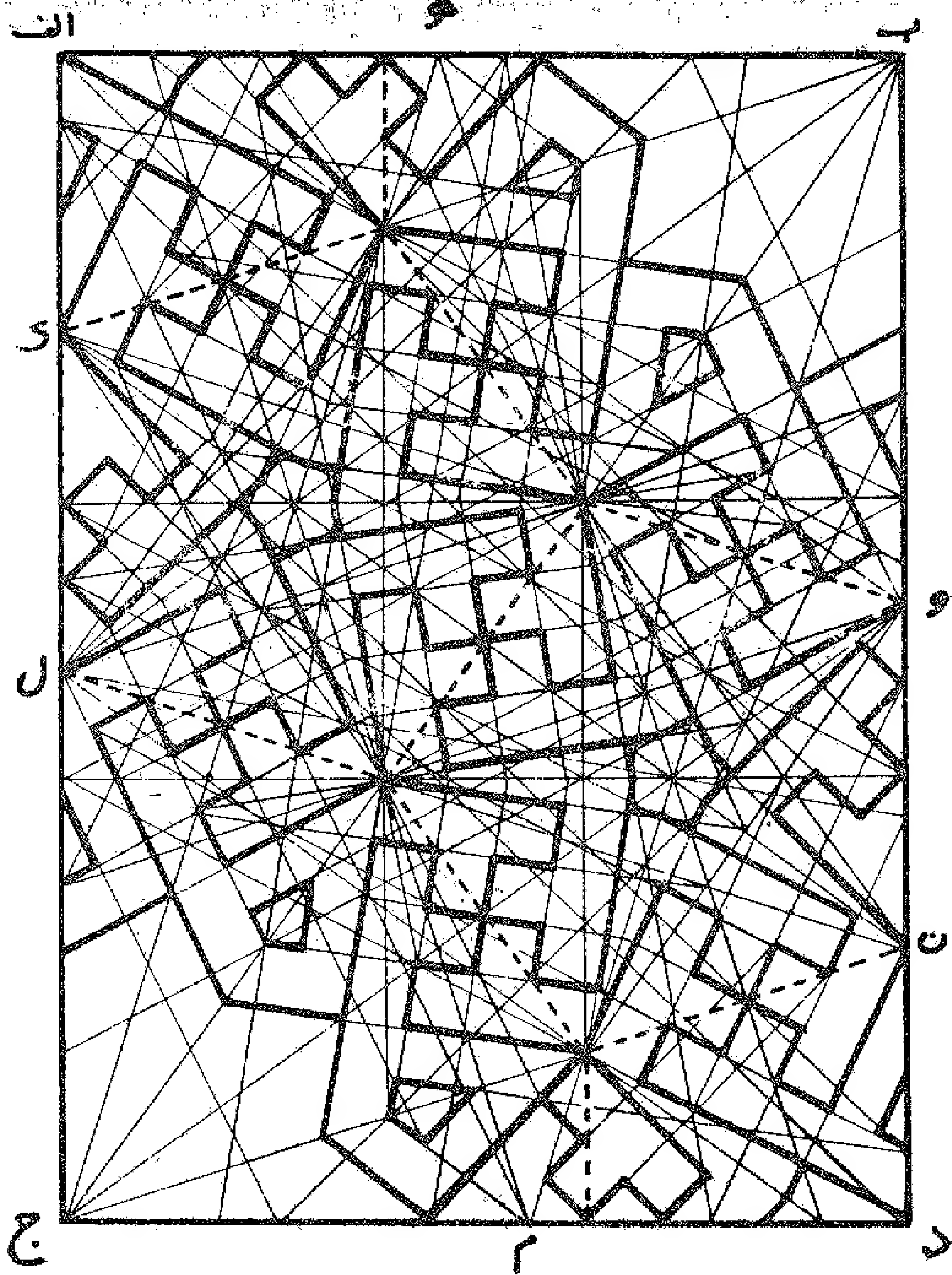
«بسم الله الرحمن الرحیم»

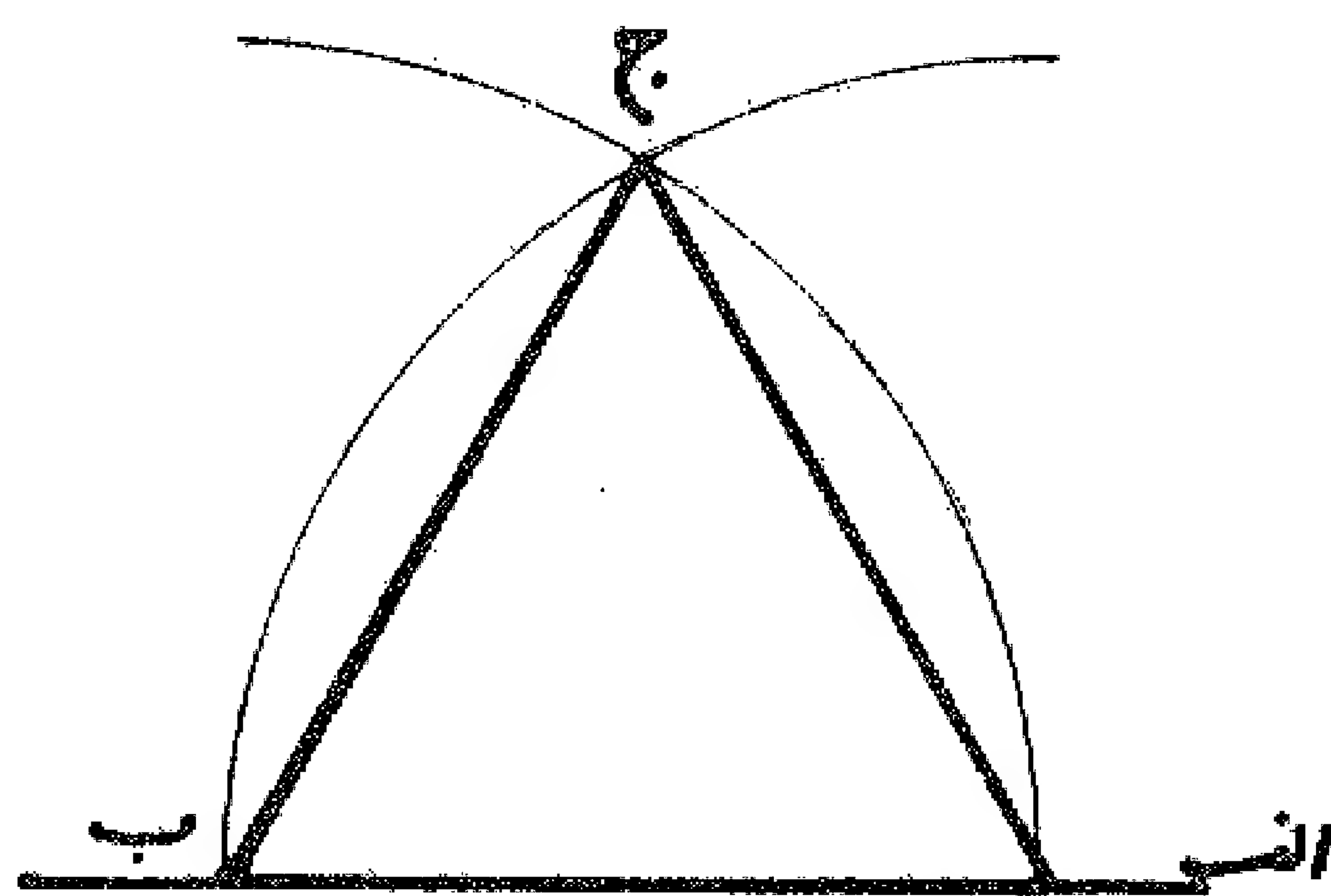
«بعد از حمد پروردگار که اصناف و الطاف بی غایت و انواع اصطناع بی نهایتش بوسایل انامل اوهام و افهام عقلا و اذکیا اصلا درخیر حصر و احصا نیاید و درود بر نامداری که هم در شمار آفرینش و هم در حساب دانش و بینش اول مایعقد به الحضر جزذات رسالت آیات او تصور نمودن به هیچ وجه مرخص نگردد و نشاید صلی الله علیه و علی آله وسلم نموده می شود که نوزده صورت از هیأت و اوضاع اصابع بر بدایع انسانی بازای عقود اعداد وضع کرده شد چنانچه ازیکی تا ده هزار بآن ضبط توان نمود و ضابطه آنچنان است که از اصابع خمسهٔ یمینی خنصر و بنصر و وسطی جهت عقود نه گانهٔ آحاد یقین رفته و سبابه و ابهام از برای عقود نه گانهٔ عشرات مقرر شده و از اصابع خمسه یسری سبابه و ابهام به ضبط عقود تسعه مآت مخصوص گشته و خنصر و بنصر و وسطی بعقد عقود نه گانهٔ آحاد الوف اختصاص یافته، پس صور عقود ازیکی تا نه و عقود آحاد الوف ازیك هزار تا نه هزار یکسان بود مثلا وضع رأس انملهٔ وسطی بر کف از جانب یمین پنج باشد چنانکه معلوم خواهد شد و از جانب یسار پنج هزار و همچنین عقود عشرات و عقود مآت متفق الصور باشند و بفرقه و تمیز به یمین و یسار کرده شود. مثلا صورتی که در دست راست دلالت بر نود کند در دست چپ نهصد شمرند و چون این مقدمات ممهد گشت صور نوزده گانه مذکور بتفصیل بیان کرده شود، انشاءالله تعالی: از برای واحد خنصر دست راست فرد باید گرفت، وجهٔ اثنان بنصر را با خنصر ضم باید کردن وجهٔ ثلث وسطی را نیز چنانچه در عد اشیاء بین الناس مشهور و متعارف است لیکن درین سه عقد باید که رؤوس انامل نیك نزدیك اصول اصابع باشد، وجهٔ اربعه خنصر را رفع باید کرد و بنصر و وسطی را معقود گذاشتن و برای خمسه بنصر را رفع کردن وجهٔ سته وسطی را رفع کرده بنصر فقط را فرو باید گرفت چنانچه سر انمله اش بر وسط کف باشد و برای سبعه آنرا هم برداشته خنصر تنها عقد باید کرد چنانچه سر انگشت نیك مایل باشد بجانب زسغ وجهٔ ثمانیه با بنصر همان باید کرد و برای تسعه با وسطی نیز و در عقود ثلثه اخیر باید که رؤوس انامل بر طرف کف باشد تا بعقود ثلثه مشتبه نگردد و از برای عشره سر ناخن سبابه یمینی را بر مفصل انمله ابهام باید نهاد و چنانچه فرجه میان آن دو انگشت بحلقه مدور مشابه باشد. و از برای عشرین طرف عقده زیرین سبابه که هلی وسطی است بر پشت ناخن ابهام باید نهاد چنانچه بند اول انمله ابهام را در میان اصول سبابه و وسطی گرفته، اما

وسطی را در دلالت بعشرین مدخلی نباشد چه اوضاع او از برای عقود آحاد متغیر و مبدل گردد و اتصال ناخن ابهام به طرف عقدهٔ زیرین سبابه بحال خود دلالت بر عشرین کند و از برای ثلثین ابهام را قائم داشته سر انملهٔ سبابه را بر طرف ناخن او باید نهاد چنانچه وضع سبابه با ابهام شبیه باشد به هیأت قوس و وتر واگر جهت سهولت عقد ابهام خمی باشد هم دلالت بر مقصود کند و التباسی واقع نشود و از برای اربعین باطن انمله ابهام را بر ظهر عقدهٔ زیرین سبابه باید نهاد چنانچه میان ابهام و طرف کف هیچ فرجه نماند، و جهت خمسین سبابه را قائم و منصب داشته ابهام را تماماً خم باید داد و بر کف نهاد محاذی سبابه و از برای شصت ابهام را خم داده باطن عقد دوم سبابه را بر پشت ناخن او نهاد چنانچه در شصت ریات معهود است و از برای هفتاد ابهام را قائم داشته باطن عقد اول و دوم سبابه را بر طرف ناخن اوباید نهاد چنانچه پشت ناخن ابهام تمام مکشوف باشد و از برای هشتاد ابهام را منصب گذاشته طرف انمله سبابه را بر پشت مفصل انمله او باید نهاد و از برای نود سر ناخن سبابه را بر مفصل عقدهٔ دوم ابهام نهاد چنانچه بر عقده عشره بر مفصل انمله می نهاد و چون این صور و اوضاع هجده گانه که در نه عقد خنصر و بنصر و وسطی ذکر کرده شد و نه در عقد سبابه و ابهام شرح داده آمد استحضار کرده شد و از مقدمات سابق روشن گشت که آنچه در دست راست دلالت بر عقدی از عقود آحاد کند در دست چپ دلالت بر همان عقد کند از عقود و آحاد الوف و آنچه در یمین دال باشد بر عقدی از عقود عشرات در یسار دال باشد بر همان عقد از عقوت مآت ازیکی تا نه هزار و نهصد و نود و نه بدان صور هجده گانه ضبط توان کرد و اما جهت عقد ده هزار طرف انمله ابهام متصل باید ساخت بطرف تمام انمله سبابه و بعضی از عقدهٔ دوم او چنانچه سر ناخن سبابه با سر ناخن ابهام برابر باشد و طرف بطرف او متصل و صلی الله علی محمد واله اجمعین.



اصابع خمسه
پنج انگشت دست





ابجد ـ هوز ـ حطی ـ کلمن ـ سعفص ـ قرشت ـ ثخذ ـ ضظغ

ا	ب	جـ	د	هـ	و	ز	ح	ط	ی	ک	ل	م	ن	س
۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۲۰	۳۰	۴۰	۵۰	۶۰
ع	ف	ص	ق	ر	ش	ت	ث	خ	ذ	ض	ظ	غ		
۷۰	۸۰	۹۰	۱۰۰	۲۰۰	۳۰۰	۴۰۰	۵۰۰	۶۰۰	۷۰۰	۸۰۰	۹۰۰	۱۰۰۰		

ضمیمه دوّم

مطالب زیر قسمتهایی است که در کتب مختلف هندسی برای روش ترسیم شکلهای هندسی بیان شده است که چون ارتباط نزدیکی با مطالب این رساله داشت، جهت اطلاع و استفادهٔ بیشتر در دو قسمت به صورت زیر ضمیمه به این رساله اضافه می‌گردد.

در قسمت اول ـ به آن مسائلی اشاره شده که در رابطه با مسائل مطرح شده در رسالهٔ اصلی می‌باشد و برای نشان دادن ارتباط هر مسئله با هر قسمت از مسائل مربوط به هر باب در زیر عنوان همان باب نوشته می‌شود.

در قسمت دوم ـ دیگر مسائلی که دانستن آنها لازم، ولی اضافه بر مطالب رسالهٔ اصلی است جمع‌آوری شده است.

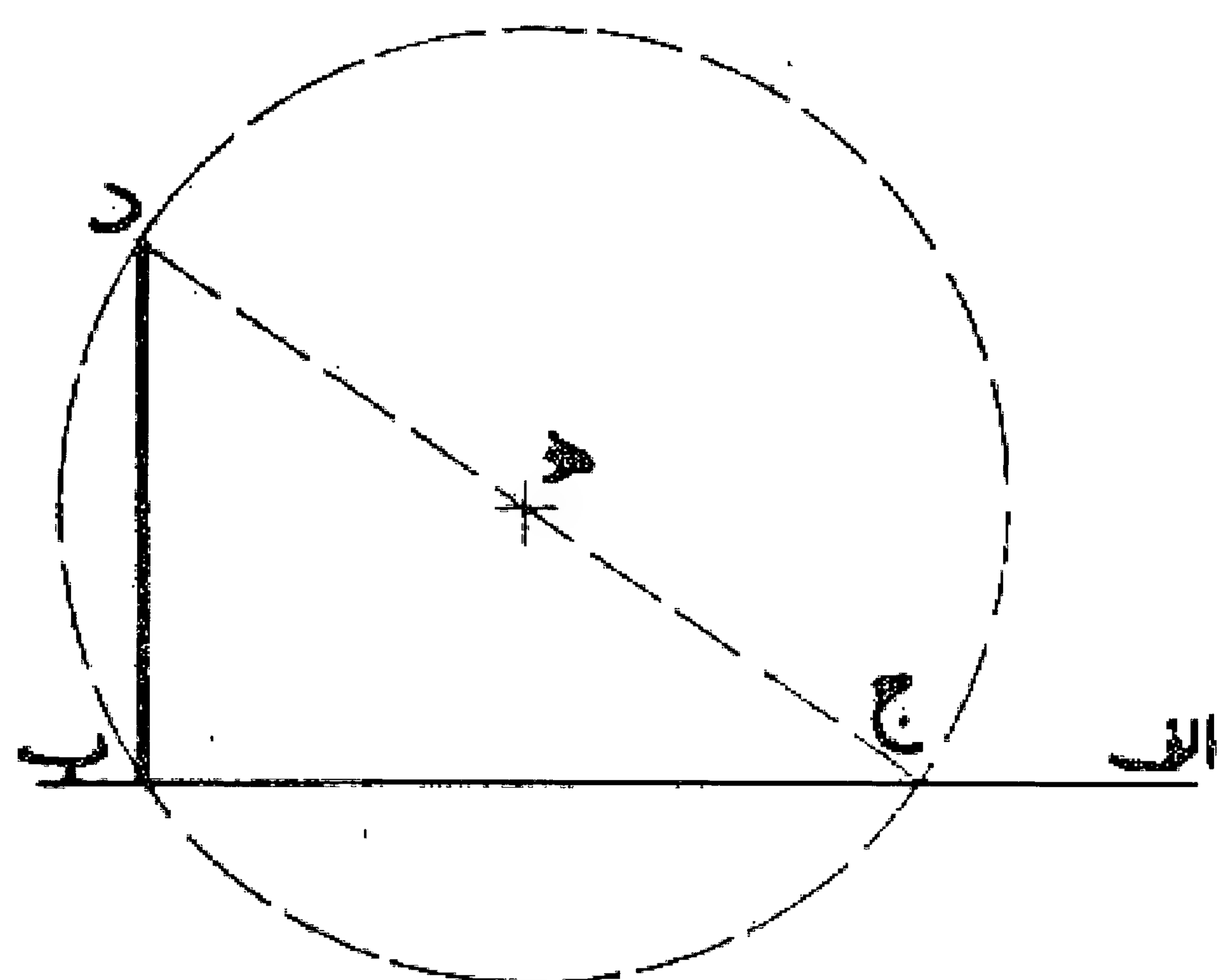
قسمت اول
مقدمه

مسئلهٔ ۱

در پرگار و کشیدن قوس: در کارهای بنّایی برای رسم دایره از ریسمان محکم و یا مترهای فلزی که کشیده نمی شود و یا زنجیر استفاده می کنند که حلقهٔ آن را به میخی که در مرکز دایره نصب می کنند گیر می دهند و در فاصلهٔ مورد نظر قلم یا میخی می گذارند و ریسمان را محکم می کشند و دایره را رسم می نمایند. البته باید دقت شود که سطحی که دایره روی آن نصب می شود کاملا مستوی باشد تا اعوجاجی در دایره به وجود نیاید.

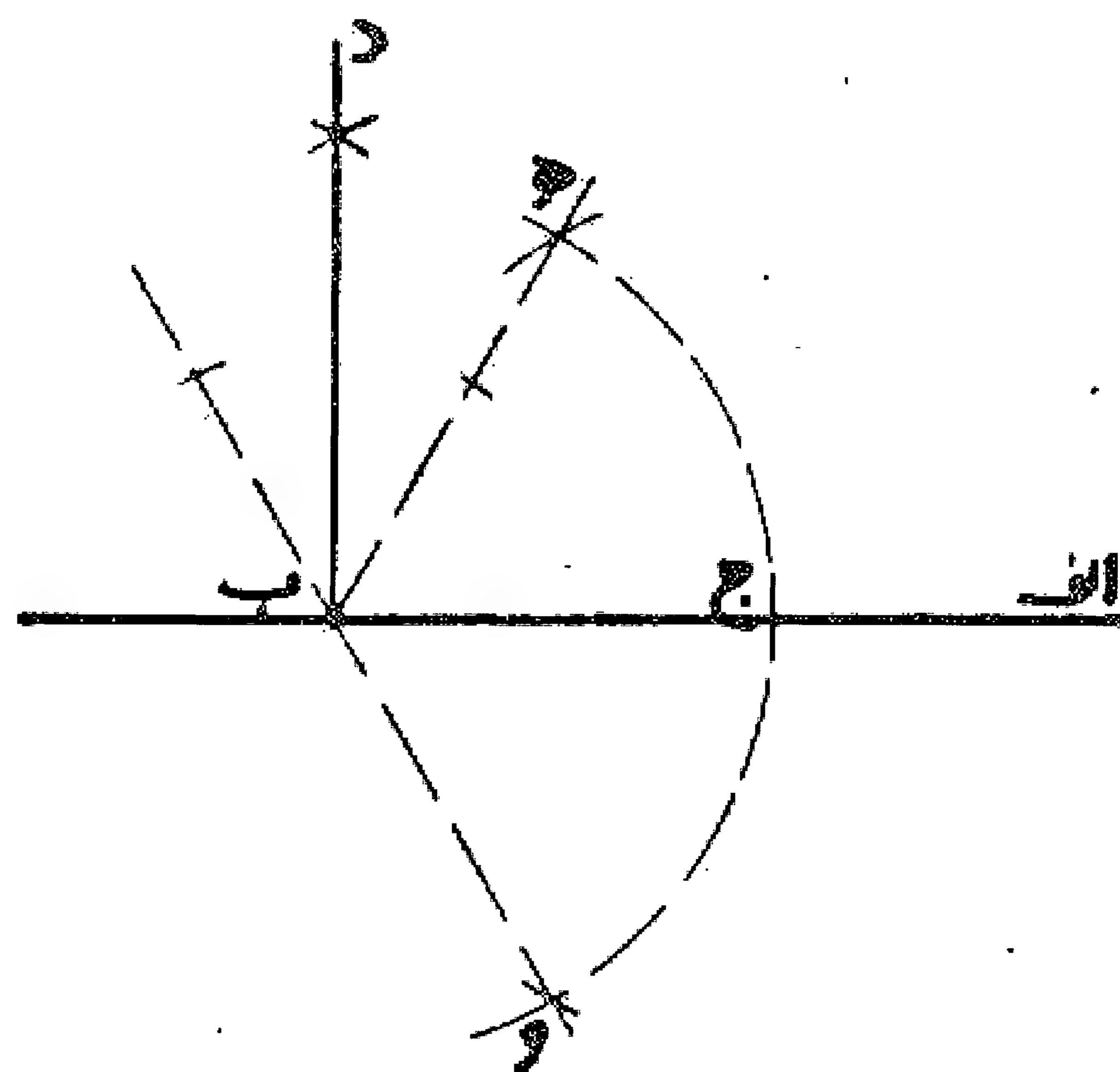
مسئلهٔ ۲

در رسم گونیا: در خارج از خط ا ب نقطه‌ای نظیر نقطهٔ هـ را مرکز قرار می‌دهیم و به طول ب هـ دایره‌ای رسم می‌کنیم تا خط ا ب را درنقطهٔ جـ قطع نماید، سپس از نقطهٔ جـ خطی به نقطهٔ هـ پیوند و ادامه می‌دهیم تا دایره را در نقطهٔ د قطع کند. حال اگر از نقطهٔ د به نقطهٔ ب وصل نماییم، خط د ب در نقطهٔ ب بر خط ا ب عمود است. بدین صورت:



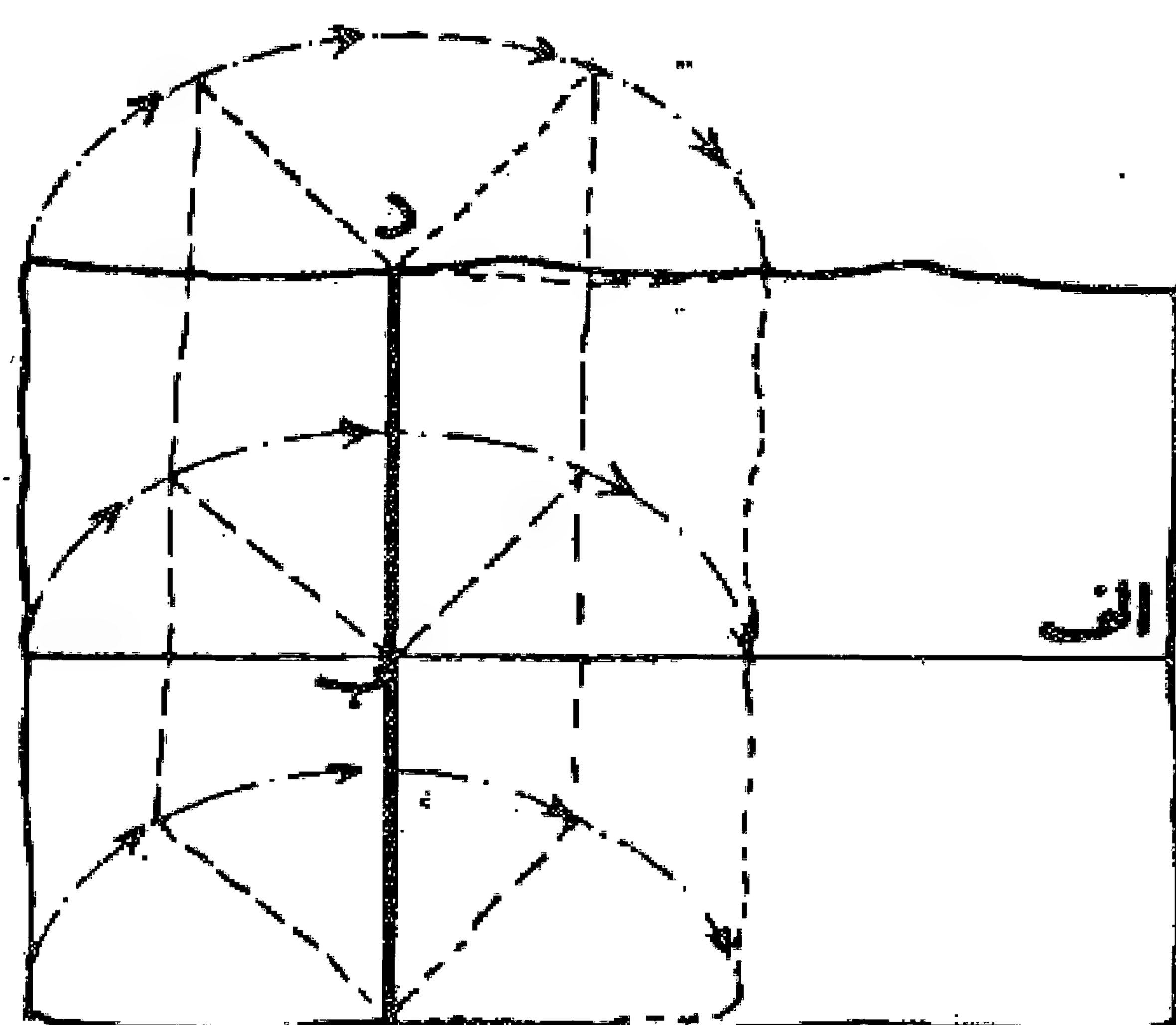
مسئلهٔ ۳

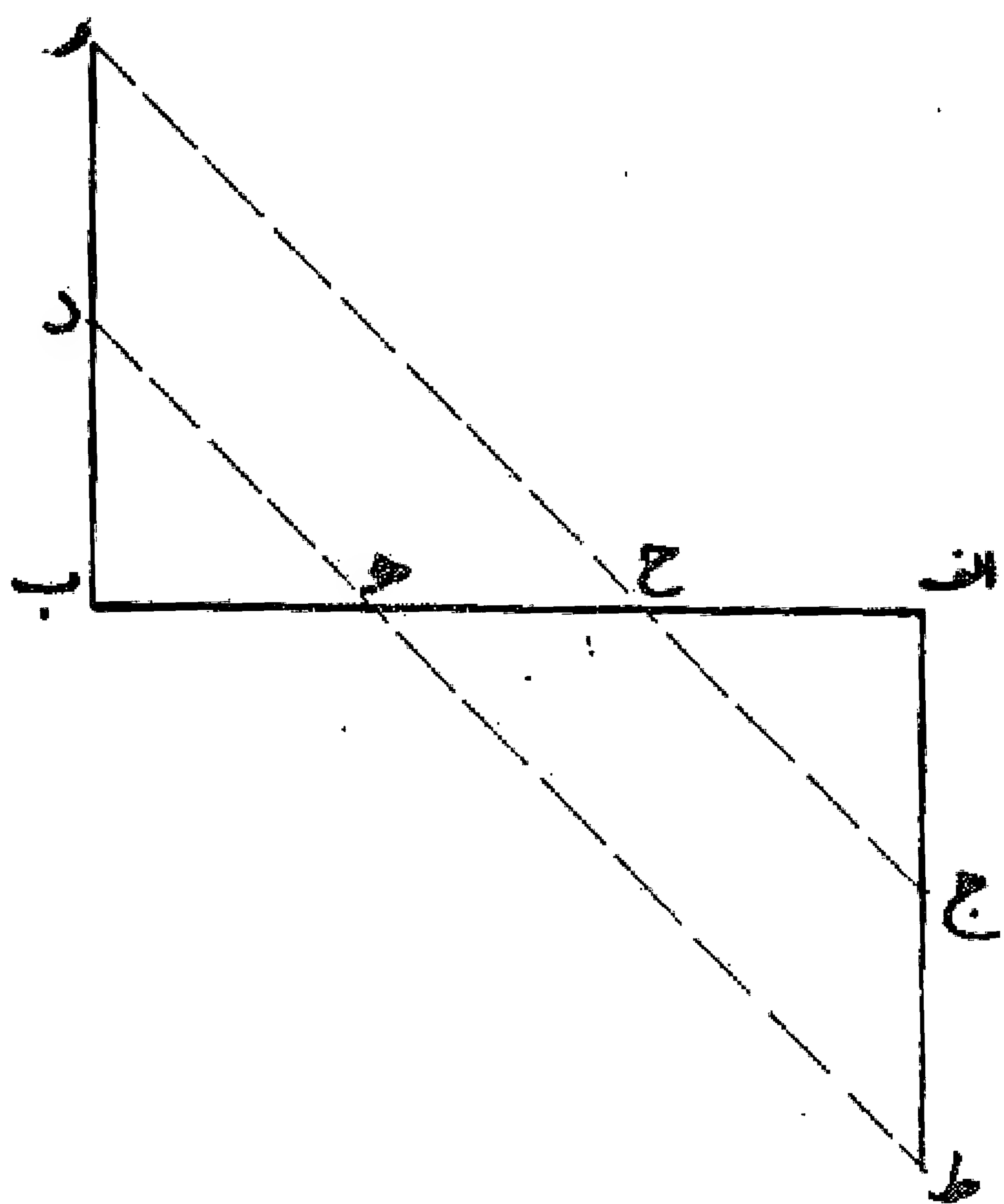
وجهی دیگر: ابتدا به مرکز ب با فتح دلخواه پرگار قوسی رسم می نماییم تا خط ا ب را در نقطهٔ جـ قطع کند، سپس از نقطهٔ جـ روی این قوس دو نقطه به یك فاصله ازدو طرف خط ا ب نشان می نماییم و چنانچه از این دو نقطه به نقطهٔ ب وصل کنیم زاویه‌ای به دست می آید که خط ا ب منصف الزاویهٔ (داخلی) آن می باشد. حال یکی از اضلاع این زاویه را امتداد می‌دهیم و منصف الزاویهٔ زاویهٔ (خارجی) حاصل با ضلع دیگر را رسم می‌نماییم. این منصف الزاویه بر خط ا ب در نقطهٔ ب عمود است. بدین صورت:



مسئلهٔ ۴

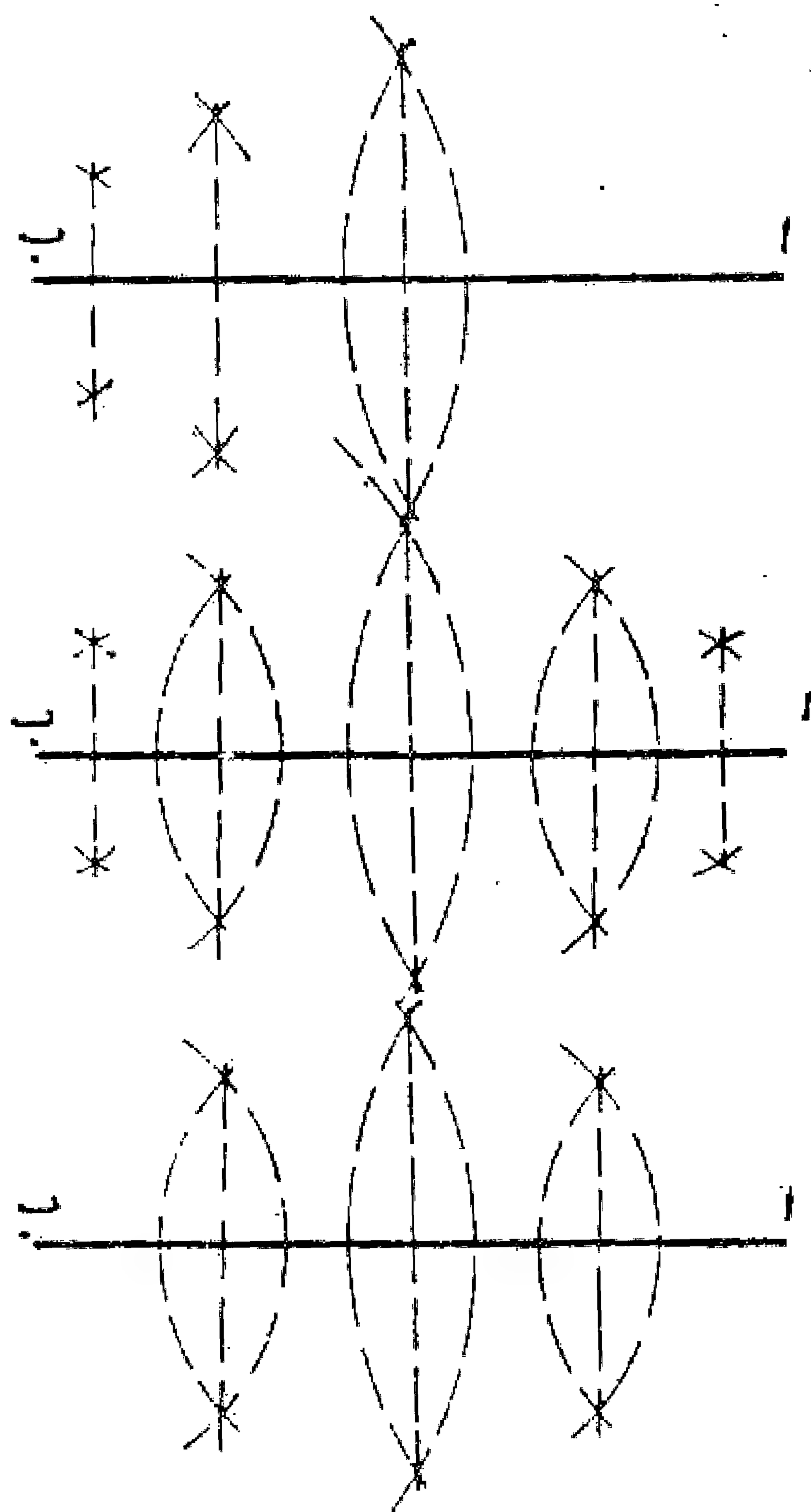
وجهی دیگر: ابتدا خط ا ب را از سمت نقطهٔ ب امتداد می دهیم و سپس کاغذ را به نحوی تا می کنیم که دو قطعهٔ خط ا ب در نقطهٔ ب روی یکدیگر قرار گیرد و خط تا را ثابت می نماییم، این خط عمود بر خط ا ب در نقطهٔ ب می باشد و چنانچه نقطه خارج از خط باشد به همین نحو می توان خط عمود وارد از آن نقطه به خط را معلوم کرد.





مسئلهٔ ۵

در تقسیم خط به سه قسمت مساوی: پس از اخراج خط گونیای ب د آن را به اندازهٔ ب د تا نقطهٔ ر امتداد می‌دهیم، حال از نقطهٔ ر به نقطهٔ جـ وصل می کنیم (این خط از خط ا ب ثلثی جدا می نماید) این خط، خط ا ب را در نقطهٔ ح قطع می کند که قطعهٔ ا ح ثلث خط ا ب می باشد و چنانچه همین عمل را نسبت به خط گونیای ا جـ انجام دهیم قطعهٔ ب هـ نیز ثلثی از خط ا ب خواهد بود و ح هـ ثلث دیگر آن.

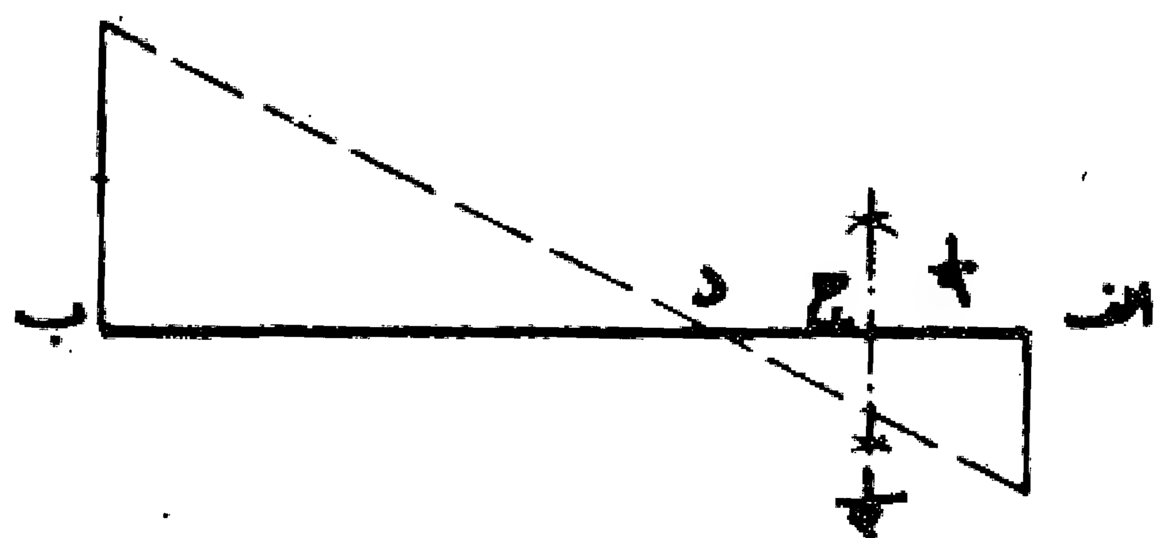


مسئلهٔ ۶

در تقسیم خط به ضرایب دو، چهار، هشت و بیشتر معمولا از روش اول استفاده می شود، یعنی اول خط ا ب را به دو نیمه و بعد هر قسمت را به دو نیمه و سپس هر قسمت را به دو نیمهٔ دیگر تقسیم می کنیم و به همین نحو تا رسیدن به نتیجه، کار را ادامه می‌دهیم. البته چنانچه بخواهیم یك قسمت را جدا نماییم کافی است عمل را برای یك قسمت فقط ادامه دهیم. بدین صورت:

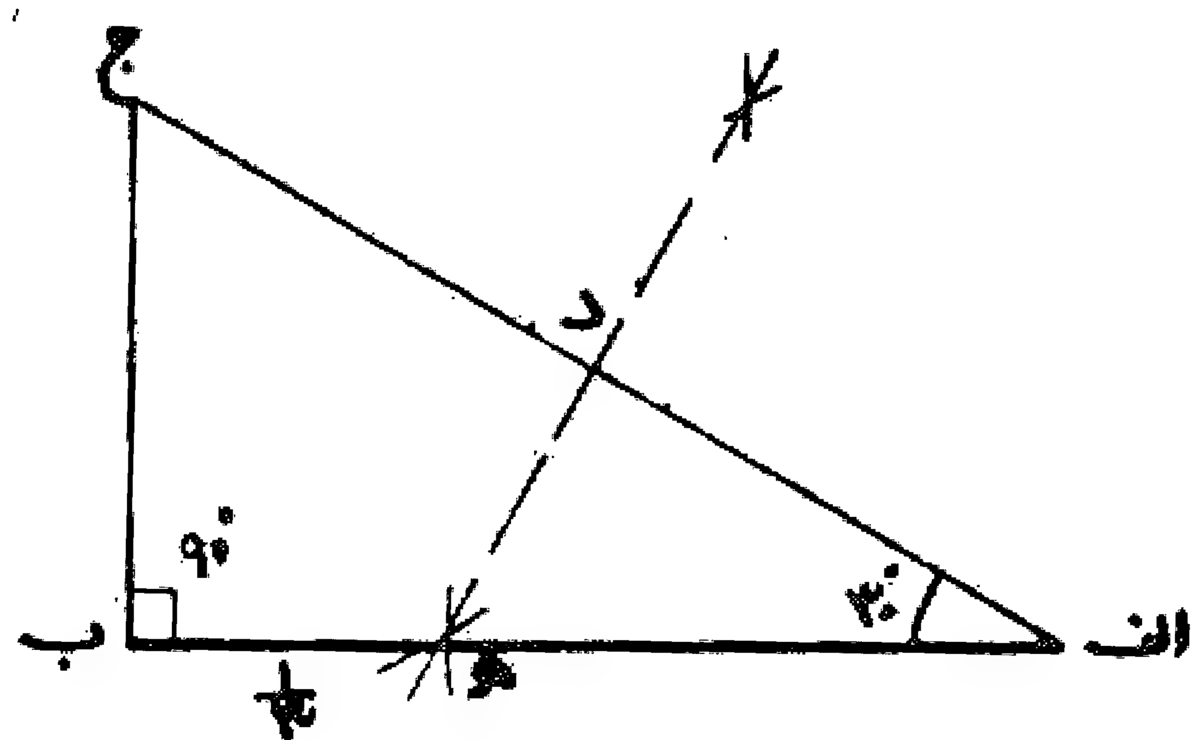
مسئلهٔ ۷

همچنین برای تقسیمهای شش و نظیر آن از هر دو روش می توان استفاده کرد. و بدین صورت: (قطعهٔ **ا جـ** معادل ۱/۶ خط **ا ب**) می باشد.



مسئلهٔ ۸

وجهی دیگر در جدا کردن ثلثی از خط: ابتدا بر خط **ا ب** مثلث قائم الزاویه ای با یك زاویهٔ سی درجه به نحوی رسم می کنیم که زاویهٔ سی درجه در نقطهٔ **ا** و قائمه در **ب** باشد و بعد وتر این مثلث را رسم و در نقطهٔ **د** آن را به دو نیمه تقسیم می نماییم، حال چنانچه از نقطهٔ **د** خطی بر **ا جـ** عمود کنیم تا خط **ا ب** را قطع نماید قطعهٔ **ب هـ** ثلثی از خط **ا ب** می باشد. بدین صورت:

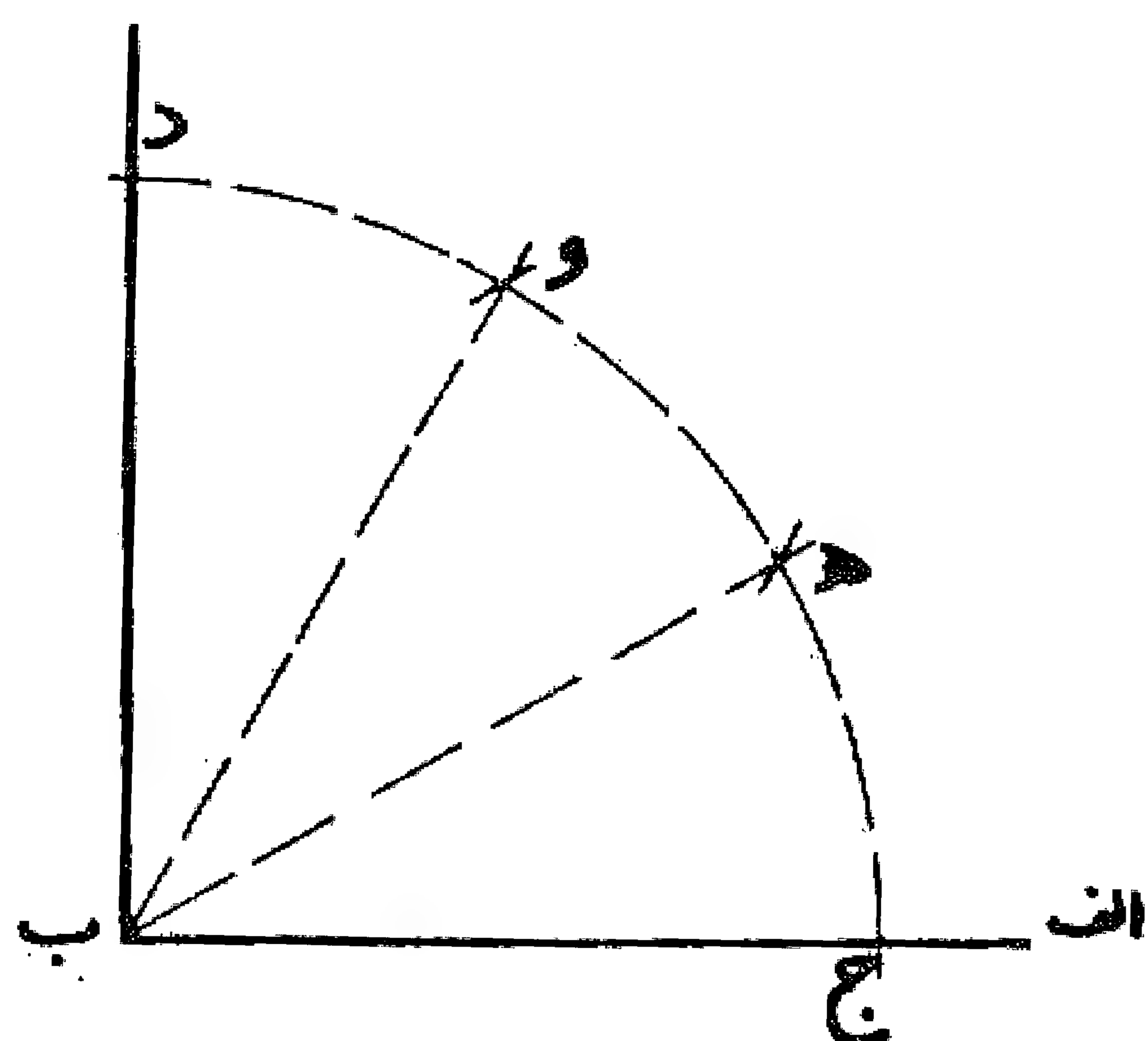


مسئلهٔ ۹

در تقسیم زاویه: اگر بخواهیم زاویه ای را به چهار قسمت مساوی تقسیم کنیم، پس از تقسیم زاویه به دو نیمه، هر نیمه را به دو نیمه تقسیم می نماییم تا زاویه به چهار قسمت مساوی تقسیم شود.

مسئلهٔ ۱۰

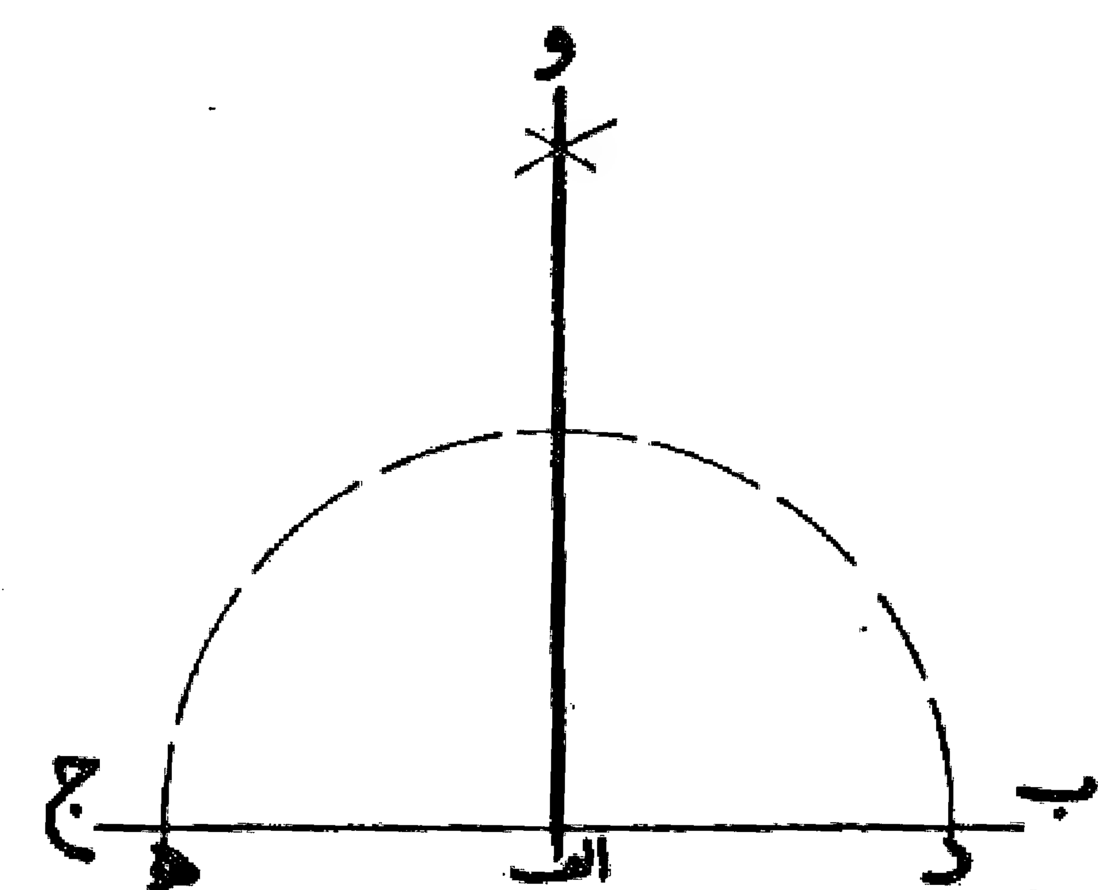
اگر بخواهیم زاویه‌ای را به سه قسمت مساوی تقسیم کنیم چنانچه زاویه قائمه باشد پس از رسم قوسی با فتح دلخواه به مرکز رأس زاویه و به مرکز نقاط تقاطع قوس با دو ضلع زاویه دو قوس دیگر رسم می نماییم تا با قوس اول متقاطع گردند. حال اگر از نقاط تلاقی به رأس زاویه وصل می کنیم زاویهٔ قائمه به سه قسمت مساوی تقسیم می شود:



مسئلهٔ ۱۱

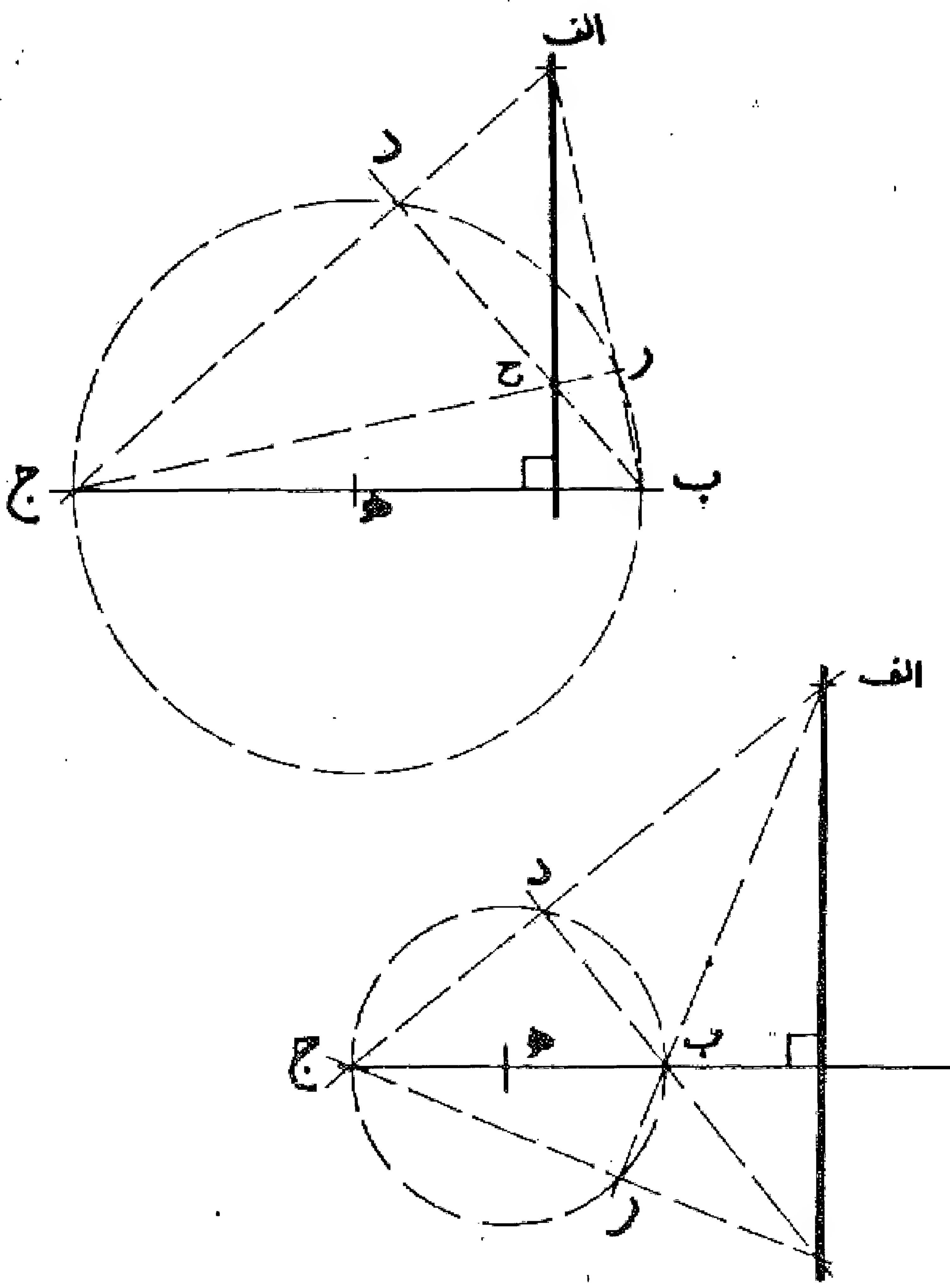
در رسم خط عمود: اگر بخواهیم از نقطهٔ **ا** روی خط **ب جـ** خطی با زاویهٔ قائمه بر خط **ب جـ** بکشیم، ابتدا نقطهٔ **ا** را مرکز قرار می دهیم و نیم دایره ای رسم می کنیم تا خط **ب جـ** را در دو نقطهٔ **د** و **هـ** قطع نماید، سپس قطعهٔ **د هـ** را به دو نیمه تقسیم می کنیم، خطی که از نقطهٔ **ا** به نقطه تقسیم وصل کنیم بر خط **ب جـ** عمود می باشد. بدین صورت:

در این عمل برای دو نیمه کردن قطعهٔ **د هـ** کافی است که قوسهای تقسیم در یك طرف خط و یك مرتبه تعیین شود و از آن نقطه به نقطهٔ **ا** خطی پیوند کنیم.



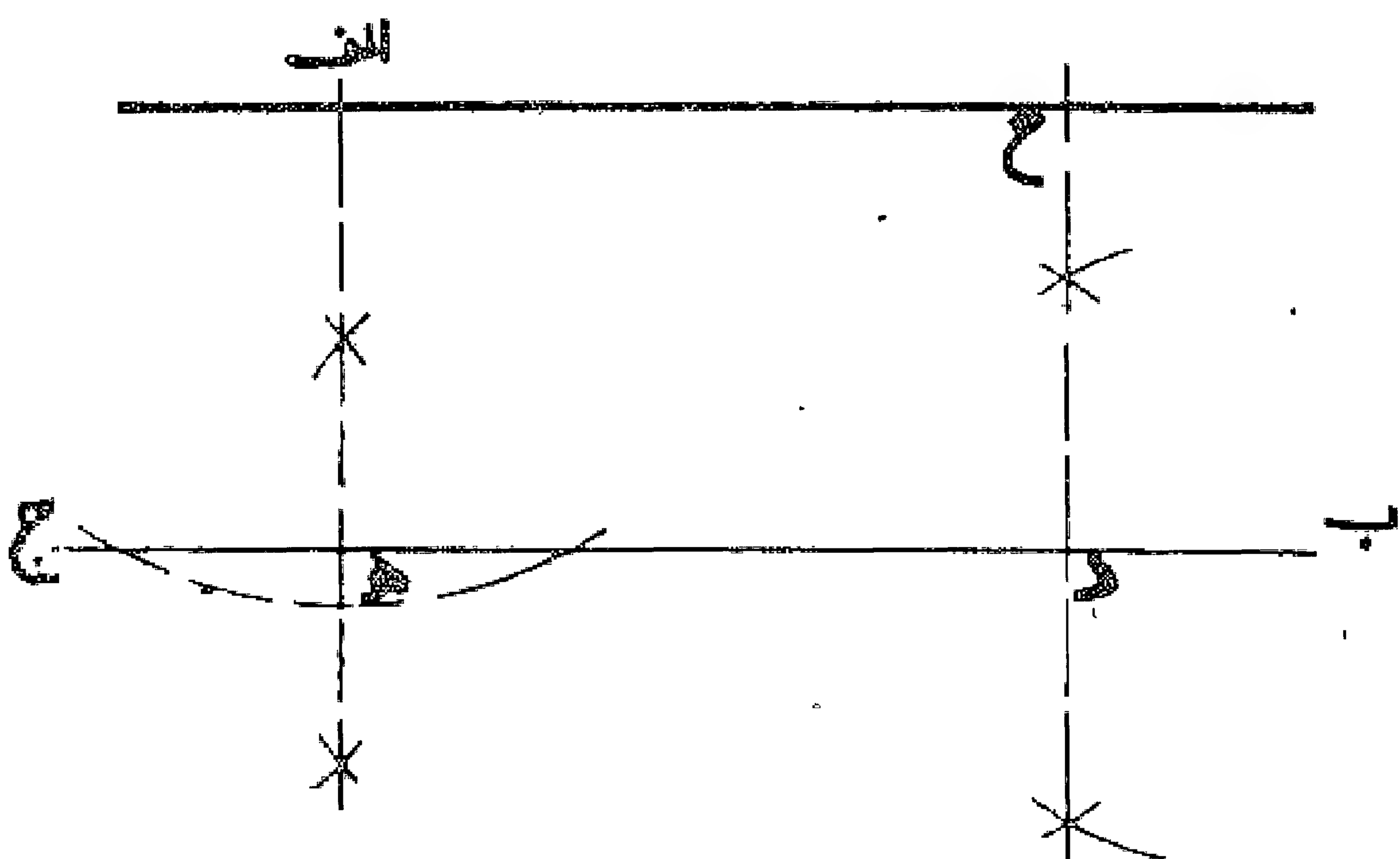
مسئلهٔ ۱۲

وجهی دیگر: اگر بخواهیم از نقطهٔ ا خارج خط ب جـ خطی عمود بر آن فرود آوریم، اول دایره ای به قطر ب جـ رسم و از نقطهٔ ا دو خط به دو سر قطر رسم می کنیم. سپس از دو سر قطر به نقاط تلاقی دایره با دو خط اول وصل می نماییم تا یکدیگر را در نقطهٔ ح قطع کنند. چنانچه خط ا ح رسم نماییم این خط بر خط ب جـ عمود می باشد. به دو صورت که کشیدیم:



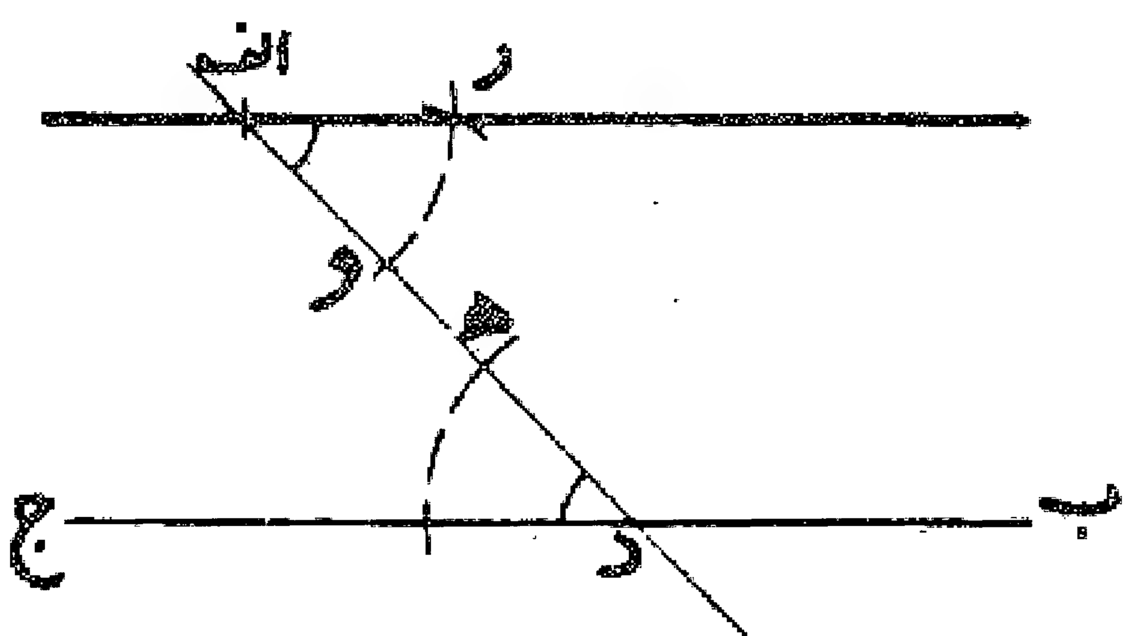
مسئلهٔ ۱۳

در رسم خط موازی: اگر بخواهیم از نقطهٔ ا خطی موازی خط ب جـ رسم کنیم، اول از نقطهٔ ا خطی بر خط ب جـ عمود می نماییم، سپس از نقطهٔ دلخواه روی خط ب جـ عمودی اخراج و روی آن معادل طول اهـ جدا می کنیم، خطی که این نقطه را به نقطهٔ ا پیوند دهد موازی خط ب جـ می باشد. بدین صورت:



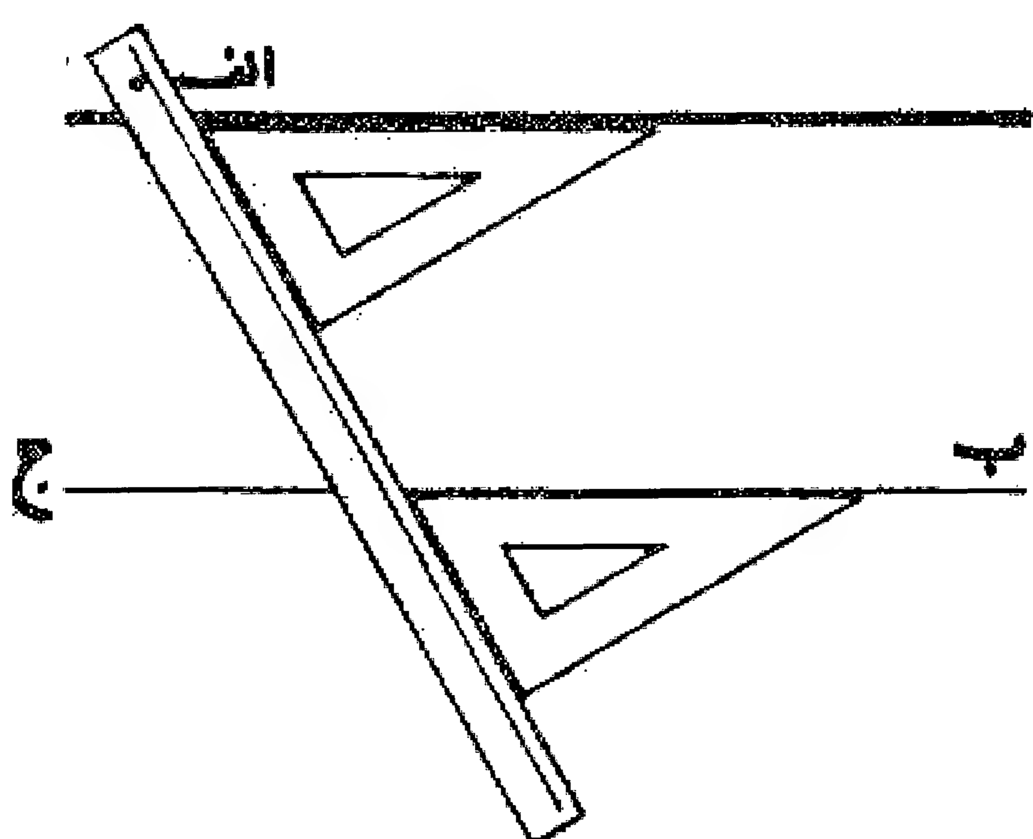
مسئلهٔ ۱۴

وجهی دیگر: و دیگر آنکه از نقطهٔ ا خط دلخواهی رسم می نماییم تا خط ب جـ را در نقطهٔ د قطع کند. حال اگر زاویه ای در مخالف جهت و مساوی زاویهٔ جـ د ا روی خط ا د رسم نماییم، ضلع دیگر زاویه خطی موازی خط ب جـ خواهد بود. بدین صورت:



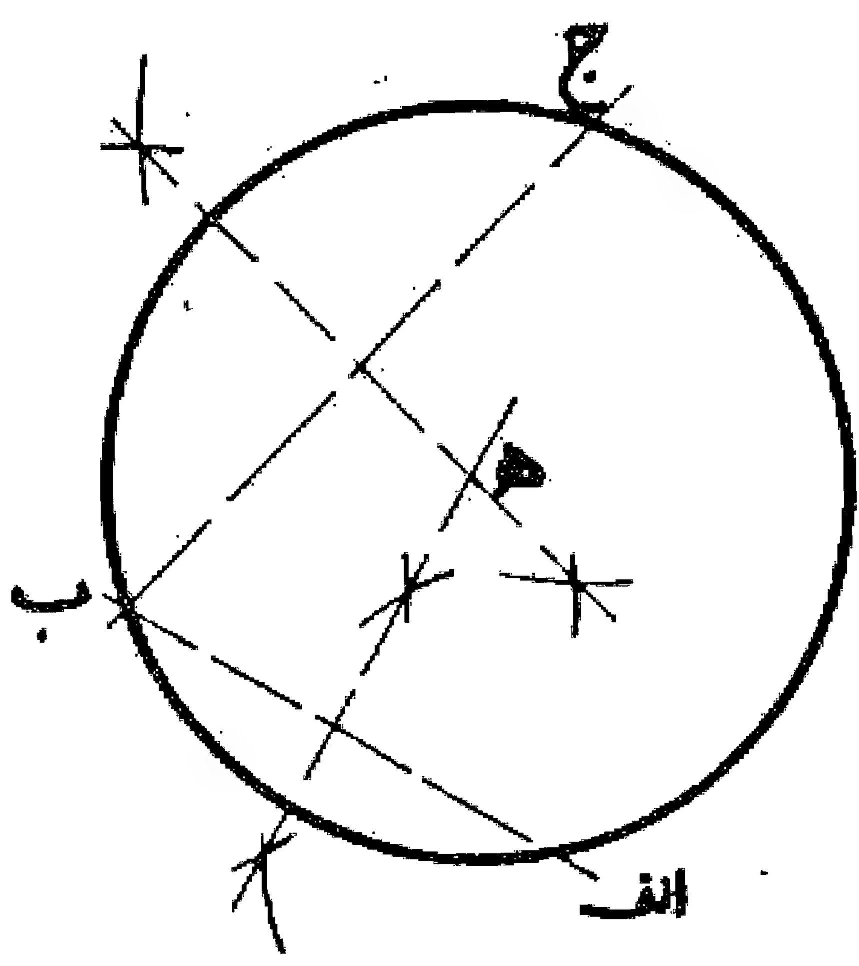
مسئلهٔ ۱۵

وجهی دیگر: چنانچه بخواهند از خط کش و گونیا استفاده کنند، یك ضلع گونیا را روی خط ب جـ قرار می دهند و خط کش را با ضلع دیگر منطبق می نمایند، سپس خط کش را ثابت نگه داشته و گونیا را می لغزانند تا بر نقطهٔ ا منطبق شود. خط کشیده شده بر ضلع گونیا که بر نقطهٔ ا می گذرد خط موازی با خط ب جـ است. بدین صورت:



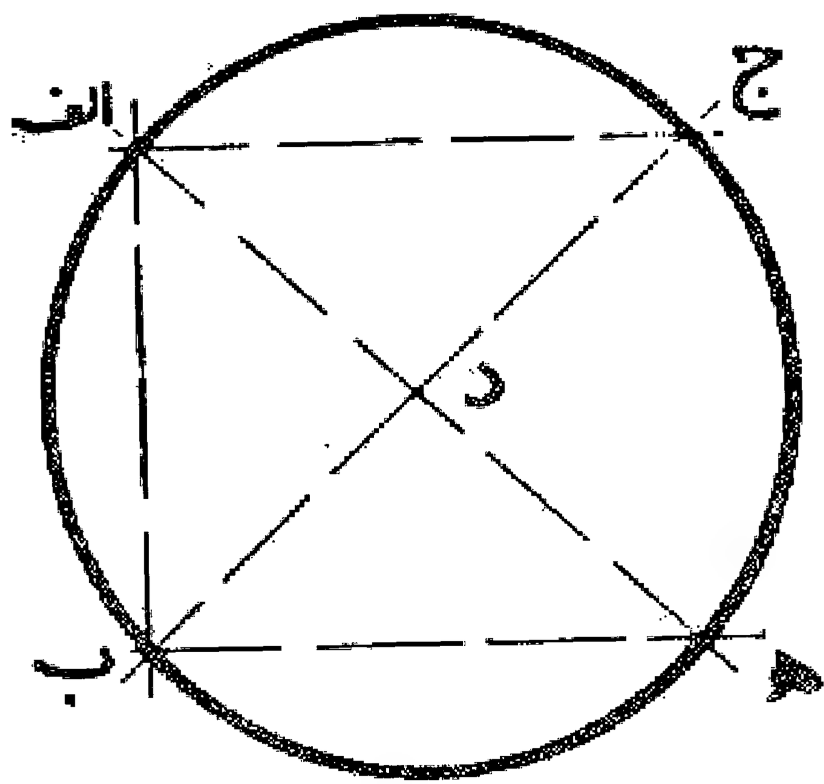
مسئلهٔ ۱۶

پیدا کردن مرکز قوس: در دایرهٔ **اب جـ** وتر **اب** را می کشیم و خط عمود و منصف آن را رسم می کنیم، سپس وتر **ب جـ** را رسم می نماییم و خط عمود و منصف آن را هم می کشیم محل تـلاقی این دو عمودمنصف مرکز دایره خواهد بود. بدین صورت:



مسئلهٔ ۱۷

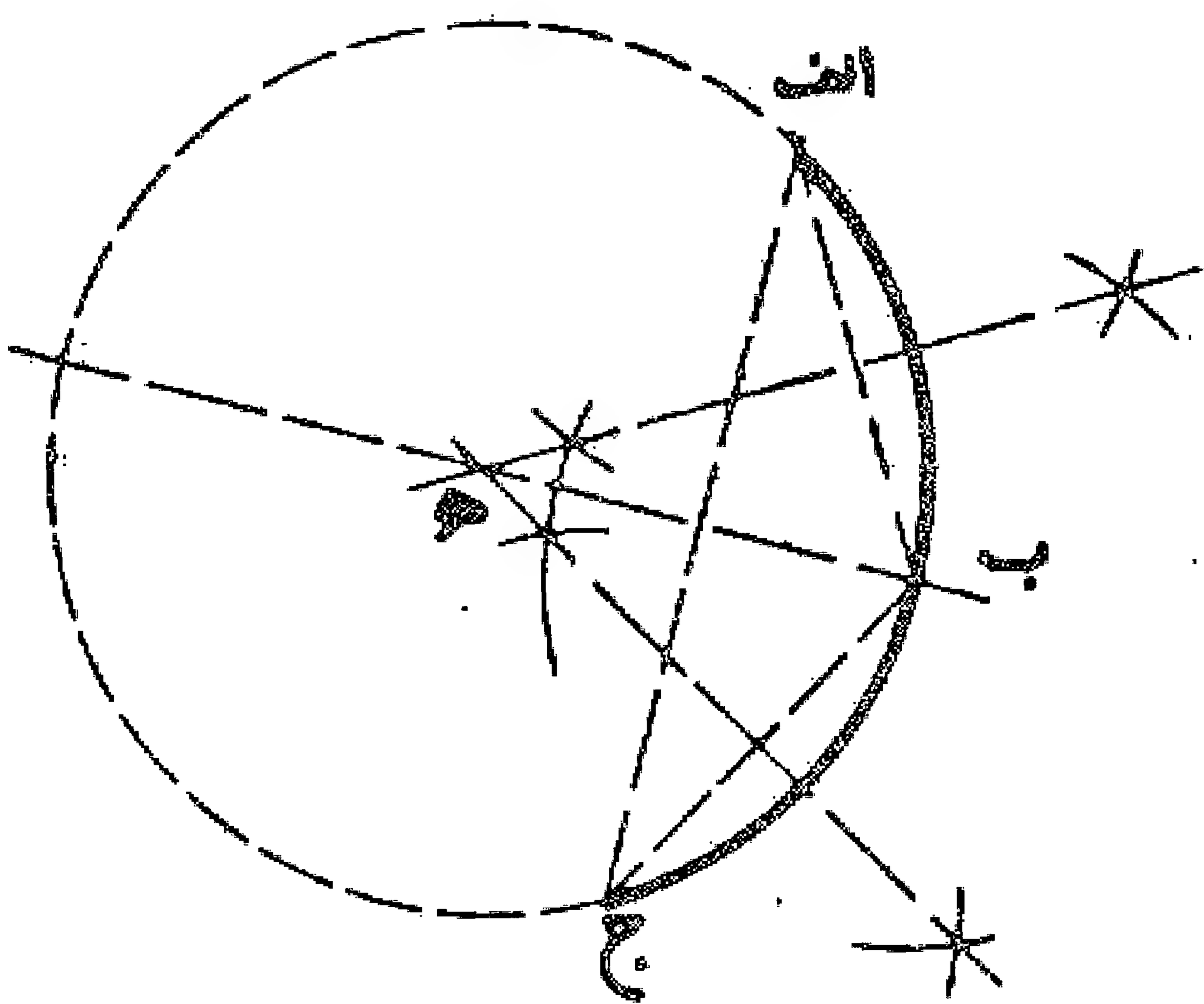
می خواهیم مرکز دایرهٔ مفروضی را پیدا کنیم. اول وتر **اب** را رسم می نماییم، سپس از نقاط **ا** و **ب** دو خط عمود بر این وتر اخراج می کنیم تا دایره را در نقاط **جـ** و **هـ** قطع نماید، حال چنانچه خطوط **ا هـ** و **ب جـ** را رسم کنیم، محل تلاقی آنها مرکز دایره خواهد بود. بدین صورت:



مسئلهٔ ۱۸

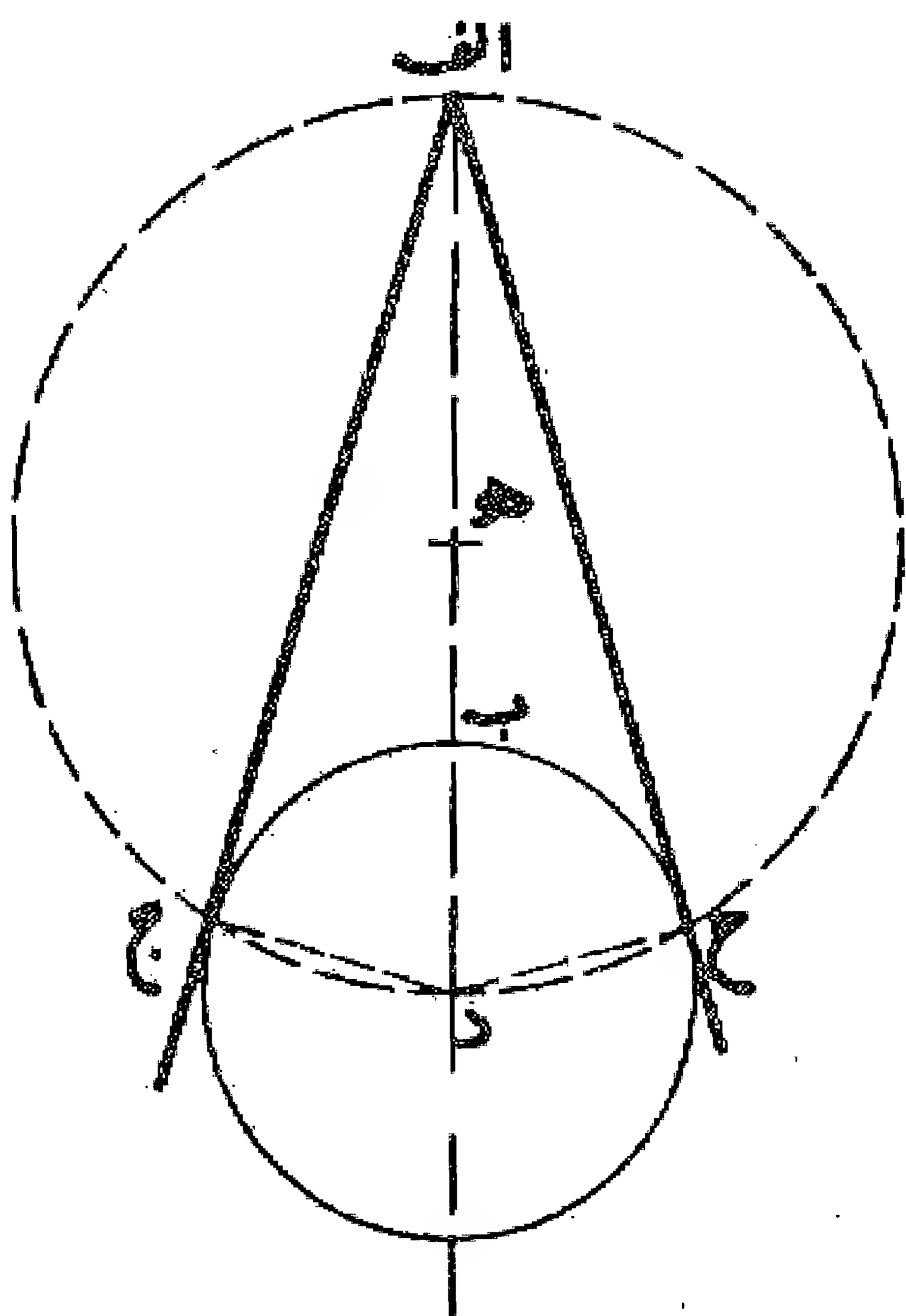
پیدا کردن مرکز دایره: چنانچه پس از دو نیمه کردن قوس ورسم دووتر **اب** و **ب جـ** عمود و منصف این دو وتر را رسم کنیم نقطهٔ تلاقی این دو عمود مرکز دایرهٔ قوس مذکور خواهد بود. بدین صورت:

تبصره: چنانچه نقطهٔ **ب** را به طور دلخواه هم انتخاب نماییم با همین راه حل مرکز قوس پیدا می شود.



مسئلهٔ ۱۹

رسم مماس: اگر بخواهیم از نقطهٔ **ا** واقع در خارج دایرهٔ **ب جـ** خطی بر آن مماس رسم نماییم، اول خط **اد** را از نقطهٔ **ا** به مرکز دایره وصل و سپس به قطر **اد** دایره ای می کشیم، این دایره دایرهٔ اولیه را در دو نقطه قطع می کند. خطوطی که نقطهٔ **ا** را به این نقاط وصل می نماید، خطوط مماس به دایره می باشند. بدین صورت:



مسئلهٔ ۲۰

می خواهیم از نقطهٔ ا در خارج خطی، دایره ای رسم نماییم که با آن خط مماس باشد: از نقطهٔ ا خطی بر خط ب جـ عمود و به مرکز او به شعاع ا د (طول عمود) دایره ای رسم می کنیم. این دایره در نقطهٔ د بر خط ب جـ مماس است. بدین صورت:

ضمناً مطالب دیگری نیز در این مورد هست که در آخر کتاب یادآوری می شود.

مسئلهٔ ۲۱

شمس الدین شهرورزی در *تاریخ الحکما* گوید: «وبائی در زمان افلاطون پیدا شد، مردم را مذبحی بود به شکل مکعب، وحی آمد به یکی از انبیاءِ بنی اسرائیل که تضعیف آن مذبح کنند تا وبا مرتفع گردد. ایشان در پهلوی آن مذبحی مثل آن بساختند، وبا زیاد شد، صورت حال با آن نبی اسرائیل بگفتند. وحی آمد که ایشان در پهلوی آن مذبح مثل آن بساختند و با زیاده شد و آن نه تضعیف آن است. پس استعانت به افلاطون کردند او گفت شمارهٔ نَقَره از هندسه بود حق تعالی شما را به این صورت تنبیه فرمود و هر گاه استخراج خطین میان خطین به نسبت واحد توانید کرد مقصود حاصل شود.»

تحقیق کلام در این مقام آنکه: خط ا ب را طول مذبح فرض کنیم و خط ا جـ را ضعف آن بر وجهی که زاویهٔ ب ا جـ قائمه باشد و تتمیم مسطح ا ب جـ و وصل قطر و تنصیف او بر نقطهٔ ط و اخراج خطین جـ د و ب د به استقامه کنیم و کنار مسطره بر نقطهٔ ا نهیم و اورا تحریك کنیم بر خطین مخرجین تا خطین ز ط و هـ ط متساوی باشند، اکنون ا ب، ب هـ، ز جـ، جـ ا اربعهٔ متوالیه‌اند نسبت واحد یعنی نسبت ا ب به ب هـ....... یعنی چنانچه مکعبی با ضلع ب هـ ساخته شود حجم آن دو برابر مکعب با ضلع ا ب خواهد بود.

مسئلهٔ ۲۲

تقسیم زاویه به سه قسمت مساوی به وسیلهٔ آلتی که ساخته شده و به صورت زیر از آن استفاده می شود:

آلت را به طریقی روی زاویه قرار می دهیم که رأس زاویه یعنی نقطهٔ هـ روی خط کش بلند آلت باشد و امتداد یك ضلع زاویه بر رأس خط کش کوتاه گذشته و ضلع دیگر زاویه با شکل نیم دایرهٔ آلت مماس باشد. دراین صورت زاویهٔ بین امتداد طرف د جـ خط کش بلند آلت و ضلع هـ ك زاویه یعنی زاویهٔ د هـ جـ یك سوم زاویهٔ ك هـ ی بوده است و همچنین امتداد خطی که رأس زاویه یعنی نقطهٔ هـ را به مرکز نیم دایرهٔ آلت یعنی نقطهٔ ب وصل کند دو سوم دیگر زاویه را نصف می نماید، به عبارت دیگر با دو خط هـ جـ و هـ ب زاویهٔ ك

هـ ی به سه قسمت مساوی تقسیم می شود. ا ب=ب جـ=جـ د=ب ر

شرح ساخت آلت: خط اد را به سه قسمت مساوی تقسیم و به مرکز اولین تقسیم یعنی نقطهٔ ب نیم دایره ای به شعاع یك قسمت یعنی ا ب رسم می کنیم و از دومین تقسیم یعنی نقطهٔ جـ خط عمودی اخراج می نماییم و خط کش بلند جـو را روی آن می سازیم و قسمت سوم خط کش جـد ساخته می شود و بدین ترتیب آلت مورد نیاز به دست می آید.

مسئلهٔ ۲۳

وجهی دیگر، با استفاده از ساعت: وقتی که دو عقربهٔ ساعت روی هم قرار دارند، ساعت را به نحوی روی زاویه قرار می دهیم تا مرکز ساعت روی رأس زاویه قرار گیرد و دو عقربه روی امتداد یك ضلع زاویه باشد. وقتی که عقربهٔ دقیقه شمار در امتداد یکی از اضلاع زاویه قرار گرفت امتداد عقربهٔ ساعت شمار را نشان می کنیم، سپس زاویهٔ حاصل را دو برابر و باز زاویهٔ به دست آمده را دو برابر می نماییم، امتداد به دست آمده با امتداد ضلع زاویه، زاویه ای معادل یك سوم زاویهٔ اصلی به وجود می آورد و کافی است زاویهٔ مانده را به دوقسمت تقسیم کنیم تا زاویه به سه قسمت مساوی تقسیم شود.

زاویهٔ عقربهٔ دقیقه شمار $=\alpha$

زاویهٔ عقربهٔ ساعت شمار $=\frac{\alpha}{12}$

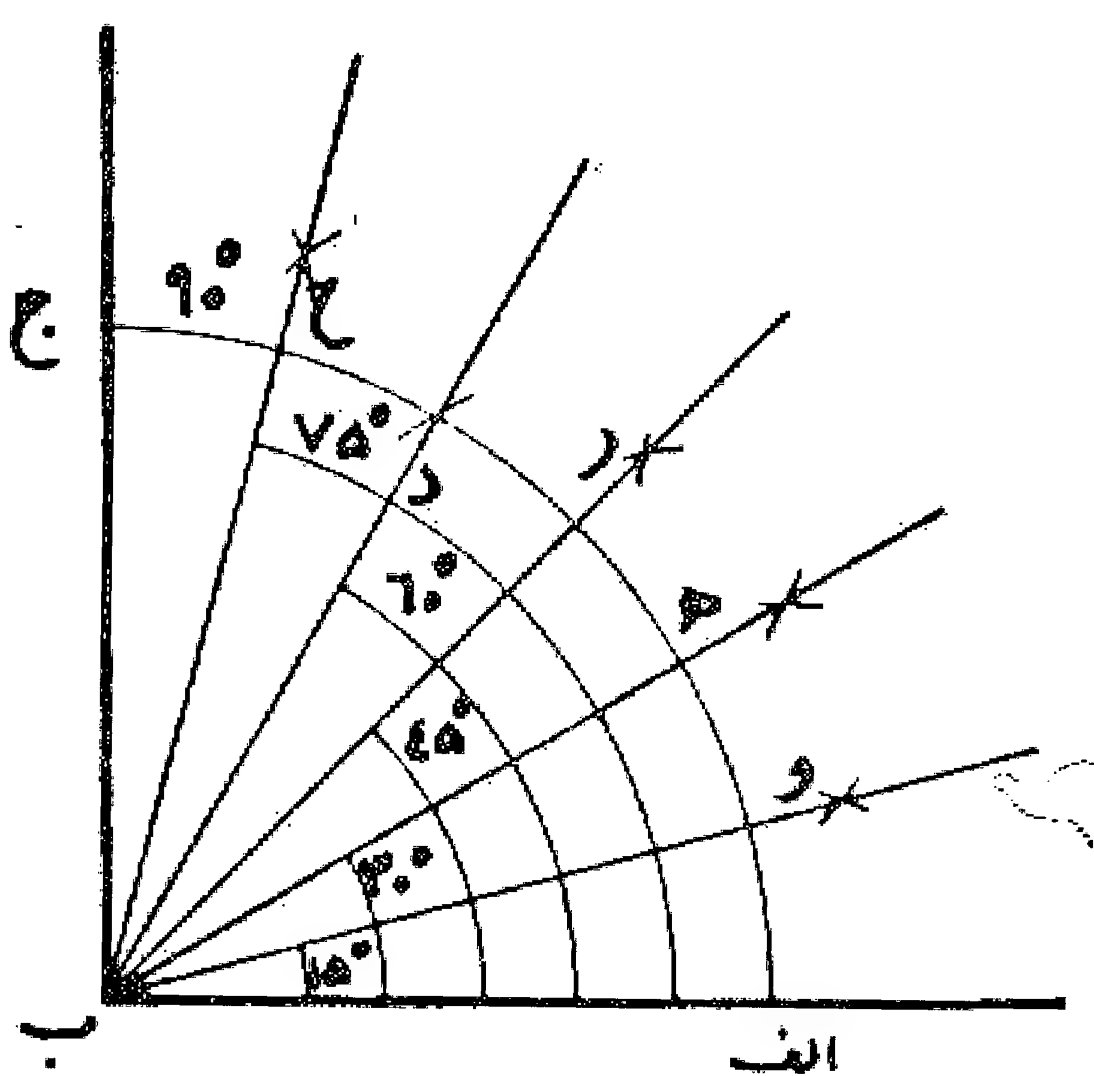
$$\frac{\alpha}{12}\times 2=\frac{\alpha}{6}\times 2=\frac{\alpha}{3}$$

تقسیمات زاویهٔ قائمه:

مسئلهٔ ۲۴

۱ـ به دست آوردن قوس ۶۰ درجه: ابتدا دو خط ا ب و ب جـ را بر یکدیگر عمود می کنیم. سپس به مرکز ب و شعاع دلخواه مثلاً ا ب قوس ا د جـ را رسم می نماییم. بعد به مرکز ا و همان فتح پرگار، نقطهٔ د را تعیین می کنیم و خط ب د را می کشیم، زاویهٔ حاصل بین دو خط ا ب و د ب زاویهٔ ۶۰ درجه و مابقی آن یعنی زاویهٔ د ب جـ زاویهٔ ۳۰ درجه است.

۲ـ با مرکز قرار دادن دو نقطهٔ ا و د و زدن دو قوس مساوی، محل تقاطع آنها را به دست می آوریم و خط هـ ب را می کشیم تا دو زاویهٔ ا ب هـ و هـ ب د هر کدام مساوی ۳۰ درجه به دست آید.



۳ـ با نصف کردن زاویهٔ ا ب هـ به همان روش بالا زاویهٔ ا ب و مساوی ۱۵ درجه به دست می آید.

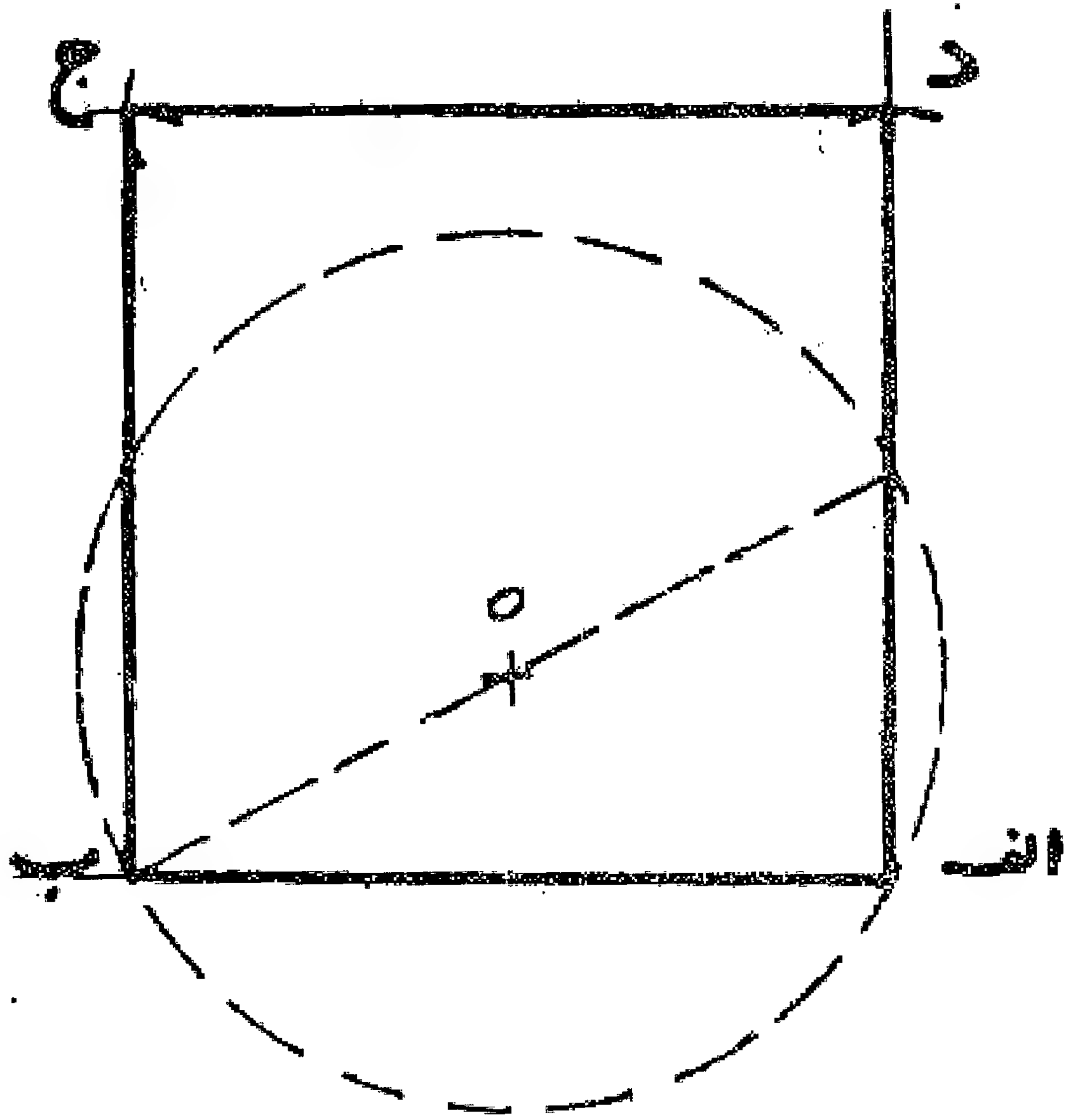
۴ـ با جمع دو زاویهٔ ۳۰ درجه و ۱۵ درجه زاویهٔ ر ب ا مساوی ۴۵ درجه حاصل می شود.

۵ـ با جمع دو زاویهٔ ۶۰ درجه و ۱۵ درجه زاویهٔ ح ب ا مساوی ۷۵ درجه پیدا می شود.

۶ـ و چنانچه زاویه قائمهٔ ا ب جـ را با خط ب ر به دو نیمه تقسیم نماییم زوایای ا ب ر و ر ب جـ هر کدام ۴۵ درجه خواهد شد.

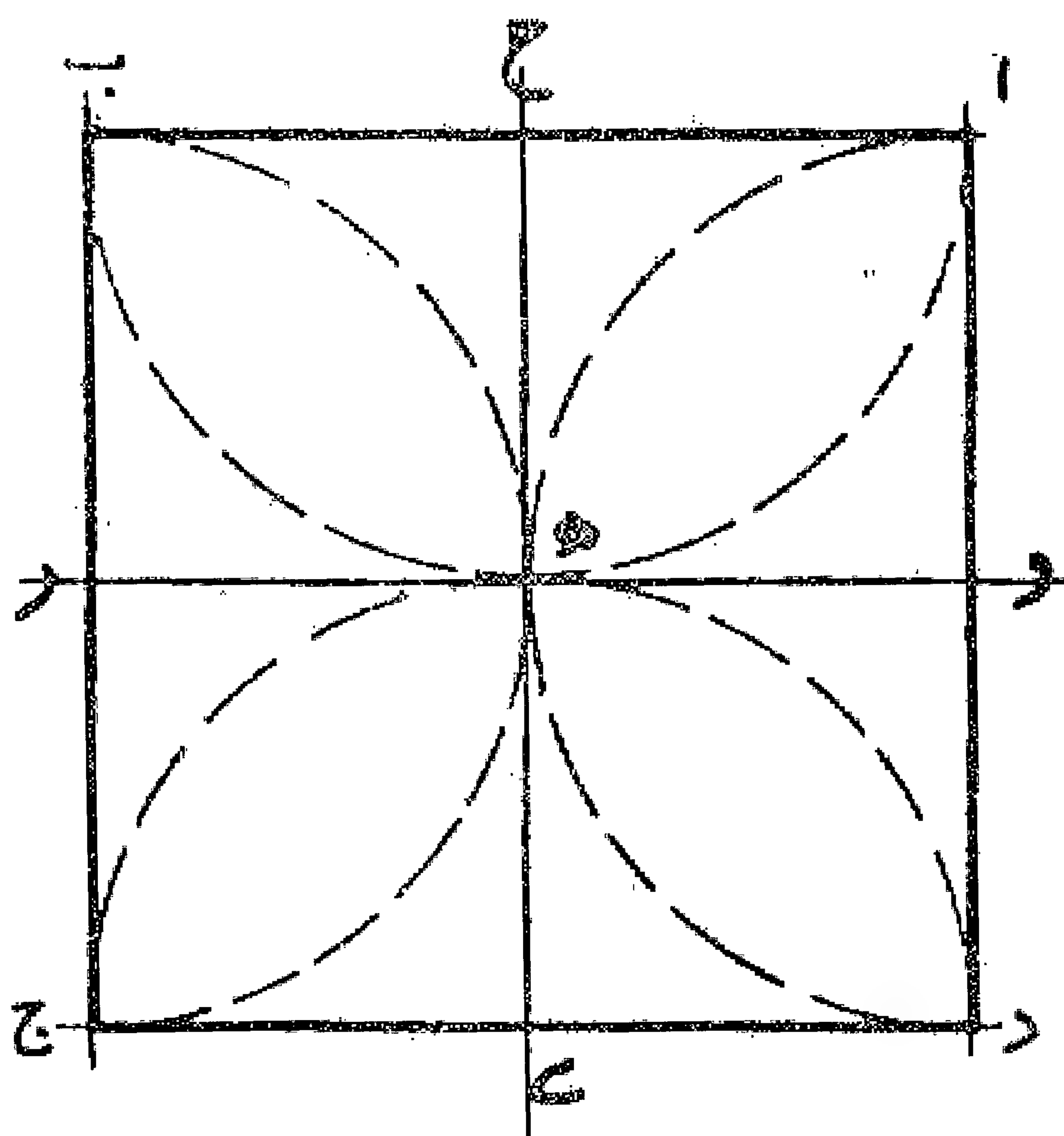
مسئلهٔ ۲۵

رسم مربع: اگر بخواهیم با طول معین اب مربعی بسازیم، ابتدا به یکی از طرق گفته شده زاویهٔ قائمه ای رسم می کنیم و طول ا ب را روی دوضلع آن تعیین و سپس با رسم دو قوس به اندازهٔ ا ب رأس چهارم را نشان و مربع را رسم می نماییم. بدین صورت:



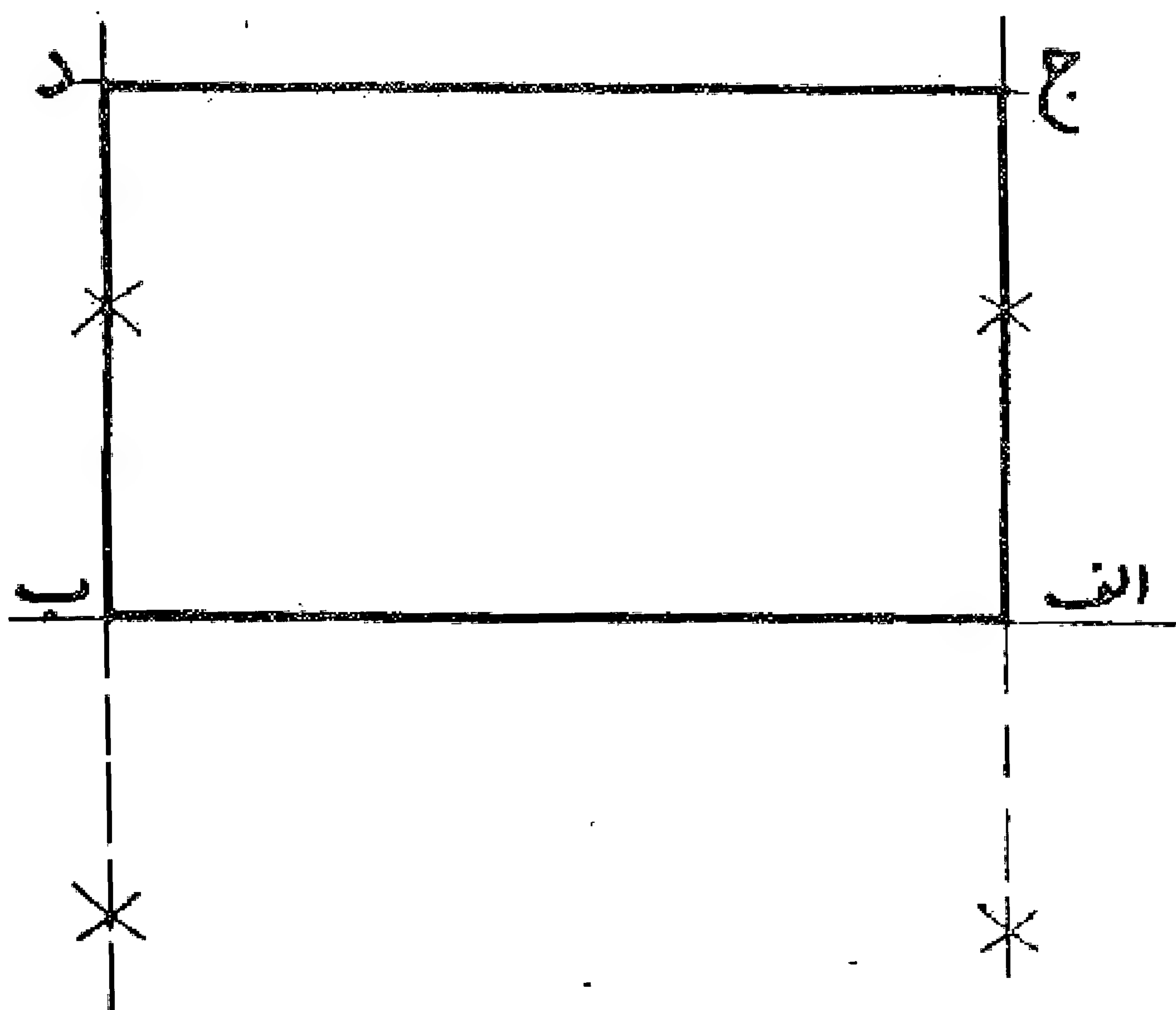
مسئلهٔ ۲۶

وجهی دیگر: دو خط عمود بر یکدیگر رسم و از نقطهٔ عمود روی هر کدام از دو خط به اندازهٔ نصف طول داده شده از هر طرف نشان می نماییم. سپس نقطه های نشان شده را مرکز قرار می دهیم و با فتح پرگار معادل نصف طول مربع قوسهایی رسم می کنیم تا در نقاط ا، ب، جـ، د یکدیگر را قطع نمایند. خطوط ا ب، ب جـ، جـ د، د ا مربع را تشکیل می دهند. بدین صورت:

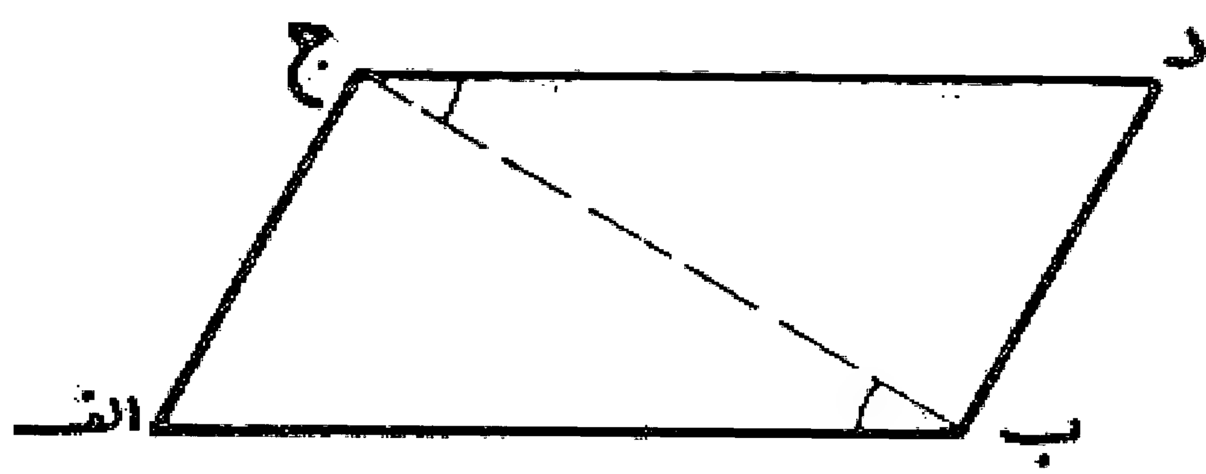


مسئلهٔ ۲۷

رسم مستطیل: اگر بخواهیم بر خط ا ب مستطیلی با عرض اجـ رسم نماییم، ابتدا از دو نقطهٔ ا و ب دو عمود بر خط ا ب اخراج و به اندازهٔ طول اجـ روی آن جدا می کنیم تا دو نقطهٔ جـ و د به دست آید. سپس خط جـ د را می کشیم تا مربع مستطیل ا ب جـ د به دست آید. بدین صورت:

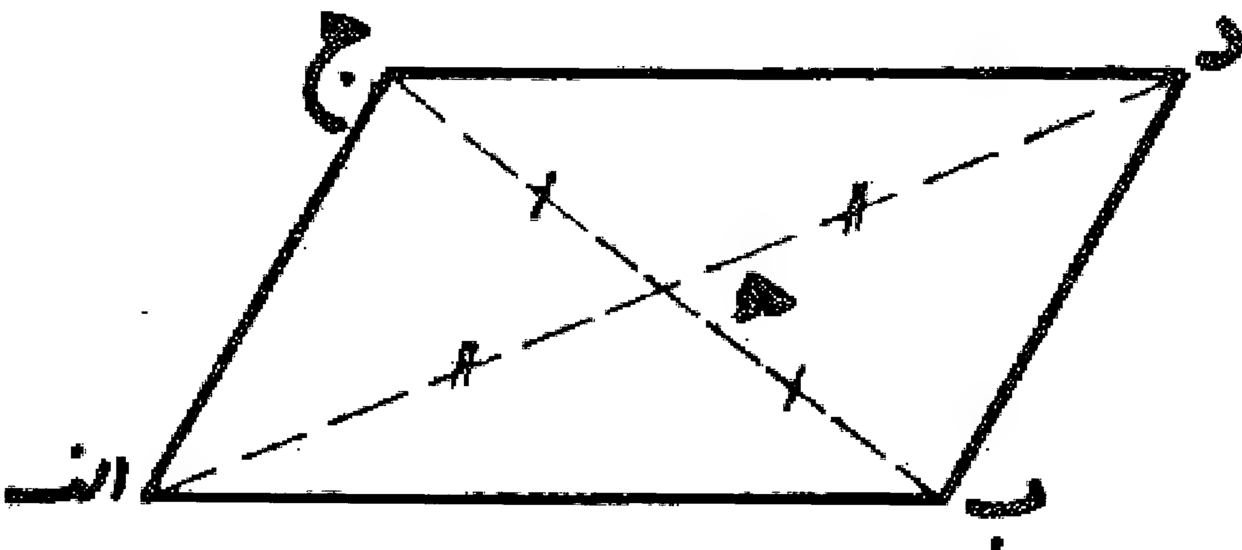


مسئلهٔ ۲۸



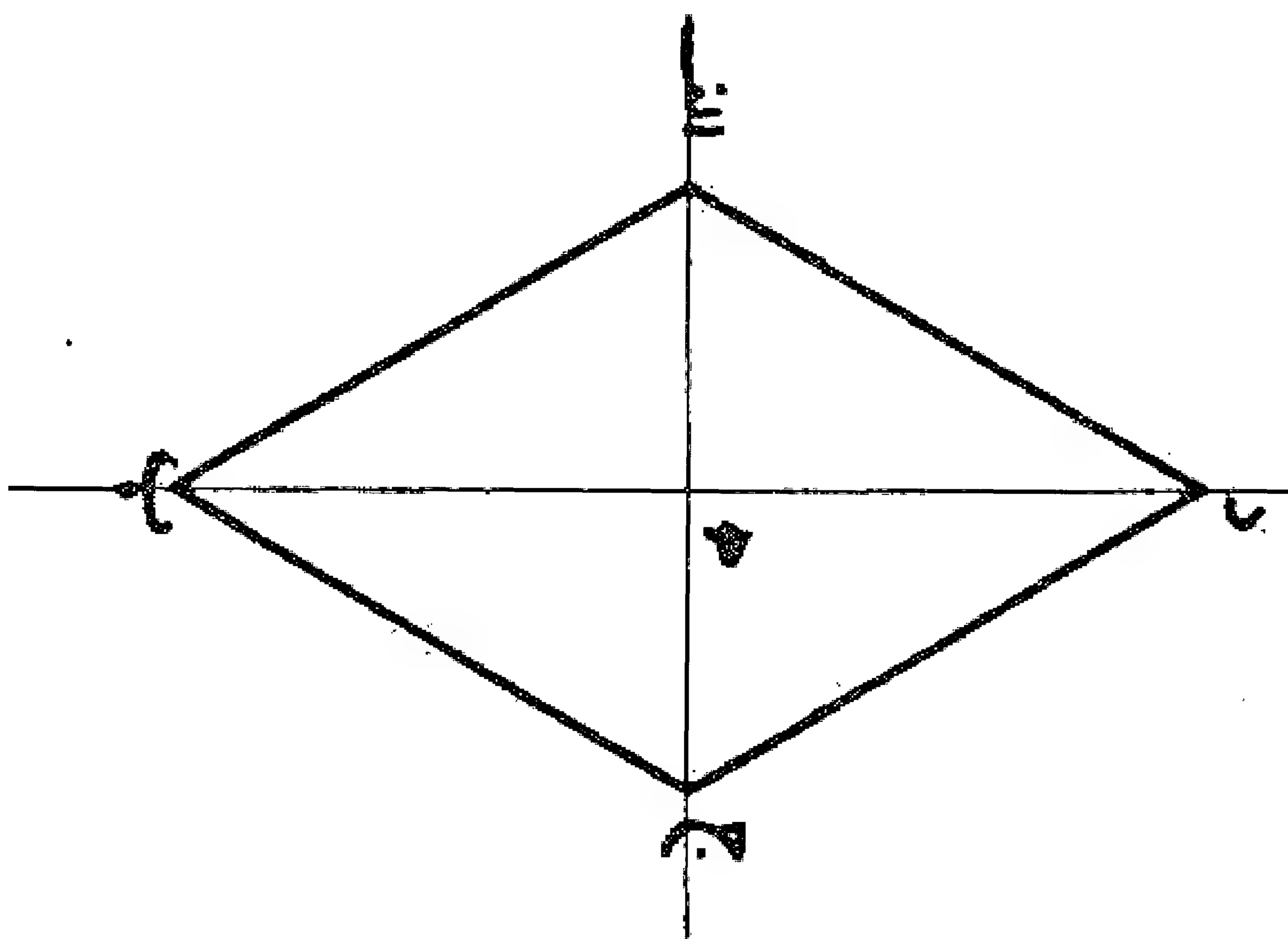
رسم متوازی‌الاضلاع: اگر بخواهیم بر خط ا ب متوازی‌الاضلاعی با ضلع اجـ و زاویهٔ بین دو ضلع اب و اجـ بسازیم، ابتدا با معلومات داده شده مثلث اب جـ را می‌کشیم و سپس بر خط ب جـ مثلث ب جـ د را نظیر مثلث اب جـ در طرف دیگر رسم می‌کنیم تا متوازی‌الاضلاع ا ب جـ د به دست آید.

مسئلهٔ ۲۹



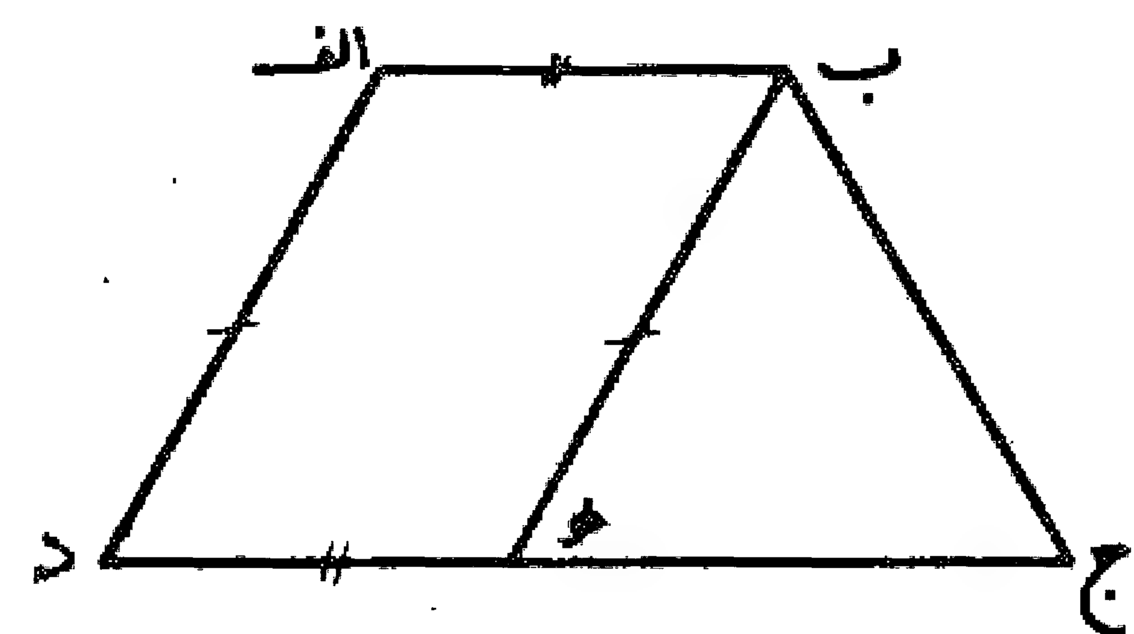
رسم متوازی‌الاضلاع با در دست داشتن یك ضلع و دو قطر: ابتدا مثلث ا ب هـ را رسم می‌کنیم و سپس دو خط اهـ و ب هـ را به اندازهٔ خودشان امتداد می‌دهیم تا نقاط جـ و د به دست آید و با اتصال این دو نقطه به هم و همچنین کشیدن خطوط ا جـ و ب د متوازی‌الاضلاع ا ب جـ د را کامل می‌کنیم.

مسئلهٔ ۳۰



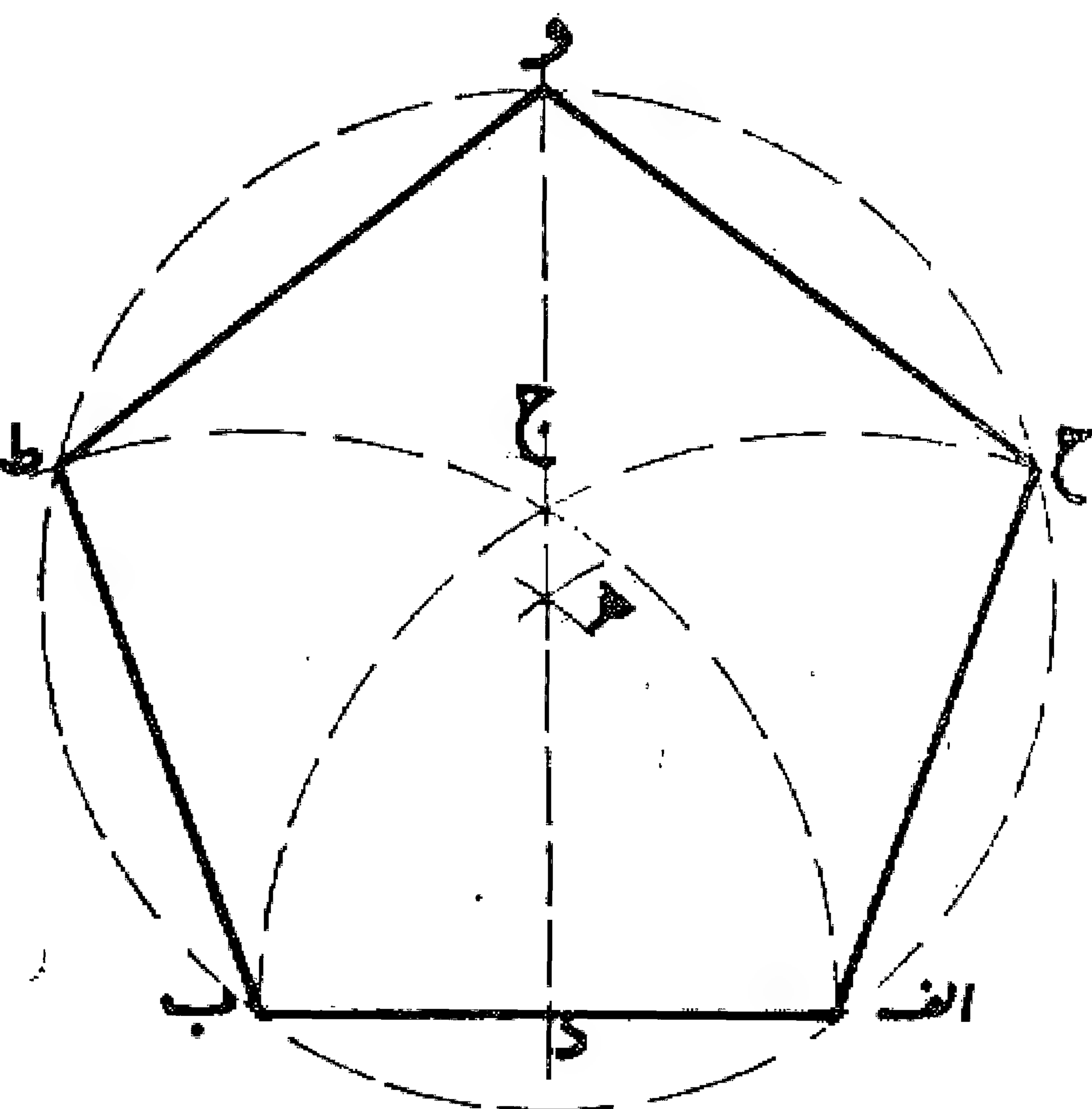
رسم لوزی با داشتن دو قطر: ابتدا دو خط را بر یکدیگر عمود رسم و از هر طرف به اندازهٔ نصف قطر روی آنها جدا می‌کنیم تا نقاط ا، ب، جـ، د به دست آید، سپس با رسم کردن خطوط ا ب، ب جـ، جـ د، د ا رسم لوزی را تمام می‌نماییم.

مسئلهٔ ۳۱



رسم ذوزنقه با چهار ضلع: ابتدا مثلث جـ ب هـ را به طولهای ب جـ، ا د و تفاوت دو ضلع ا ب و جـ د رسم می‌نماییم، سپس ضلع جـ هـ را معادل ضلع اب امتداد می‌دهیم تا نقطهٔ د به دست آید. حال با کشیدن دو خط اد به موازات ب هـ و اب به موازات جـ د نقطهٔ تلاقیٔ آنها یعنی نقطه ا را به دست می‌آوریم و شکل را کامل می‌کنیم. بدین صورت:

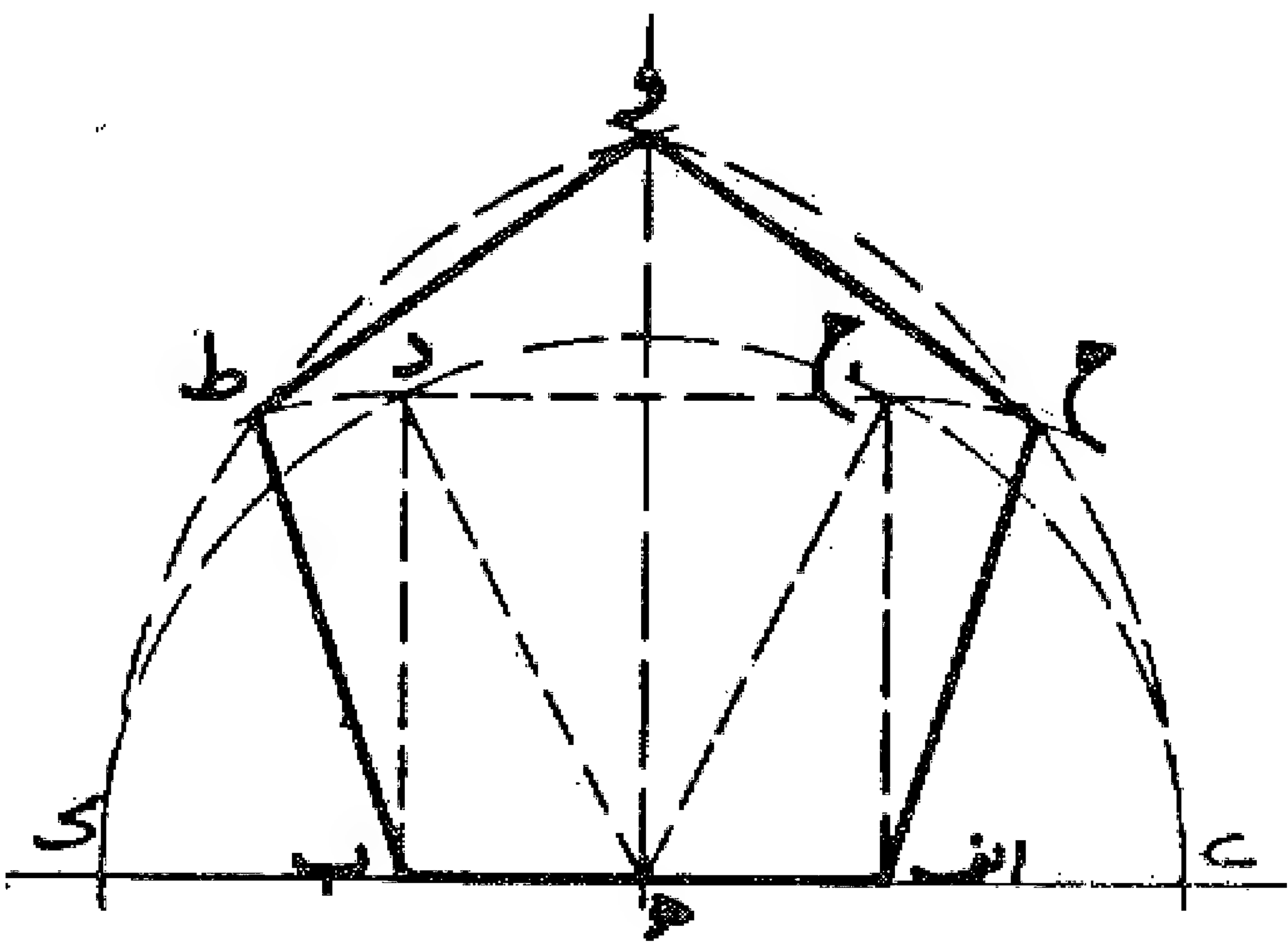
مسئلهٔ ۳۲



رسم پنج ضلعی منتظم: می‌خواهیم بر خط ا ب پنج ضلعی منتظمی بنا کنیم. اول خط اب را می‌کشیم و، دو نقطهٔ ا و ب را مرکز قرار می‌دهیم و به شعاع اب دو قوس رسم می‌نماییم تا یکدیگر را در نقطهٔ جـ قطع کنند، و بعد از نقطهٔ جـ عمود جـ د را بر خط ا ب فرود می‌آوریم، سپس به مرکز ا و ب و به شعاع جـ د دو قوس رسم می‌نماییم تا یکدیگر را در نقطهٔ هـ روی خط جـ د قطع کنند. بعد به مرکز هـ و شعاع هـ ا مساوی هـ ب دایرهٔ ا و ب را می‌کشیم، این دایره دایرهٔ محیطی پنج ضلعی مورد نظر می‌باشد. با پیداکردن محل تلاقی قوسهای اجـ و ب جـ با دایره دو رأس پنج ضلعی یعنی نقاط ح و ط را

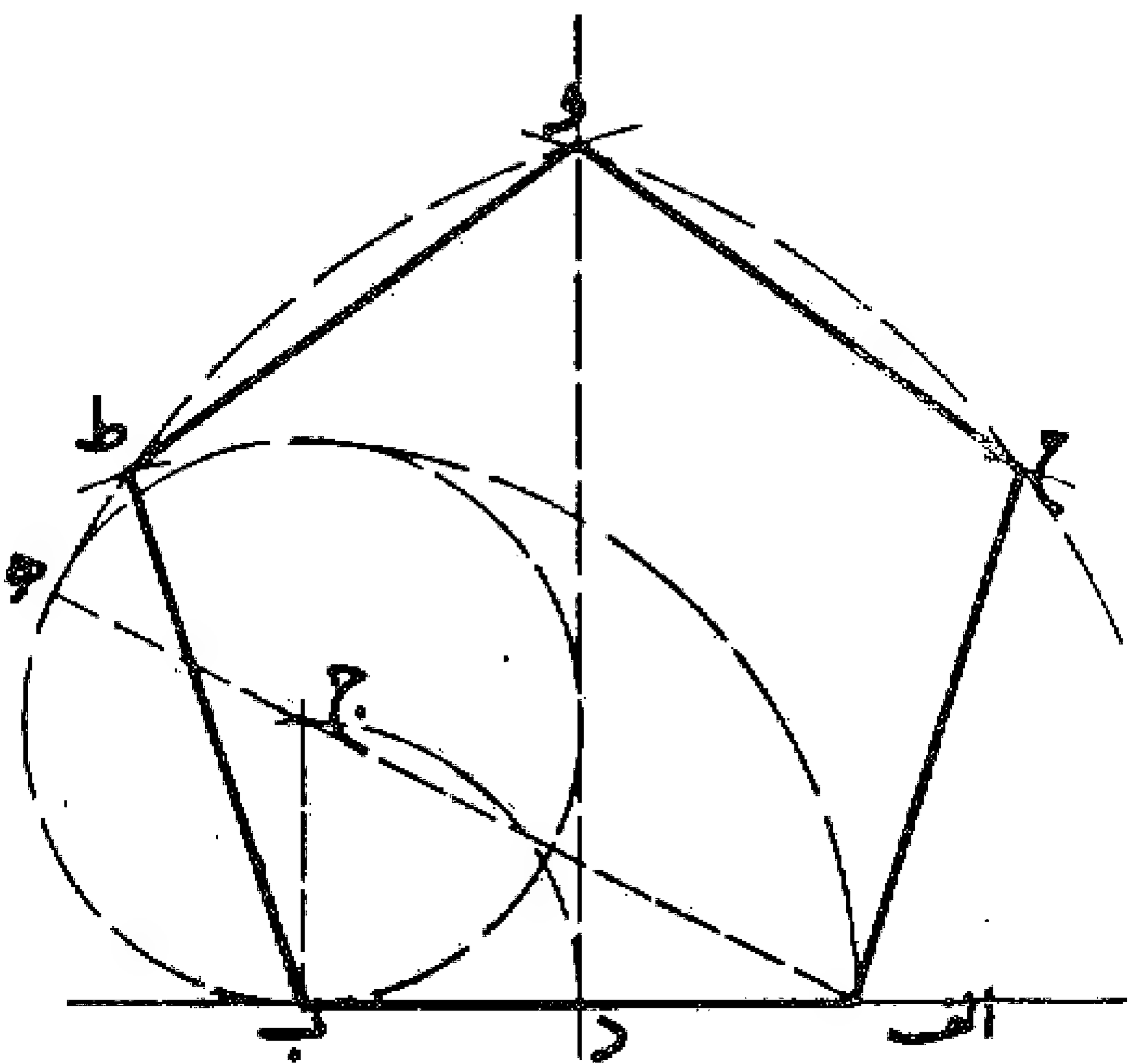
پیدا می کنیم و با نصف کردن قوس ح ط رأس پنجم یعنی نقطهٔ و را به دست می آوریم. حال با کشیدن خطوط ا ح، ح و، و ط، ط ب پنج ضلعی مُنتظم را بر خط ا ب تکمیل می نماییم. بدین صورت:

مسئلهٔ ۳۳



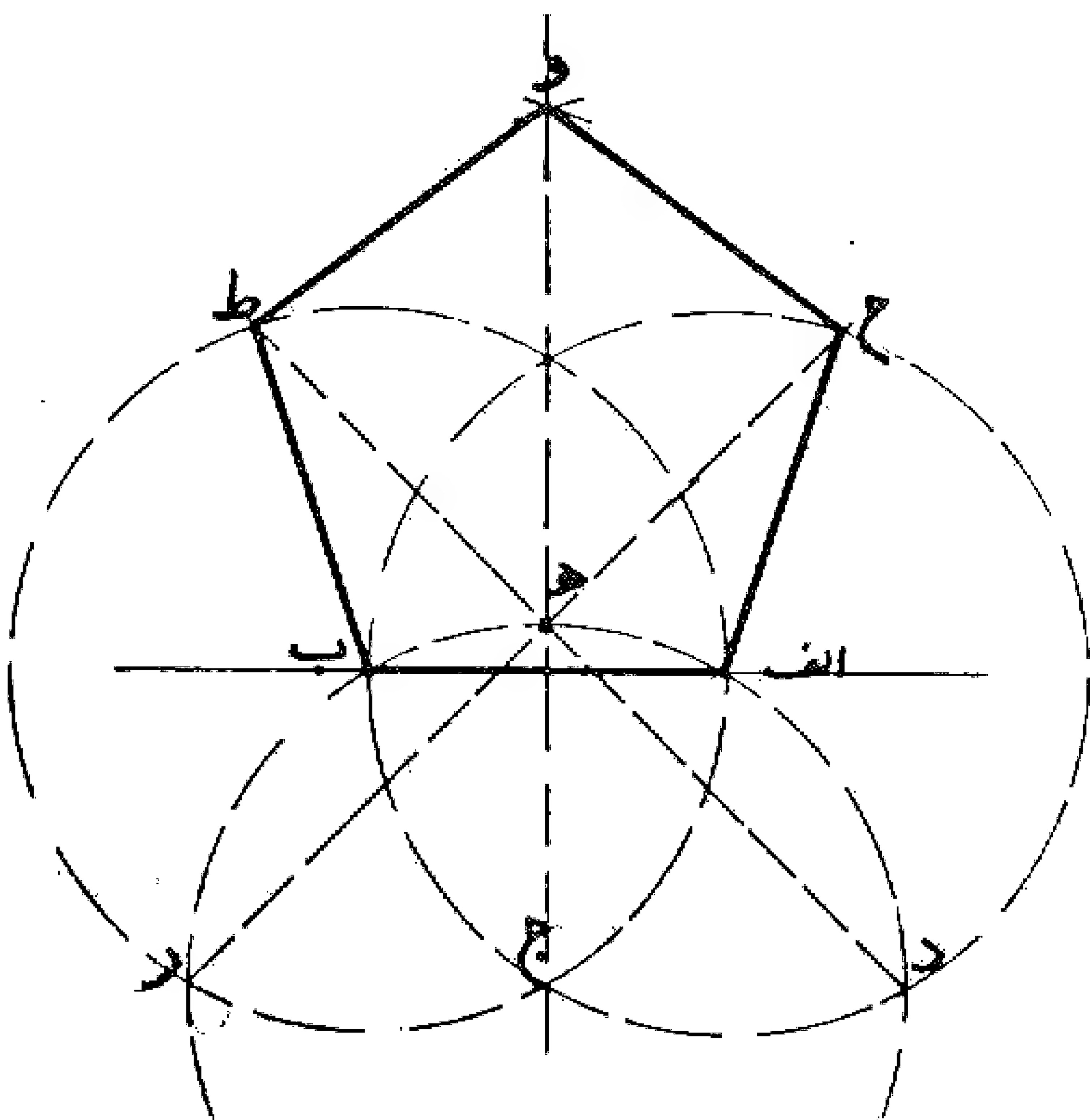
وجهی دیگر در رسم پنج ضلعی منتظم بر خط ا ب مساوی ضلع پنج ضلعی: اول خط ا ب را رسم می کنیم و بر آن مربع ا ب د جـ را می کشیم. سپس عمود و منصف خط ا ب را رسم و از نقطهٔ هـ وسط ا ب به نقاط جـ و د وصل می نماییم. بعد نقطهٔ هـ را مرکز قرار می دهیم و به شعاع هـ د مساوی هـ جـ نیم دایره ای رسم می کنیم تا امتداد خط ا ب را در طرفین در نقاط ی و ك قطع نماید. حال به مرکز نقطهٔ ا و به شعاع ا ك و به مرکز نقطهٔ ب و به شعاع ب ی دو قوس ا و و ب و را رسم می کنیم تا یکدیگر را در نقطهٔ و قطع نمایند و سپس به مرکز ا و به شعاع ا جـ و به مرکز ب و شعاع ب د دو قوس دیگر رسم می کنیم تا با قوسهای ا و و ب و در نقاط ح و ط تقاطع نمایند. با کشیدن خطوط ا ح، ح و، و ط، ط ب پنج ضلعی منتظم با اضلاع مساوی ا ب را تکمیل می کنیم. بدین صورت:

مسئلهٔ ۳۴



وجهی دیگر: می خواهیم پنج ضلعی منتظمی روی ضلع ا ب رسم نماییم. ابتدا خط ا ب را می کشیم و در نقطه د آن را به دو نیمه تقسیم می کنیم. سپس از نقطهٔ ب خط عمود ب جـ را معادل نصف ا ب اخراج می نماییم. بعد نقطهٔ جـ را مرکز ساخته، به شعاع نصف ا ب دایره ای رسم می کنیم. حال از نقطهٔ ا به نقطهٔ جـ وصل می نماییم و آن را امتداد می دهیم تا دایره را در نقطهٔ هـ قطع کند و به مرکز ا و شعاع ا هـ قوسی می کشیم تا با عمود و منصف ا ب در نقطهٔ و تقاطع نماید. این نقطه رأس پنج ضلعی می باشد. حال به مرکز ب و شعاع ا ب قوسی رسم می کنیم تا قوس هـ و را در نقطهٔ ط قطع نماید و رأس دیگر پنج ضلعی به دست آید و به همین ترتیب رأس دیگر پنج ضلعی را پیدا و آن را تکمیل می کنیم. بدین صورت:

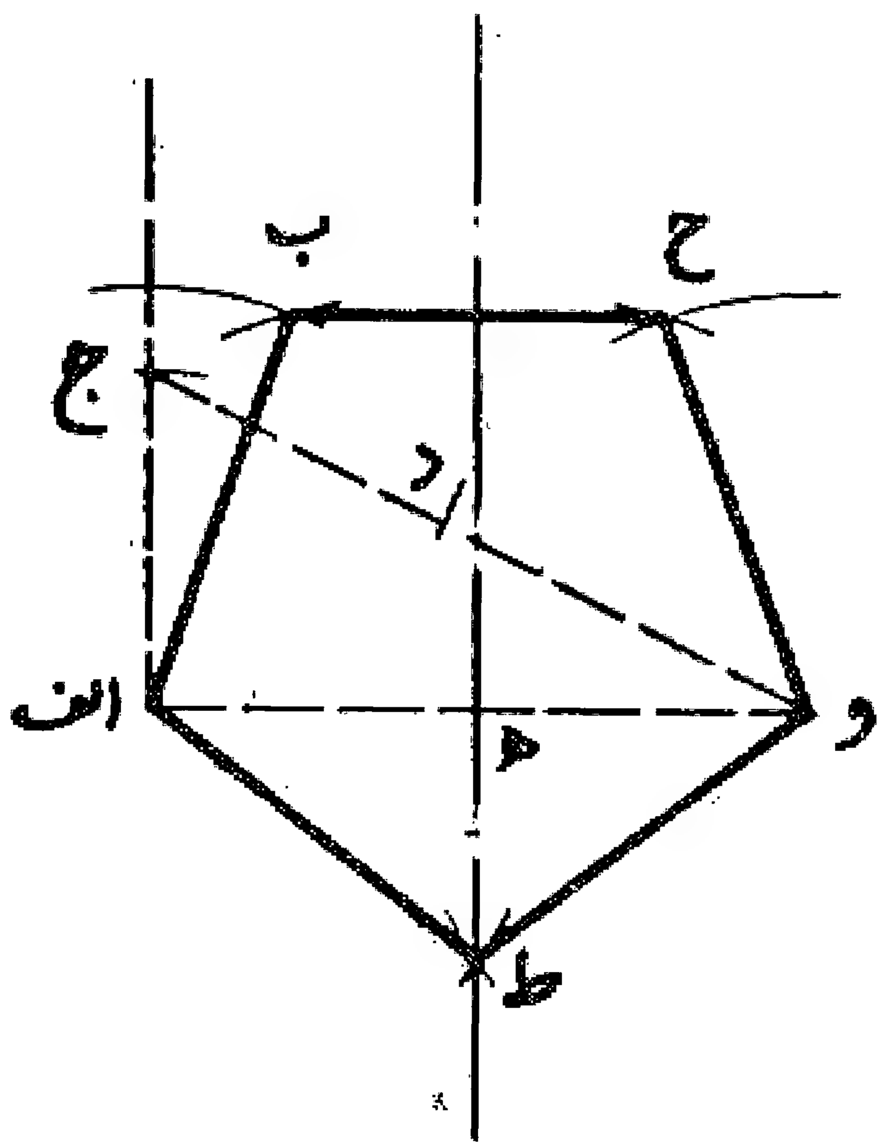
مسئلهٔ ۳۵



وجهی دیگر در ترسیم پنج ضلعی بر روی ضلع ا ب که توسط آلبرخت دیورر نقاش ارائه شده است: ابتدا ضلع ا ب را رسم و به مرکز ا و ب دو دایره رسم می کنیم تا یکدیگر را در نقطهٔ جـ قطع نمایند. سپس به مرکز جـ و با همان شعاع دایرهٔ دیگری رسم می کنیم تا خط عمود و منصف ا ب را در نقطهٔ هـ و دو دایرهٔ رسم شده را در نقاط د و ر قطع نماید. بعد نقطهٔ د را به هـ وصل می کنیم و امتداد می دهیم تا با دایرهٔ دیگر در نقطهٔ ط تقاطع نماید و به همین ترتیب نقطهٔ ر را به هـ وصل و تلاقی آن را با دایرهٔ دیگر یعنی نقطهٔ ح معین می کنیم. این نقاط دو رأس پنج ضلعی می باشد و کشیدن دو قوس با شعاع ا ب محل تلاقی آنها یعنی نقطهٔ و رأس پنجم را به دست می آوریم و با کشیدن خطوط ا ح، ح و، و ط، ط ب پنج ضلعی منتظم را تکمیل می نماییم.
بدین صورت:

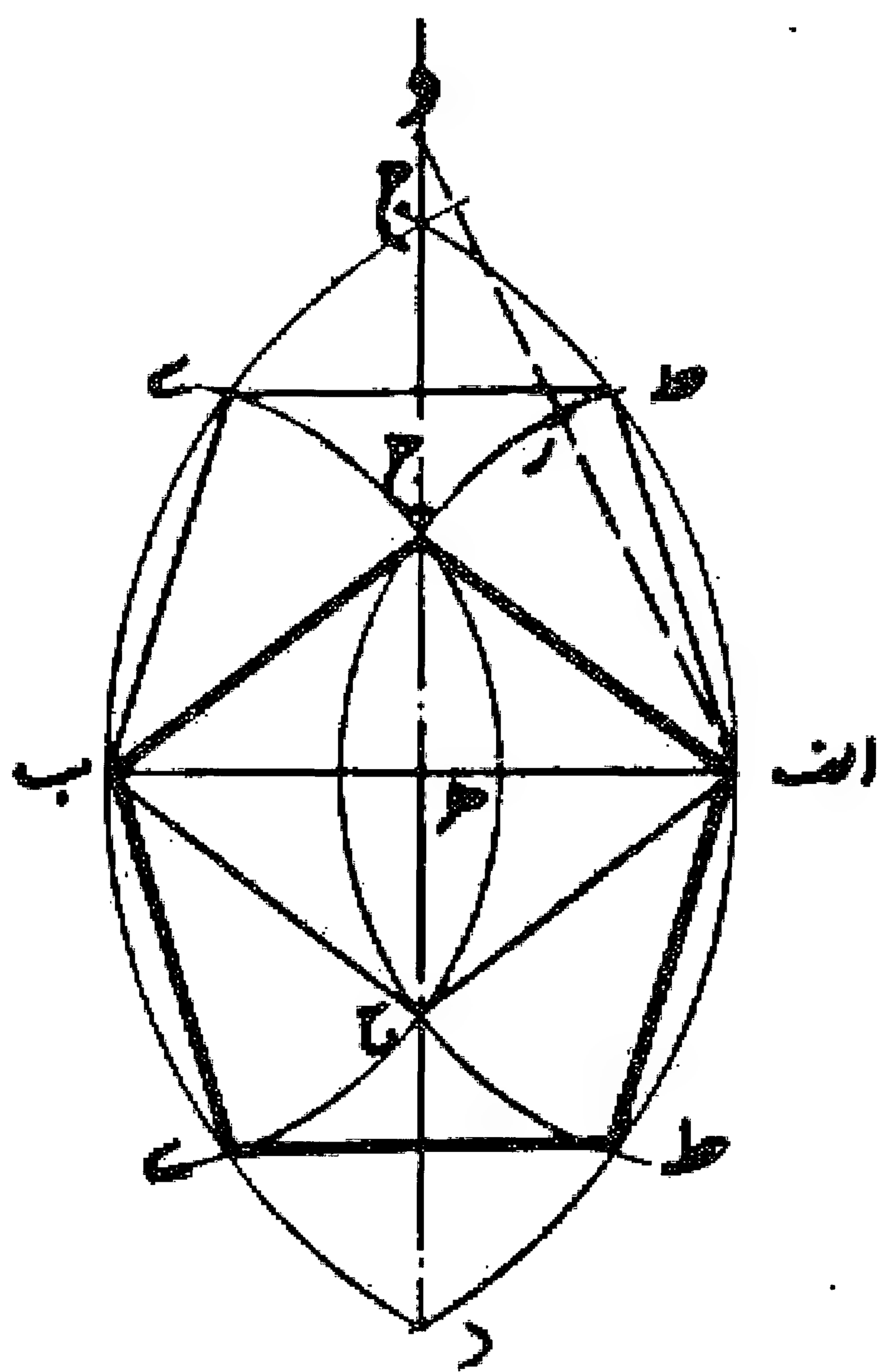
مسئلهٔ ۳۶

ساختن پنج ضلعی با در دست داشتن قطر آن (یا طول ضلع مثلث پنج ضلعی): خط او را معادل قطر پنج ضلعی یا ضلع مثلث پنج ضلعی رسم و از نقطهٔ ا عمود اجـ را معادل نصف آن اخراج می کنیم و از نقطهٔ جـ خطی به نقطهٔ و وصل و روی آن معادل نصف ا و جدا می نماییم و نقطهٔ د را مشخص می کنیم، حال دو نقطهٔ ا و و را مرکز قرار می دهیم و به طول و د دو قوس می زنیم تا یکدیگر را در نقطهٔ هـ قطع نمایند و سپس به مرکز نقطهٔ ا، با طول مساوی ا و و به مرکز نقطهٔ و، با طول مساوی د و دو قوس رسم می کنیم تا یکدیگر را در نقطهٔ ح قطع نمایند و همین طور به مرکز نقطهٔ و با طول ا و و به مرکز نقطهٔ ا با طول و د قوس دیگر رسم می کنیم تا یکدیگر را در نقطهٔ ب قطع نمایند. بدین ترتیب با کشیدن خطوط ا ب، ب ح، ح و، و ط، ط ا پنج ضلعی منتظم به دست می آید. بدین صورت:



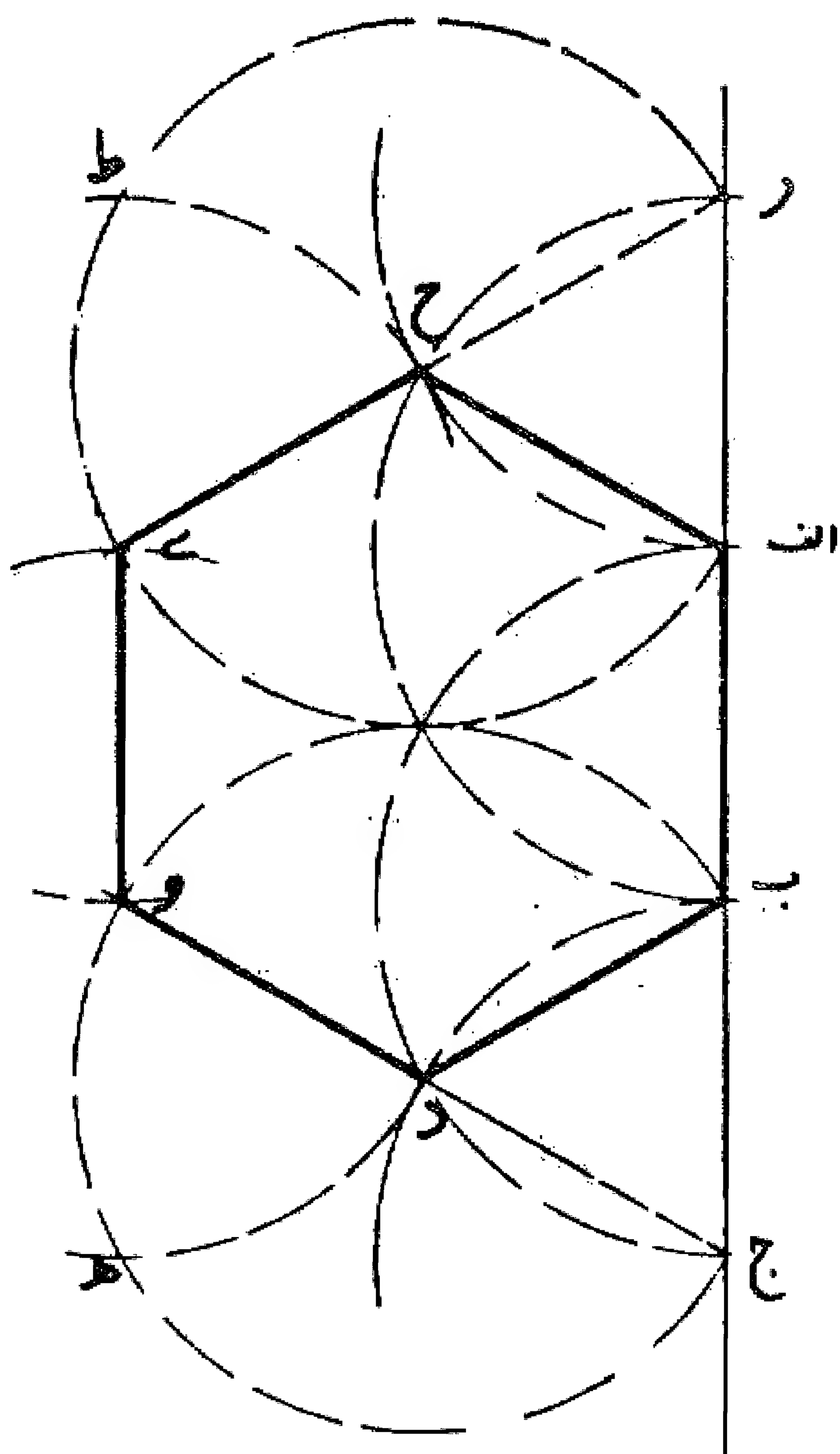
مسئلهٔ ۳۷

وجهی دیگر: می خواهیم پنج ضلعیی با قطر مساوی خط ا ب بسازیم. ابتدا به مرکز نقاط ا و ب و فتح پرگار ا ب دو قوس می زنیم تا یکدیگر را در نقاط جـ، د قطع نمایند و سپس خط عمود و منصف جـ د را می کشیم بعد روی آن قطعهٔ هـ و را مساوی ا ب جدا می کنیم و خط و ا را رسم می نماییم و بر روی آن قطعهٔ و ر را مساوی نصف ا ب تعیین و به مرکز ا و ب و فتح پرگار ا ر دو قوس رسم می کنیم تا خط عمود و منصف را در نقطهٔ ح و قوس د ا جـ را در نقطهٔ ط و قوس د ب جـ را در نقطهٔ ی قطع نمایند. این نقاط با دو نقطهٔ ا و ب رئوس پنج ضلعی می باشند و با اتصال آنها به یکدیگر پنج ضلعی را تکمیل می کنیم. بدین صورت:



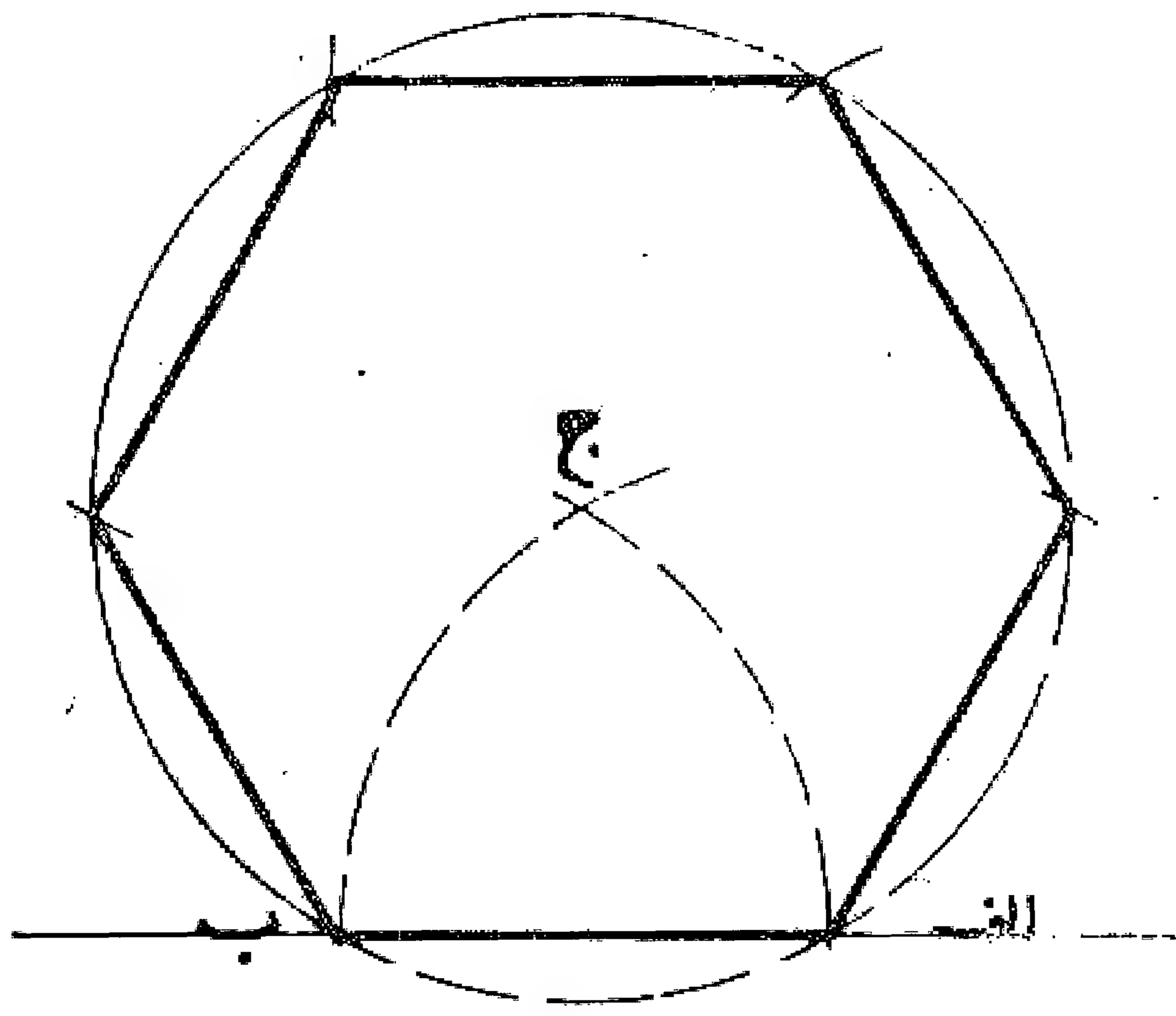
مسئلهٔ ۳۸

رسم شش ضلعی منتظم: می خواهیم بر خط ا ب شش ضلعی متساوی الاضلاع رسم نماییم. اول خط ا ب را رسم می کنیم، سپس به مرکز نقطهٔ ب و شعاع ا ب قوسی رسم می نماییم تا امتداد ا ب را در نقطهٔ جـ قطع کند. بعد جـ را مرکز قرار می دهیم و با همان فتح پرگار قوسی رسم می نماییم تا قوس اول را در نقطهٔ د قطع کند. حال خط جـ د را می کشیم و نقطهٔ د را مرکز قرار می دهیم و با همان فتح پرگار دایره ای رسم می نماییم تا امتداد جـ د را در نقطهٔ و قطع کند و به همین ترتیب در طرف دیگر نقاط ح و ی را به دست می آوریم و با کشیدن خطوط ا ح، ح ی، ی و، و د، د ب، شش ضلعی متساوی الاضلاع و الزوایا را به دست می آوریم. بدین صورت:



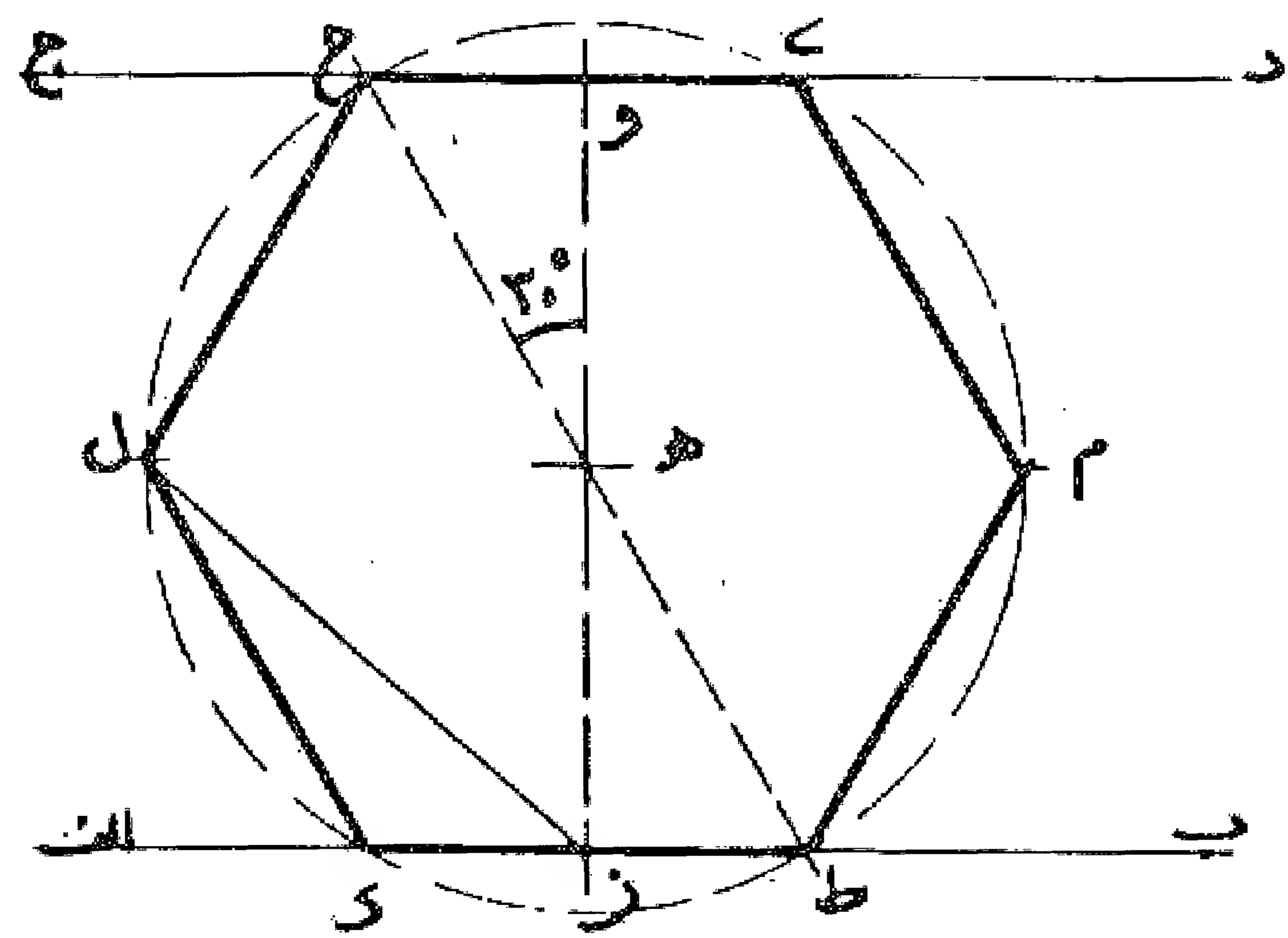
مسئلهٔ ۳۹

وجهی دیگر: می خواهیم بر خط ا ب شش ضلعی منتظمی بنا کنیم. اول بر روی خط اب مثلث متساوی الاضلاع اب جـ را چنانکه گفته شد می کشیم. سپس به مرکز جـ و به طول ب جـ مساوی ا جـ دایره ای رسم می نماییم. این دایره بر شش ضلعی منتظم که ضلع آن برابر خط اب است محیط می باشد، لذا قوس اب مساوی یك ششم محیط آن است که با تقسیم آن به قطعات مساوی ا ب و کشیدن وترهای آن شش ضلعی منتظم به دست می آید: بدین صورت:



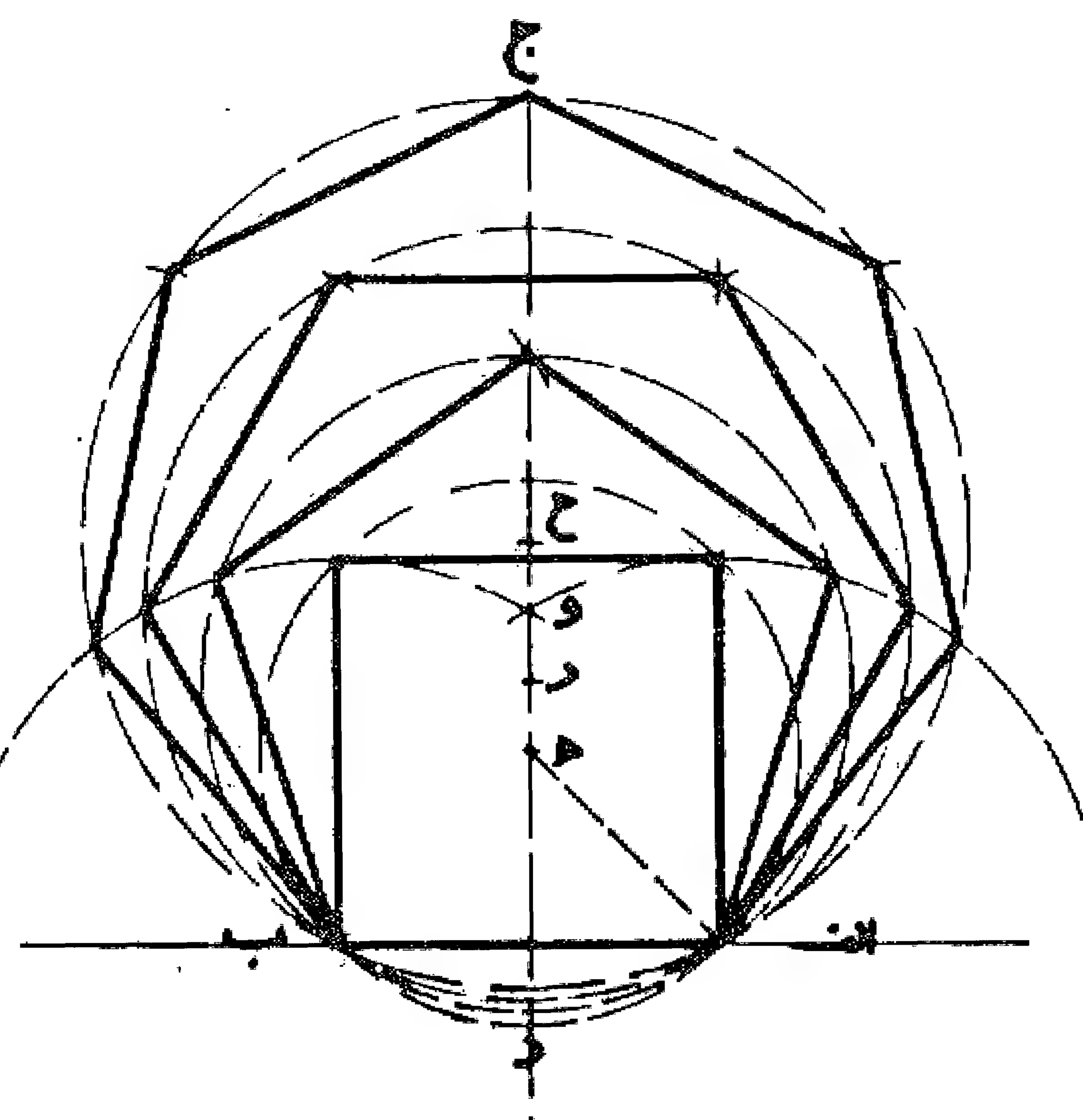
مسئلهٔ ۴۰

می خواهیم بر روی دو خط موازی ا ب و جـ د شش ضلعی منتظمی رسم نماییم به طوری که دوضلع آن بر روی این دو خط موازی قرار گیرد: ابتدا خط و هـ ز را به طور دلخواه بر این دو خط عمود می کنیم. سپس از نقطهٔ هـ وسط آن خطی با زاویهٔ ۳۰ درجه جدا می نماییم تا خطوط موازی را در نقاط ح و ط قطع کند. بعد به مرکز هـ و طول هـ ح مساوی هـ ط دایره ای رسم می نماییم تا دو خط را در دو نقطهٔ ی و ك قطع کند. و با به دست آوردن دو نقطهٔ ل و م با فاصله های مساوی هـ ح شش ضلعی را کامل و رسم می نماییم. بدین صورت:



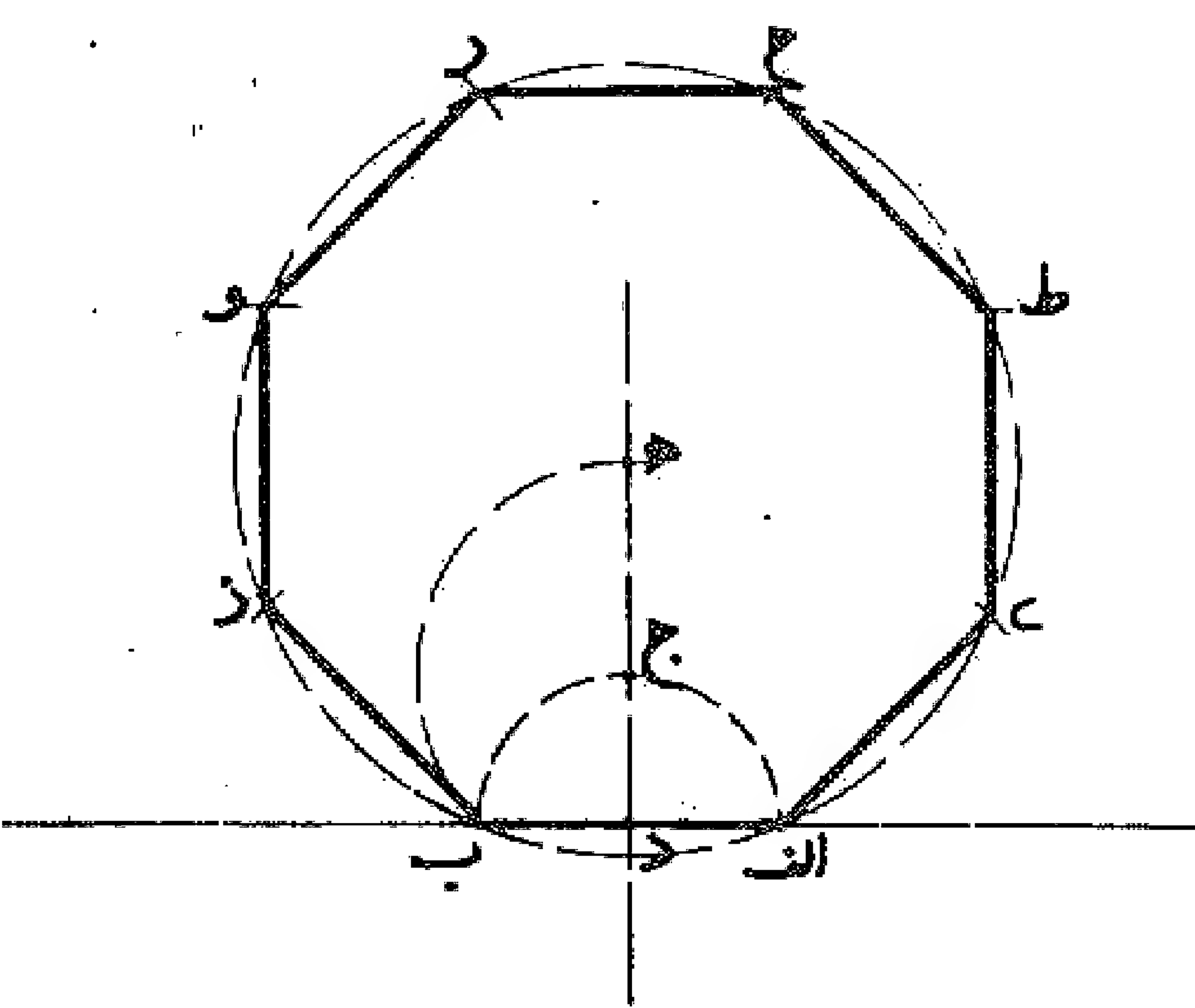
مسئلهٔ ۴۱

می خواهیم بر خط ا ب چند ضلعی متساوی الاضلاع رسم نماییم. اول خط ا ب را مساوی ضلع چند ضلعی رسم می کنیم. سپس عمود و منصف آن یا خط جـ د را می کشیم، حال نقطهٔ هـ محل تلاقی نیم دایره ای به قطر اب با خط عمود و منصف مرکز دایرهٔ محیطی چهارضلعی متساوی الاضلاع والزوایا با ضلع مساوی ا ب را رسم می کنیم. سپس نقطهٔ و محل تلاقی قوس ا و به مرکز ب و طول ا ب با خط عمود و منصف مرکز دایرهٔ محیطی شش ضلعی متساوی الاضلاع و الزوایا با ضلع مساوی ا ب را می کشیم و نقطهٔ ر وسط قطعهٔ و هـ مرکز دایرهٔ محیطی پنج ضلعی متساوی الاضلاع و الزوایا با ضلع مساوی اب و بالاخره نقطهٔ ح به فاصلهٔ و ح مساوی و ر از نقطهٔ و مرکز دایرهٔ محیطی هفت ضلعی متساوی الاضلاع و الزوایا با ضلع مساوی ا ب می باشد. بدین صورت:



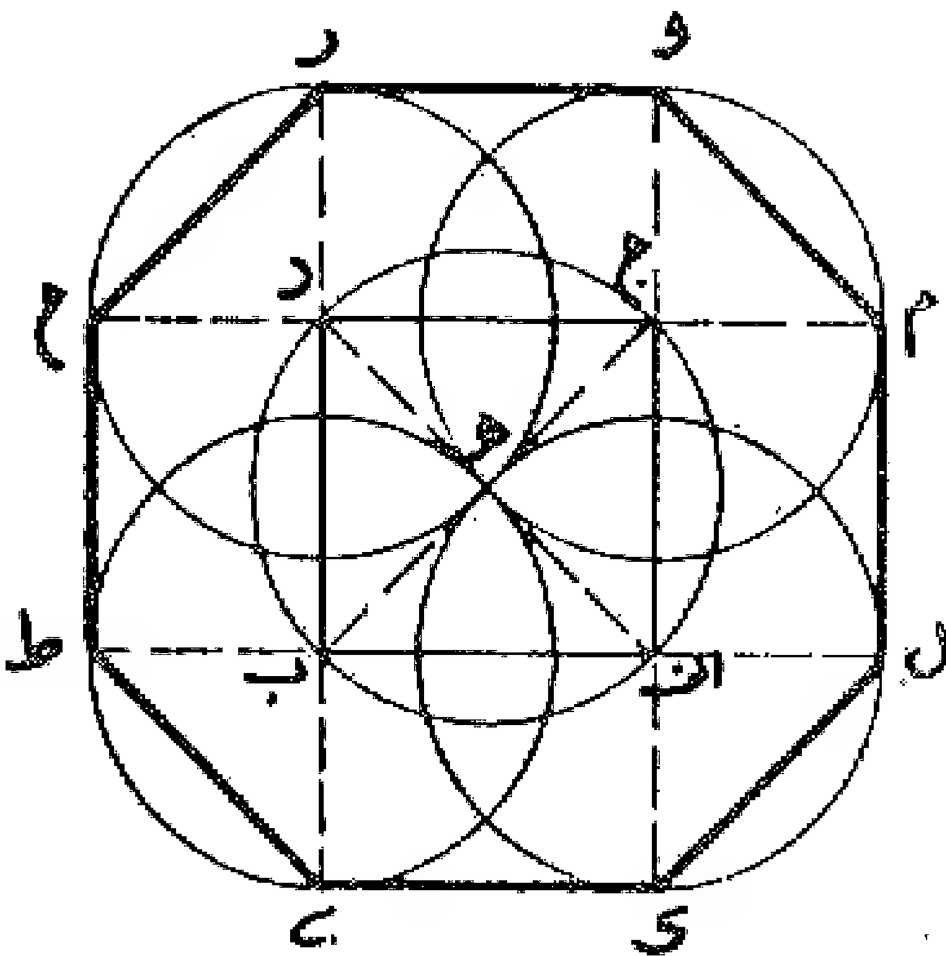
مسئلهٔ ۴۲

رسم هشت ضلعی منتظم: می خواهیم بر روی خط **اب** هشت ضلعی منتظمی را رسم نماییم: اول بر روی خط **اب** نیم دایره ای رسم می کنیم. بعد خط عمود و منصف آن را اخراج می نماییم تا نیم دایره را در نقطهٔ **جـ** قطع کند و آن را امتداد می دهیم، سپس به مرکز نقطهٔ **جـ** و طول **جـب** قوسی رسم می نماییم تا امتداد عمود و منصف را در نقطهٔ **هـ** قطع کند. حال چنانچه دایره ای به مرکز **هـ** و شعاع **هـب** رسم نماییم، قوس **اب** یك هشتم محیط این دایره بوده و این دایره محیط بر هشت ضلعی منتظم به طول **اب** می باشد که آن را رسم و تکمیل می کنیم. بدین صورت که رسم کردیم:



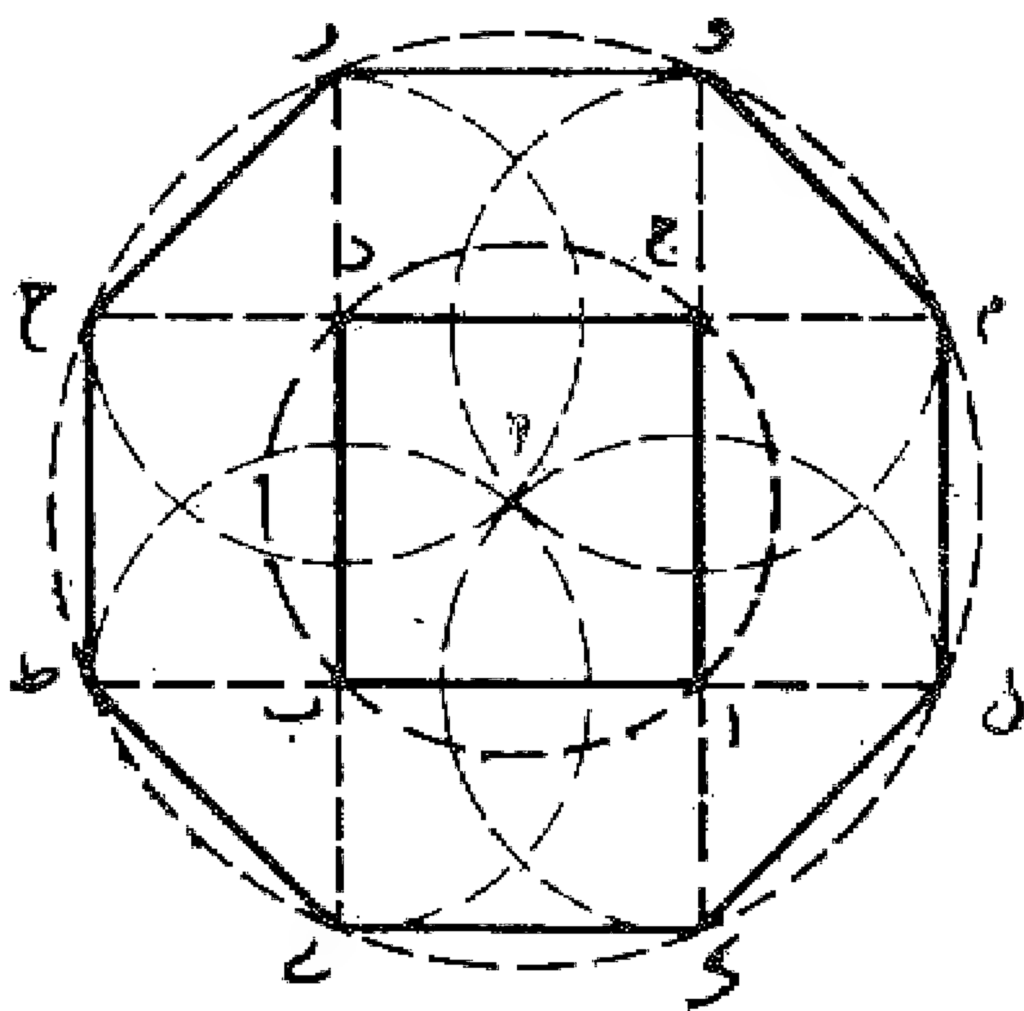
مسئلهٔ ۴۳

وجهی دیگر: بر خط **اب** مربع **اب جـد** را بنا می نماییم، حال هر یك از رأسهای **ا، ب، جـ، د** را مرکز قرار می دهیم و با فتح پرگار معادل نصف قطر این مربع یعنی **جـهـ** چهار دایره رسم می کنیم تا امتداد اضلاع مربع را در نقاط **و، ر، ح، ط، ی، ك، ل، م** قطع نماید. خطوط **ور، رح، ح ط، ط ی، ی ك، ك ل، ل م، م و** را رسم و، هشت ضلعی را تکمیل می کنیم. بدین صورت:



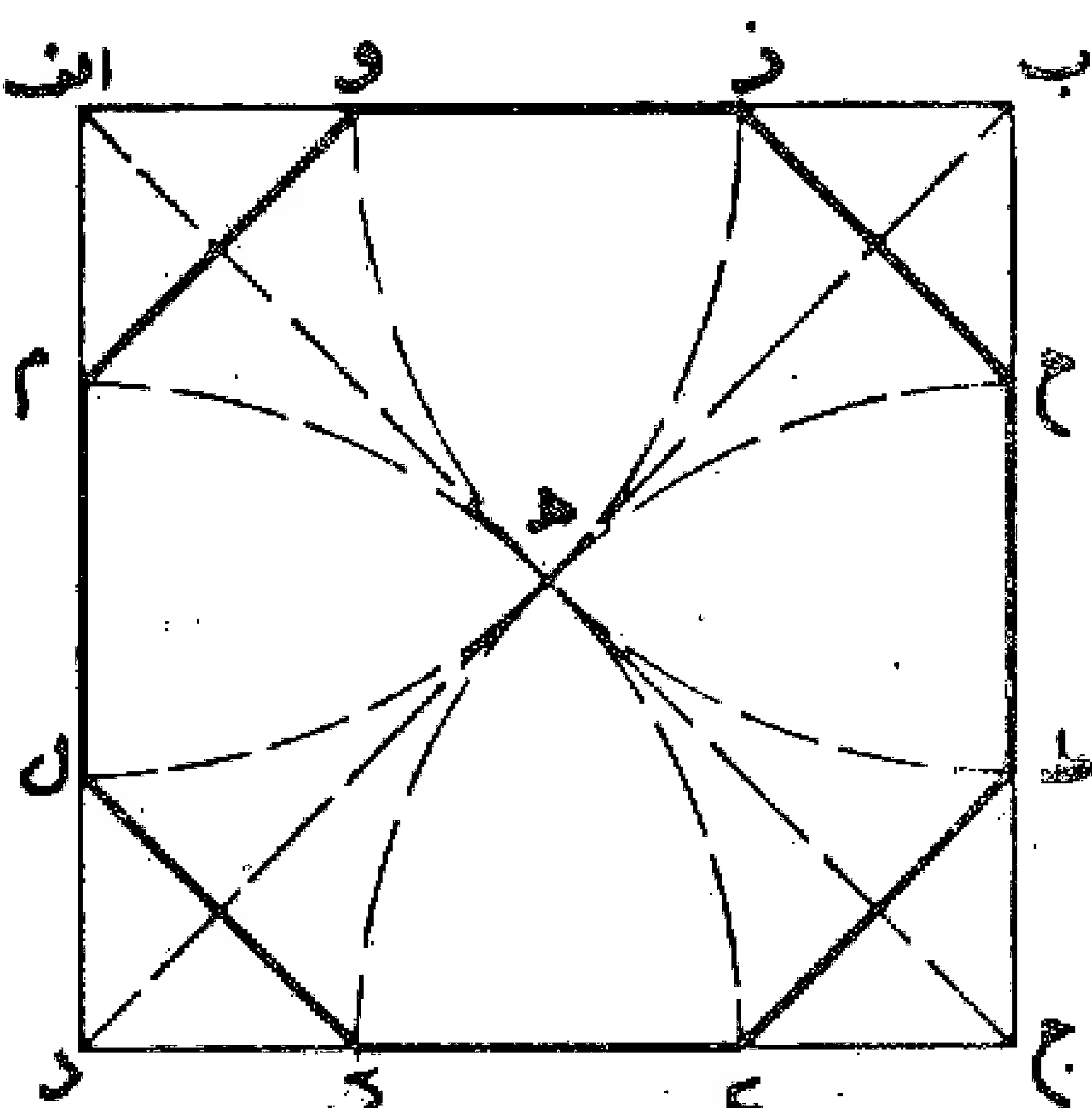
مسئلهٔ ۴۴

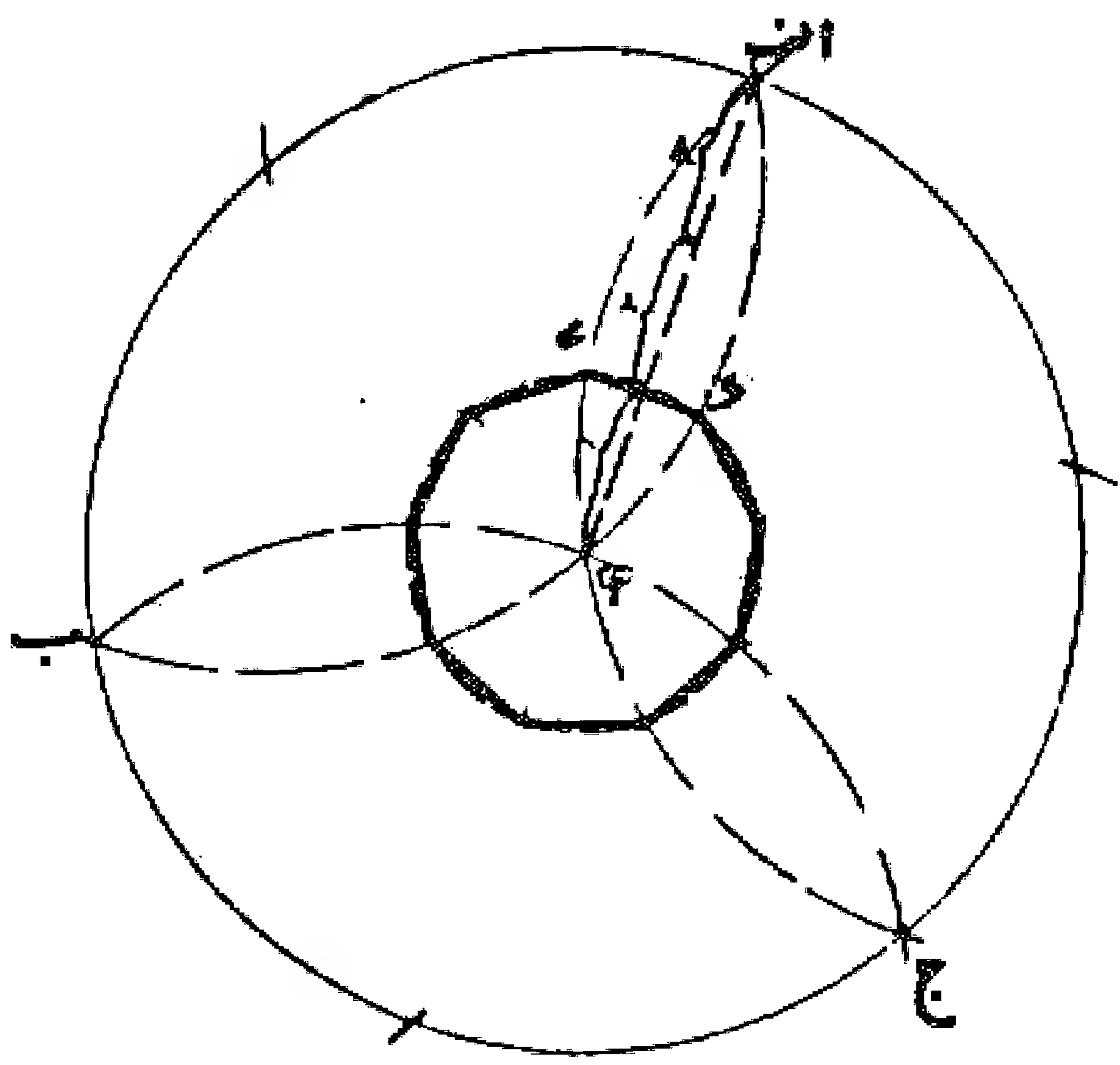
وجهی دیگر: همچنین می توان پس از پیدا کردن یك نقطه مثلا نقطهٔ **و**، به مرکز **هـ** و طول **وهـ** دایره ای رسم و آن را با فتح **اب** به هشت قسمت تقسیم و هشت ضلعی را تکمیل کنیم.



مسئلهٔ ۴۵

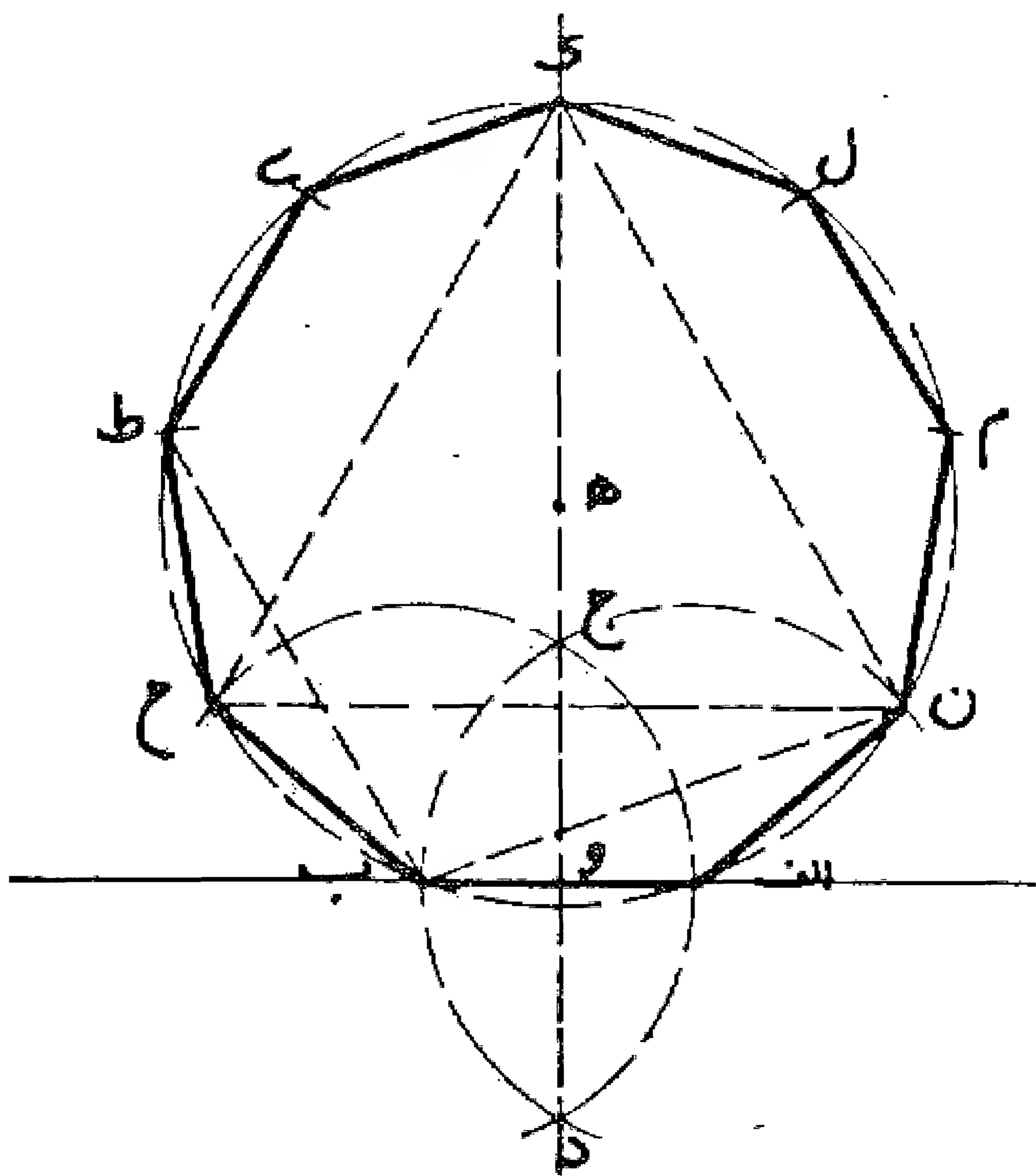
می خواهیم در مربع **اب جـد** هشت ضلعی منتظمی رسم کنیم و یا روی اضلاع مربع **اب جـد** نقاطی پیدا نماییم که رئوس هشت ضلعی منتظمی باشد: ابتدا دو قطر مربع را رسم می کنیم تا یکدیگر را درنقطهٔ **هـ** قطع نمایند، سپس به مرکز چهار رأس مربع و طول نصف قطر قوسهایی رسم می کنیم تا اضلاع مربع را قطع نمایند. این نقاط رئوس هشت ضلعی هستند و با اتصال آنها به یکدیگر هشت ضلعی را کامل می کنیم. بدین صورت:





مسئلهٔ ۴۶

رسم نه ضلعی منتظم، [روش ترسیم نه ضلعی منتظم غیرمشخص که توسط آقای البرخت ذیورر پیشنهاد شده است:] به مرکز هـ دایرهٔ غیرمشخصی رسم و آن را به شش قسمت مساوی تقسیم می نماییم. سپس به مراکز یك در میان نقاط تقسیم سه قوس می کشیم تا یك سه برگی به وجود آید. بعد شعاع اهـ را می کشیم و آن را به سه قسمت مساوی تقسیم می کنیم و از اولین تقسیم خط عمودی اخراج می نماییم تا سه برگی را قطع کند. این قطعه خط ی ك طول نه ضلعی می باشد که در دایره ای که به مرکز هـ و شعاع هـ ی رسم می شود محاط می باشد و با کشیدن آن نه ضلعی منتظم را می توان رسم کرد. بدین صورت:



مسئلهٔ ۴۷

روش ترسیم نه ضلعی منتظم: خط اب را رسم می نماییم و با مرکز قرار دادن نقاط ا، ب و کشیدن دو قوس با فتح پرگار به اندازهٔ اب نقاط جـ، د را پیدا و خط عمود و منصف اب را رسم می کنیم.

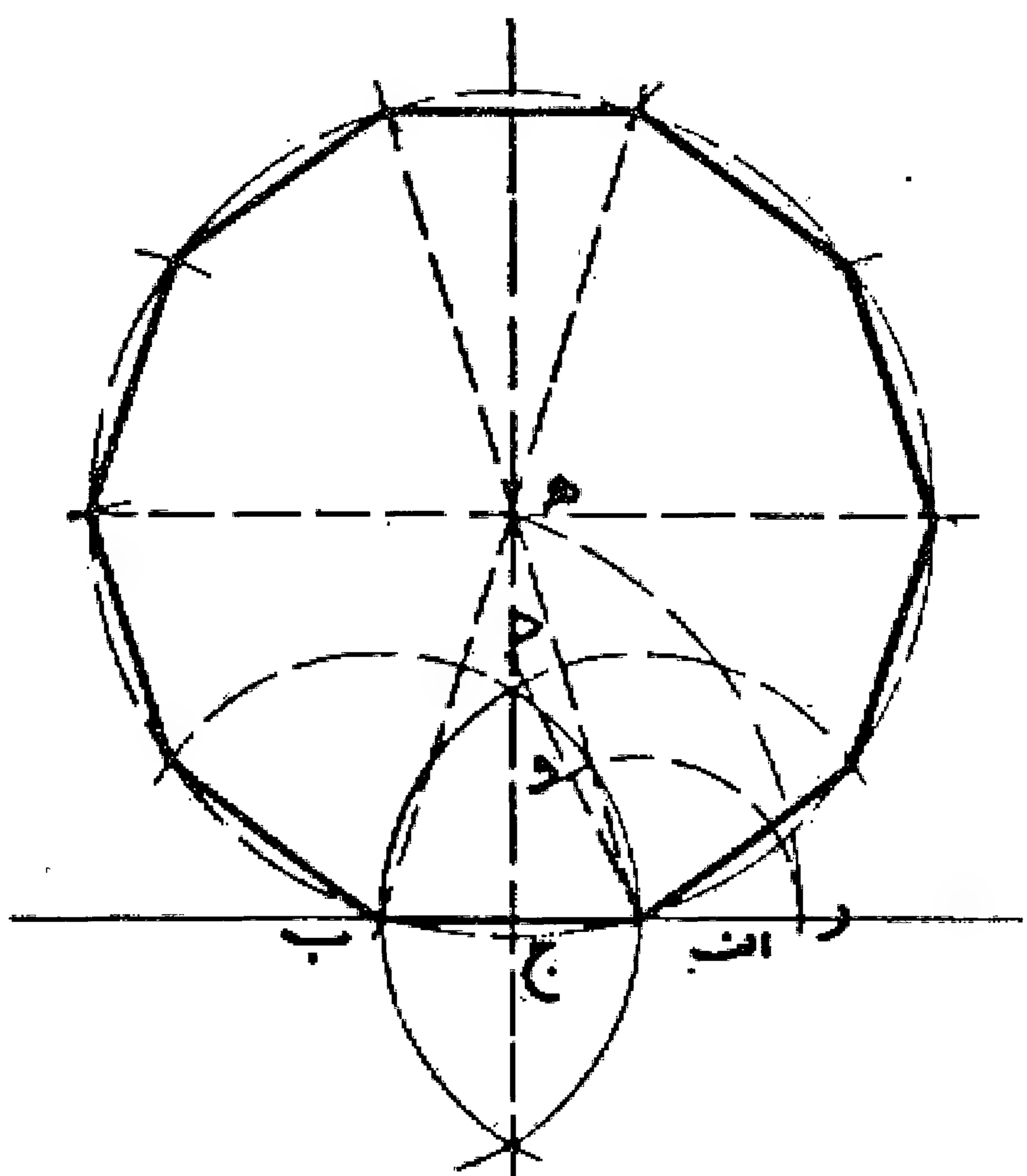
این خط را از طرف نقطهٔ جـ به اندازهٔ نصف خط اب تا نقطهٔ هـ امتداد می دهیم. این نقطه مرکز دایرهٔ محیطی بر نه ضلعی یا ضلعی به اندازهٔ اب می باشد، حال به مرکز هـ و شعاع هـ ب دایره ای رسم و آن را با فتح پرگار به اندازهٔ اب به نه قسمت مساوی تقسیم می کنیم و با رسم وترهای آن نه ضلعی متساوی الاضلاع و الزوایا را به دست می آوریم. بدین صورت:

مسئلهٔ ۴۸

می توان پس از رسم دایرهٔ هـ به مراکز ا و ب با رسم قوسهای ب جـ ن و ا جـ ح، با فتح پرگار مساوی اب دو رأس دیگر نه ضلعی را پیدا کرد و بعد قوس ن ك ح را به همین نسبت به شش قسمت مساوی تقسیم نمود، یا اول آن را به دو قسمت مساوی و سپس هر کدام از قسمتها را به سه قسمت مساوی تقسیم کرد. در هر صورت نتیجه یکی خواهد بود مطابق شکل قبل.

مسئلهٔ ۴۹

وجهی دیگر: آنکه می توان خط عمود و منصف د جـ را امتداد داد تا محیط دایره را در نقطهٔ ك قطع کند، این نقطه یك رأس نه ضلعی می باشد و برای تکمیل آن کافی است که هر کدام از قوسهای ا ك و ب ك را به چهار قسمت مساوی تقسیم و نقاط به دست آمده را به یکدیگر وصل کرد مطابق شکل قبل.



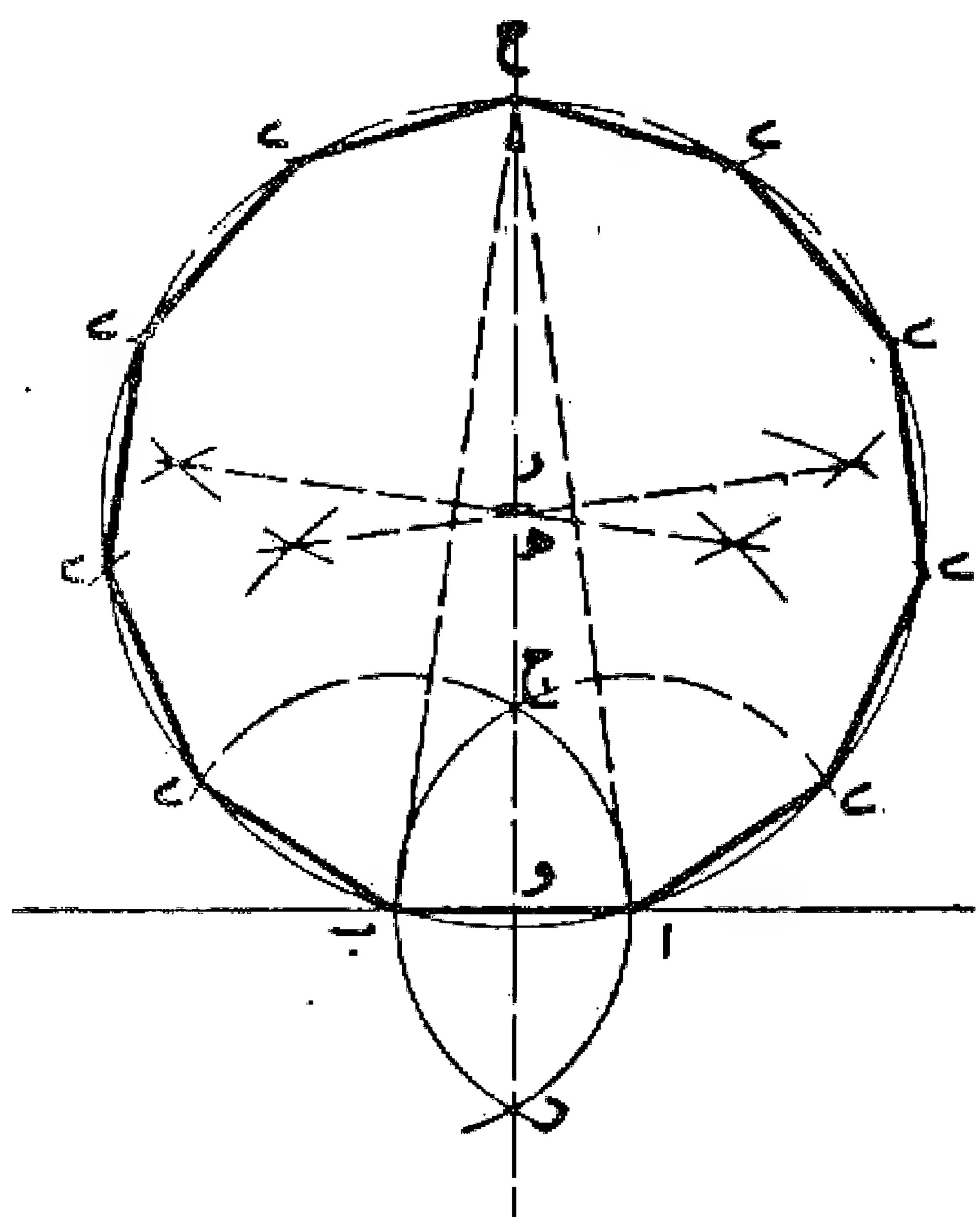
مسئلهٔ ۵۰

رسم ده ضلعی منتظم: می خواهیم بر خط اب ده ضلعی منتظمی رسم نماییم: ابتدا خط اب را می کشیم و عمود و منصف آن را رسم می کنیم، سپس بر روی آن از نقطهٔ جـ وسط اب نقطهٔ د را به فاصلهٔ مساوی اب تعیین می نماییم و بعد خط اد را رسم و روی آن از نقطهٔ د به اندازهٔ نصف اب جدا می کنیم. سپس نقطهٔ ا را مرکز قرار می دهیم و با فتح پرگار مساوی قطعهٔ او قوسی می کشیم تا امتداد اب را در نقطهٔ ر قطع نماید. بعد نقطهٔ ب را مرکز قرار می دهیم و با طول ر ب قوسی رسم می کنیم تا امتداد خط عمود و منصف را در نقطهٔ هـ قطع نماید.

این نقطه مرکز دایرهٔ محیطی ده ضلعی منتظم با ضلع مساوی ا ب می باشد با رسم دایره و تقسیم آن به ده قسمت مساوی ـــ مطابق آنچه قبلا گفته شد ـــ ده ضلعی را رسم می کنیم. بدین صورت:

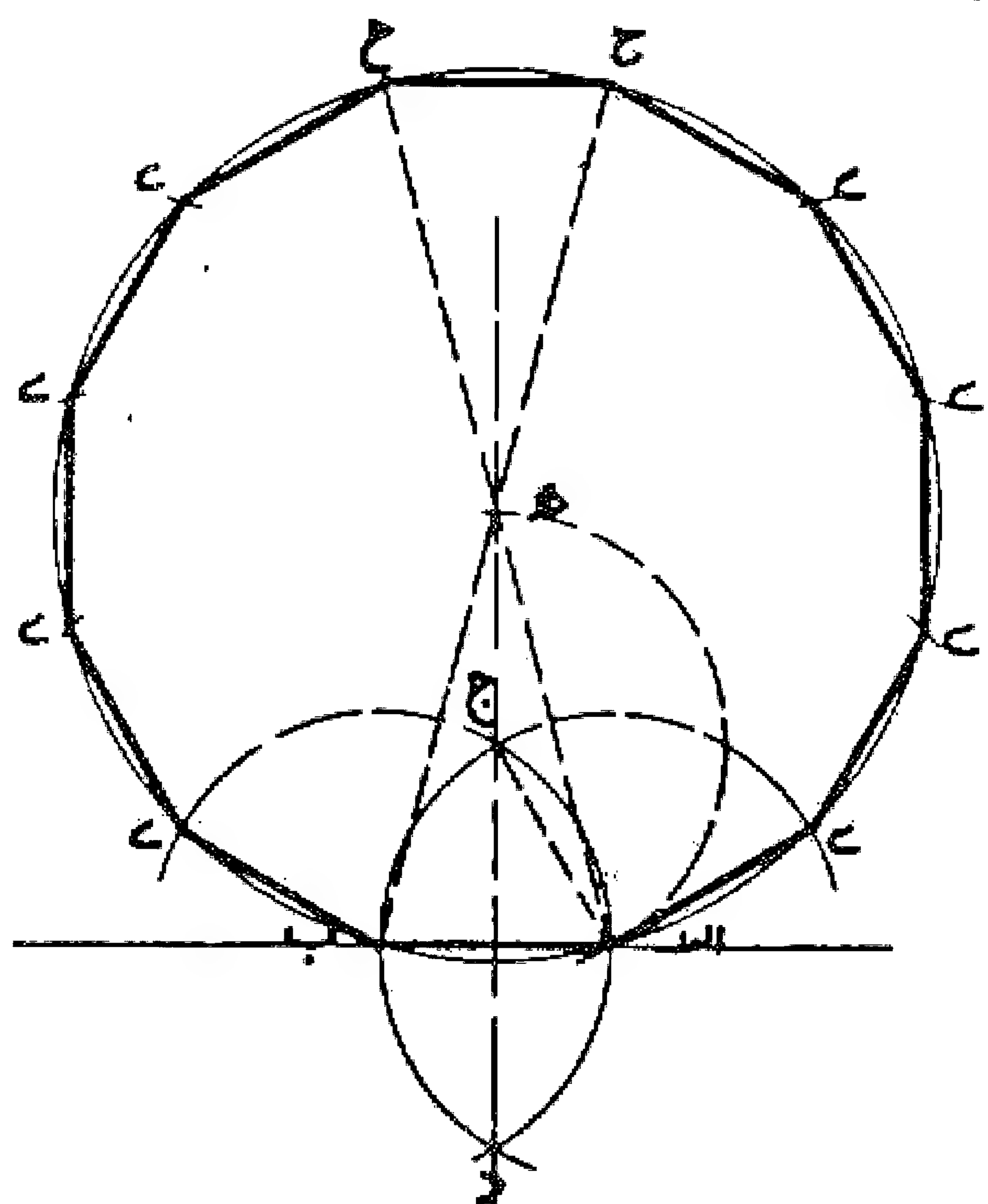
مسئلهٔ ۵۱

رسم یازده ضلعی منتظم بر خط ا ب: ابتدا خط ا ب را رسم می کنیم و نقاط ا، ب را مرکز قرار می دهیم و با فتح پرگار به اندازهٔ ا ب دو قوس رسم می نماییم تا یکدیگر را در نقاط جـ، د قطع کنند. سپس خط عمود و منصف جـ د را می کشیم و بعد آن را از طرف جـ به اندازهٔ جـ و (نصف جـ د یا ارتفاع جـ و) تا نقطهٔ ر امتداد و بعد از نقطهٔ ر معادل جـ د ادامه می دهیم تا نقطهٔ ح به دست آید. سپس خطوط ا ح و ب ح را رسم می نماییم و عمود و منصف آنها را می کشیم تا نقطهٔ هـ مرکز دایرهٔ محیطی مثلث ا ح ب به دست آید. این نقطه که مقدار کمی پایین تر از نقطهٔ ر در روی خط عمود و منصف ح و قرار دارد مرکز دایرهٔ محیطی یازده ضلعی منتظم با ضلع مساوی ا ب می باشد، آن را می کشیم و قوسهایی مساوی ا ب روی آن جدا می کنیم و سپس با رسم وتر این قوسها یازده ضلعی منتظم متساوی الاضلاع و الزوایا را تکمیل می نماییم. بدین صورت:



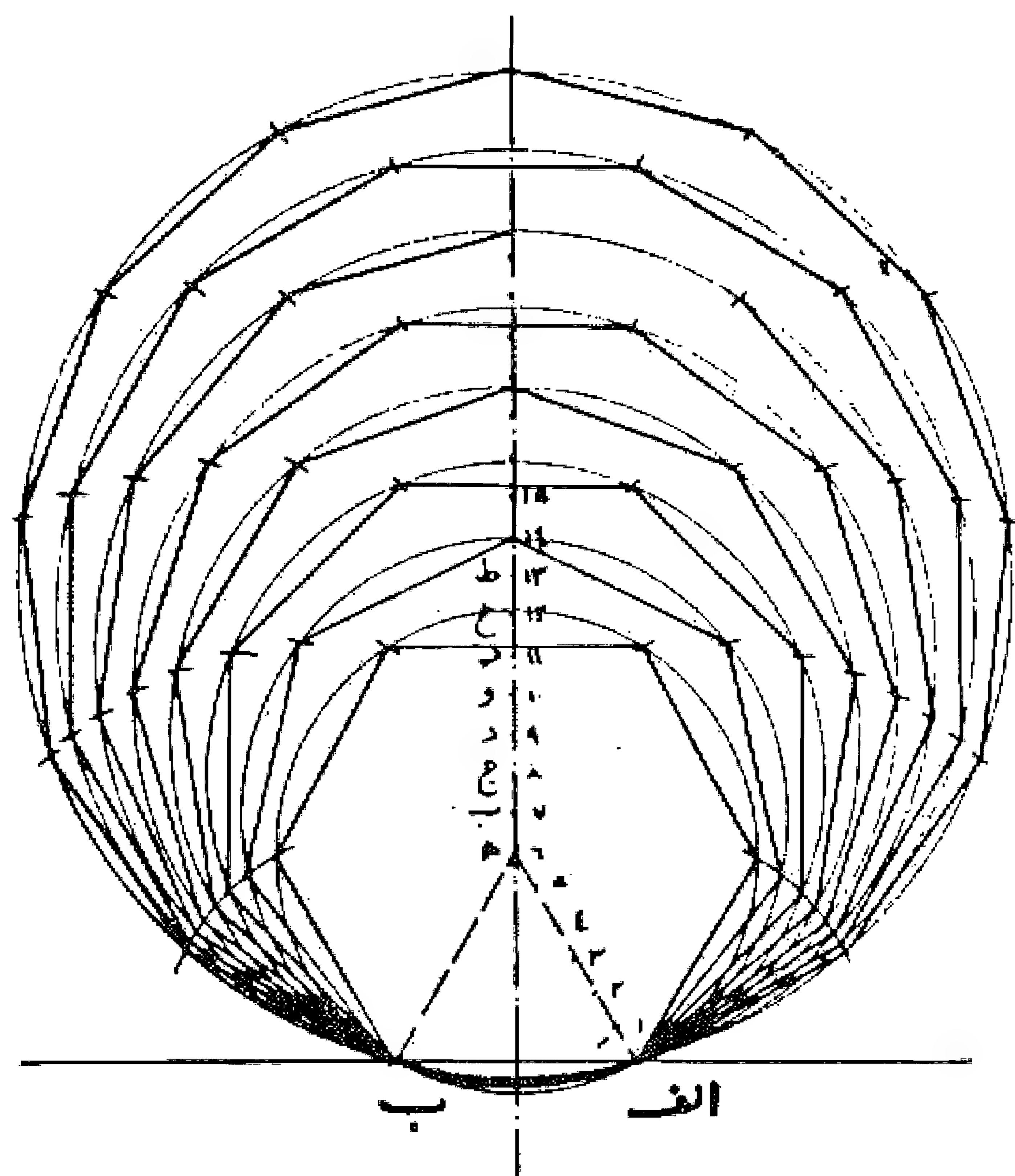
مسئلهٔ ۵۲

رسم دوازده ضلعی منتظم: ابتدا خط ا ب را رسم می نماییم، سپس با کشیدن قوسهای ی ا جـ به مرکز نقطهٔ ب و ی ب جـ به مرکز نقطهٔ ا خط عمود و منصف آن یعنی د جـ را رسم می کنیم، بعد آن را از طرف نقطهٔ جـ به اندازهٔ ا ب امتداد می دهیم تا نقطهٔ هـ به دست آید. دایره ای به مرکز نقطهٔ هـ و شعاع هـ ب دایرهٔ محیطی دوازده ضلعی متساوی الاضلاع و الزوایا با ضلع ا ب می باشد. بدین صورت:

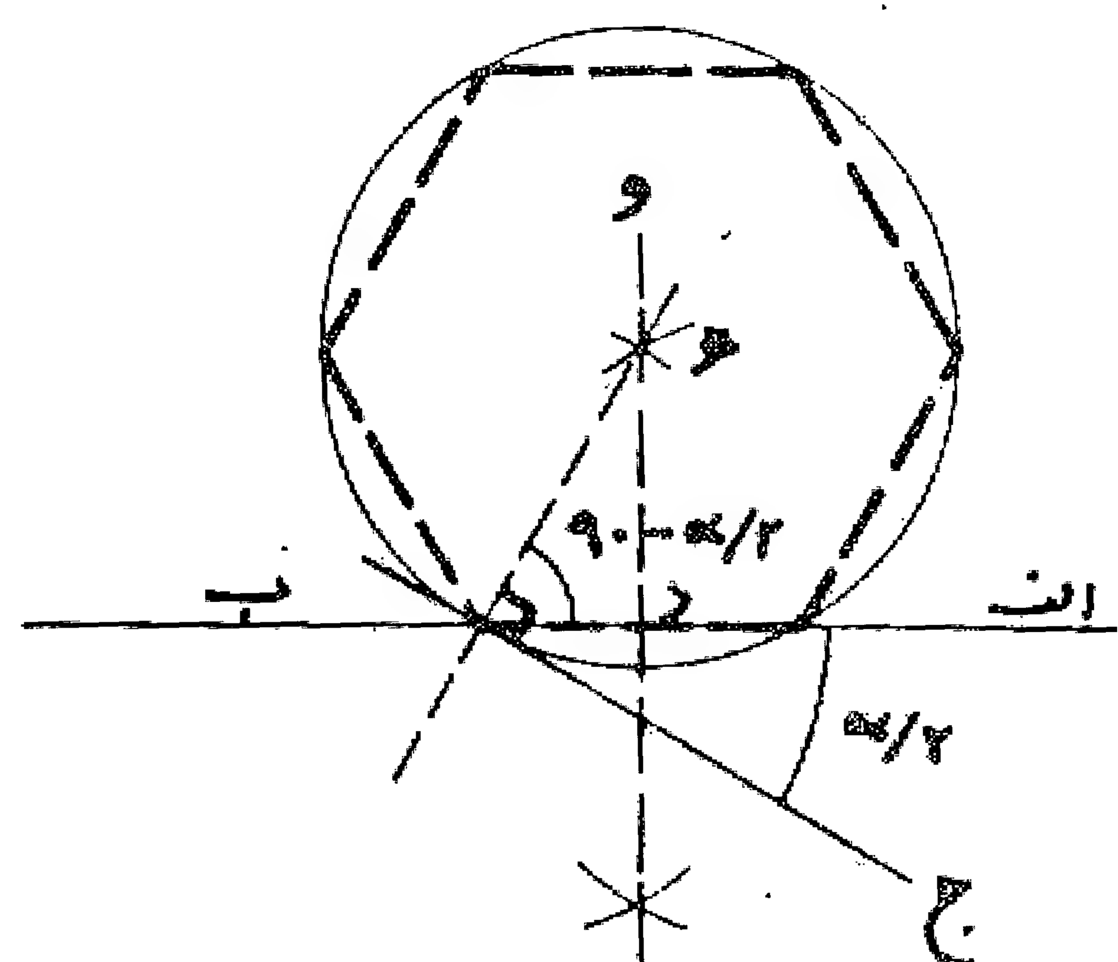


مسئلهٔ ۵۳

رسم چند ضلعی ـ راه حل کلی: می خواهیم بر خط ا ب چند ضلعیهای منتظم رسم نماییم. اول بر خط ا ب مثلث متساوی الاضلاع ا ب هـ را می کشیم، بعد ضلع ا هـ را به شش قسمت مساوی تقسیم می کنیم، و از نقطهٔ هـ عمودی بر خط ا ب فرود می آوریم و آن را از طرف نقطهٔ هـ امتداد می دهیم، بعد روی این خط از نقطهٔ هـ نقاط ب، جـ، د، و، ر، ح، ط،....را هر کدام به فاصلهٔ یك ششم ضلع هـ ا ازدیگری جدا می نماییم، حال چنانچه به مرکز هر کدام از این نقاط و طول فاصلهٔ این نقطه تا نقطهٔ ا یا ب دایره ای رسم کنیم به ترتیب کثیر الاضلاعهای شش و هفت و هشت و.... ضلعی که طول ضلع هر یك از آنها مساوی ا ب می باشد در هر یك محاط می شود. بدین صورت که کشیدیم:



مسئلهٔ ۵۴



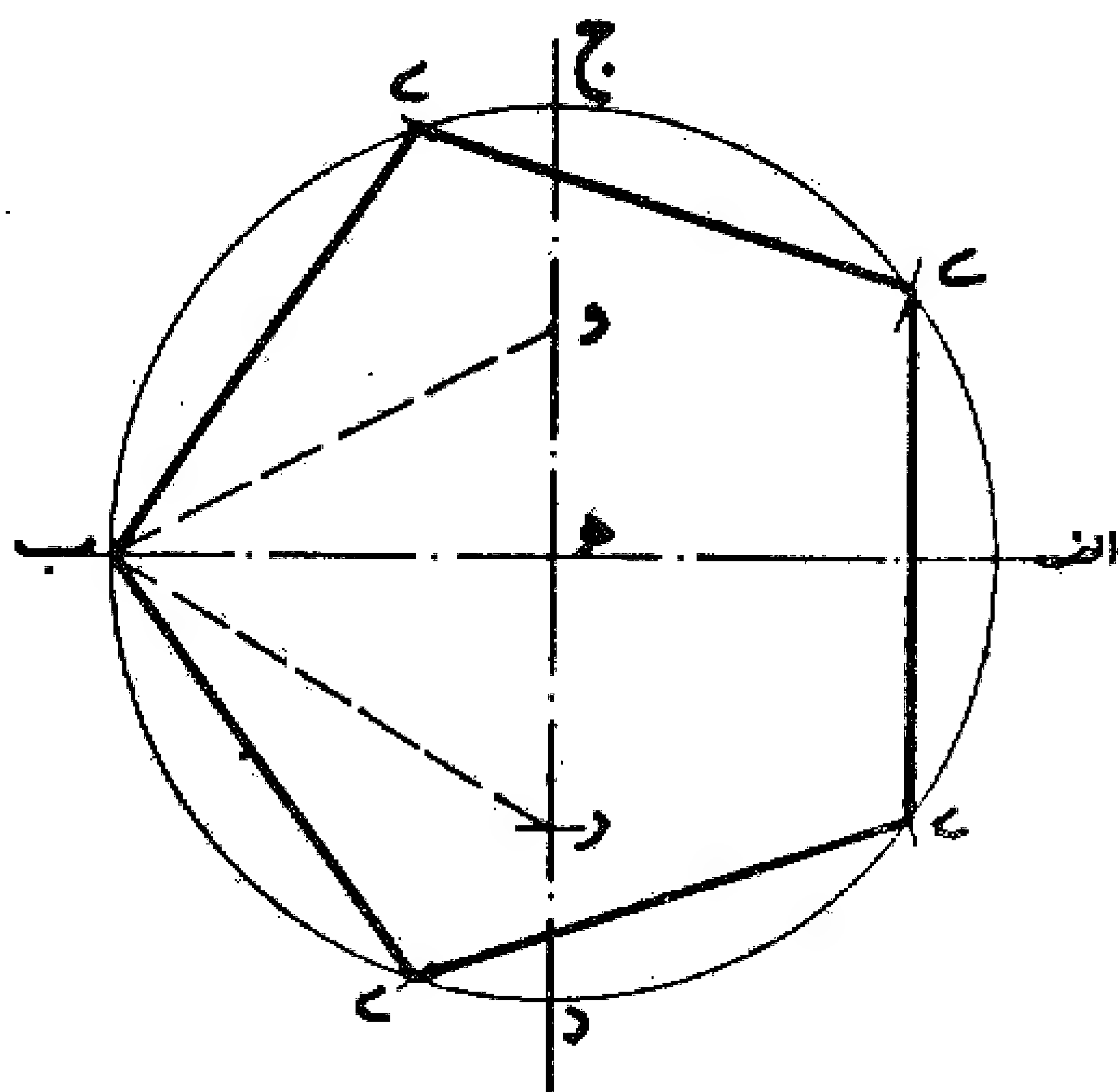
وجهی دیگر: اول زاویهٔ مرکزی چند ضلعی را با تقسیم سیصد و شصت به تعداد اضلاع به دست می آوریم. سپس کمان درخور آن زاویه را بر خط **اب** رسم می نماییم. به عبارت دیگر مکان هندسی نقاطی را پیدا می کنیم که از آنها کمان **اب** به یك زاویه دیده شود. این دایره محل رأسهای چندضلعی مورد نظر با طول ضلع مساوی خط **اب** است و برای کشیدن آن به دو صورت زیر عمل می نماییم:

۱ـ خط **اب** را می کشیم، سپس بر نقطهٔ **ب** خطی رسم می نماییم تا با خط **اب** زاویه‌ای مساوی متمم نصف زاویهٔ مرکزی چند ضلعی به وجود آورد. یعنی خط **بجـ**، بعد خط عمود و منصف **اب** را رسم می کنیم تا با این خط در نقطهٔ **هـ** تلاقی نماید. دایره ای به مرکز **هـ** و شعاع **هـب** دایرهٔ مورد نظر می باشد.

۲ـ از نقطهٔ **ب** کنار خط **اب** زاویه ای معادل نصف زاویهٔ مرکزی اخراج می نماییم. سپس از همان نقطه خطی عمود به آن خط خارج می کنیم تا خط عمود و منصف **اب** را در نقطهٔ **هـ** قطع نماید. این نقطه مرکز دایرهٔ مورد نظر، یعنی دایرهٔ محیطی چند ضلعی خواسته شده می باشد که با شعاع **هـب** رسم می شود، بدین صورت که کشیدیم:

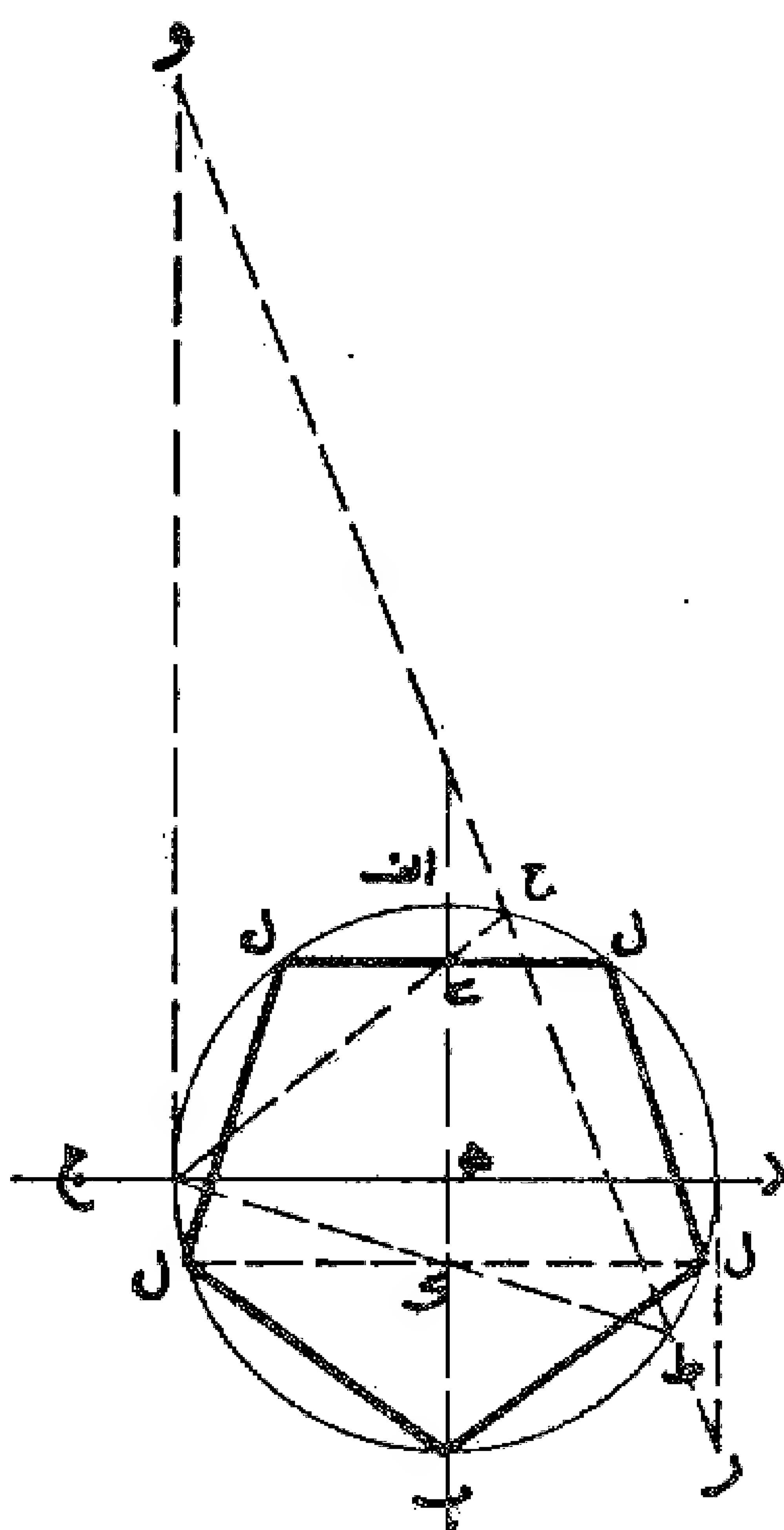
مسئلهٔ ۵۵

می خواهیم در دایره ای پنج ضلعی منتظمی محاط کنیم: دو قطر اب و جـد راکه بر یکدیگر عمود هستند رسم می نماییم. بعد نقطهٔ و وسط شعاع هـ جـ را مرکز قرار می دهیم و به طول هـ ب قوسی رسم می کنیم تا قطر جـ د را در نقطهٔ ر قطع نماید. طول ب ر مساوی ضلع پنج ضلعی منتظم محاط در دایره است. بدین صورت:



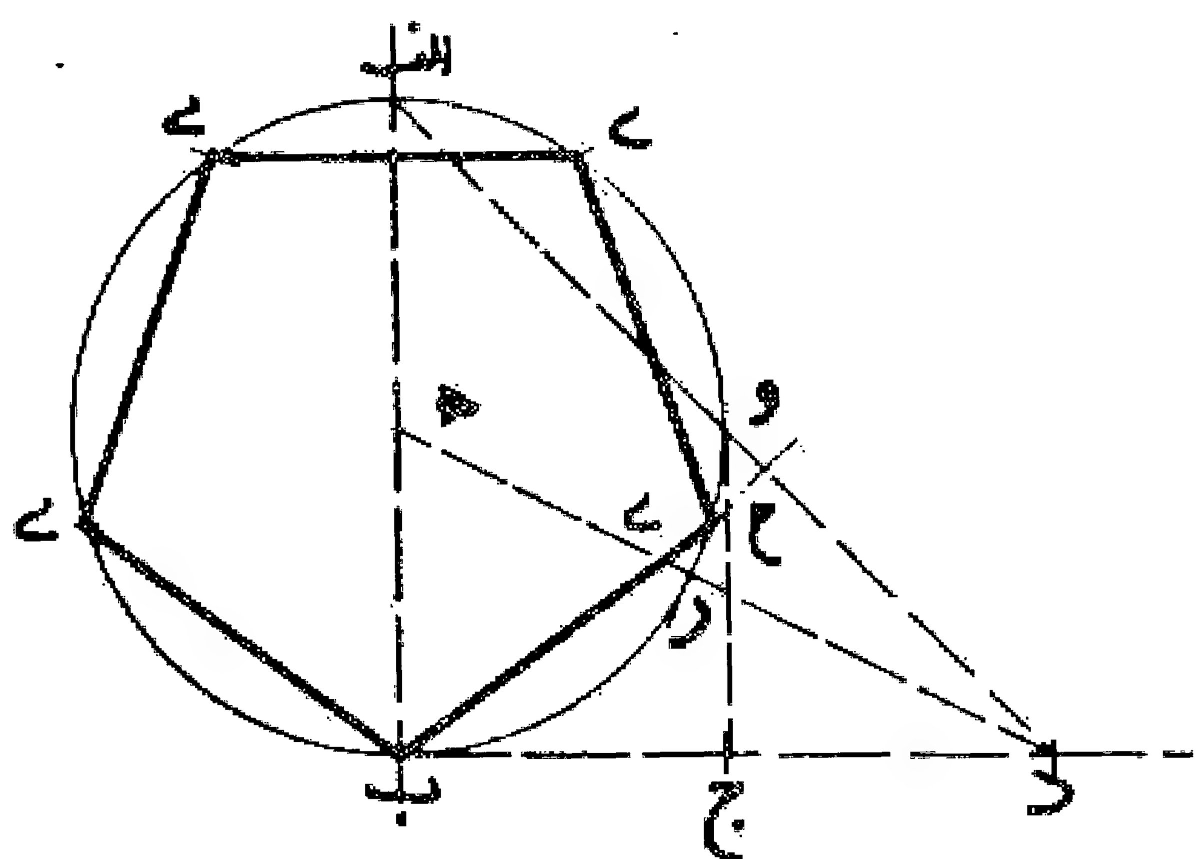
مسئلهٔ ۵۶

وجهی دیگر: دوراه حل از ریاضیدان آلمانی «ادگال شر یو تر»: دو قطر اب وجـد را عمود بر یکدیگر رسم می نماییم، سپس از نقطهٔ جـ خط مماسی معادل چهار برابر شعاع و از نقطهٔ د خط مماسی معادل شعاع، در طرف مقابل رسم و دو نقطهٔ و، ر را تعیین می کنیم. بعد دو نقطهٔ و و ر را به یکدیگر وصل می نماییم تا دایره را در دو نقطهٔ ح، ط قطع کند. سپس دو خط جـح وجـط را می کشیم تا با قطر اب در نقاط ی و ك تلاقی نماید. حال اگر از این نقاط دو خط عمود بر قطر اب اخراج کنیم تا دایره را قطع نمایند، این نقاط چهار رأس پنج ضلعی را تشکیل می دهند که رأس پنجم آن نقطهٔ ب می باشد. بدین صورت که کشیدیم:



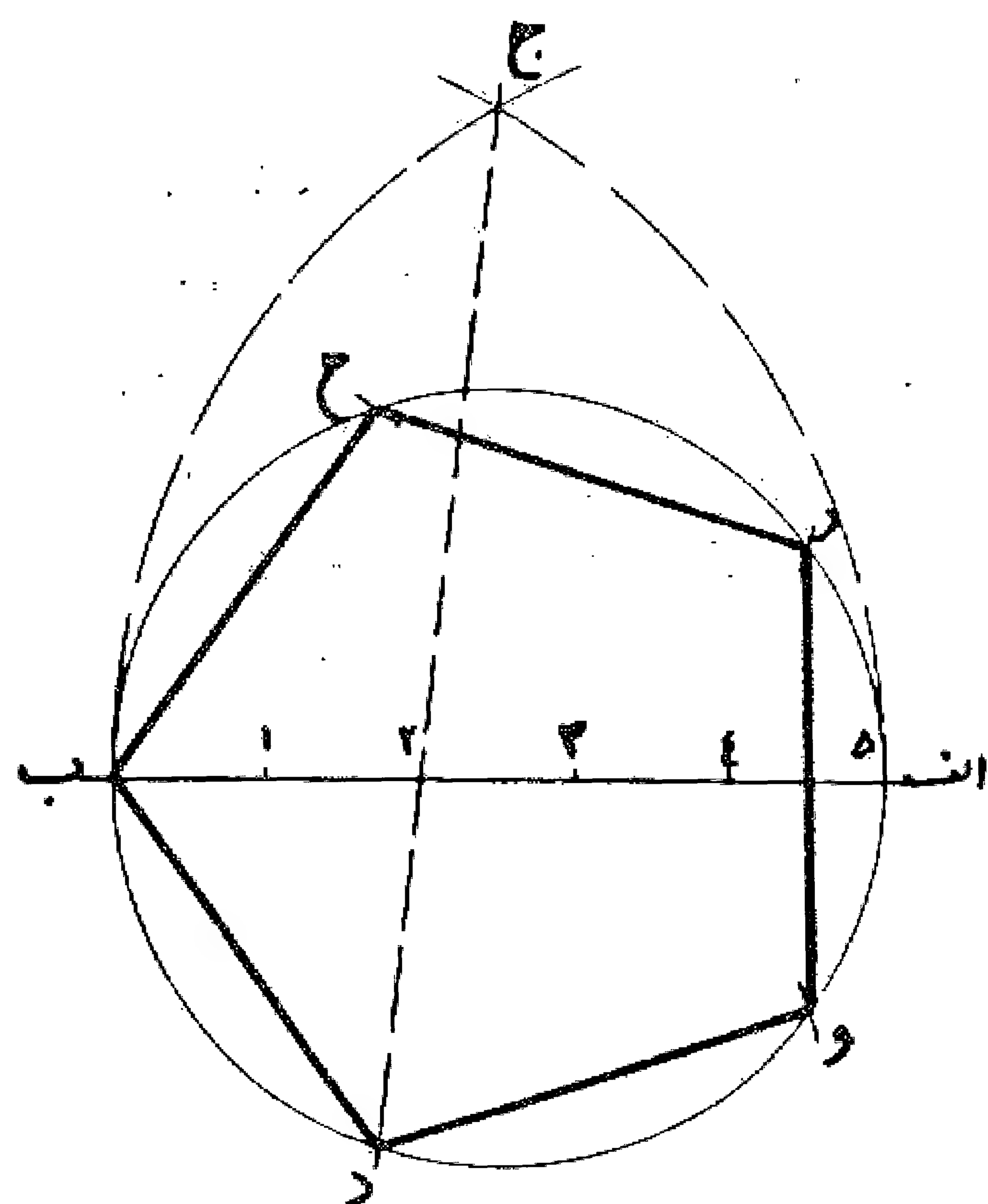
مسئلهٔ ۵۷

قطر ا ب را می کشیم و از نقطهٔ ب خط ب د را بر آن عمود می نماییم. بعد دو قطعهٔ ب جـ و جـ د را معادل ب هـ روی آن جدا می کنیم. سپس از نقطهٔ د دو خط د ا و د هـ را رسم می نماییم تا دایره را در نقاط و و ر قطع کند، بعد خط جـ و را می کشیم و به مرکز د و شعاع د ر قوسی رسم می نماییم تا در نقطهٔ ح این خط را قطع کند. حال خط ح ب را می کشیم تا با دایره در نقطهٔ ی تلاقی کند، قوس ب ی معادل یك پنجم محیط دایره و وتر ب ی ضلع پنج ضلعی محاط در این دایره می باشد. بدین صورت که رسم شد:



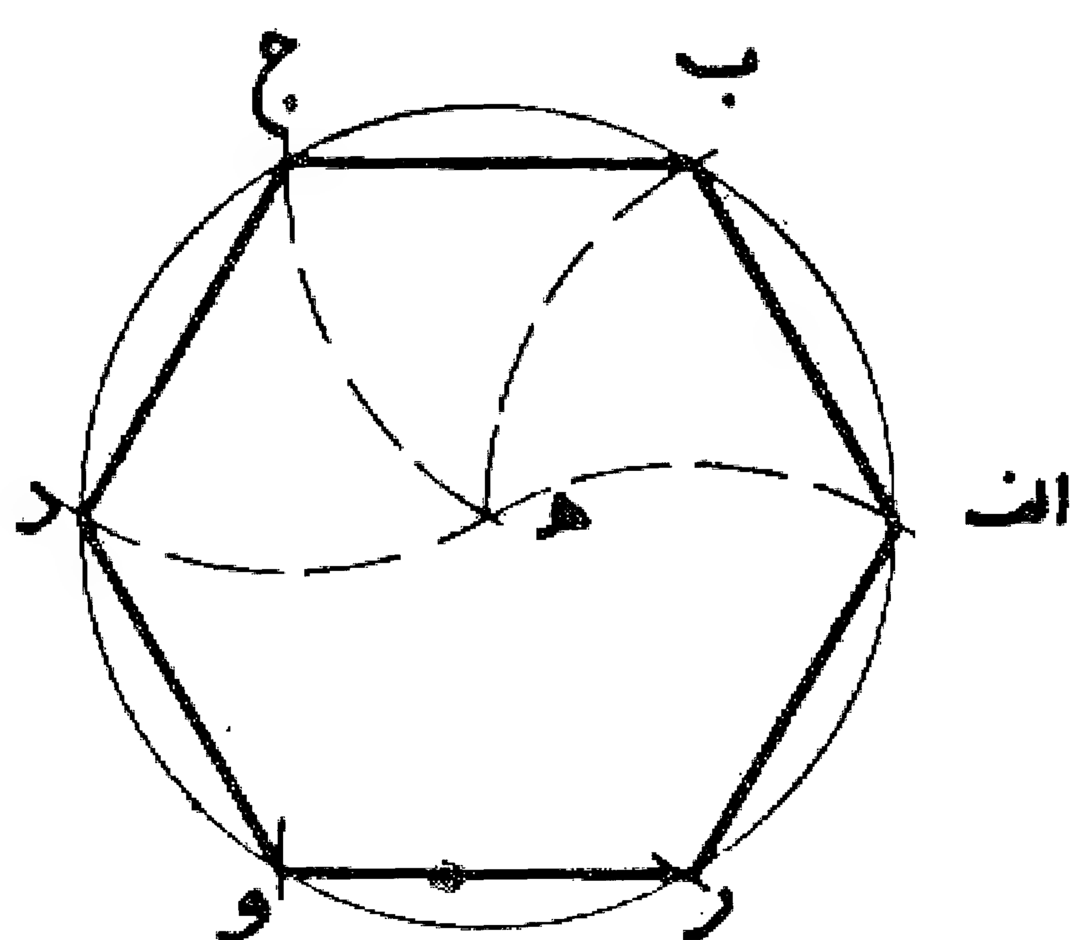
مسئلهٔ ۵۸

می خواهیم دایره ای را به پنج قسمت مساوی تقسیم نماییم: یا در دایره ای پنج ضلعی منتظمی محاط کنیم ابتدا قطر ا ب را رسم و به مرکز ا و به طول ا ب مساوی قطر دایره قوسی رسم می نماییم تا قوسی را که به همین طول و به مرکز ب رسم می کنیم در نقطهٔ جـ قطع نماید. سپس قطر ا ب را به پنج قسمت تقسیم و از نقطهٔ جـ خطی به دومین قسمت وصل می کنیم و امتداد می دهیم تا دایره را در نقطهٔ د قطع نماید. قوس ب د مساوی یك پنجم محیط دایره و وتر ب د مساوی ضلع پنج ضلعی محاط در دایره می باشد. و بدین صورت با تقسیم دایره به قسمتهای مساوی ب د آن را به پنج قسمت مساوی تقسیم و پنج ضلعی محاطی را رسم می کنیم. بدین صورت که رسم شد:



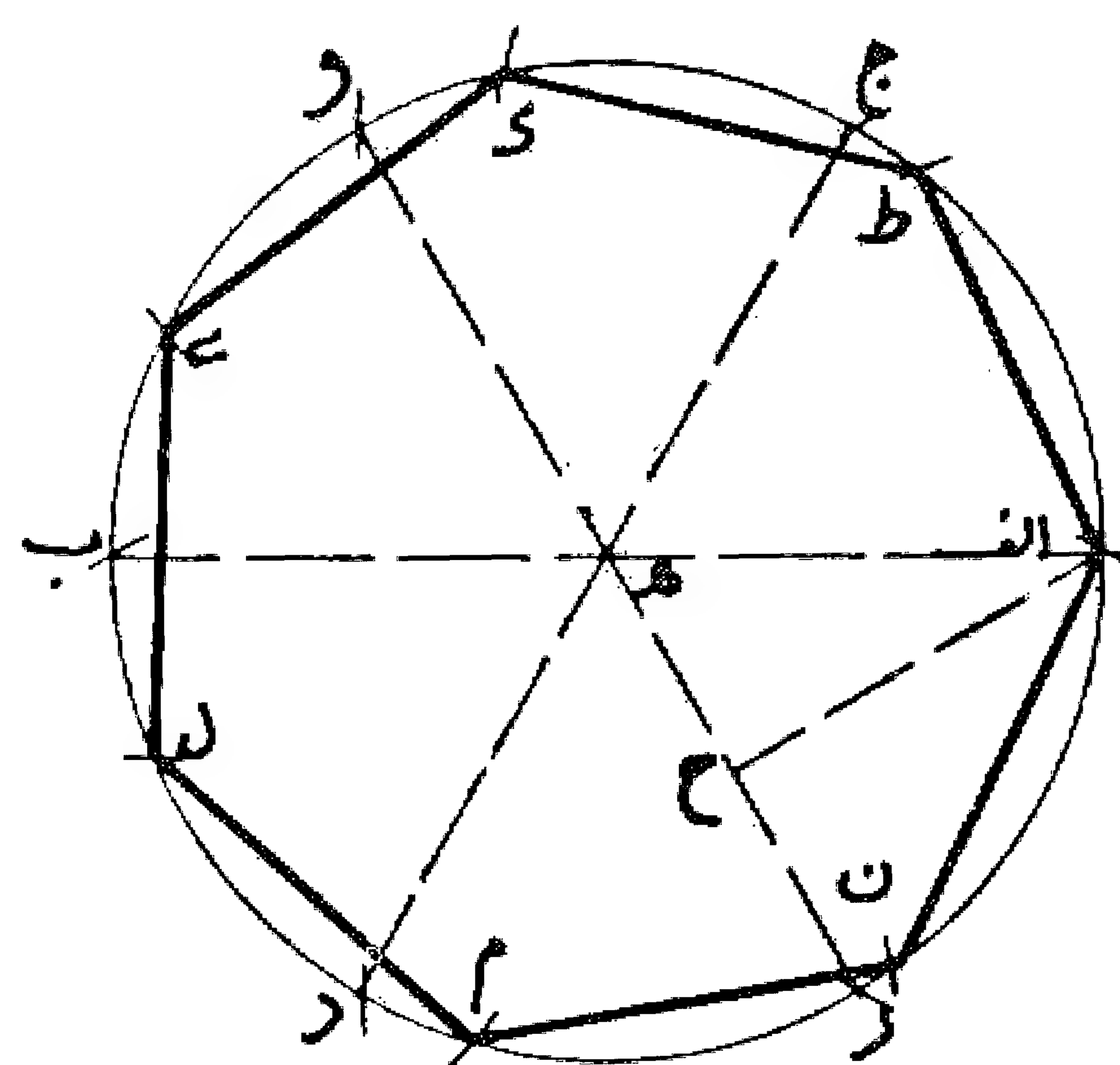
مسئلهٔ ۵۹

می خواهیم شش ضلعی منتظمی در دایره رسم کنیم: اول نقطه ای روی دایره انتخاب می کنیم و آن را مرکز قرار می دهیم و با فتح پرگار مساوی شعاع دایره نقطهٔ دیگری روی دایره نشان می نماییم و سپس نقطهٔ جدید را مرکز قرار می دهیم و با همان فتح پرگار نقطهٔ سوم را نشان می نماییم و با تکرار این کار روی دایره شش ضلعی منتظم به دست می آید. بدین صورت:



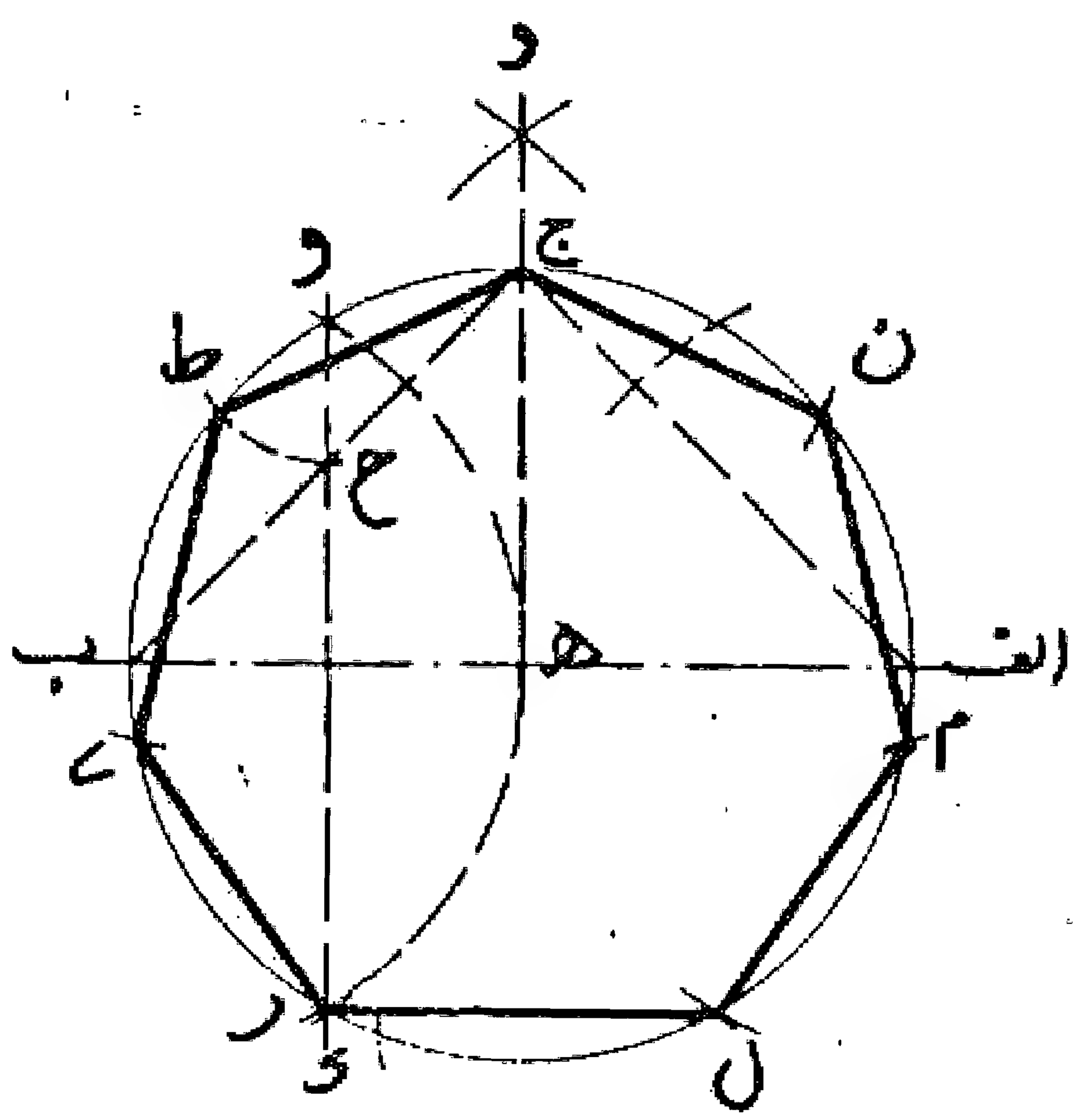
مسئلهٔ ۶۰

ترسیم هفت ضلعی منتظم در دایره: اگر بخواهیم در دایره هفت ضلعی منتظم رسم کنیم. اول دایره را با قطرهای ا ب، جـ د، و ر به شش قسمت مساوی تقسیم می نماییم (قوسهای ا جـ، جـ و، و ب، ب د، د ر، را تماماً و با همان فتح پرگار مساوی نصف قطر دایره یعنی ا هـ نشان می شود) سپس از نقطهٔ ا خط عمود ا ح را بر قطر و ر فرود می آوریم طول این عمود مساوی ضلع هفت ضلعی محاط در دایره می باشد. با تقسیم دایره با فتح پرگار به اندازهٔ ا ح از نقطهٔ ا نقاط ط، ك، ی، ل، م، ن را تعیین و وترهای ا ط، ط ك، ك ی، ی ل، ل م، م ن، ن ا را رسم می کنیم تا هفت ضلعی منتظم به دست آید. بدین صورت:



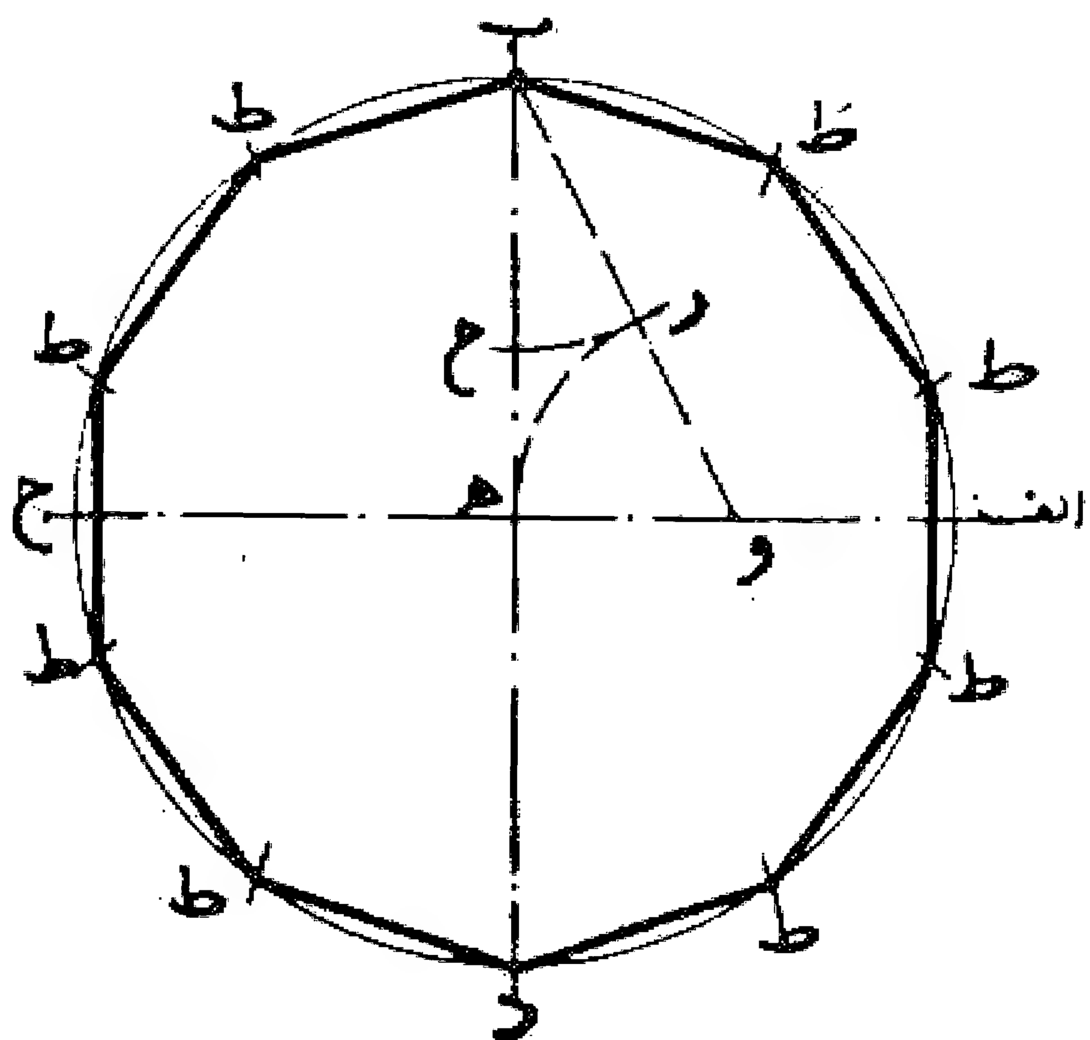
مسئلهٔ ۶۱

وجهی دیگر: ابتدا قطر ا ب از دایره ای به مرکز هـ را رسم و نیم دایرهٔ اجـب را در نقطهٔ جـ به دو قسمت مساوی تقسیم می کنیم. سپس نقاط و، ر محل تلاقی قوسی به طول ب هـ را با دایره به یکدیگر وصل می نماییم تا با خط جـ ب در نقطهٔ ح متقاطع شود. بعد نقطهٔ و را مرکز قرار می دهیم و به طول و ح نقطهٔ ط را روی دایره نشان می کنیم. وتر جـ ط ضلع هفت ضلعی منتظم می باشد. با تقسیم دایره با آن فتح پرگار و کشیدن وترهای جـ ط، ط ی، ی ک، ک ل، ل م، م ن، ن جـ هفت ضلعی منتظم محاط در دایره را به دست می آوریم. بدین صورت:



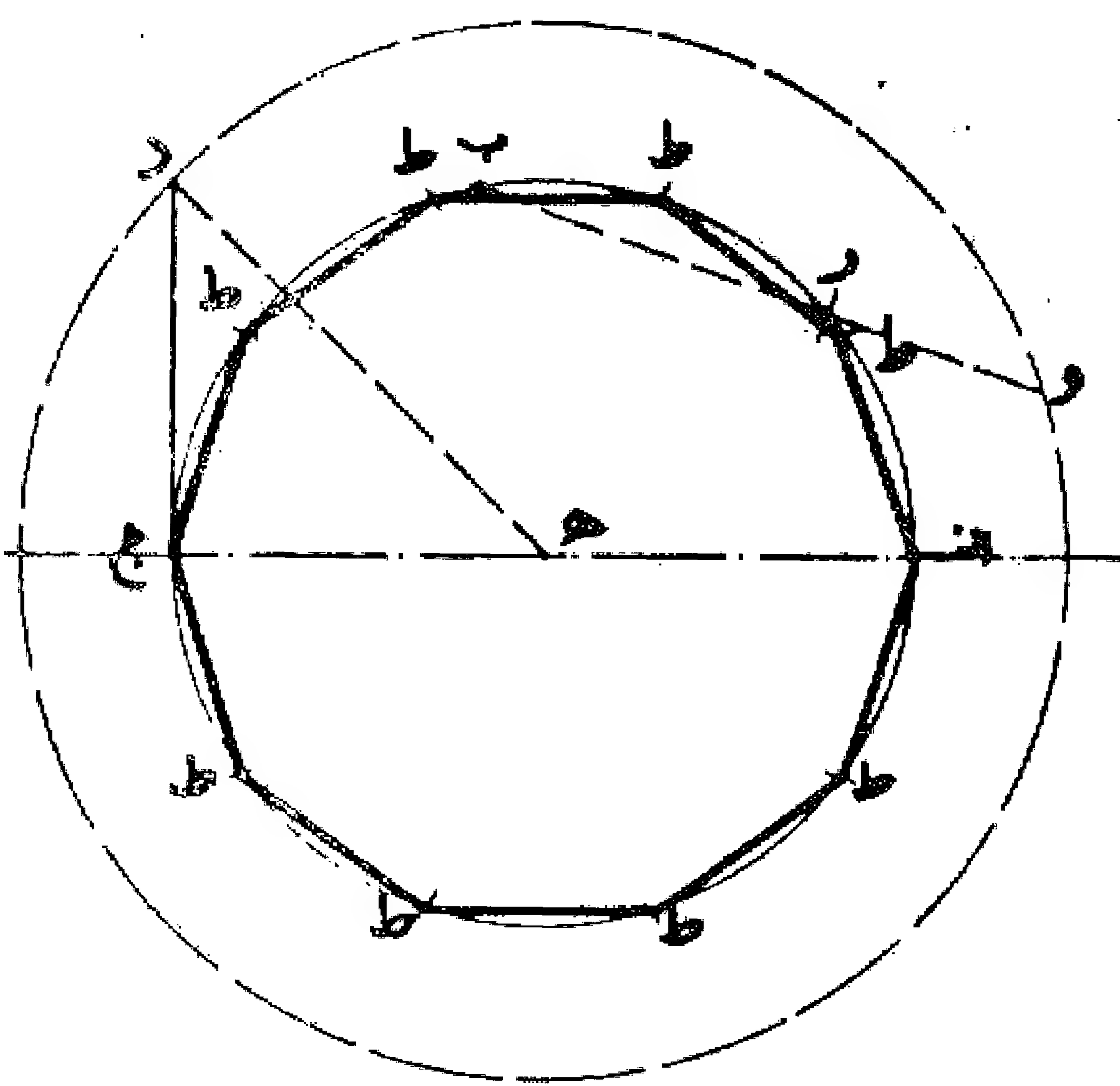
مسئلهٔ ۶۲

اگر بخواهیم ده ضلعی منتظم در دایره ای محاط نماییم، ابتدا دو قطر عمود بر یکدیگر را رسم و سپس شعاع ا هـ را در نقطهٔ و نصف و خط و ب را رسم می کنیم. بعد نقطهٔ و را مرکز قرار می دهیم و به فتح و هـ روی خط و ب نقطهٔ ر را نشان می نماییم.[۱] حال نقطهٔ ب را مرکز قرار می دهیم و با فتح ب ر روی ب هـ نقطهٔ ح را تعیین می کنیم. طول ب ح مساوی ب ر، معادل ضلع ده ضلعی منتظم محاط در دایره می باشد و با تقسیم محیط دایره با این اندازه به ده قسمت مساوی و رسم وتر قوسهای جدا شده ده ضلعی منتظم به دست می آید. بدین صورت:



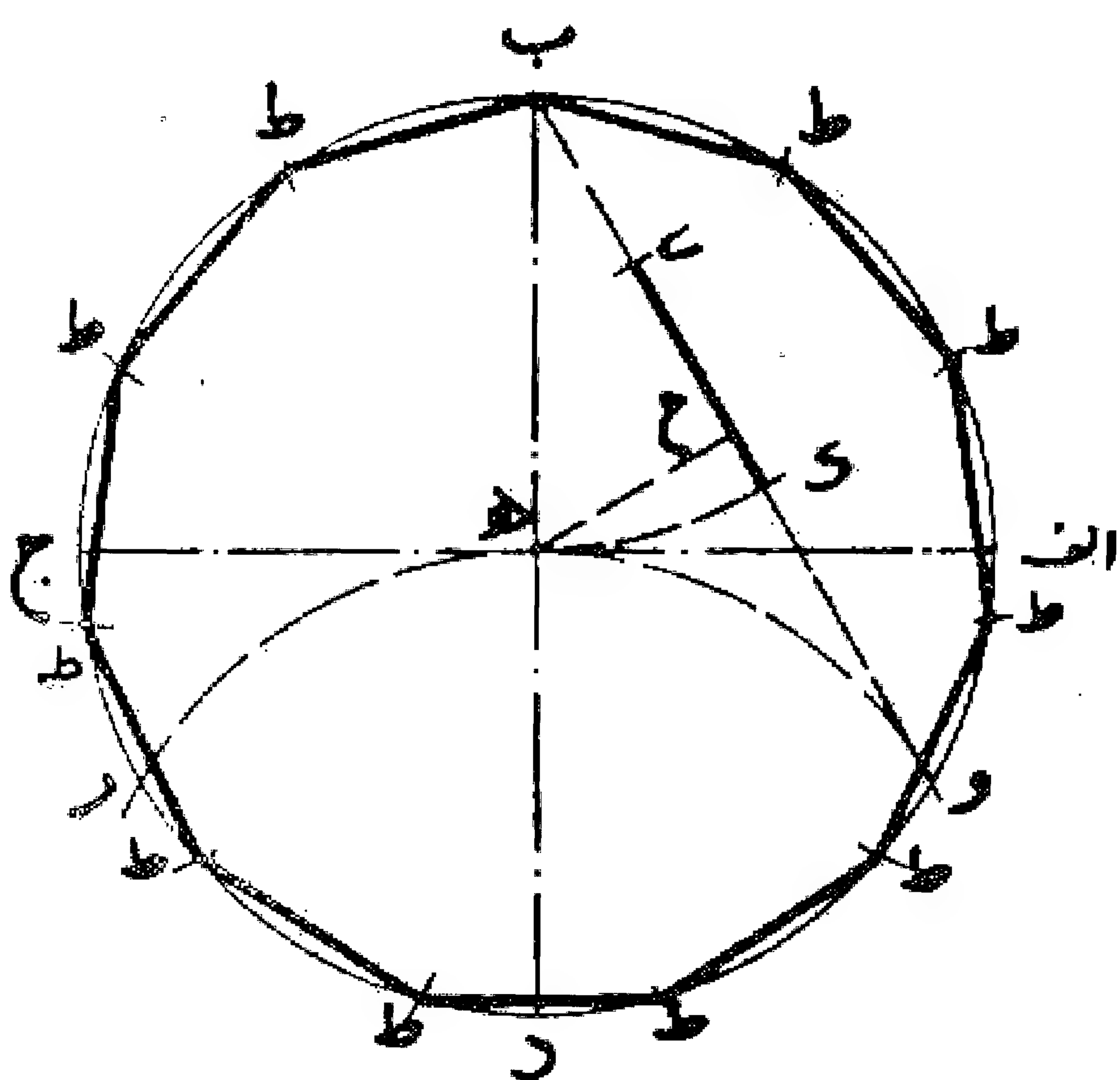
مسئلهٔ ۶۳

وجهی دیگر: اگر بخواهیم ده ضلعی منتظم در دایره ای رسم کنیم، ابتدا نقطه ای را روی دایره انتخاب و، مماسی معادل طول شعاع یعنی نصف قطر دایره از آن خارج می نماییم. سپس از مرکز دایره به انتهای آن مماس وصل می کنیم و به طول آن و به مرکز دایرهٔ دایرهٔ دیگری رسم می نماییم. حال چنانچه وتری در دایرهٔ اول معادل شعاع دایره رسم کنیم و آن را امتداد دهیم تا دایرهٔ دوم را قطع نماید، طول قطعهٔ امتداد این خط واقع بین این دو دایره مساوی طول ضلع ده ضلعی محاط در دایره می باشد، دایره را به آن تقسیم و ده ضلعی را رسم می کنیم. بدین صورت:



مسئلهٔ ۶۴

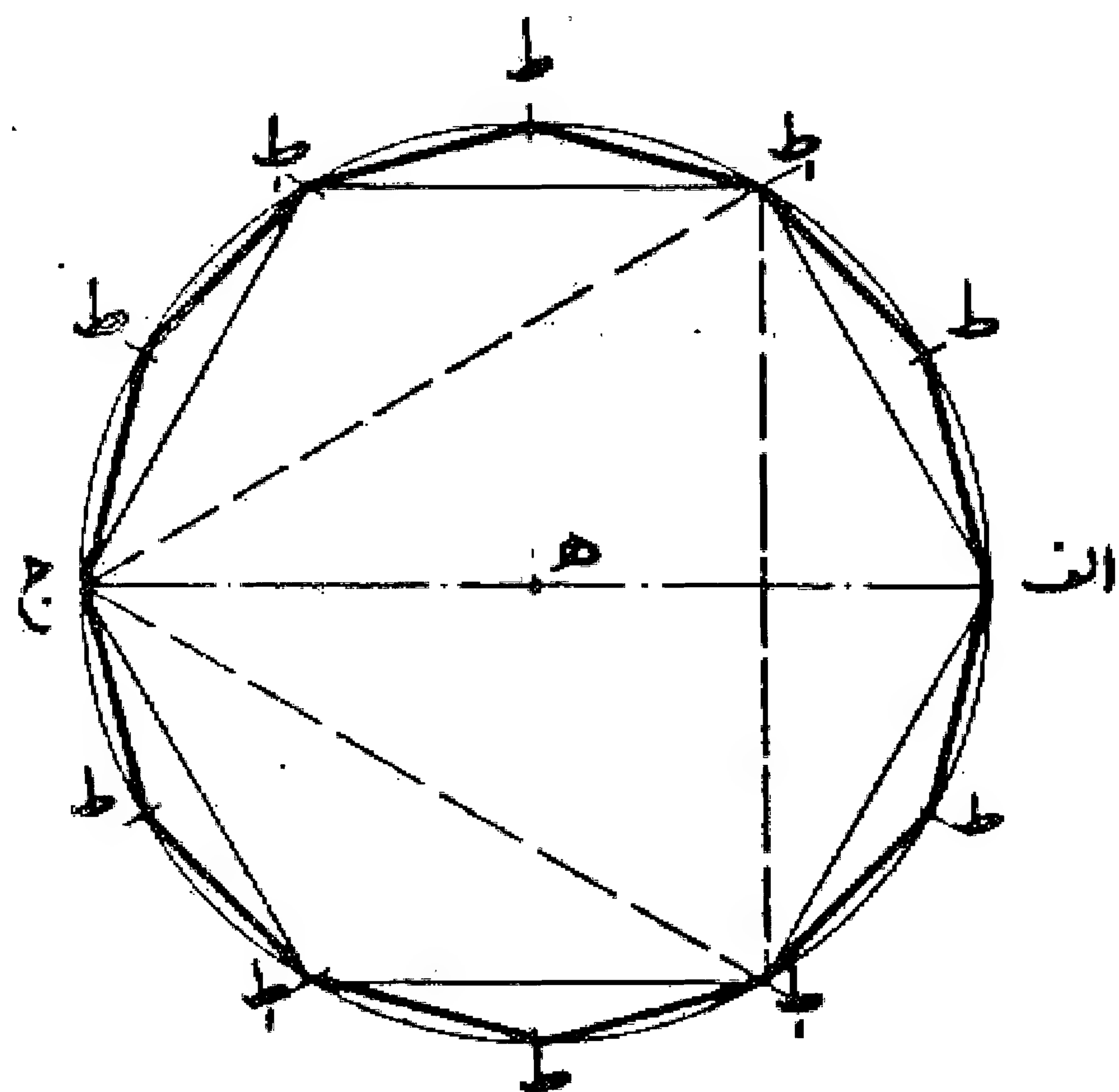
روش ترسیم یازده ضلعی منتظم در دایره: دو قطر اجـ و ب د را عمود بر یکدیگر رسم می نماییم. سپس به مرکز د و فتح پرگار مساوی شعاع دایره یا نصف قطر، دو نقطهٔ و، ر را روی دایره نشان می کنیم. بعد خط ب و را می کشیم و از مرکز دایره خطی بر خط ب و عمود می نماییم و نقطهٔ تلاقی آن یعنی نقطهٔ ح را تعیین می کنیم. حال قطعه خط ح ب را در نقطهٔ ی نصف می نماییم و بعد به مرکز ب و فتح پرگار مساوی شعاع دایره قوسی رسم می کنیم تا خط و ب را در نقطهٔ ک قطع نماید. قطعه خط ی ک معادل طول یازده ضلعی محاط در دایره



---

۱. طول ب ر نیز مساوی ضلع ده ضلعی محاط در دایره می باشد.

می‌باشد. و با تقسیم دایره بر این فتح و کشیدن وتر قوسهای تقسیم‌شده، یازده ضلعی متساوی‌الاضلاع به دست می‌آید. بدین صورت:

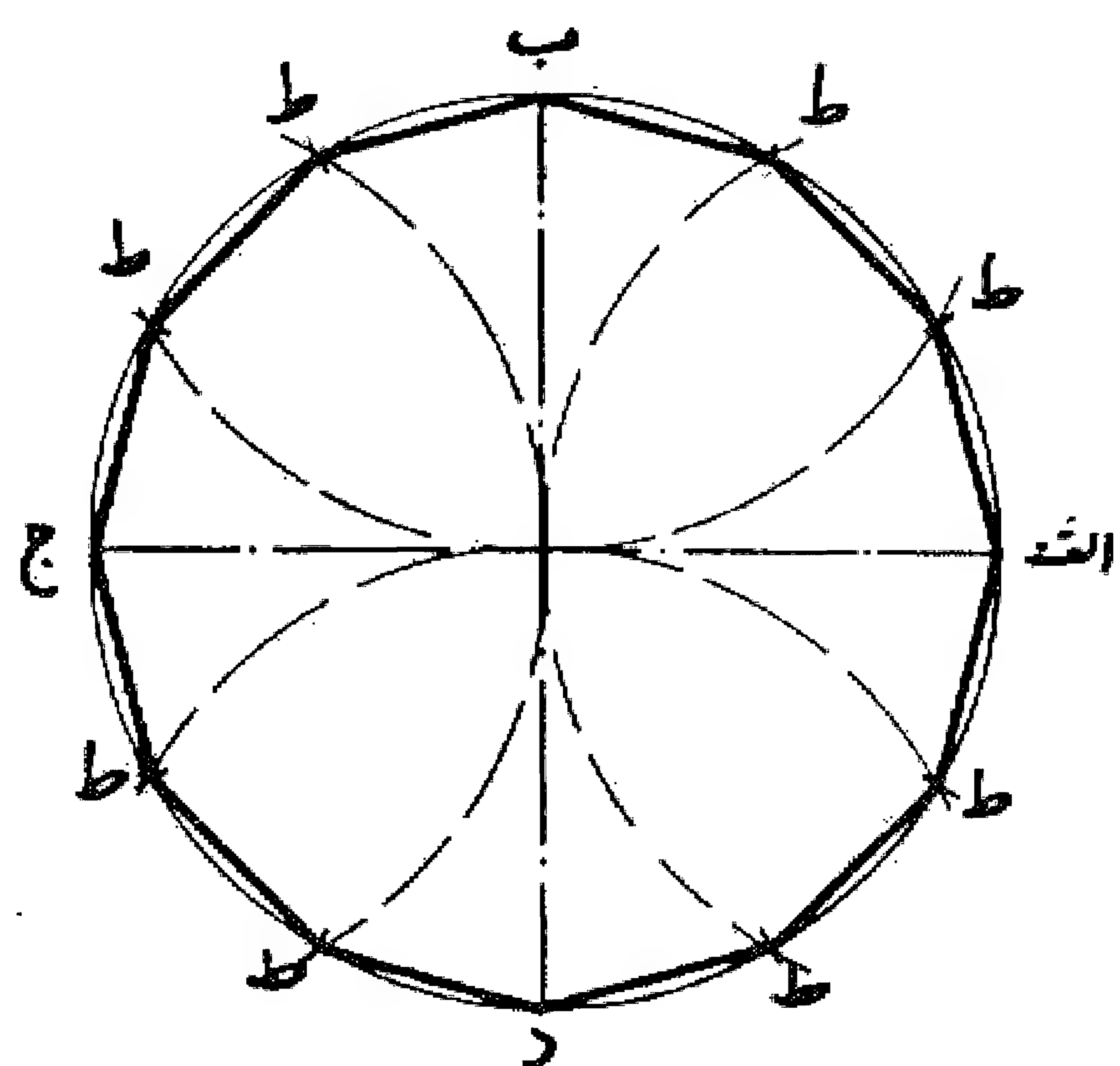


مسئلهٔ ۶۵

روش ترسیم دوازده ضلعی منتظم در دایره: اول در دایره شش ضلعی منتظم رسم می‌کنیم. سپس هر کدام از قوسهای ششگانه را به دو قسمت مساوی تقسیم می‌نماییم و بعد با کشیدن وتر نقاط تقسیم، دوازده ضلعی متساوی‌الاضلاع به دست می‌آید. بدین صورت:

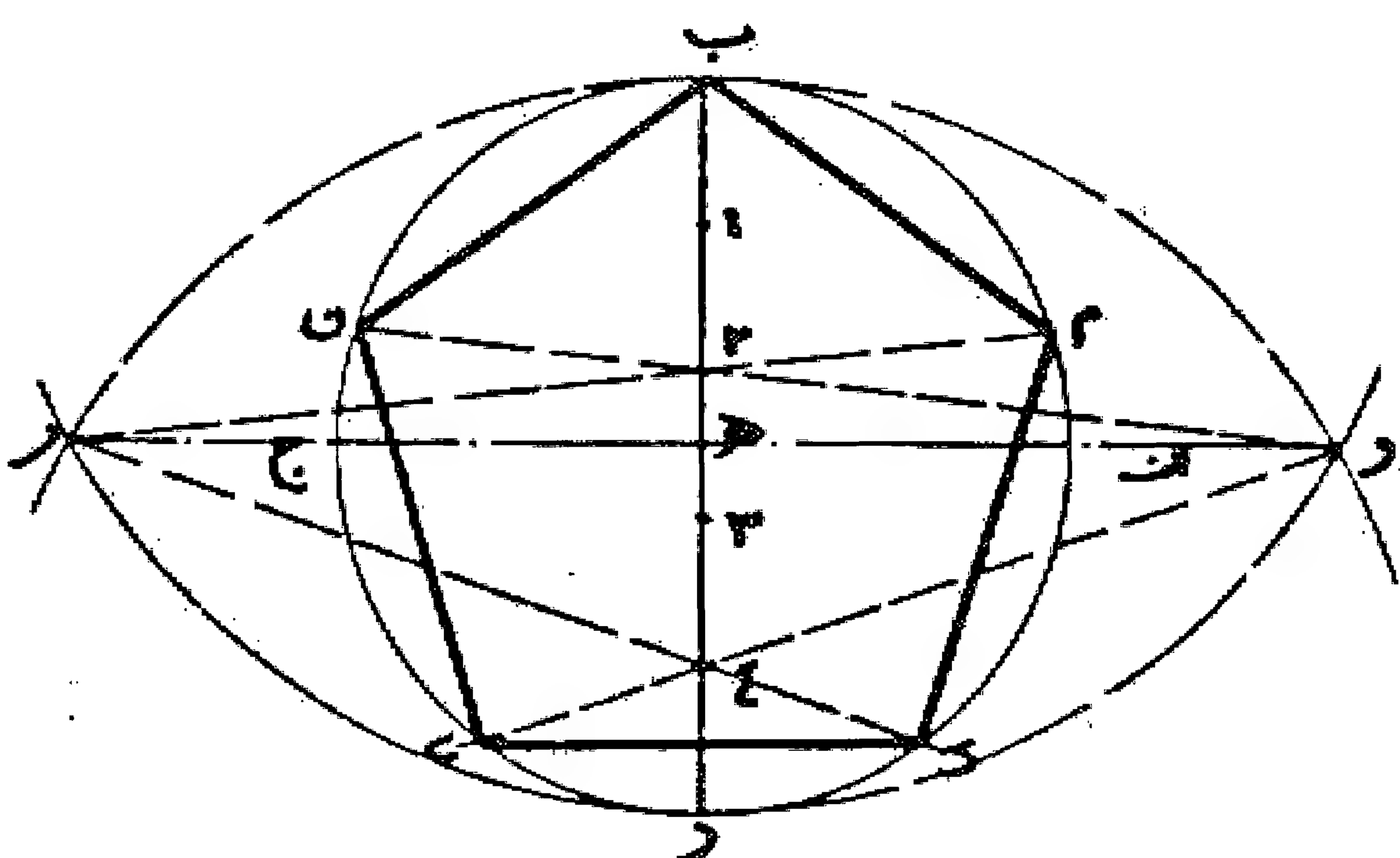
مسئلهٔ ۶۶

وجهی دیگر: اول در دایره مثلث متساوی‌الاضلاع رسم و بعد هر کدام از قوسهای سه گانه را به چهار قسمت متساوی تقسیم می‌کنیم و با کشیدن وتر تقسیمات، دوازده ضلعی متساوی‌الاضلاع را به دست می‌آوریم.



مسئلهٔ ۶۷

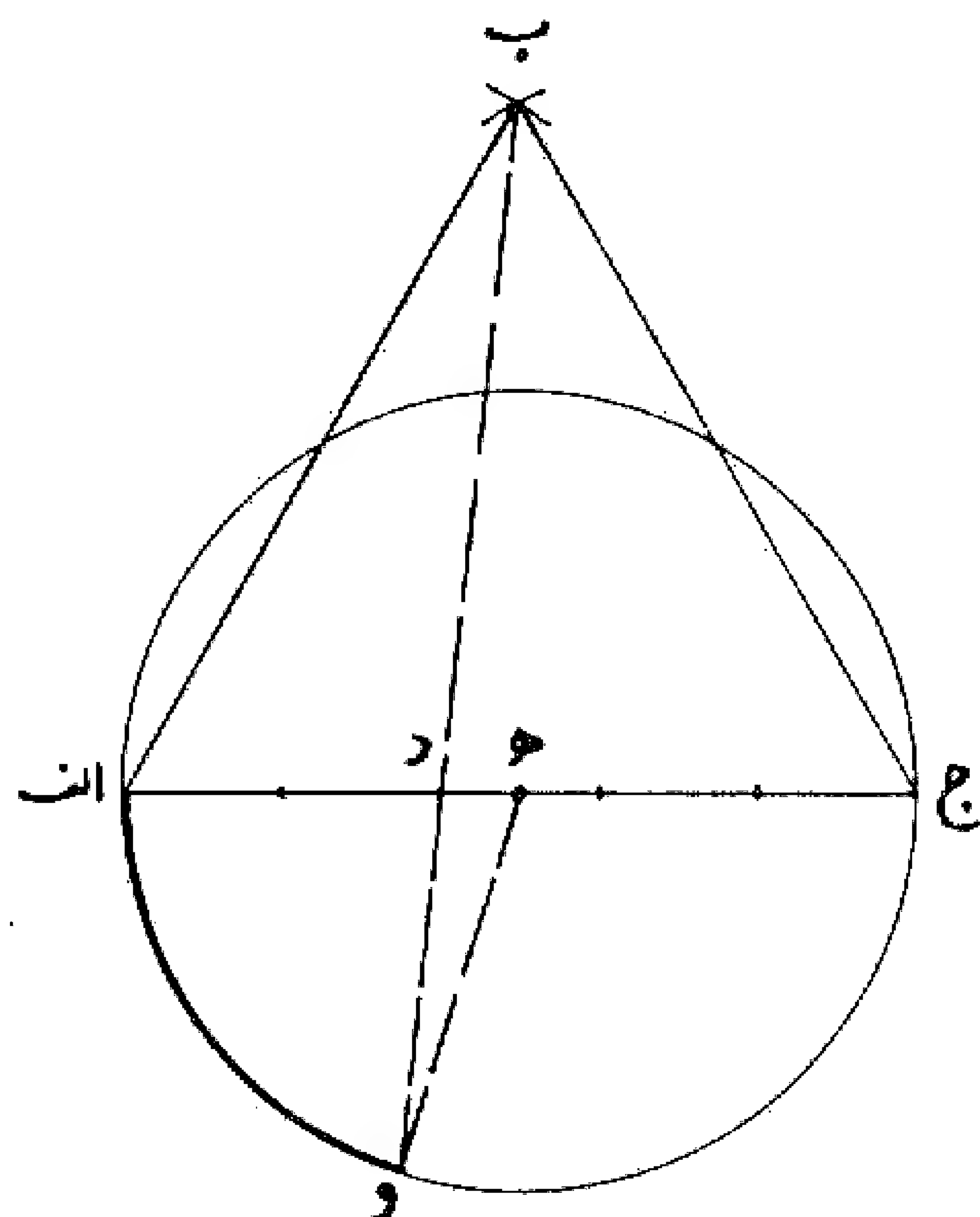
وجهی دیگر: دو قطر عمود بر هم در دایره رسم می‌کنیم. سپس هر کدام از چهار قسمت را به سه قسمت متساوی تقسیم می‌نماییم. یعنی چهار رأس دو قطر را مرکز قرار می‌دهیم و با همان فتح پرگار، مساوی شعاع دایره روی دایره نشان می‌کنیم. دایره به دوازده قسمت مساوی تقسیم می‌شود که با اتصال وتر این تقسیمات دوازده ضلعی منتظم در دایره را رسم می‌نماییم. بدین صورت:



مسئلهٔ ۶۸

روش کلی ترسیم چند ضلعی منتظم در دایره: قطر ب د را رسم می‌نماییم و به مرکز نقاط ب و د و طول ب د دو قوس رسم می‌کنیم تا یکدیگر را در نقاط و، ر قطع نمایند. سپس قطر ب د را به تعداد اضلاع کثیرالاضلاعی که می‌خواهیم رسم کنیم تقسیم می‌نماییم. حال چنانچه از نقاط و، ر به نقطهٔ دوم و چهارم و ششم و.... (یعنی یك درمیان) وصل کرده امتداد دهیم تا دایره را قطع نماید طول وترهای حاصل بین آنها معادل ضلع چند ضلعی مورد نظر است و برای به دست آوردن چند ضلعی کافی است وترهای مربوطه را به یکدیگر وصل نماییم. بدین صورت:

مسئلهٔ ۶۹



وجهی دیگر: اگر بخواهیم دایره ای را به چند قسمت مساوی تقسیم نماییم، اول بر قطر دایره مثلث متساوی الاضلاعی مانند مثلث **اب جـ** رسم می کنیم. سپس روی قطر **اجـ** نقطهٔ **د** را به نحوی انتخاب می نماییم که نسبت **ا د** به **ا ب** مساوی عدد دو به تعداد اضلاع چند ضلعی باشد، به عبارت دیگر چنانچه قطر **اجـ** را به تعداد اضلاع چند ضلعی تقسیم کنیم نقطهٔ **د** به فاصلهٔ دو قسمت از نقطهٔ **ا** باشد. حال اگر از نقطهٔ **ب** به نقطهٔ **د** وصل نماییم و آن را امتداد دهیم تا دایره را در نقطهٔ **و** قطع کند قوس **ا و** مساوی ضلع چند ضلعی می باشد. بدین صورت:

در این روش اشتباهات مطابق جدول زیر می باشد.

تعداد اضلاع	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۲۰	۶۰
زاویهٔ مرکزی	۱۲۰	۹۰	۷۲	۶۰	۵۱ ۲۶′	۴۵	۴۰	۳۶	۱۸	۶
درصد خطا	۰	۰	۰/۰۷	۰	۰/۱۷	۰/۱۴	—	۰/۹۷	۳/۵	۷/۲

یعنی در تقسیمات ۵، ۷، ۸، ۱۰ خطا بین ۰/۰۷ تا یك درصد می باشد که برای کارهای عملی قابل توجه چندانی نیست. ولی در تقسیمات بیشتر نیز در هر حال خطا از ده درصد تجاوز نمی کند.

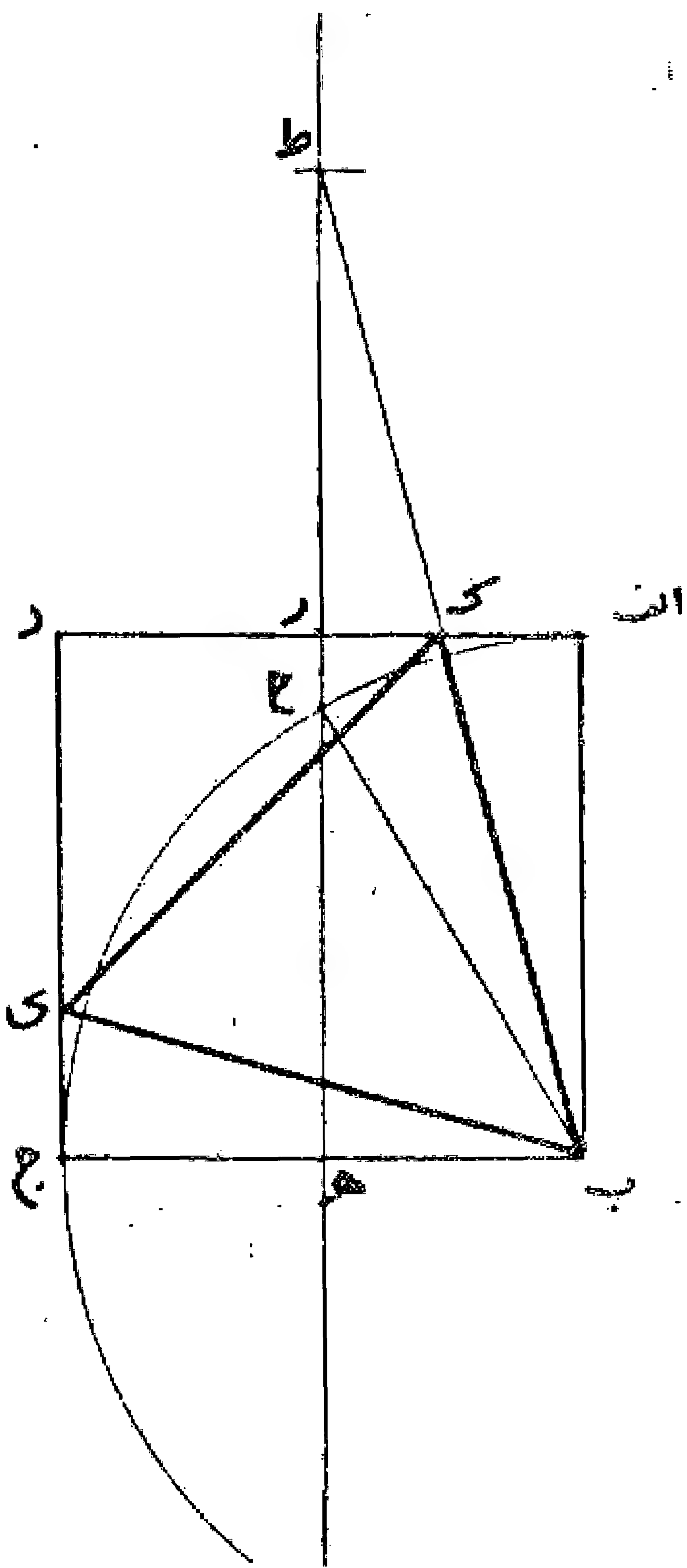
باب چهارم

===================

باب پنجم

===================

باب ششم



مسئلهٔ ۷۰

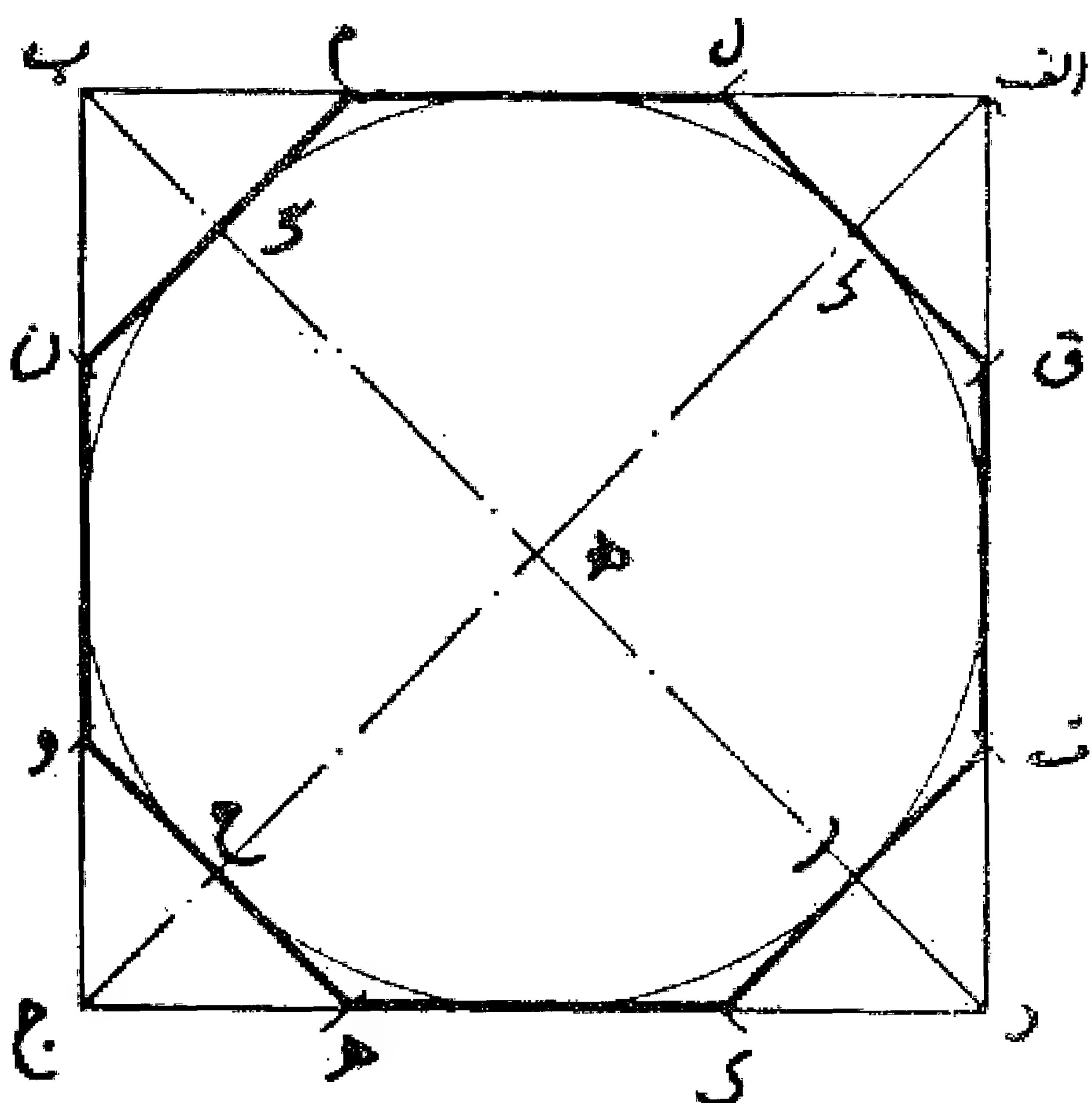
اگر بخواهیم در مربعی مانند مربع ا ب جـ د مثلث متساوی الاضلاعی محیط نماییم، اول عمود و منصف اضلاع ا د، ب جـ را می کشیم و آن را امتداد می دهیم. سپس به مرکز نقطهٔ ب و طول ب جـ قوس جـ ح ا را رسم می کنیم تا خط عمود و منصف ر هـ را در نقطهٔ ح قطع نماید. حال از نقطهٔ ح در امتداد هـ ر معادل ح ب و یا ضلع مربع قطعهٔ ح ط را جدا می کنیم بعد نقطهٔ ط را به نقطهٔ ب وصل می نماییم تا ضلع ا د را در نقطهٔ ك قطع کند و روی ضلع جـ د قطعهٔ جـ ی را معادل ا ك جدا می نماییم و با اتصال خطوط ب ك، ك ی و ی ب مثلث متساوی الاضلاع و الزوایای ب ك ی محاط در مربع ا ب جـ د به دست می آید. بدین صورت:

مسئلهٔ ۷۱

اگر بخواهیم مثلث متساوی الاضلاعی در مثلث متساوی الاضلاع دیگری محاط کنیم کافی است که وسط اضلاع آن را به یکدیگر وصل نماییم تا مثلث مطلوب به دست آید.

مسئلهٔ ۷۲

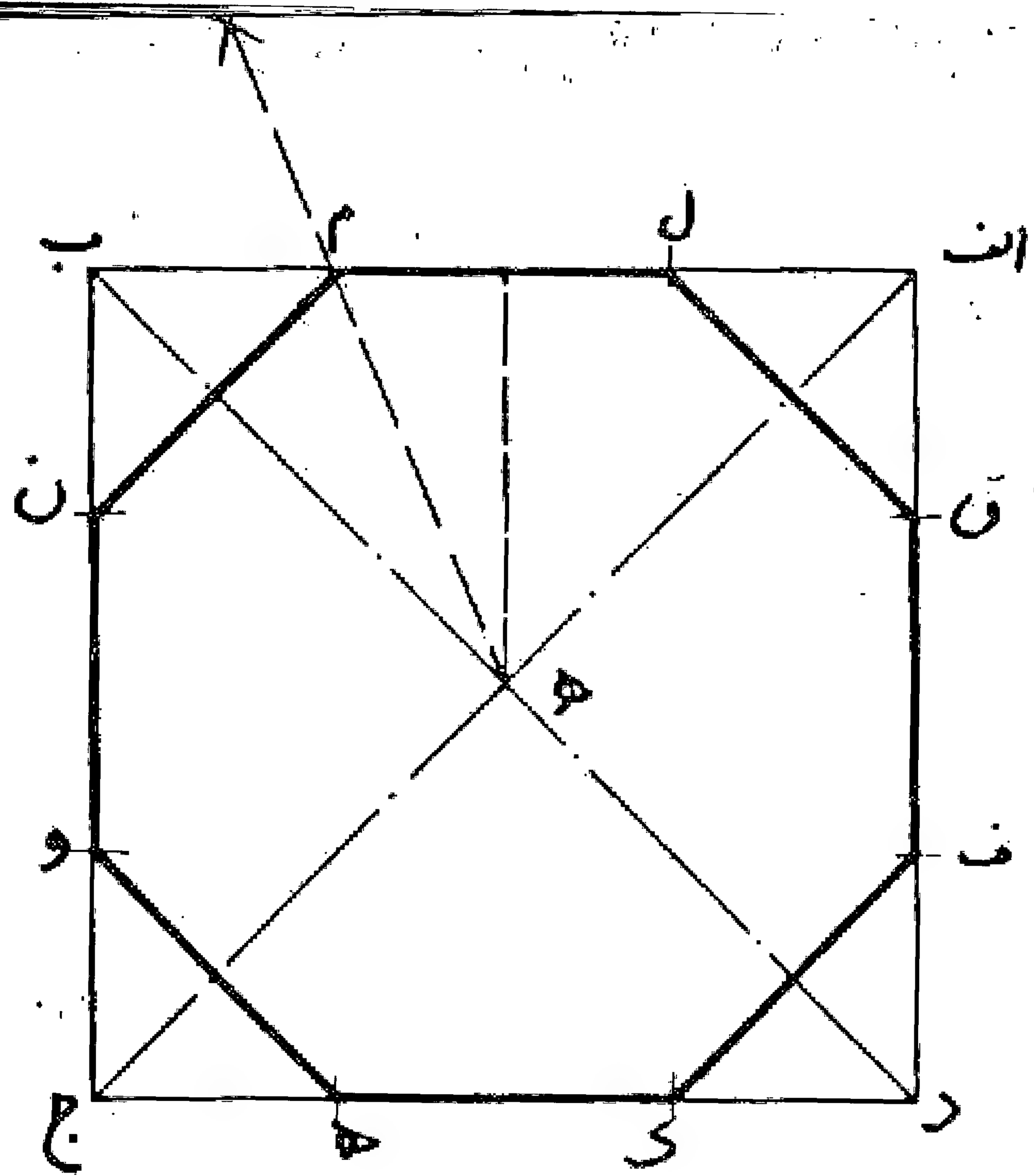
اگر بخواهیم مثلث متساوی الاضلاعی بر مثلث متساوی الاضلاعی محیط نماییم به دو صورت امکان دارد: اول، بر یك ضلع آن مثلث متساوی الاضلاعی رسم و اضلاع آن را امتداد می دهیم تا خط موازی که از رأس مثلث، موازی ضلع دیگر رسم می شود در قطع کند. دوم، آن که در مثلث متساوی الاضلاع، مثلث متساوی الاضلاعی محاط می نماییم و سپس از هر رأس مثلث خطی به موازات مثلث محاط شده رسم می کنیم تا یکدیگر را دو به دو قطع نمایند و بدین صورت مثلث متساوی الاضلاع محیطی را به دست می آوریم.



مسئلهٔ ۷۳

برای رسم هشت ضلعی محاطی در مربع پس از رسم دو قطر و دایرهٔ محیطی آن محل تلاقی دایره را با دو قطر به دست می آوریم و هر کدام را مرکز قرار می دهیم و به طول تفاضل نصف قطر دایره و مربع نقاط رأسهای هشت ضلعی را بر روی اضلاع مربع تعیین می کنیم و سپس با کشیدن اضلاع، هشت ضلعی متساوی الاضلاع را به دست می آوریم.

قطعه خطهای ا ك ـ ب ك ـ د جـ ـ د ر هر کدام مساوی تفاضل نصف قطر دایره و مربع می باشد



مسئلهٔ ۷۴

وجهی دیگر: پس از پیدا کردن مرکز مربع یعنی نقطهٔ هـ از آن عمودی به ضلع مربع فرود می آوریم و منصف الزاویهٔ بین خط عمود و قطر مربع را رسم می نماییم تا ضلع مربع را قطع کند این نقطه رأس هشت ضلعی می باشد و با تعیین نقاطی به فاصلهٔ معادل این نقطه از رأس مجاور در رأسهای دیگر، هشت ضلعی را می کشیم و تکمیل می نماییم.

مسئلهٔ ۷۵

اگر بخواهیم در اشکال متساوی الاضلاع نظیر مربع، پنج ضلعی، شش ضلعی و غیره اشکالی نظیر خودشان را محاط نماییم، همان طور که در مثلث گفته شد کافی است وسط اضلاع آنها را به یکدیگر وصل کنیم تا کثیر الاضلاع مورد نظر به دست آید.

مسئلهٔ ۷۶

اگر بخواهیم بر اشکال متساوی الاضلاع نظیر مربع، پنج ضلعی، شش ضلعی و غیره اشکالی نظیر خودشان را محیط نماییم کافی است اول کثیر الاضلاع نظیر محاط آنها را رسم و سپس از هر رأس خطوطی موازی اضلاع کثیر الاضلاع محاط رسم کنیم تا یکدیگر را قطع و کثیر الاضلاع محیطی را به دست آوریم.

فصل ـ در اینجا بی تناسب نیست که روابط طولی در چند ضلعیهای منتظم یادآوری شود.

مسئلهٔ ۷۷

۱ـ در سه ضلعی محاطی، طول ضلع مساوی است با شعاع دایرهٔ محیطی در جذر عدد سه: $C_3 R\sqrt{3}$

و طول ارتفاع آن مساوی است با نصف شعاع دایرهٔ محیطی: $a_3=\frac{R}{2}$

۲ـ در سه ضلعی محیطی، طول ضلع مساوی است با دو برابر شعاع دایرهٔ محاطی در ریشهٔ دوم عدد سه: $C'_3=2R\sqrt{3}$

و طول ارتفاع آن مساوی است با شعاع دایرهٔ محاطی: $a'_3=R$

۳ـ در چهار ضلعی محاطی طول ضلع مساوی است با شعاع دایرهٔ محیطی در جذر عدد دو: $C_4=R\sqrt{2}$

و طول ارتفاع آن مساوی است با نصف شعاع دایرهٔ محیطی در جذر عدد دو: $a_4=\frac{R}{2}\sqrt{2}$

۴ـ در چهار ضلعی محیطی طول ضلع مساوی است با دو برابر شعاع دایرهٔ محاطی: $C'_4=2R$

و طول ارتفاع آن مساوی است با شعاع دایرهٔ محاطی: $\acute{a}_4=R$

۵ـ در پنج ضلعی محاطی، طول ضلع مساوی است با نصف شعاع دایرهٔ محاطی در ریشهٔ دوم عدد ده منهای دو برابر جذر پنج: $C_5=\frac{R}{2}\sqrt{10-2\sqrt{5}}$

و طول ارتفاع آن مساوی است با یك چهارم شعاع دایرهٔ محاطی در ریشهٔ دوم پنج به اضافهٔ یك: $a_5=\frac{R}{4}(\sqrt{5}+1)$

و بالاخره قطر پنج ضلعی مساوی است با نصف شعاع در ریشهٔ دوم عدد ده به اضافهٔ دو برابر جذر عدد پنج: $d_5=\frac{R}{2}\sqrt{10+2\sqrt{5}}$

و یا مساوی است با ضلع پنج ضلعی در حاصل جمع یك بـه اضـافهٔ ریشهٔ دوم پنج: $d_5=c_5(1+\sqrt{5})$

۶ـ در شش ضلعی محاطی طول ضلع مساوی با شعاع دایرهٔ محیطی می باشد: $C_6=R$

و طول ارتفاع آن مساوی شعاع دایرهٔ محیطی در نصف ریشهٔ دوم عدد سه: $a_6=\frac{R}{2}\sqrt{3}$

۷ـ در شش ضلعی محیطی طول ضلع مساوی است با دو سوم شعاع دایرهٔ محاطی در جذر عدد سه: $C_6=\frac{2}{3}R\sqrt{3}$
و طول ارتفاع آن مساوی است با شعاع دایرهٔ محاطی: $a_6=R$

۸ـ در هشت ضلعی محاطی، طول ضلع مساوی با حاصلضرب شعاع دایرهٔ محاطی در جذر تفاضل ریشهٔ دوم عدد دو از عدد دو: $C_8=R\sqrt{2-\sqrt{2}}$
و طول ارتفاع مساوی است با نصف شعاع دایرهٔ محاطی در جذر مجموع ریشهٔ دوم عدد دو با عدد دو: $a_8=\frac{R}{2}\sqrt{2+\sqrt{2}}$

۹ـ در ده ضلعی محاطی، طول ضلع مساوی است با نصف شعاع دایرهٔ محاطی در تفاضل عدد یك از ریشهٔ دوم عدد پنج: $C_{10}=\frac{R}{2}(\sqrt{5}-1)$
و طول ارتفاع مساوی با یك چهارم شعاع دایرهٔ محاطی در ریشهٔ دوم عدد ده به اضافهٔ دو برابر جذر عدد پنج: $a_{10}=\frac{R}{4}\sqrt{10+2\sqrt{5}}$

۱۰ـ در دوازده ضلعی محاطی، طول ضلع مساوی است با شعاع دایرهٔ محاطی در ریشهٔ دوم عدد دوم منهای جذر عدد سه: $C_{12}=R\sqrt{2-\sqrt{3}}$
و طول ارتفاع آن مساوی است با نصف شعاع دایرهٔ محاطی در ریشهٔ دوم عدد دو به اضافهٔ جذر عدد سه: $a_{12}=\frac{R}{2}\sqrt{2+\sqrt{3}}$

با توجه به ارقام بالا این نتیجه به دست می آید که بین اضلاع پنج ضلعی و ده ضلعی و شش ضلعی رابطهٔ زیر برقرار می باشد: $C^2_5=C^2_{10}+C^2_6$
یعنی قوهٔ ضلع پنج ضلعی مساوی است با قوهٔ ضلع ده ضلعی به اضافهٔ قوهٔ ضلع شش ضلعی به عبارت دیگر اگر مثلث قائم الزاویه ای رسم کنیم که اضلاع مجاور زاویهٔ قائمه اضلاع ده ضلعی و شش ضلعی باشد، وتر این مثلث ضلع پنج ضلعی خواهد بود.

قسمت دوم

مقدمه

استفاده از میخ و ریسمان: به کارگیری این روش دفعهٔ اول در مصر ابداع شد که با آن توانستند خطوط مستقیم ودایره را روی سنگها حك كنند و همچنین با به کاربردن این وسایل توانستند یك روش هندسی به وجود آورند که توسط آن ساختمانهای دقیق و ظریفی بنا نمایند. البته این مطالب مربوط به مدارکی است که تاکنون به دست آمده، درصورتی که در دیگر نقاط دنیا نیز حتماً هندسه کاربردهایی داشته است.

نخستین اطلاعات مربوط به هندسه را می توانیم از رسالهٔ *قانون طنابها* به دست آوریم که در حقیقت یك رسالهٔ دستی برای معماران قدیمی است که آن را در ساختمان محرابها و معابد مورد استفاده قرار می دادند.

ساختمان معابد تابع قوانین چندی بود بدین صورت: سمت آنها می بایستی به طرف نور بود و در پایه ها شکلهای معینی قرار می گرفت و این مطلب مستلزم یك رشته مسائل هندسی بود. ساختن زاویهٔ قائمه ساختن مربع و همچنین مثلث قائم الزاویه که اضلاع آن با عددهای صحیح بیان شده باشد، ساختن مربع معادل مستطیل، ساختن مربعی با مساحت چند برابر، مفروض بودن مربع به مساحت معین. که تمام اینها به وسیلهٔ ترسیم انجام می گرفت. به عبارت دیگر در شرق، هندسه وسیلهٔ انجام دادن مقاصد کارهای مختلف بود و به صورت هندسهٔ عملی جلوه می کرد، در حالی که در یونان هندسه به صورت یك وسیلهٔ دقیق و مدلّل (هندسه به صورت تئوری) و نیز به صورت فرم تحصیلی آکادمیك درآمد.

فصل

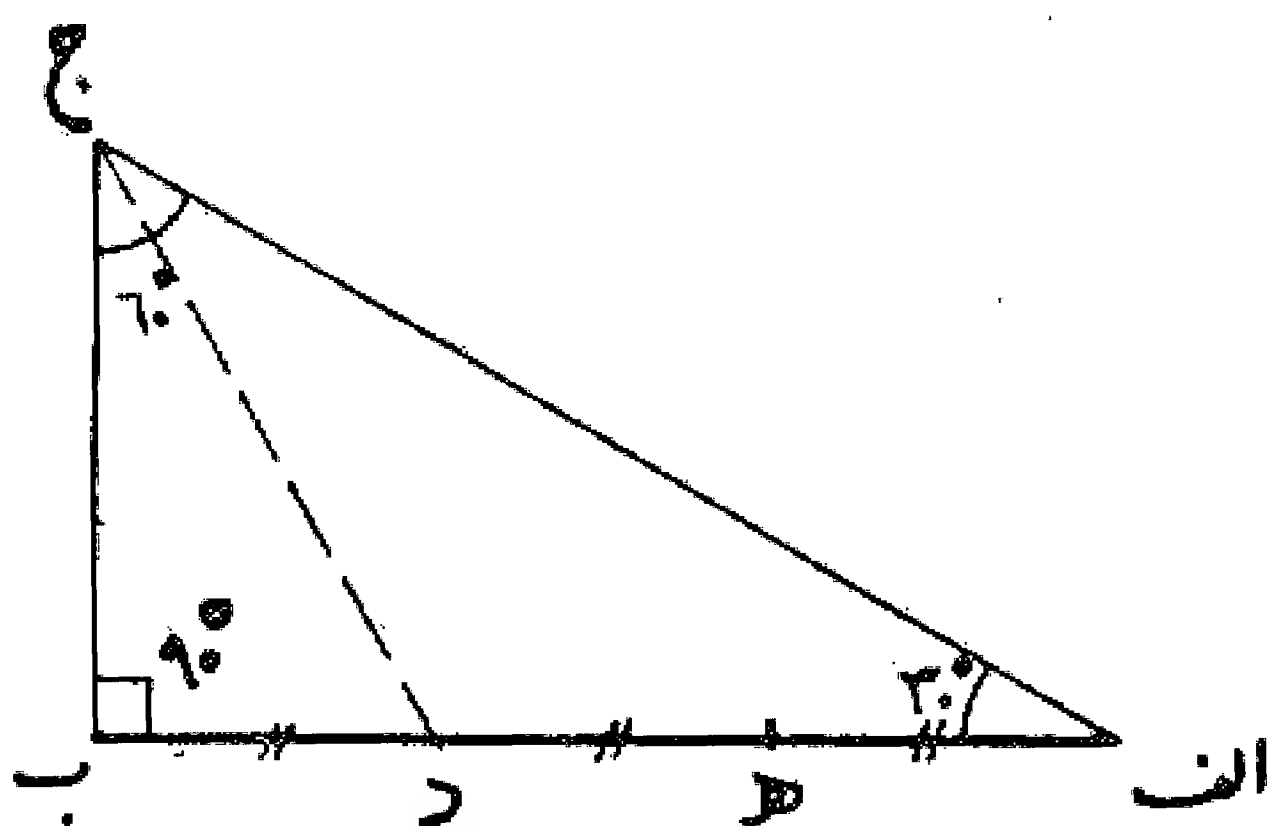
مسئلهٔ ۷۸

تقسیم خط: در روش عملی و ساده تر آنکه اگر طنابی به انسانی داده شود می توان از هر وسیله اعم از دست، بازو، پا، گام (قدم) به عنوان واحد استفاده نمود و آن را پیمود و یا بدون توجه به آنها با استفاده از تاکردن آن را به قسمتهای مساوی تقسیم کرد: دو قسمت، سه قسمت، پنج قسمت و با تاکردن مجدد تقسیمات دیگری مانند چهار، شش، هشت و ده، دوازده، بیست و غیره به دست آورد.

این روش تاکردن که بیشتر به وسیلهٔ استفاده از انگشتان دست نفر دوم می باشد همواره در تمام واحدها صادق است.

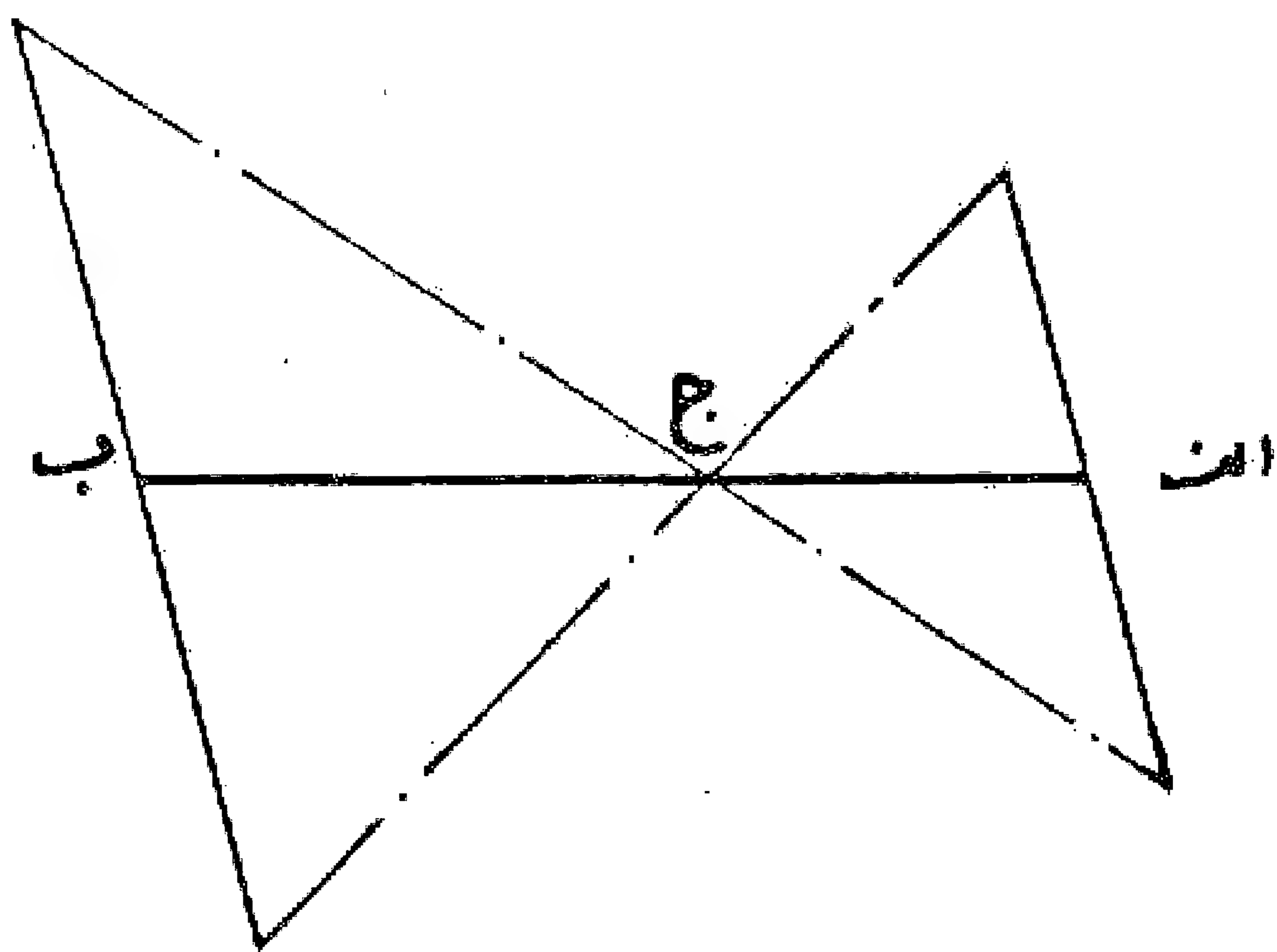
مسئلهٔ ۷۹

وجهی دیگردر تقسیم خط به سه قسمت مساوی: بر خط **اب** مثلث قائم الزاویه ای با یك زاویهٔ ۳۰ درجه رسم می کنیم. حال چنانچه زاویهٔ **جـ** را با خطی نصف نماییم، محل تلاقی این منصف الزاویه با خط **اب** آن را به یك ثلث و دو ثلث تقسیم می کند، که با تقسیم قطعهٔ دو ثلث به دو قسمت مساوی خط **اب** به سه قسمت مساوی تقسیم می شود. (و یا جدا کردن مقدار معادل یك ثلث از قطعهٔ دو ثلث)

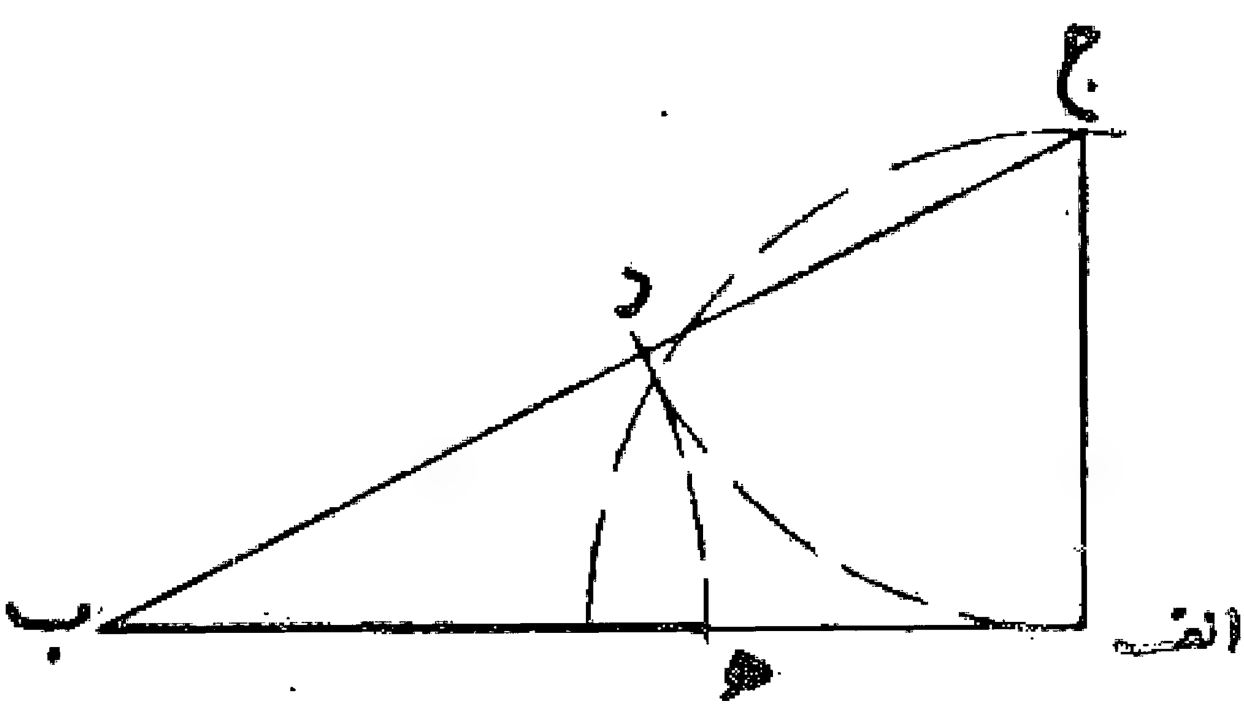


مسئلهٔ ۸۰

تقسیم خط اب به نسبت مشخص: دو خط موازی از دو سر خط رسم نموده و روی یکی صورت تناسب و بر دیگری مقدار مخرج تناسب را جدا می کنیم و سپس نقاط به دست آمده را به یکدیگر وصل



می نماییم و آنها را امتداد می‌دهیم تا خط ا ب را قطع کند، نسبت قطعات جدا شده به یکدیگر معادل نسبت مشخص داده شده می باشد. به طوری که دیده می شود همواره یك نقطه روی خط ویك نقطه در امتداد خط به دست می آید که متناسب با نسبت داده شده خط را تقسیم می کند: [نسبت **ا جـ** به **ب جـ**]، و بدین صورت معلوم است که چنانچه صورت ومخرج تناسب مساوی باشد نقطهٔ **جـ** وسط قطعه خط **ا ب** واگر صورت تناسب نصف مخرج باشد، نقطهٔ **جـ** خط **ا ب** را به یك ثلث ودو ثلث تقسیم می نماید و به همین ترتیب تقسیمات دیگر.



مسئلهٔ ۸۱

تقسیم خط **ا ب** به طوری که نسبت طول قطعهٔ بزرگ‌تر به طول تمام خط مساوی با طول قطعهٔ کوچك تر به قطعهٔ بزرگ‌تر باشد: این تقسیم که به تقسیم خط به نسبت ذات وسطین و طرفین یا تقسیم توافقی موسوم است به شرح زیر عمل می شود: (البته این نقطهٔ تقسیم در امتداد خط **ا ب** نیز می تواند قرار گیرد)

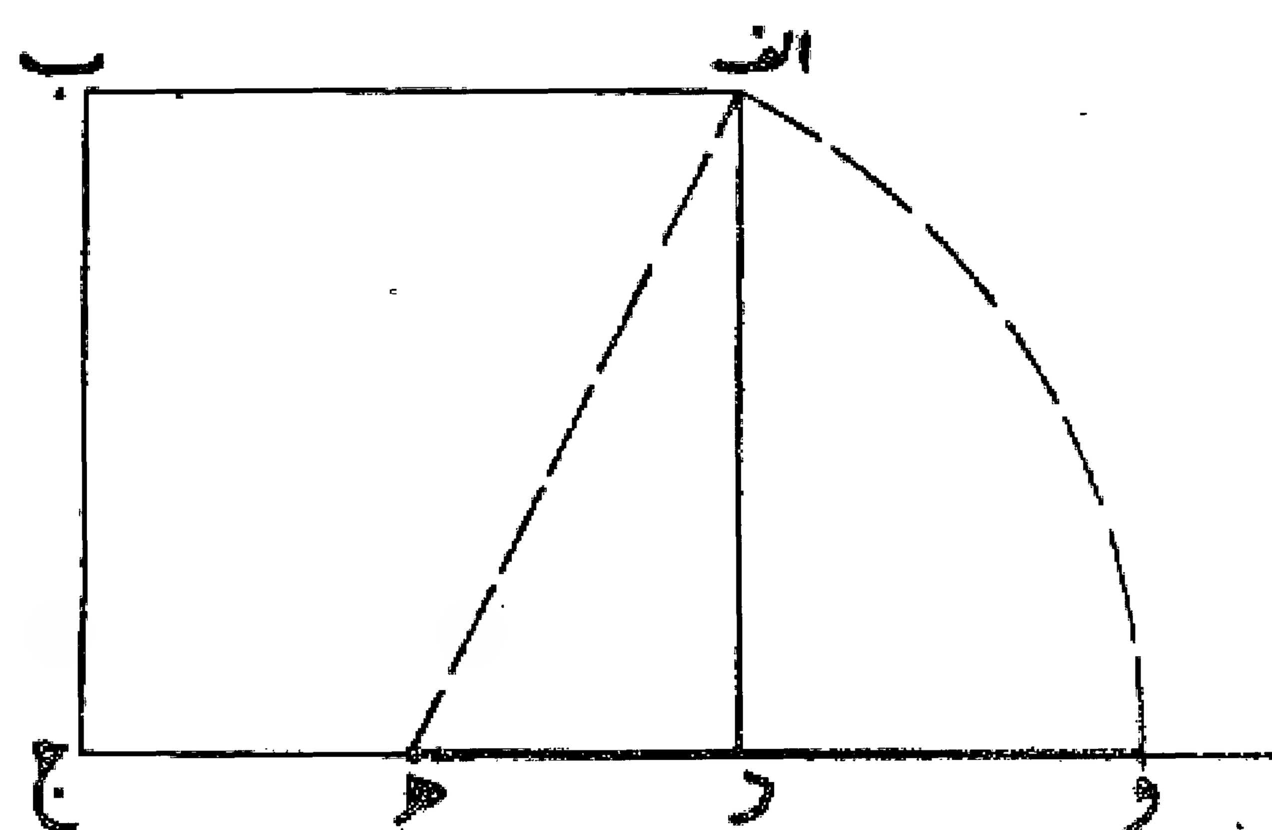
ابتدا از نقطهٔ **ا** زاویهٔ قائمه‌ای رسم وروی آن طول خط **ا جـ** را معادل نصف **ا ب** جدا می کنیم وخط **ب جـ** را وصل می نماییم. حال به مرکز **جـ** و طول **جـ ا** قوسی رسم می کنیم تا خط **ب جـ** را در نقطهٔ **د** قطع نماید و سپس به مرکز **ب** و طول **ب د** قوس دیگری می کشیم تا خط **ا ب** را در نقطهٔ **هـ** قطع کند این نقطه قطعه خط **ا ب** را به نسبت ذات وسطین تقسیم می کند و به خوبی دیده می شود که اگر قوس **هـ د** را امتداد دهیم، امتداد خط **ا ب** را نیز در نقطهٔ دیگری قطع خواهد کرد که آن نقطه خط **ا ب** را به نسبت ذات طرفین قطع می نماید. به عبارت دیگر نسبت قطعات تقسیم شده به وسیلهٔ نقطهٔ **هـ** بر روی خط **ا ب** با خود خط **ا ب** بدین صورت است که نسبت قطعهٔ بزرگ‌تر یعنی **ب هـ** به تمام خط **ا ب** مساوی با قطعهٔ کوچك تر یعنی **ا هـ** به قطعهٔ بزرگ‌تر **هـ ب** خواهد بود یعنی $\frac{ب\ هـ}{ا\ هـ}$ مساوی است با $\frac{ا\ ب}{ب\ هـ}$.

بحث

این تناسب همان است که در زبانهای اروپایی به نسبت طلایی معروف است و مطالعهٔ آن توسط لوکوربوزیه معمار فرانسوی روی بدن انسان، جدول معروفی را به دست می‌دهد که با استفاده از این قابلیت تقسیم طبیعی در بدن انسان، علم نسبتها را در ساختمان وارد کرده است.

این تناسبات که خود عدد گنگی بوده است و از رابطهٔ بین خطوط با مشخصات معینی به دست می آید (یعنی اگر نسبت طول کل خط به قطعهٔ بزرگ‌تر مساوی باشد با نسبت طول قطعهٔ بزرگ‌تر به طول قطعهٔ کوچك تر) مورد توجه دانشمندان ریاضی است وفعلا بین اهل فن به عدد **فی** (φ) معروف می باشد و کاربرد زیادی در کارهای هنری و معماری دارد.

در قدیم همان طوری که یادآوری شد این نسبت به نسبت ذات وسطین و طرفین معروف بوده وروش به دست آوردن آن چنین بوده است که طول قطعهٔ کوچك تر را واحد فرض می کردند ودر نتیجه طول کل خط عبارت بود از طول قطعهٔ بزرگ‌تر به اضافهٔ واحد، و نسبت به صورت معادله‌ای درجه دوم درآمده است و طول قطعهٔ بزرگ‌تر مساوی می شود با $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ که معادل آن به صورت اعشاری ۱/۶۱۸۰۳۳۹۸۰۰۰ خواهد بود که این عدد همان عدد **فی** می باشد ویکی از خواص آن این است که اگر یك واحد از آن کسر کنیم مقدار آن برابر با عکس خودش می شود.



حال چنانچه مربعی داشته باشیم، نسبت طلایی در ضلع مربع بر اساس ذات طرفین بدین صورت به دست می آید که چنانچه ضلع **د جـ** را به نقطهٔ **هـ** نصف کنیم و خط **ا هـ** را رسم و سپس به مرکز **هـ** با طول **ا هـ** روی امتداد **جـ د** نقطهٔ **و** را نشان کنیم مقدار **هـ و** بدین صورت حساب می شود.

و تناسب آن می شود **جـ و** = **جـ هـ** + **هـ و** که چون اعداد به دست آمده را جانشین نماییم، نتیجه می شود که مساوی تناسب طلایی می باشد.

$$جـ هـ = \frac{۱}{۲} = د هـ$$

$$دا = ۱ \text{ واحد}$$

$$۱ هـ = \frac{\sqrt{۵}}{۲} = و هـ$$

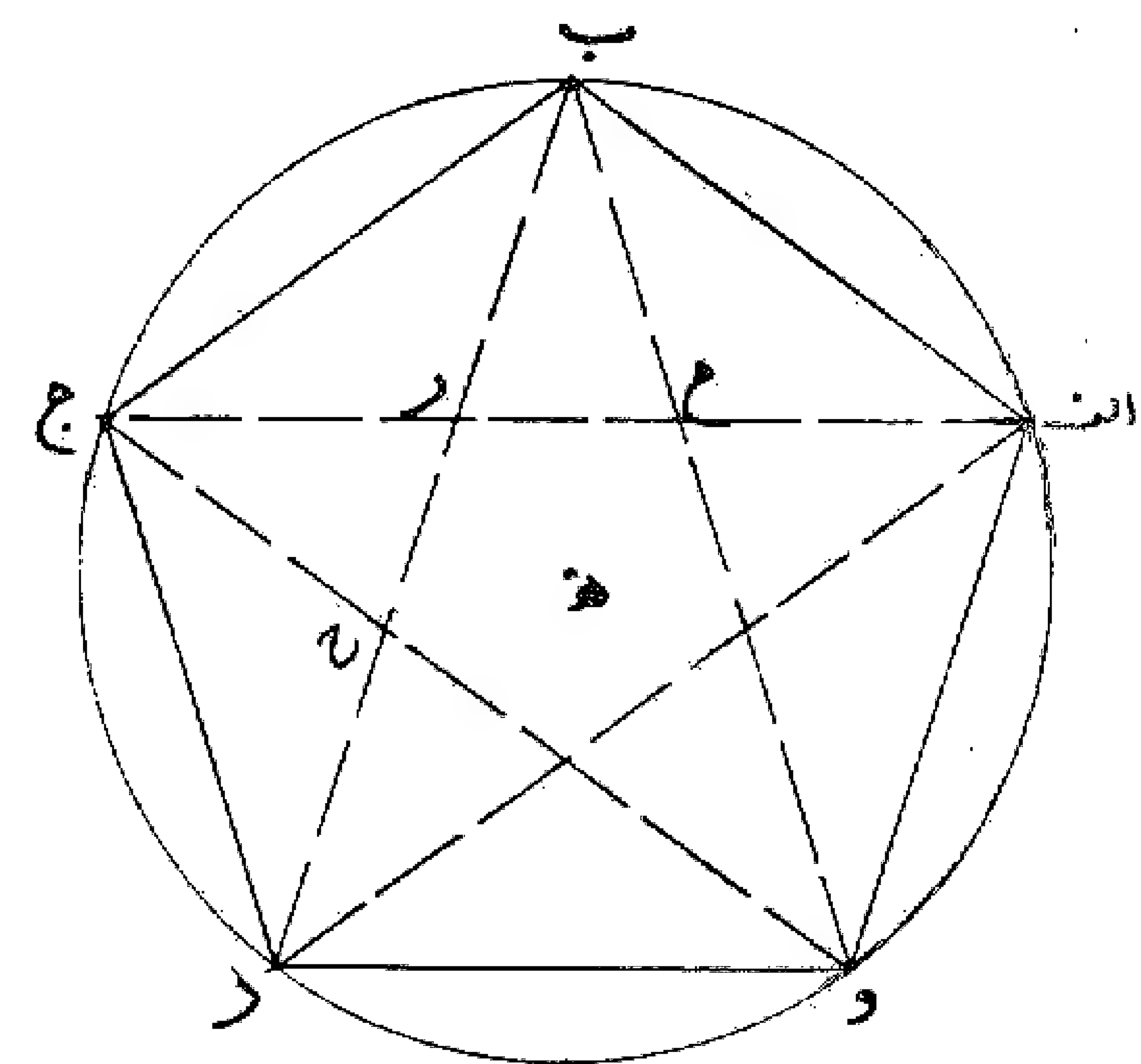
$$\frac{۱}{۲} + \frac{\sqrt{۵}}{۲} = \frac{۱ + \sqrt{۵}}{۲} = \phi$$

این نسبت از قدیم در بین هنرمندان و معماران شناخته شده و در آثار خود از آن استفاده می کرده اند نظیر ساختمان معبد پارتنون که در آن این نسبت بسیار به کار رفته است (نسبت عرض به ارتفاع= $\frac{۱}{۰/۶۱۸}$) و یا مدارك به دست آمده از ۲۰۰۰ سال قبل از میلاد در یکی از اهرام مصر (هرم ممفیس). در یکی از اتاقها، تصاویری به دست آمده که حاکی از مطالعهٔ این نسبت روی اجزای بدن انسان است و همان طور که گفته شد این مطالعه در سالهای اخیر توسط معمار معروف لوکوربوزیه بررسی شد و این بررسیها بعد از ایشان توسط دیگر علما مورد مطالعه و پی گیری است.

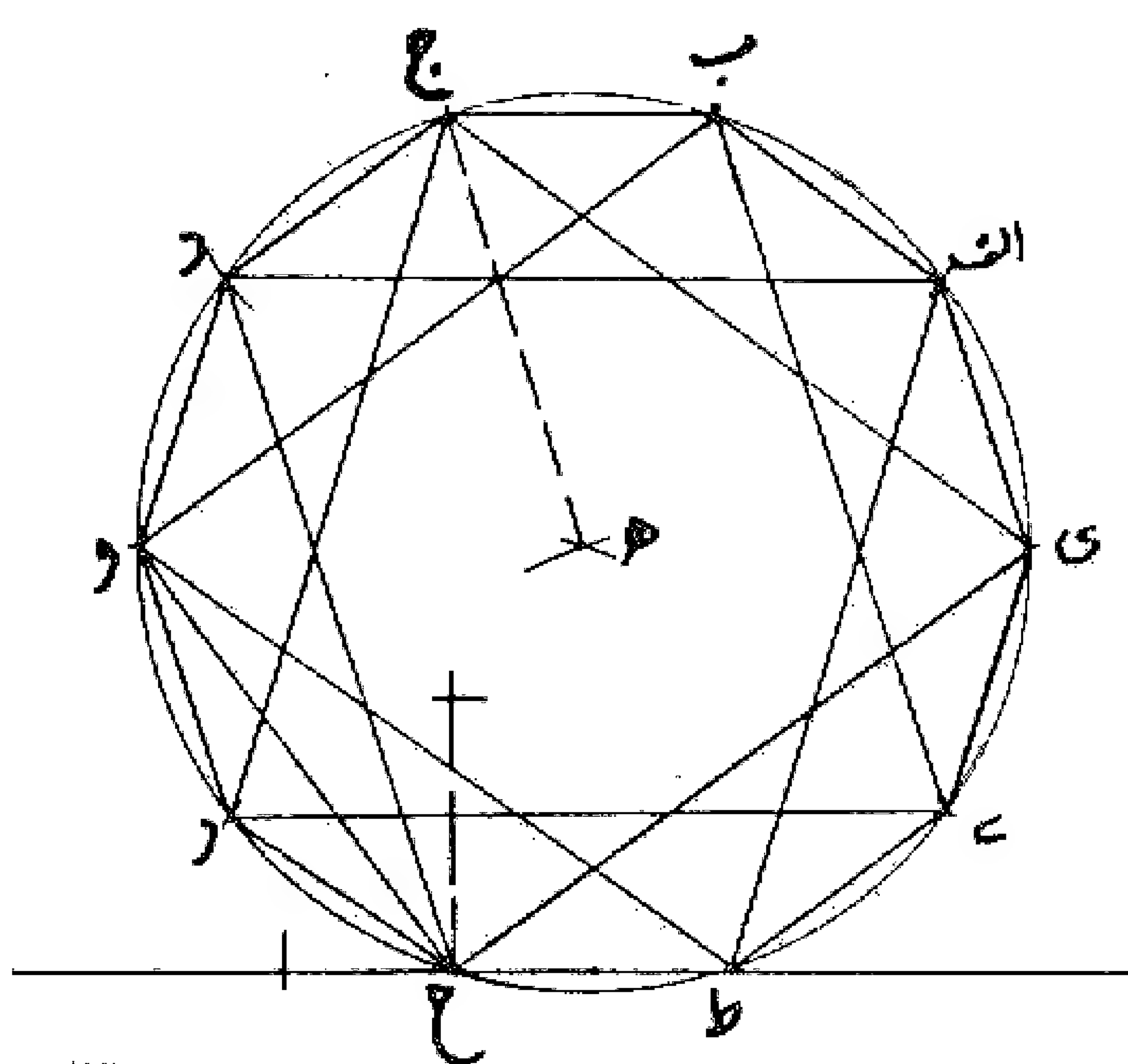
این تناسبات و این روابط بین خطوط در سطوح و اشکال هندسی نیز از قدیم بررسی شده است. مانند ستارهٔ پنج پر فیثاغورث که این نسبت بین هر دو پاره خط آن موجود است. و یا در ده ضلعی منتظم که این نسبت بین اضلاع آن و شعاع دایرهٔ محیطی آن برقرار است.

در دورهٔ رنسانس مطالعه در مورد این نسبت در بین ریاضیدانها معمول بوده است به طوری که کاکستر در اول مقالهٔ خود به نقل از کپلر می نویسد: «هندسه صاحب دو گنجینهٔ بزرگ است، یکی قضیهٔ فیثاغورث و دیگری تقسیم خط به نسبت ذات وسطین و طرفین که اولی را می توان با طلا مقایسه کرد و از دومی به عنوان یك گوهر گرانبها اسم برد.»

نویسندگان رنسانس این تناسب را نسبت *آسمانی* و پیروان اقلیدس آن را *ذات وسطین وطرفین* می خواندند و از قرن ۱۹ به بعد این تناسب در بین هنرمندان به نام تقسیم *طلایی* مشهور شد.



حال اگر دو شکل پنج ضلعی منتظم و همچنین ده ضلعی را مورد بررسی قرار دهیم، دیده می شود که نسبت **ب د** به **د ر** مساوی است با **د ر** به **ب ر** و **ب ر** به **رح** یعنی در پنج ضلعی قطرها با یکدیگر به نسبت طلایی تقسیم می گردند و چون مجموع دو قطعهٔ **جـ ر** به اضافهٔ **ح ر** مساوی **ب جـ** یعنی ضلع پنج ضلعی است، بدین نتیجه می توان رسید که نسبت ضلع پنج ضلعی به قطر آن نسبت طلایی می باشد. همچنین دیده می شود که هر قطر به وسیلهٔ دو قطر دیگر به نسبت طلایی تقسیم می گردد، یعنی مثلا قطر **ا جـ** به وسیلهٔ دو قطر **ب د** و **ب و** در نقاط ح، ر به نسبت طلایی تقسیم می شود. به عبارت دیگر نسبت $\frac{ر ا}{جـ ر}$ مساوی با $\frac{ا جـ}{ا ر}$ است و این طلایی ترین تقسیم است که به سادگی از تلاقی قطرهای پنج ضلعی به دست می آید.



ولی در ده ضلعی منتظم چنانچه نقاط تقسیم را دو در میان به یکدیگر وصل کنیم، نظیر شکل زیر تناسب طلایی با ضلع ده ضلعی و شعاع دایرهٔ محیطی بدین صورت خواهد بود:

یعنی نسبت شعاع دایره به ضلع ده ضلعی مساوی است با فاصلهٔ دو در میان به شعاع دایره و به طوری که ملاحظه می شود این تقسیم بندی همان است که در تمام کاربندی پوششهای گنبدی در معماری اصیل ایرانی ـ اسلامی از آن استفاده شده است و استادان و معماران کاردان ایرانی برای پوشش بناهای خود از بهترین تناسبات حاصل در اشکال هندسی بهره برده اند.

در اینجا بی مناسبت نیست متذکر شویم که انتخاب ده ضلعی

منتظم از طرف هنرمندان ایرانی و استفادهٔ آن در کارهای معماری (پوشش گنبدها با کاربندی ده) و کارهای هنری (گره سازیها که پایهٔ آنها روی ده ضلعی منتظم قراردارد) توجه ودقت آنها و بالاخره دید آنها را در انتخاب و به دست‌آوردن بهترین تناسبات در خطوط و سطوح می رساند.

با توجه به مطالب بالا دیده می شود که مثلث متساوی الساقینی که ابوالوفاء بوزجانی در کشیدن پنج ضلعی از آن استفاده کرده است و آن را مثلث پنج ضلعی نامیده مثلثی است که بین ساق و قاعدهٔ آن این نسبت طلایی وجود دارد و از این تناسب بوزجانی کاملا اطلاع داشته است.

ضمناً نتیجه‌ای که می توان برای رسم ده ضلعی و پنج ضلعی گرفت آن که اگر مثلث متساوی الساقینی با زاویهٔ رأس ۳۶ درجه داشته باشیم اگر رأس آن را مرکز قرار دهیم و به شعاع یکی از ساقهای آن دایره ای رسم کنیم، ضلع قاعدهٔ این مثلث محیط دایره را به ده قسمت مساوی تقسیم می نماید. به عبارت دیگر قاعدهٔ این مثلث مساوی است با ضلع ده ضلعی منتظمی که در دایره ای که به مرکز رأس مثلث و شعاع ساق آن رسم می گردد محاط می شود. و همچنین اگر دایرهٔ محیطی این مثلث‌را رسم کنیم، قاعدهٔ مثلث، آن را به پنج قسمت مساوی تقسیم می کند. یعنی قاعدهٔ این مثلث مساوی است با ضلع پنج ضلعی منتظمی که در دایرهٔ محیطی این مثلث محاط می گردد. و بالاخره برای رسم ده ضلعی می توان گفت چنانچه شعاع دایره ای به ذات وسطین و طرفین تقسیم شود ضلع ده ضلعی محاط در آن دایره به دست می آید.

دیگر از نتایج حاصل در استفاده از این تناسب آن است که سطوح مستطیل ساخته شده به طوری که اضلاع آن نسبت به‌یکدیگر نسبت طلایی داشته باشند سطوح متناسب وچشم نوازی هستند. یکی ازروان شناسان معروف آلمانی در این مورد تجربیات زیادی به عمل آورده است واین نتیجه را اعلام می کند که زیباترین سطوح سطحی است که ابعاد آن به یکدیگر نسبت طلایی داشته باشند.

اخیراً در تحقیقاتی که شده است به این نتیجه رسیده اند که سطوحی که نسبت طول و عرض آنها بین یك ودو نوسان داشته باشد بیشتر مورد پسند مردم است.

اما نسبتهایی که در بین هنرمندان ایرانی مورد توجه بوده است سطوحی است که نسبت آنها ۳ـ۴ـ۵ است و همان طور که می دانیم این اعداد اضلاع اولین مثلث قائم الزاویه ای را تشکیل می دهند که طول اضلاع آن عدد صحیح است و استفادهٔ زیادی خصوصاً در معماری دارد که اولین استفادهٔ آن ساختن زاویهٔ قائمه یا گونیا می باشد و چنانچه به مرکز رأس این مثلث دایره ای‌رسم کنیم تناسبات ۱، ۲، ۳، ۵، ۸ به دست می آید، که به نسبت طلایی بسیار نزدیك است.

در این مورد لازم است یادآور شویم: در رشتهٔ اعداد مشهور فیبوناجی که عبارتند از:

۱، ۱، ۲، ۳، ۵، ۸، ۱۳، ۲۱، ۳۴، ۵۵، ۸۹، ۱۴۴، ۰۰۰۰۰

همان طور که دیده می شود هر عدد عبارت است ازمجموع دو عدد قبل از خود، چنانچه هر کدام را مخرج عدد قبلی قرار دهیم یعنی:

$$\frac{۱}{۱}, \frac{۱}{۲}, \frac{۲}{۳}, \frac{۳}{۵}, \frac{۵}{۸}, \frac{۸}{۱۳}, \frac{۱۳}{۲۱}, \frac{۲۱}{۳۴}, \frac{۳۴}{۵۵}, \frac{۵۵}{۸۹}, \frac{۸۹}{۱۴۴}, \dots\dots$$

عدد اعشاری این نسبت از ۱/۲ مساوی ۰/۵۰۰ به عدد $\frac{۸۹}{۱۴۴}$ مساوی ۰/۶۱۸۰۵ نزدیك می شود. به عبارت دیگر این نسبتها بین دو جملهٔ متوالی این رشته عددی است که هرچه جلوتر برویم مرتباً به نسبت طلایی (فی) نزدیك می شوند.

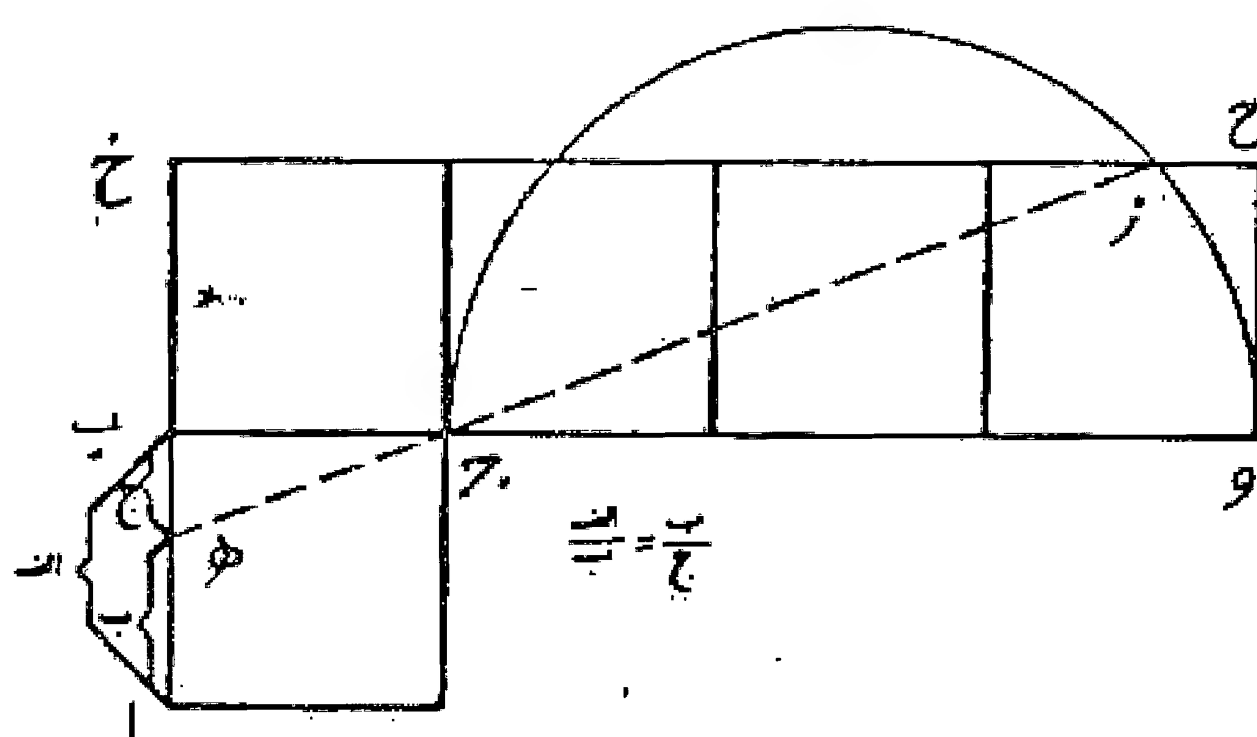
همان طور که دیدیم لوکوربوزیه این نسبت طلایی را روی تقسیمات بدن انسان مطالعه کرده است، ولی در مطالعه در طبیعت نیز این تناسب زیاد دیده می شود نظیر فاصلهٔ برگهای روی ساقه و ساقه روی شاخه و شاخه روی تنه در بعضی گیاهان که بین هر دو زوج سومی تقریباً در جای طلایی قرار گرفته است و برگهای مجاور روی یك مارپیچ واقع شده است که تقریباً نسبت آنها روی برگهای روی هم قرار گرفته در یك خط با نسبت $\frac{۲}{۸}$ و $\frac{۵}{۸}$ یعنی به کسرهای فیبوناجی نزدیك است. ویا ترتیب گلبرگها ودانه های بعض گلها که از این اعداد پیروی می کنند.

این نسبت همان طور که گفته شد در جهان هنر و معماری از قدیم مورد استفاده بوده وهست وحتی در موسیقی نیز ردّ پایی از این تناسب دیده می شود.

در خاتمهٔ این بحث بی تناسب نیست که نحوهٔ دیگری از روش تقسیم یك خط به نسبت ذات وسطین و طرفین بیان شود.

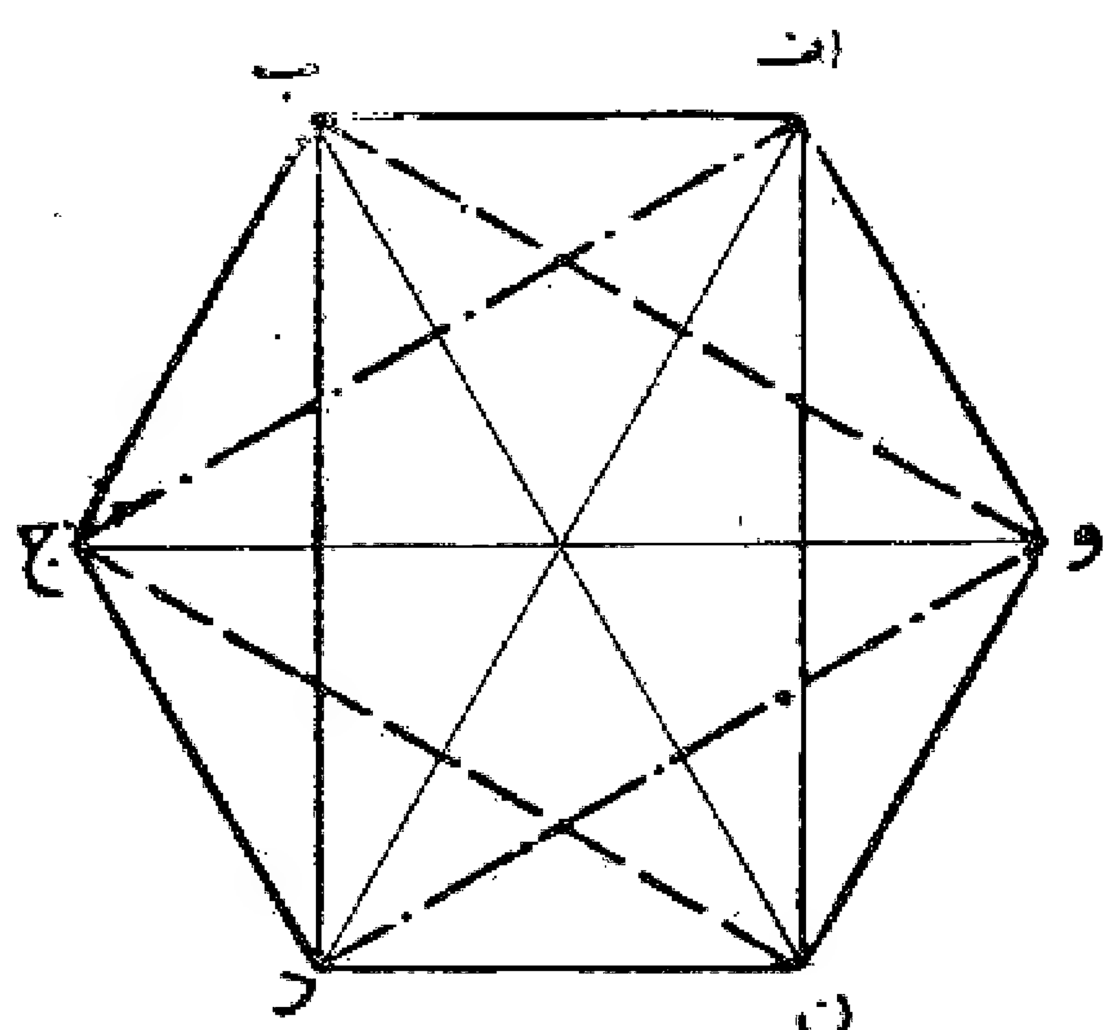
مسئلهٔ ۸۲

قطعه خط ا ب را می خواهیم به نسبت ذات وسطین و طرفین تقسیم کنیم: خط ا ب‌را به اندازهٔ خودش امتداد می دهیم و بر روی قطعهٔ ب ح چهار مربع در دنبالهٔ هم مطابق شکل ترسیم می نماییم، سپس قطعه خط جـ و مساوی سه



برابر قطعهٔ ا ب را قطر قرار می‌دهیم و نیم دایره ای رسم می کنیم تا ضلع موازی آن را در نقطهٔ ز قطع نماید. حال خط ز جـ را می کشیم و امتداد می دهیم تا با قطعه خط ا ب در نقطهٔ هـ تلاقی نماید. این نقطه خط ا ب را به نسبت ذات وسطین و طـرفیـن (نسبت طلایی) تقسیم می نماید.

علاوه بر نسبتهای ذکر شده دراصل رساله ازطرف ابوالوفای بوزجانی و یاابواسحاق کوبنانی نظیر نسبت سهل وغیره وهمچنین نسبت طلایی، نسبت دیگری نیز مورد توجه هنرمندان و معماران ایرانی بوده و از طرف آنها در کارهای مختلف مورد استفاده قرار می گرفته است و آن عبارت است از مستطیل محاط در شش ضلعی منتظم بدین صورت:



و به خوبی دیده می شود که در شش ضلعی سه مستطیل محاط می گردد که جهت هر کدام درهر منطقه به نام آن منطقه معروف و در ساختمانها تناسب اصلی حیاط مرکزی بوده است که قسمتهای مختلف بنا در اطراف آن قرار می گرفته است.

ضمناً لازم به یادآوری است که دیگر مثلثهای قائم‌الزاویه‌ای که با طولهای صحیح قابل رسم هستند عبارتند از:

۳، ۴، ۵ــ۵، ۱۲، ۱۳ــ۸، ۱۵، ۱۷ــ۷، ۲۴، ۲۵ــ۲۰، ۲۱، ۲۹ــ۹، ۴۰، ۴۱ــ واحد.

مسئلهٔ ۸۳

در اینجا بد نیست که از عدد گنگ مشهور دیگری نیز ذکری به میان آید و آن عدد پی یا نسبت محیط دایره به قطر آن است که برای اولین مرتبه توسط غیاث الدین جمشید کاشانی یکی دیگر از نامداران ریاضی این مرز و بوم در قرن نهم هجری تا بیست و هفت رقم بعد از اعشار محاسبه گردیده است. به طوری که دقت این محاسبه آن قدر می باشد که در این زمان که این عدد به وسیلهٔ دستگاههای کامپیوتری دوباره حساب شده است فقط در رقم بیست و هفتم آن اختلاف کمی دیده می شود.

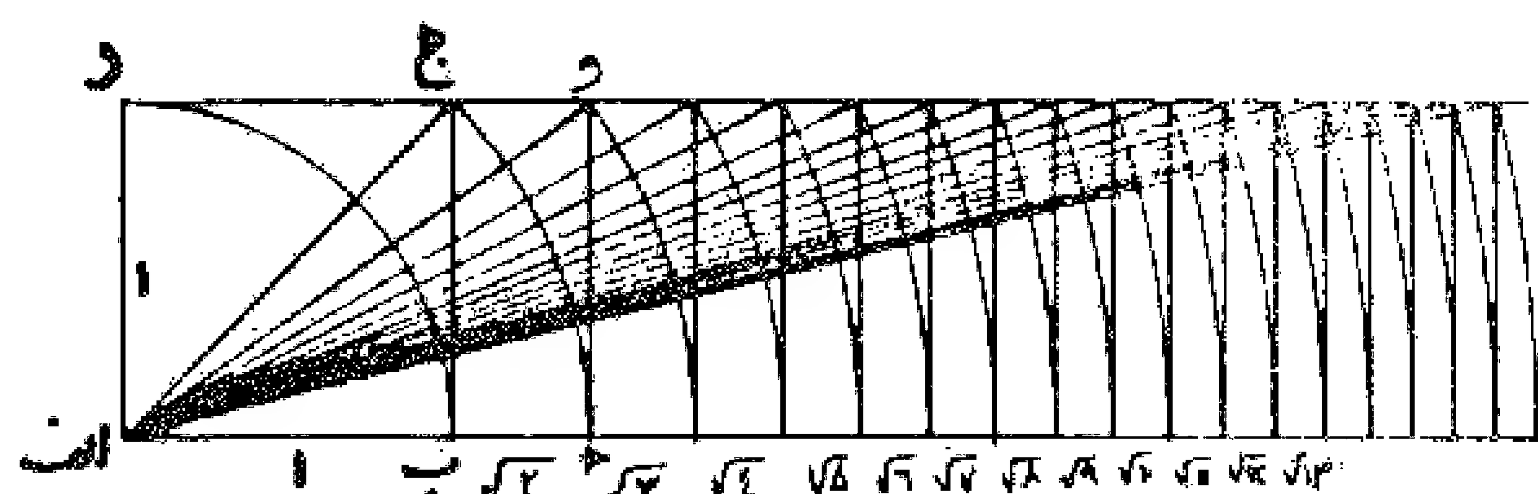
عدد محاسبه شده از طرف غیاث الدین جمشید کاشانی ۳/۱۴۱۵۹۲۶۵۳۵۸۹۷۹۳۲۵....۹

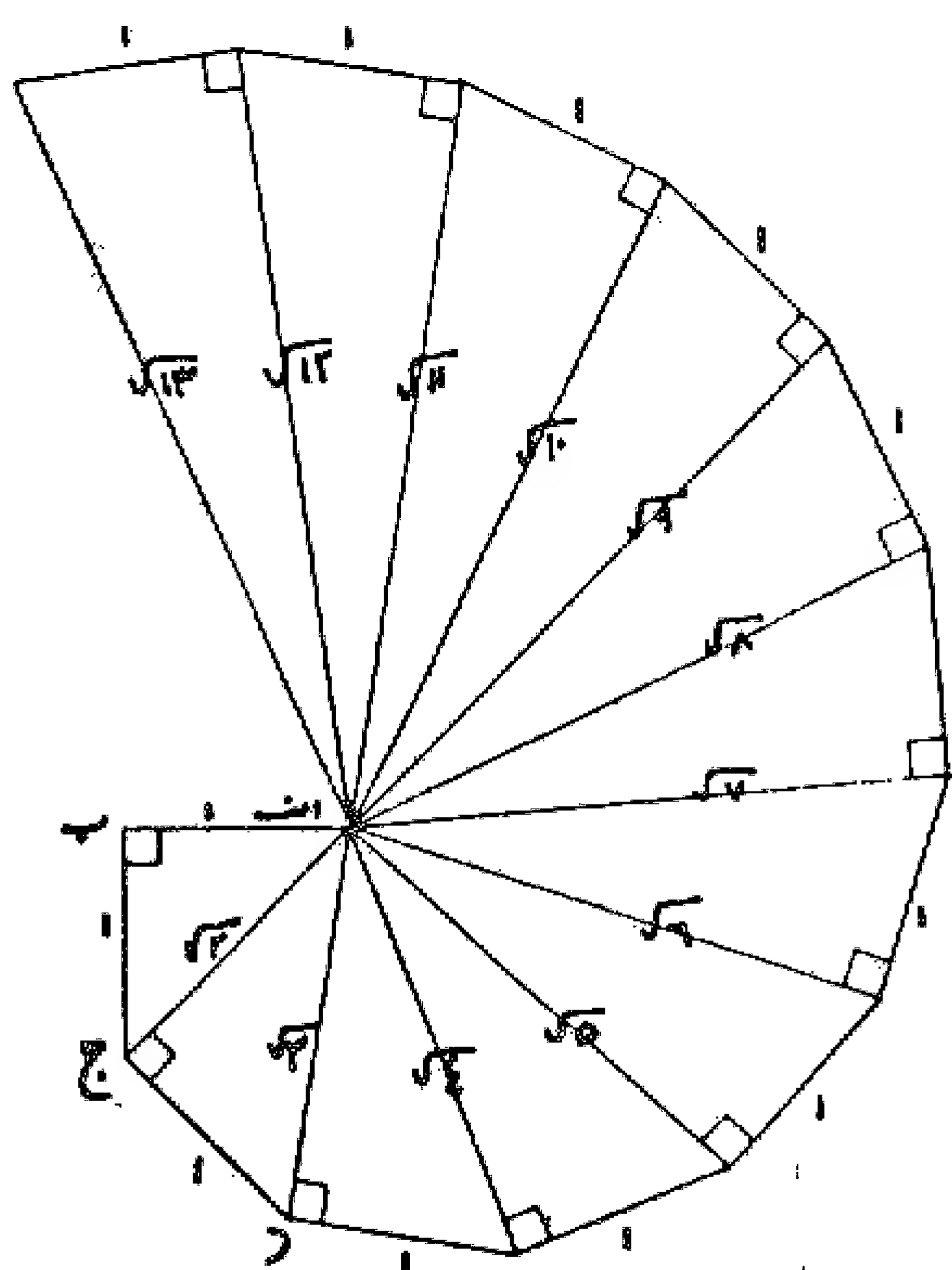
عدد محاسبه شده به وسیلهٔ کامپیوتر ۳/۱۴۱۵۹۲۶۵۳۵۸۹۷۹۳۲۵...۸۸

مسئلهٔ ۸۴

روش ترسیم اعداد اصم: به دو صورت اعداد اصم کشیده می شود:

راه حل اول ــ مربع ا ب جـ د را با طول هر ضلع مساوی واحد رسم می کنیم و قطر آن را می کشیم این قطر معادل عدد $\sqrt{2}$ می باشد و هر گاه آن را بر روی ضلع ا ب انتقال دهیم و مستطیل ا هـ و د را بکشیم قطر ا و مساوی $\sqrt{3}$ می باشد و چنانچه این کار را مرتباً تکرار نماییم اعداد دیگر اصم به دست می آید.





راه حل دوم ـ مثلث قائم الزاویهٔ **ا ب جـ** را با اضلاع واحد می کشیم، وتر این مثلث یعنی خط **ا جـ** مساوی $\sqrt{2}$ می باشد. سپس خط **ا جـ** را ضلع قرار می دهیم و مثلث قائم الزاویهٔ **ا جـ د** را با ضلع قائم **جـ د** مساوی واحد رسم می کنیم، در نتیجه وتر این مثلث یعنی خط **ا د** مساوی $\sqrt{3}$ می باشد و چنانچه این عمل را ادامه دهیم وترهای دیگر مساوی اعداد اصم به دست می آید.

مسئلهٔ ۸۵

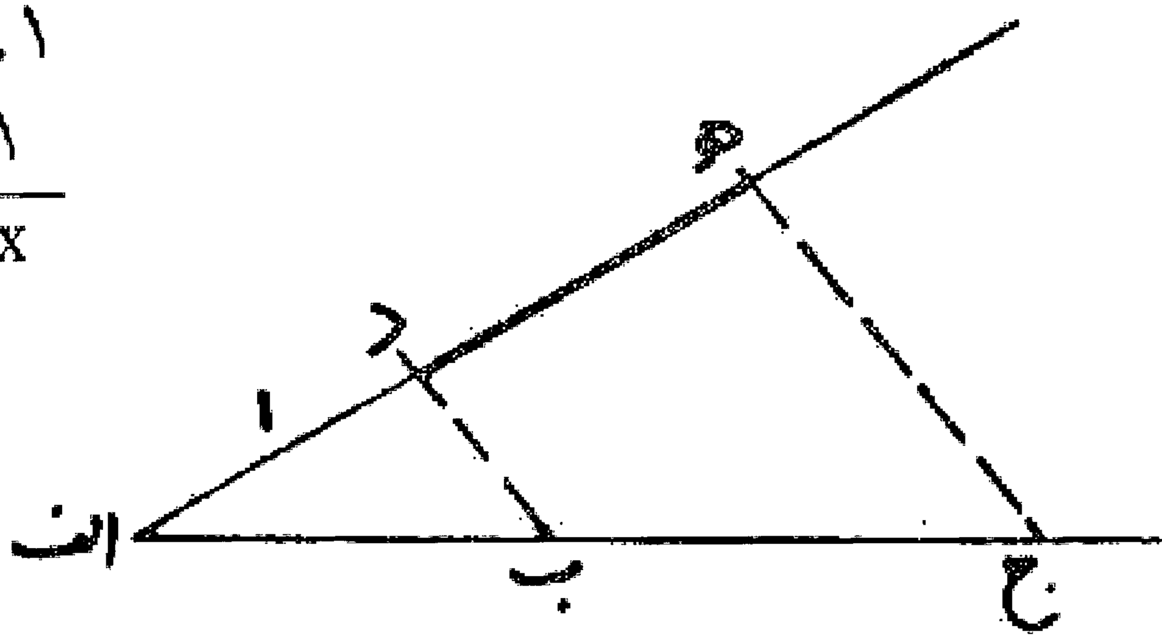
روش ترسیم و به دست آوردن ریشهٔ معادلهٔ درجهٔ اول: دو خط متقاطع **ا جـ** و **ا هـ** را می کشیم و سپس در روی یکی، قطعات **ا ب** را مساوی **a** و **ب جـ** را مساوی **b** جدا و در روی خط دیگر قطعهٔ **ا د** را مساوی با واحد انتخاب می کنیم، بعد خط **ب د** را می کشیم و خط **جـ هـ** را به موازات آن رسم می نماییم. مقدار طول قطعهٔ **د هـ** به تناسب واحد **ا د** مساوی قدر مطلق **x** می باشد.

$ax+b=0$

$ax=-b$

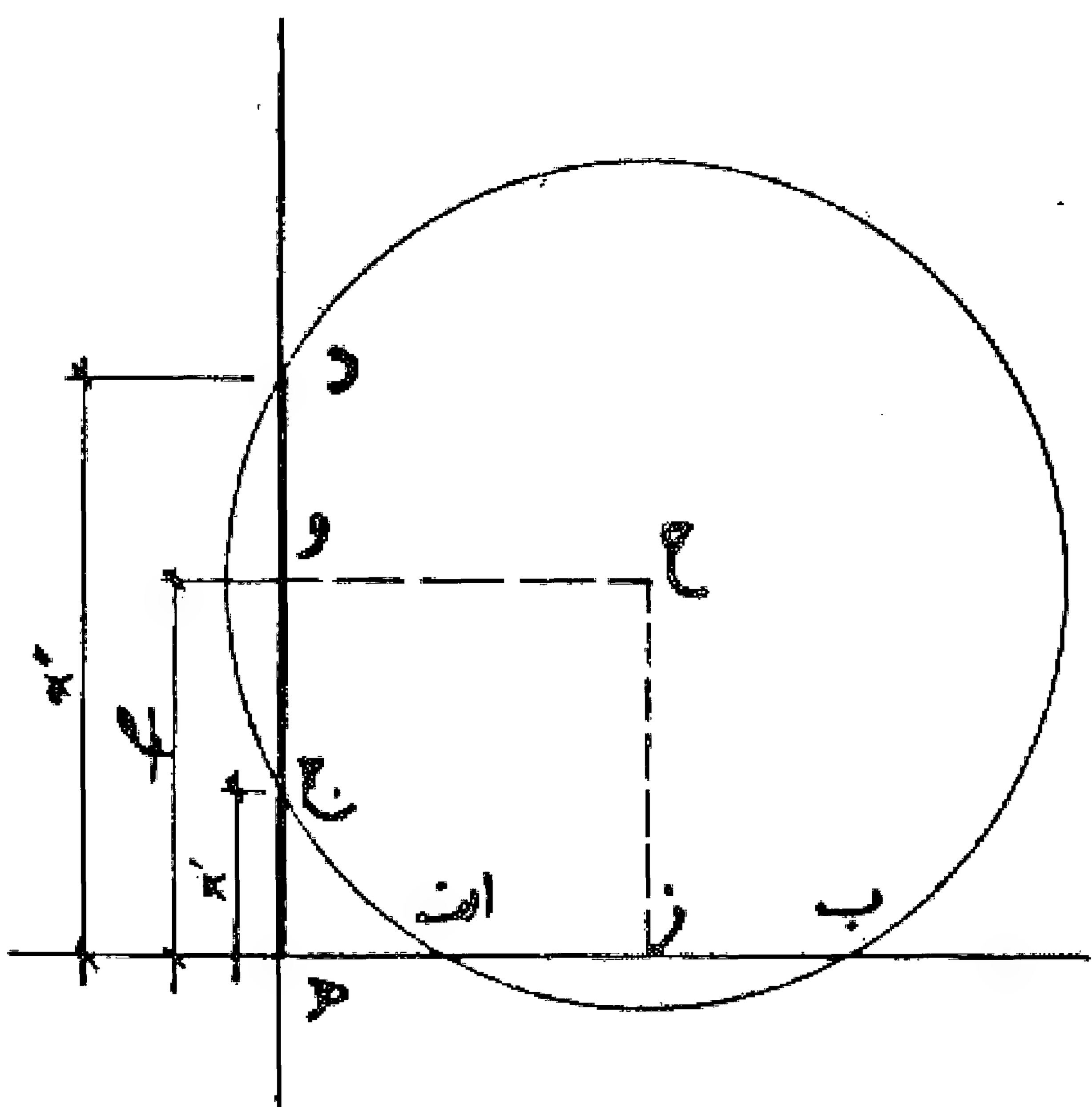
$a.x=b.1$

$\frac{a}{b}=\frac{1}{x}$



مسئلهٔ ۸۶

روش پیدا کردن ریشهٔ معادلهٔ درجهٔ دوم با روش ترسیم: $ax^2+bx+c=0$ و ریشه‌ها مساوی x' و x'' است. ابتدا دو محور عمود بر یکدیگر رسم می کنیم و سپس بر روی یکی قطعهٔ **هـ ا** را مساوی واحد و قطعهٔ **ا ب** را مساوی حاصلضرب دو ریشه جدا می نماییم و بعد روی محور دیگر قطعهٔ **هـ و** را مساوی نصف حاصل جمع دو ریشه جدا و خط **و ح** را موازی محور اول رسم می کنیم تا عمود و منصف **ا ب** را در نقطهٔ **ح** قطع نماید. حال به مرکز **ح** و به طول **ح ب** دایره ای رسم می کنیم تا محور دیگر را در دو نقطهٔ **جـ** و **د** قطع نماید، طول دو قطعهٔ **هـ جـ** و **هـ د** مساوی ریشه های معادلهٔ درجهٔ دوم می باشد. شرط جواب، تقاطع دایره با محور عمود می باشد.

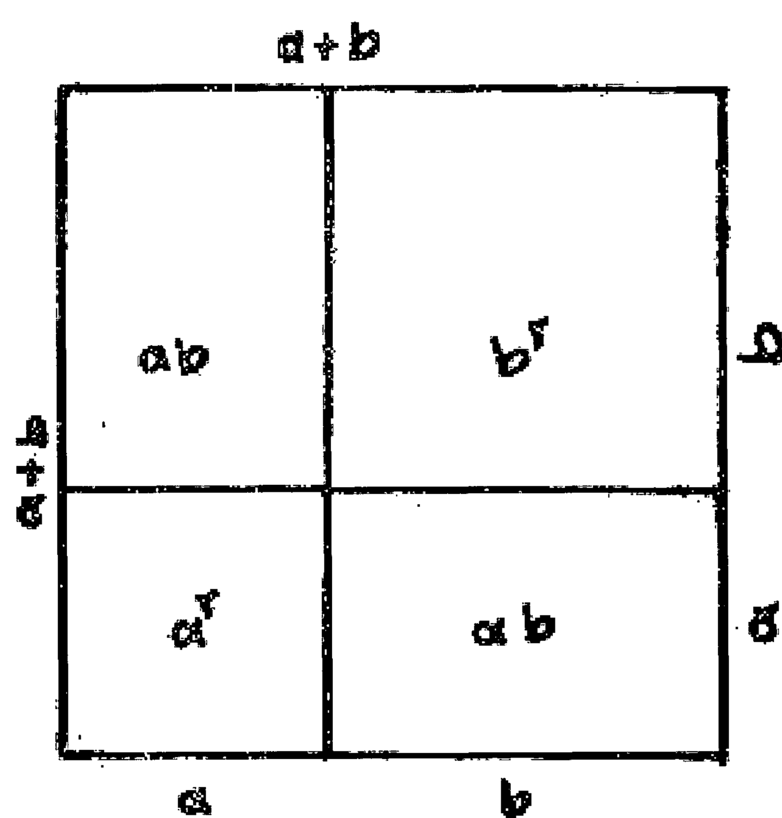


مسئله ۸۷

روش رسم اتحادهای جبری:

۱ـ مربع مجموع دو عدد یا مجموع دو جمله:

$(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$



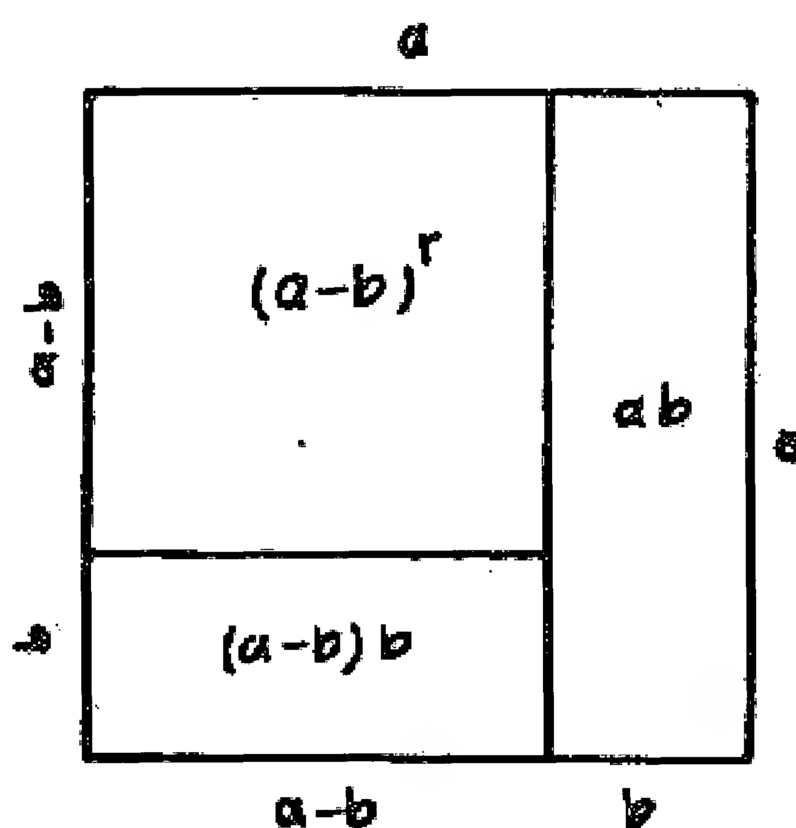
۲ـ مربع تفاضل دو جمله:

$(a-b)^2=a^2+b^2-2ab$

$=a^2-ab-(a-b)b$

$=a^2+b^2-ab-ab$

$=a^2+b^2-2ab$

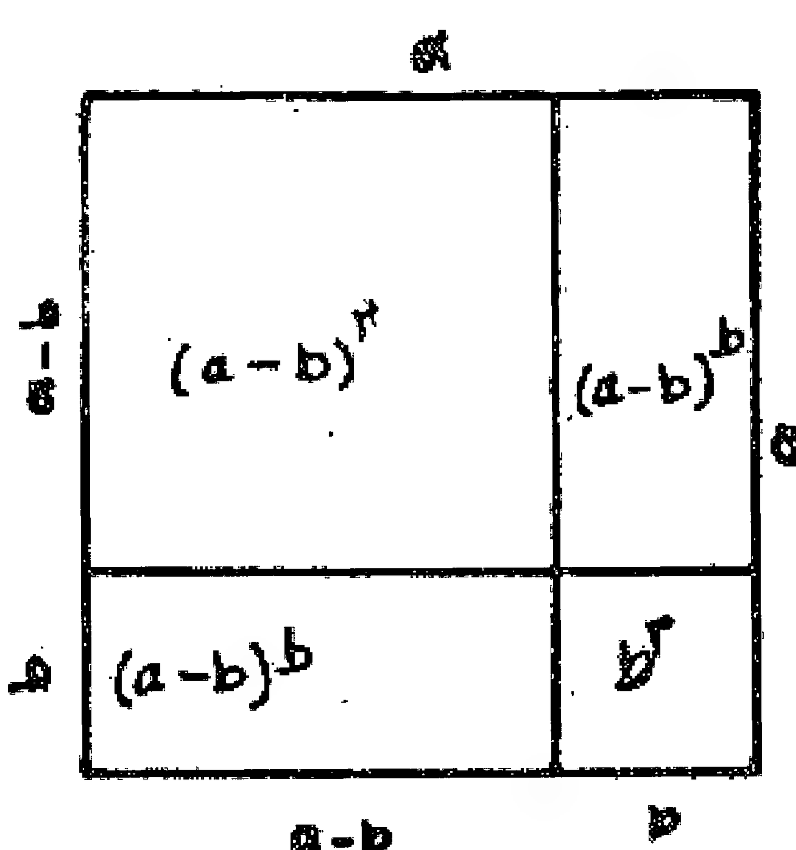


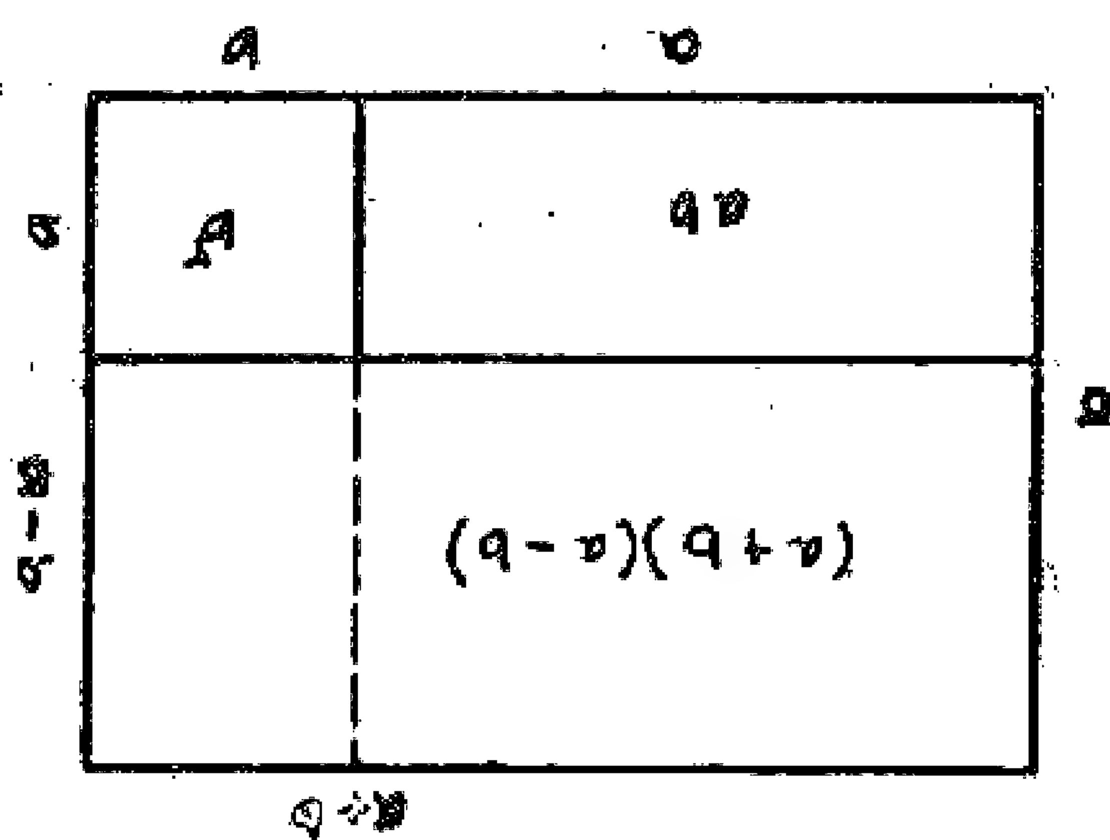
وجهی دیگر:

$(a-b)^2=a^2-b^2-2(a-b)b$

$=a^2-b^2-2ab+2b^2$

$=a^2+b^2-2ab$



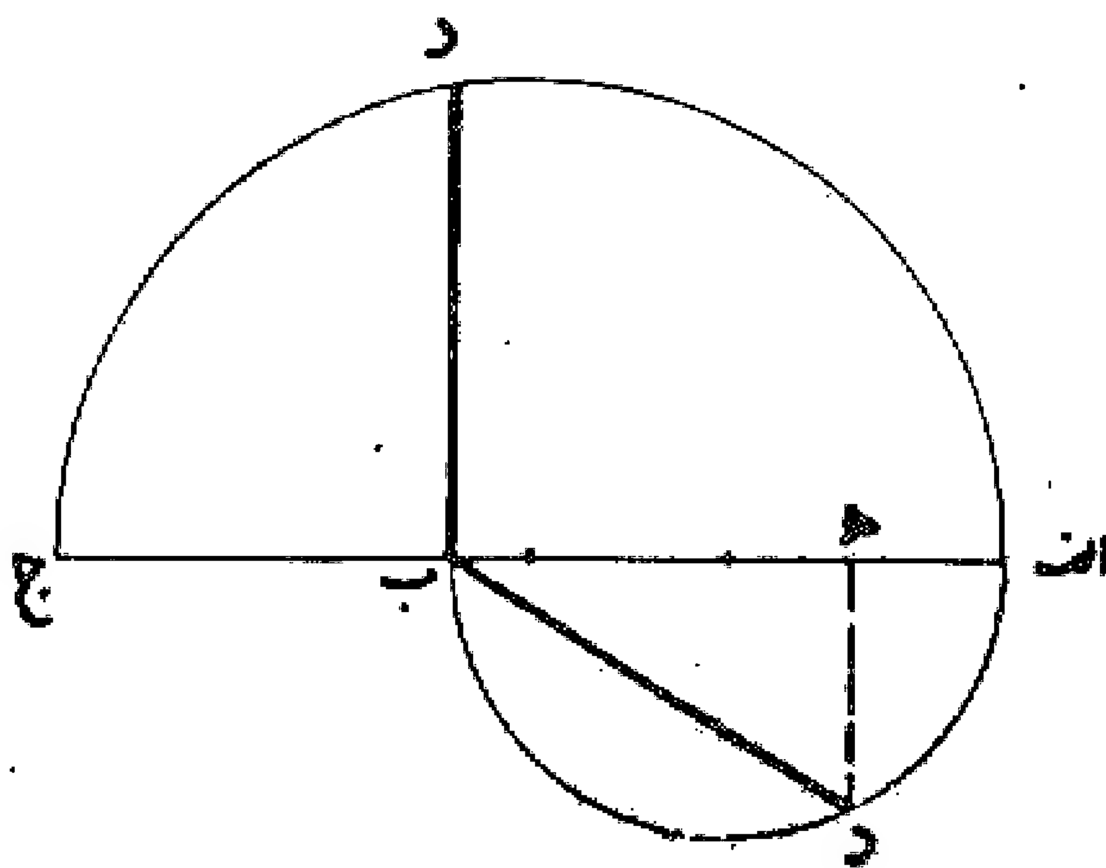


۳ـ روش ترسیم حاصلضرب مجموع دو جمله در تفاضل آنها:

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$$
$$=(a+b)a-ab-b^2$$
$$=a^2-b^2+ab-ab$$
$$=a^2-b^2$$

برای ترسیم سه مسئلهٔ بالا روشهای دیگری نیز در کتب موجود است که می توان به آنها مراجعه کرد.

مسئلهٔ ۸۸

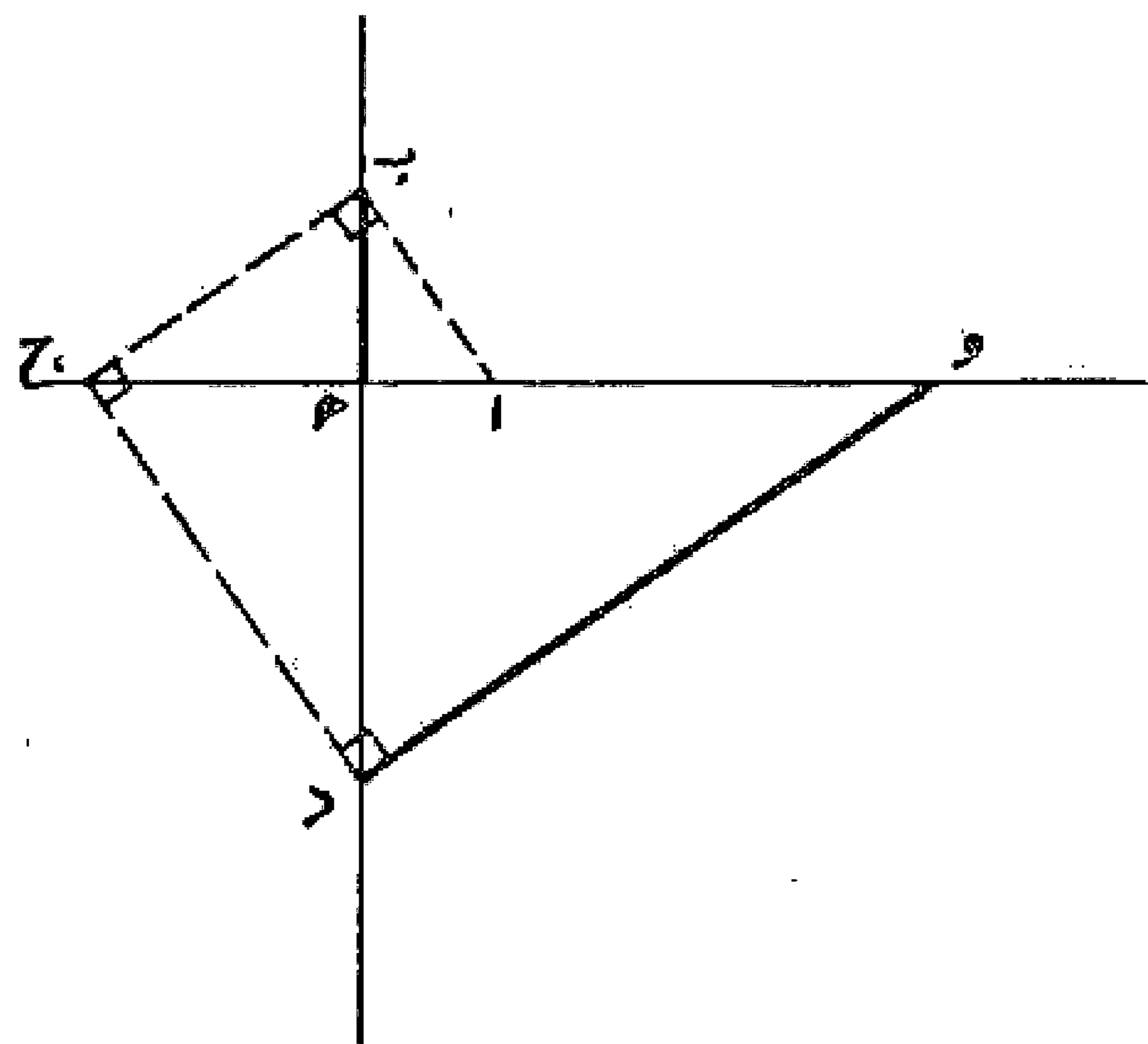


رسم واسطهٔ هندسی دو پاره خط: می خواهیم واسطهٔ هندسی دو خط **ا ب** و **ب جـ** را رسم نماییم. ابتدا خطی مساوی مجموع این دو خط رسم و از نقطهٔ **ب** عمودی اخراج می کنیم، بعد به قطر **ا جـ** نیم دایره ای رسم می نماییم تا خط عمود را در نقطهٔ **د** قطع کند. قطعه خط **د ب** معادل واسطهٔ هندسی بین دو قطعهٔ **ا ب** و **ب جـ** می باشد. بدین صورت:

مسئلهٔ ۸۹

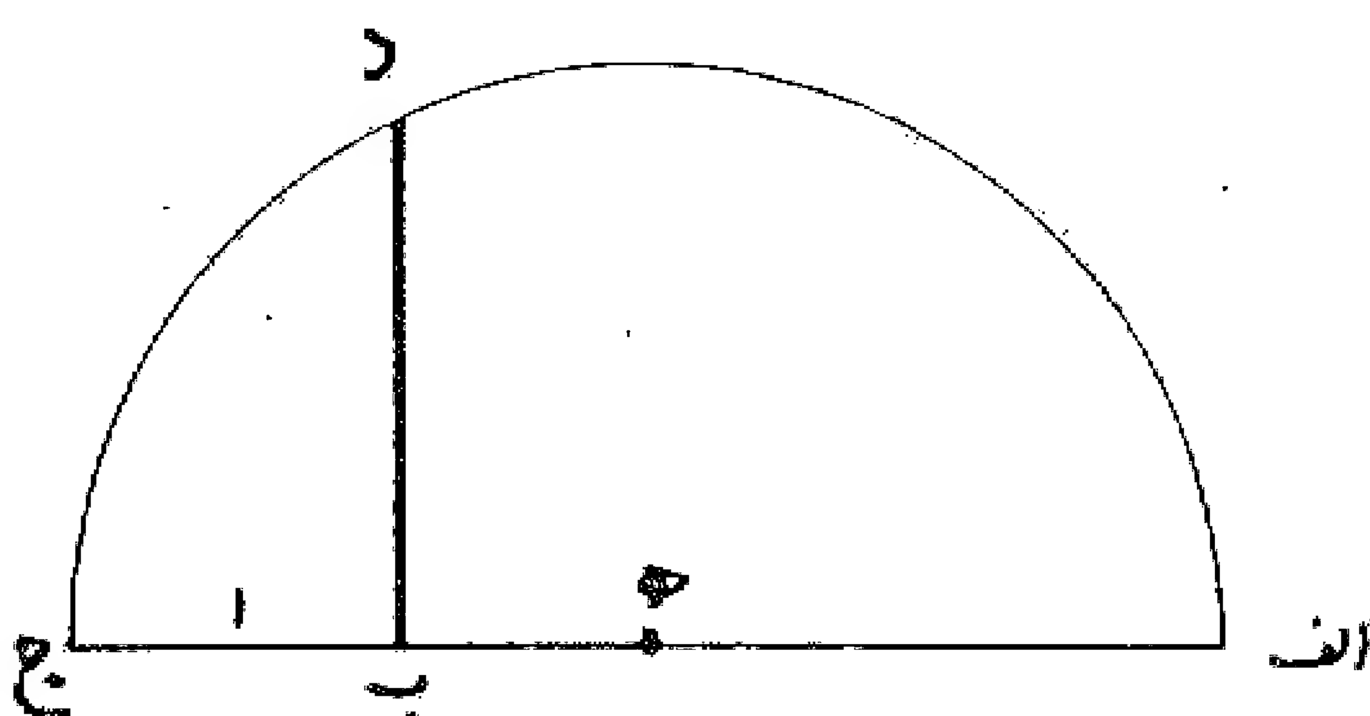
وجهی دیگر: به قطر **ا ب** نیم دایره ای رسم و قطعهٔ **ب هـ** را معادل پاره خط **ب جـ** جدا می کنیم و عمود **هـ د** را می کشیم، حال چنانچه خط **د ب** را رسم نماییم، این خط واسطهٔ هندسی بین دو پاره خط **ا ب** و **ب جـ** می باشد. مانند شکل قبل:

مسئلهٔ ۹۰



روش ترسیم و به دست آوردن توان دوم یك عدد: دو خط عمود بر هم رسم و، سپس بر روی یکی معادل واحد و بر روی دیگری عدد مورد نظر را رسم می کنیم و خط **ا ب** را می کشیم. سپس از نقطهٔ **ب** خط **ب جـ** را بر خط **ا ب** عمود می نماییم تا خط اول را در نقطهٔ **جـ** قطع کند. قطعه خط **هـ جـ** معادل توان دوم قطعهٔ **هـ ب** است و چنانچه **جـ د** را بر **ب جـ** عمود رسم نماییم تا خط دوم را قطع کند. طول قطعهٔ **هـ د** توان سوم و به همین ترتیب طول قطعهٔ **هـ و** توان چهارم خط **هـ ب** است.

مسئلهٔ ۹۱

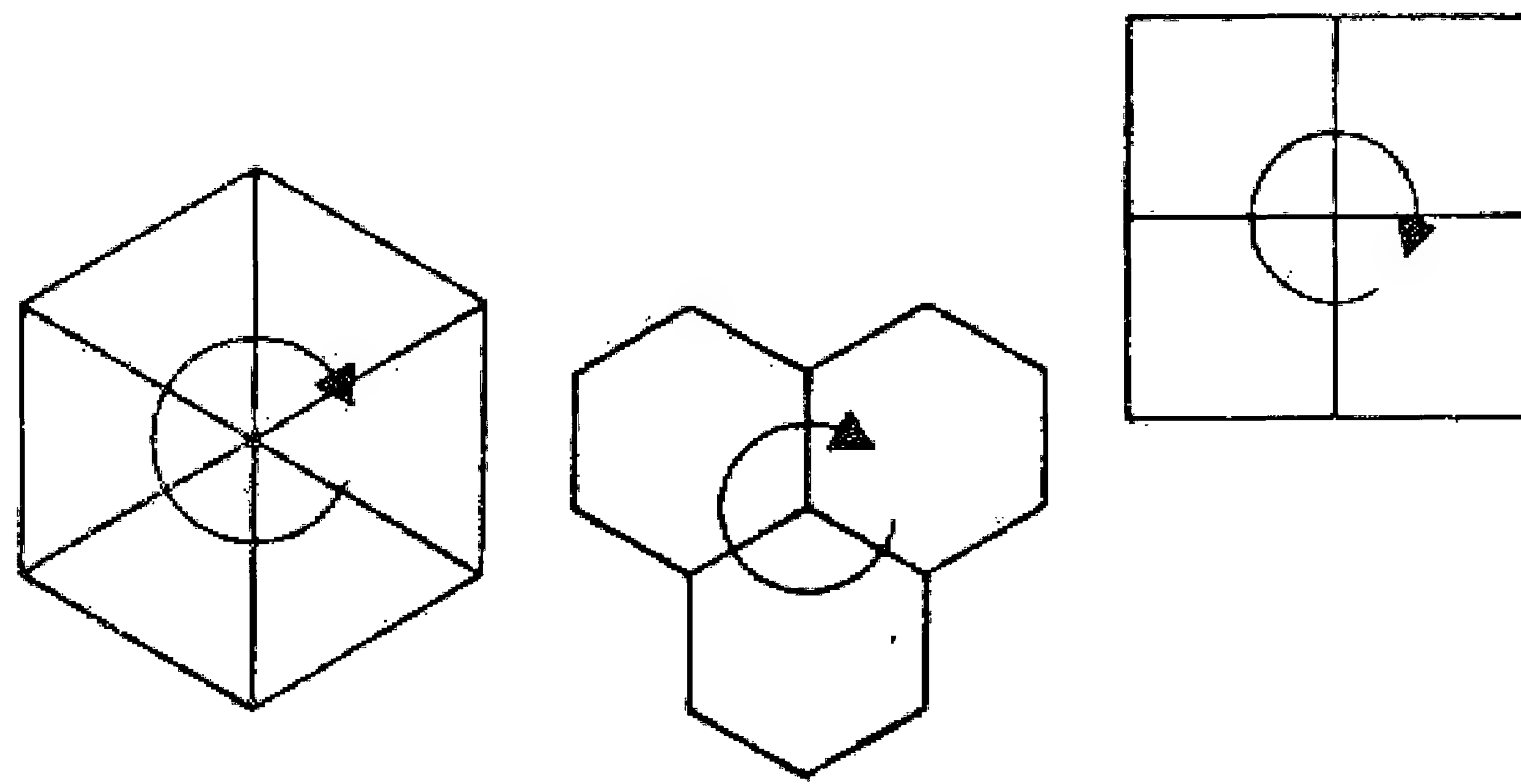


روش ترسیم ریشهٔ دوم یك عدد: قطعه خط **ا ب** را معادل عدد مورد نظر رسم می کنیم و آن را به اندازهٔ واحد تا نقطهٔ **جـ** امتداد می دهیم و به قطر **ا جـ** نیم دایره ای رسم می نماییم. سپس عمود **ب د** را می کشیم، توان دوم خط **ب د** مساوی حاصلضرب دو قطعهٔ **ا ب** و **ب جـ** می باشد و چون **ب جـ** مساوی واحد است مقدار **ا ب** معادل توان دوم **ب د** می شود و به عبارت دیگر قطعه خط **ب د** معادل ریشهٔ دوم قطعهٔ **ا ب** است.

مسئلهٔ ۹۲

تقسیم سطح به اشکال هندسی منتظم: برای اولین بار توسط فیثاغورث با چرخاندن سطح چندضلعی به دور یك نقطه این نتیجه به دست آمد که تنها با سه نوع چند ضلعی منتظم (مثلث ـ مربع ـ شش ضلعی) سطح به طور کامل پوشانده می شود.

و چنانچه مساحت در شکلهای مثلث و مربع و شش ضلعی مساوی باشد کمترین محیط مربوط به شش ضلعی خواهد بود که به وسیلهٔ زنبور عسل انتخاب شده است.



ولی چنانچه بخواهیم از ترکیب اشکال هندسی منتظم در پوشاندن سطح، استفاده کنیم علاوه بر اشکال ذکر شدهٔ بالا یعنی مثلث- مربع- شش ضلعی از اشکال منتظم هشت ضلعی و دوازده ضلعی هم می توان استفاده کرد. از بررسیی که در این مورد شده، این نتیجه به دست آمده است، که اگر بخواهند در یك نقطه سه چند ضلعی منتظم ترکیب شود به صورتهای زیر این ترکیب امکان دارد:

۱- ترکیب یك سه ضلعی منتظم به اضافهٔ دو دوازده ضلعی منتظم.

۲- ترکیب یك چهار ضلعی منتظم به اضافهٔ دو هشت ضلعی منتظم.

۳- ترکیب یك شش ضلعی منتظم با یك چهار ضلعی منتظم و یك دوازده ضلعی منتظم.

۴- ترکیب سه شش ضلعی منتظم.

و چنانچه بخواهیم در یك نقطه چهار چند ضلعی منتظم با یکدیگر ترکیب شوند به صورتهای زیر امکان دارد:

۱- ترکیب دو سه ضلعی منتظم به اضافهٔ یك چهار ضلعی و یك دوازده ضلعی منتظم (یك حالت).

۲- ترکیب دو سه ضلعی منتظم با دو شش ضلعی منتظم (در دو حالت).

۳- ترکیب یك سه ضلعی منتظم به اضافهٔ دو چهار ضلعی و یك شش ضلعی (در سه حالت).

۴- ترکیب چهار چهار ضلعی منتظم.

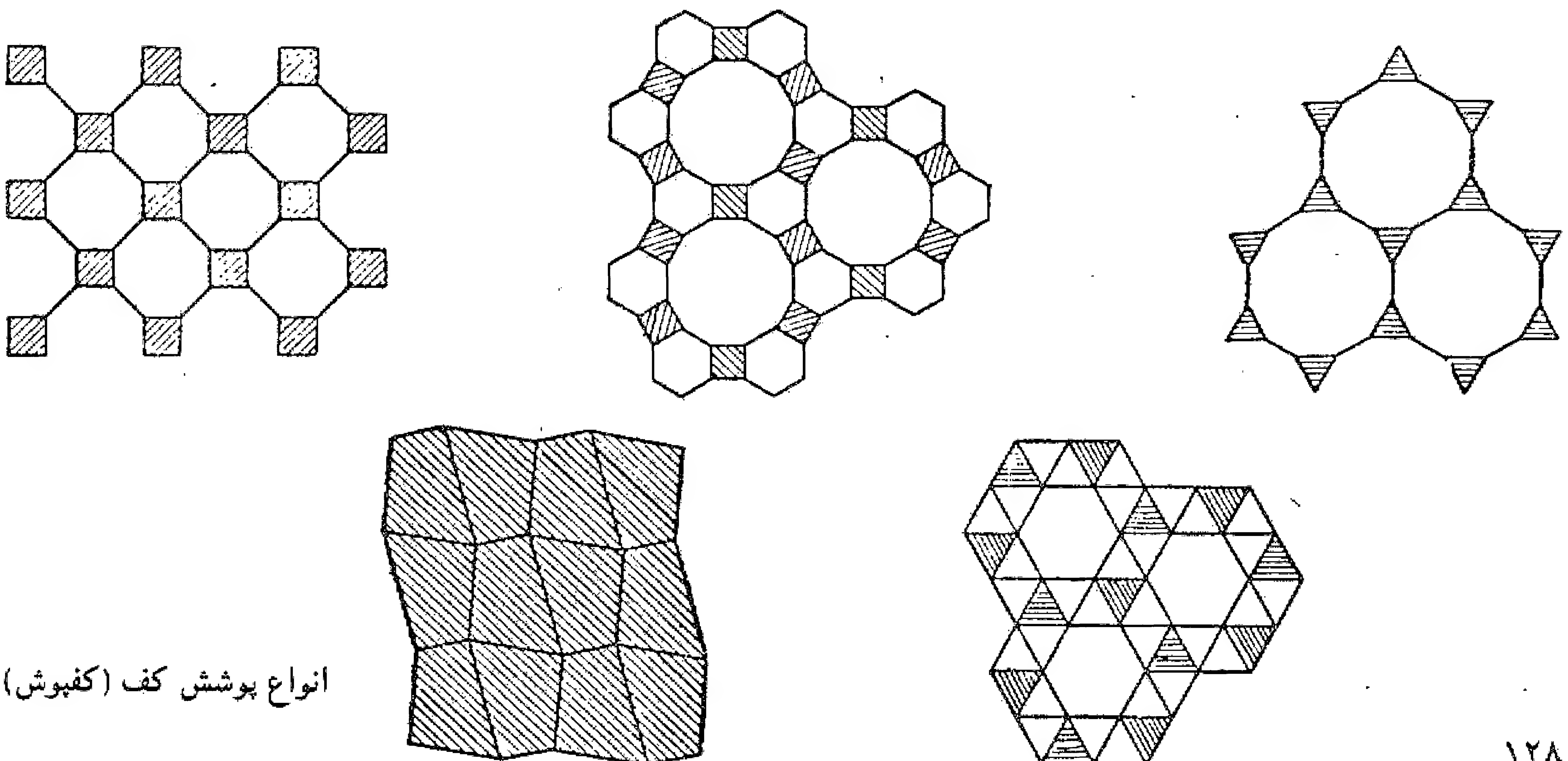
و چنانچه بخواهیم در یك نقطه پنج چند ضلعی منتظم با یکدیگر ترکیب شوند. بدین صورت خواهد بود:

۱- دو سه ضلعی منتظم به اضافهٔ دو چهار ضلعی که در چهار حالت ترکیب می شوند.

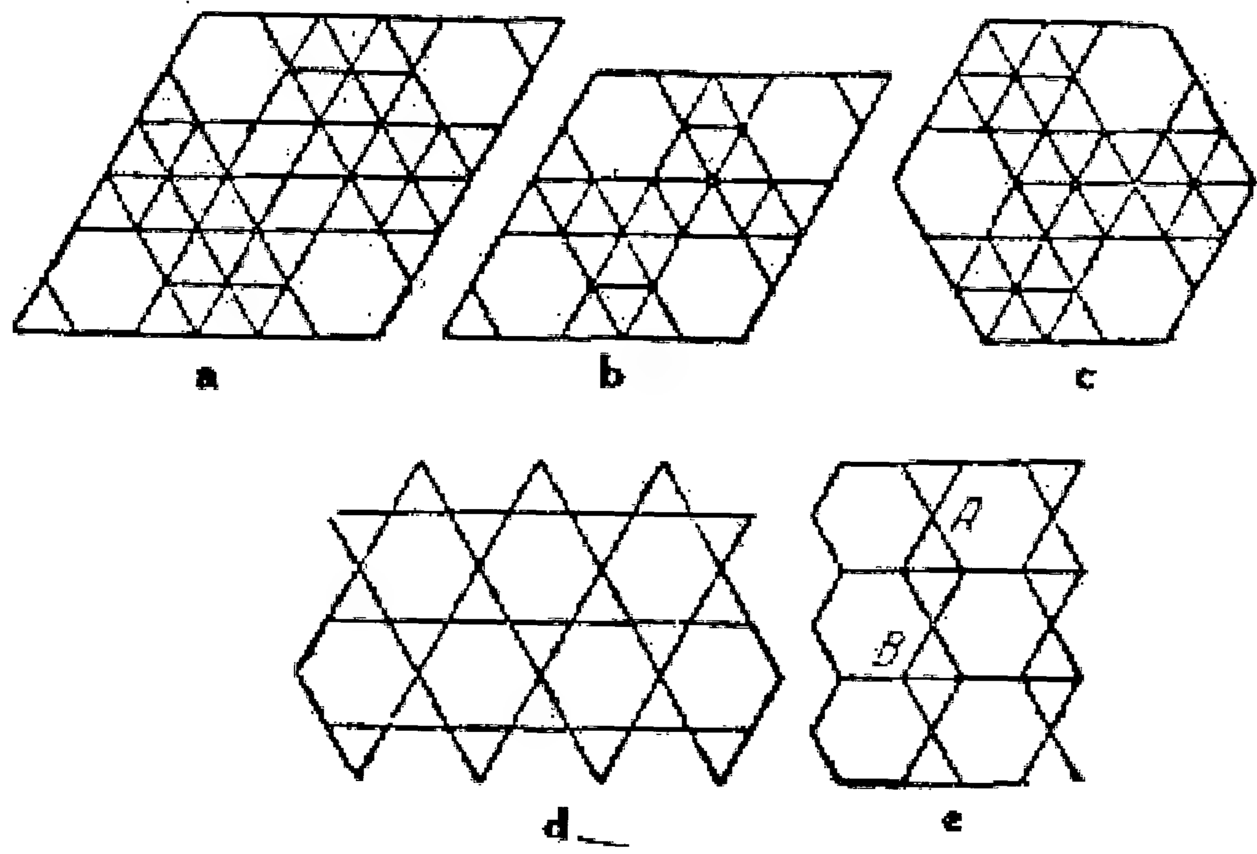
۲- چهار سه ضلعی منتظم به اضافهٔ یك شش ضلعی منتظم که تنها با یك حالت ترکیب می شوند.

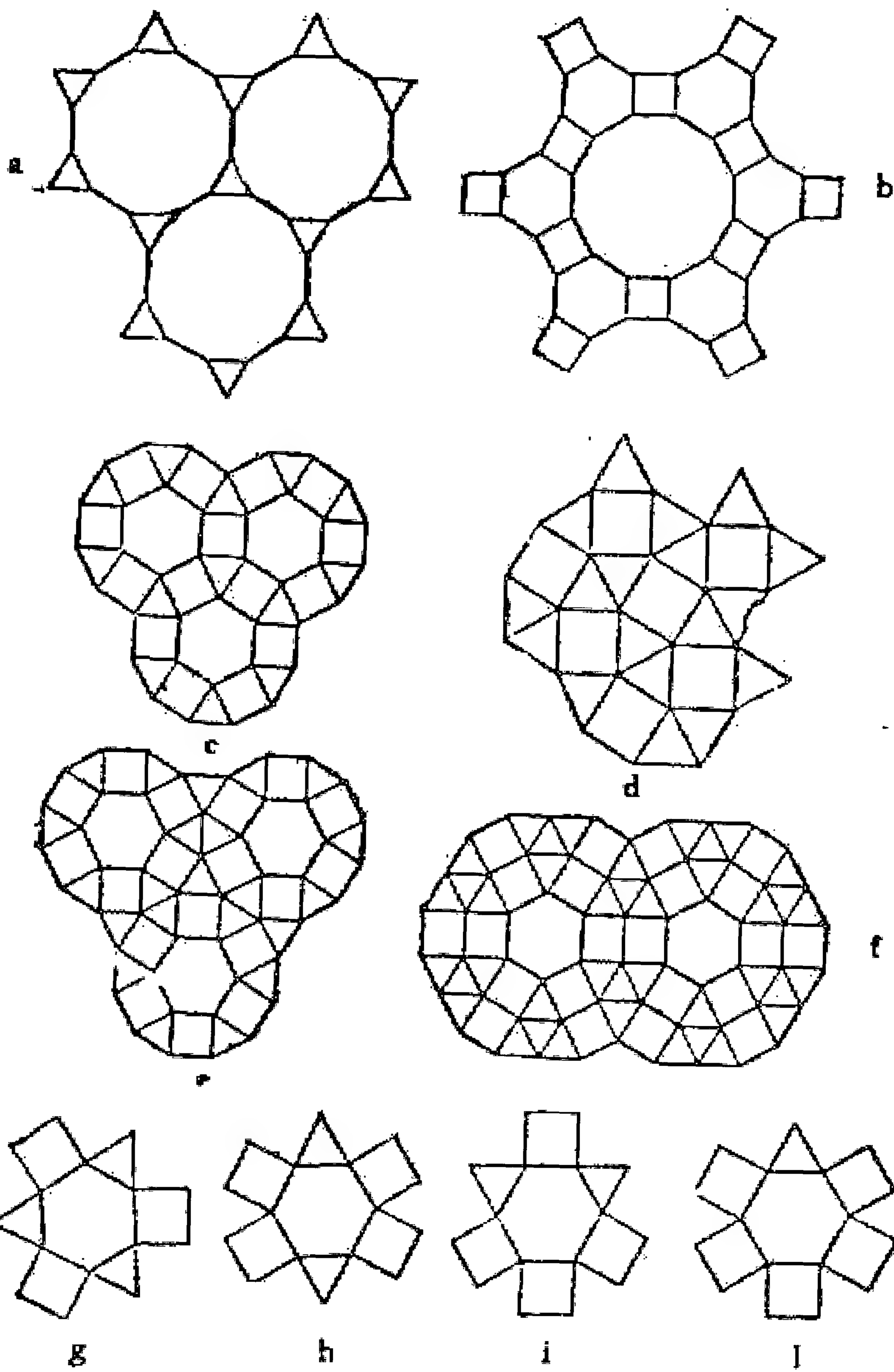
و بالاخره در ترکیب شش چند ضلعی منتظم در یك نقطه فقط می توان یك حالت ترکیب به دست آورد.

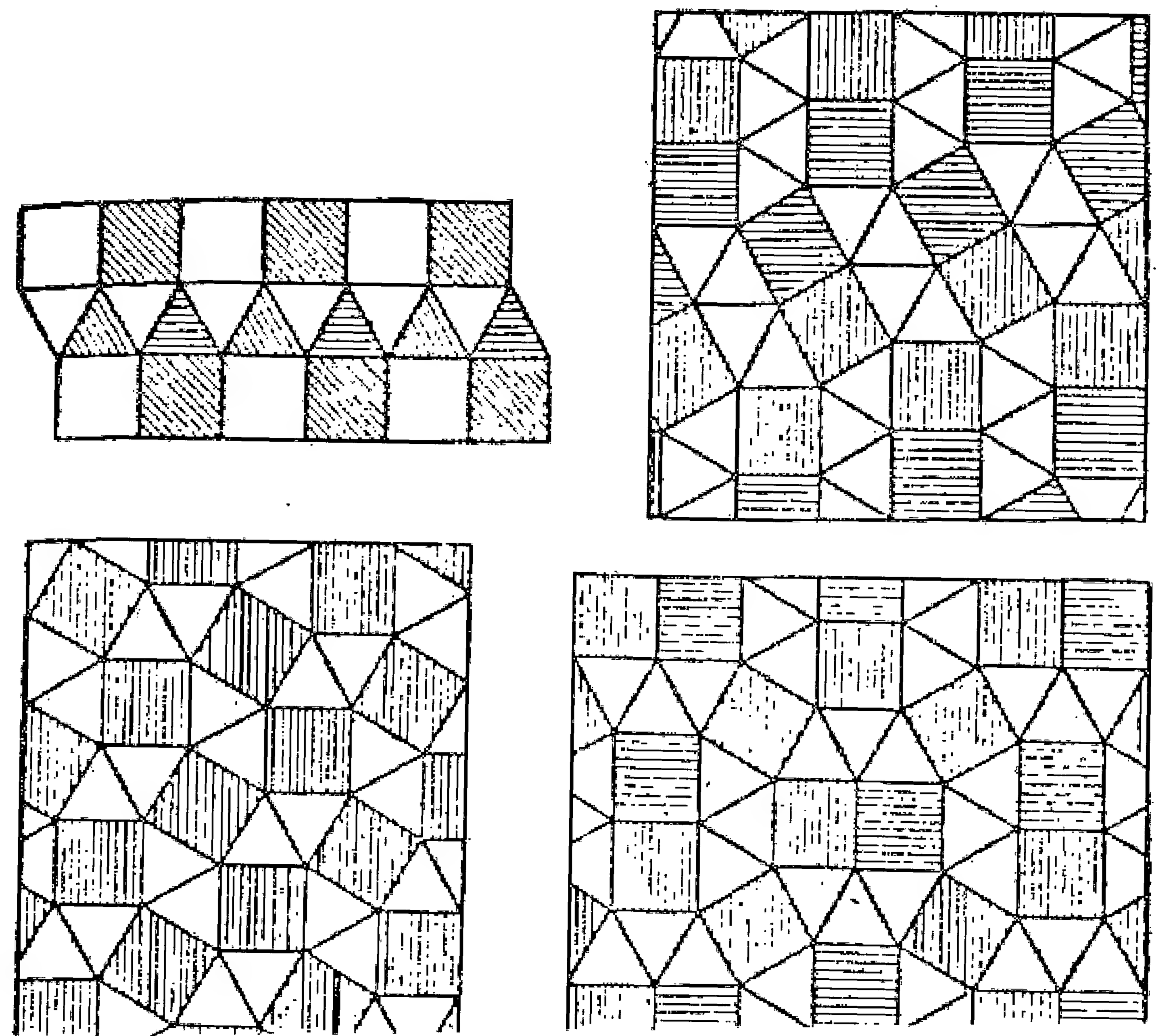
در هر حال چنانچه در یك چهار ضلعی مجموع چهار زاویهٔ داخلی آن ۳۶۰ درجه باشد از ترکیب قطعات مشابه آن در جنب هم می توان سطحی را پوشاند و همین موضوع موجب استفاده از تنها چند ضلعی غیر منتظم در کف پوشها می باشد که با صرفه جویی زیاد قرین است.



انواع پوشش کف (کفپوش)

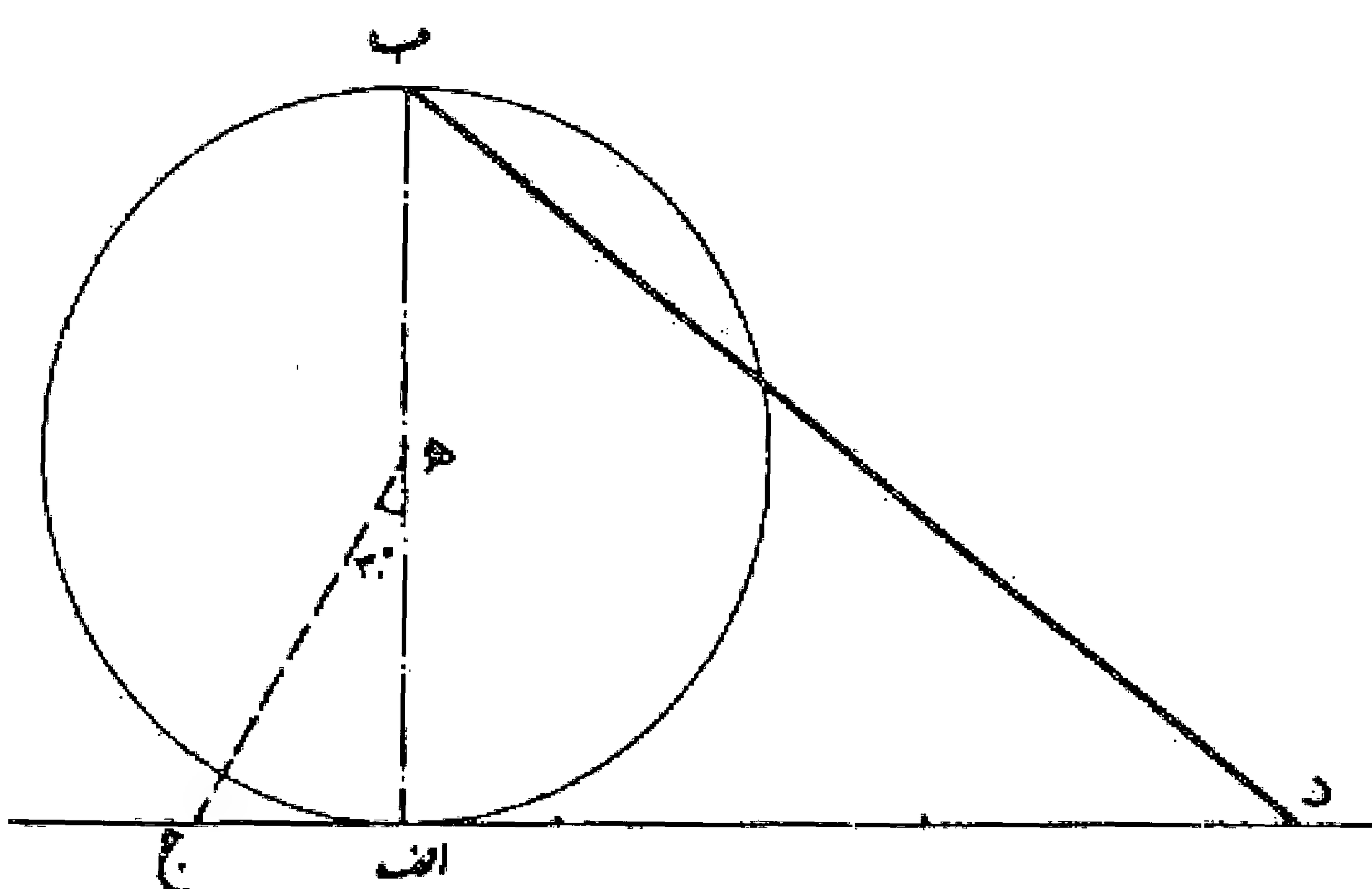






مسئلهٔ ۹۳

مسئله تبدیل محیط دایره به خط راست: می‌خواهیم محیط دایرهٔ هـ به شعاع هـ ب را به پاره خط راست تبدیل کنیم. ابتدا قطر ا ب را می‌کشیم. سپس از نقطهٔ ا خط عمودی از آن اخراج می‌نماییم و بعد خط هـ جـ را از نقطهٔ هـ به طوری رسم می‌کنیم که با خط هـ ا زاویهٔ ۳۰ درجه تشکیل دهد، آنگاه از نقطهٔ جـ روی امتداد خط جـ ا به اندازهٔ سه برابر شعاع دایره نقطهٔ د را نشان می‌نماییم و خط د ب را پیوند می‌دهیم، این خط معادل نصف محیط دایره می‌باشد. در این ترسیم اشتباه کمتر از ۰/۰۰۰۲ می‌باشد.



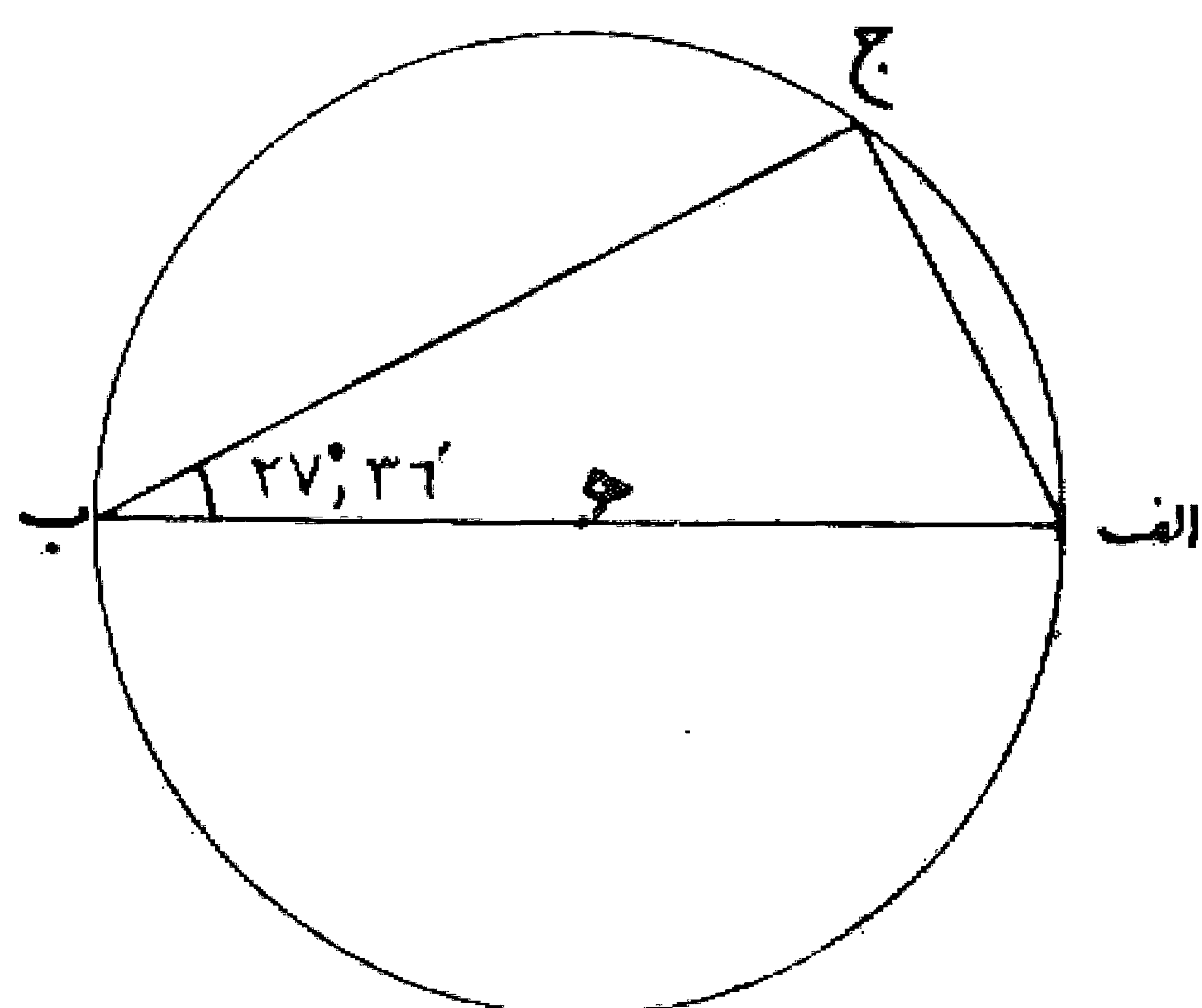
مسئلهٔ ۹۴

تربیع دایره: یکی از مسائل مهمی که مورد نظر دانشمندان ریاضی می‌باشد مسئلهٔ تربیع دایره است، یعنی پیدا کردن مربعی که سطح آن مساوی سطح دایرهٔ مفروض باشد. نمونه‌ای از بررسیها و راه حلهای ارائه شده در این مورد به شرح زیر آورده می‌شود:

مساحت دایره مساوی است با عدد پی ضرب در مجذور شعاع و به عبارت دیگر شعاع ضرب در شعاع ضرب در عدد پی، یعنی مستطیلی که یك ضلع آن شعاع و ضلع دیگر آن شعاع در عدد پی باشد که البته چون عدد پی عدد گنگ می‌باشد رسم دقیق آن غیرممکن است، ولی تقریب آن در حد احتیاجات زندگی امکان‌پذیر است. عدد پی معادل مقدار ۳/۱۴۱۵۹۲۶ است.

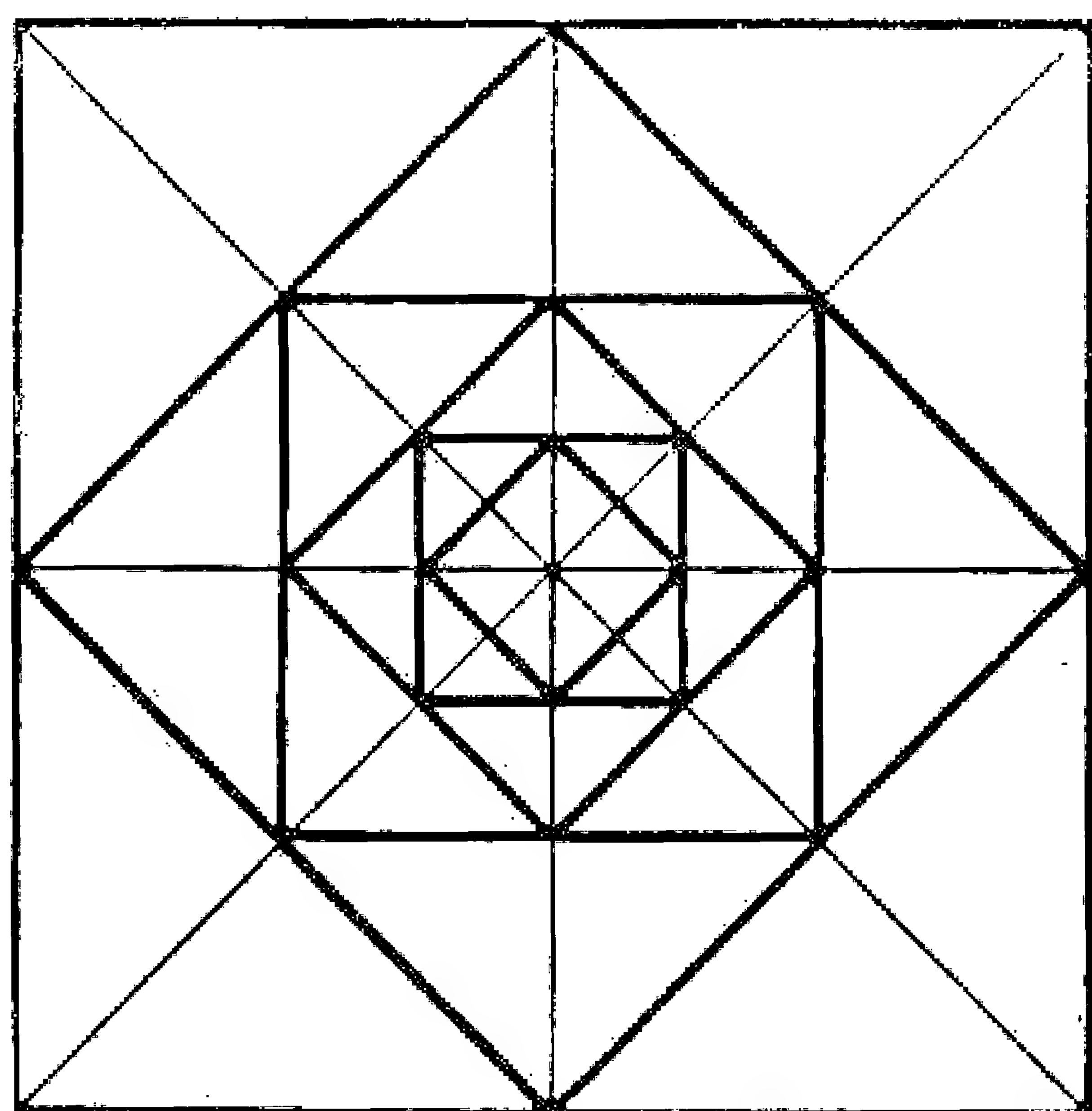
مسئلهٔ ۹۵

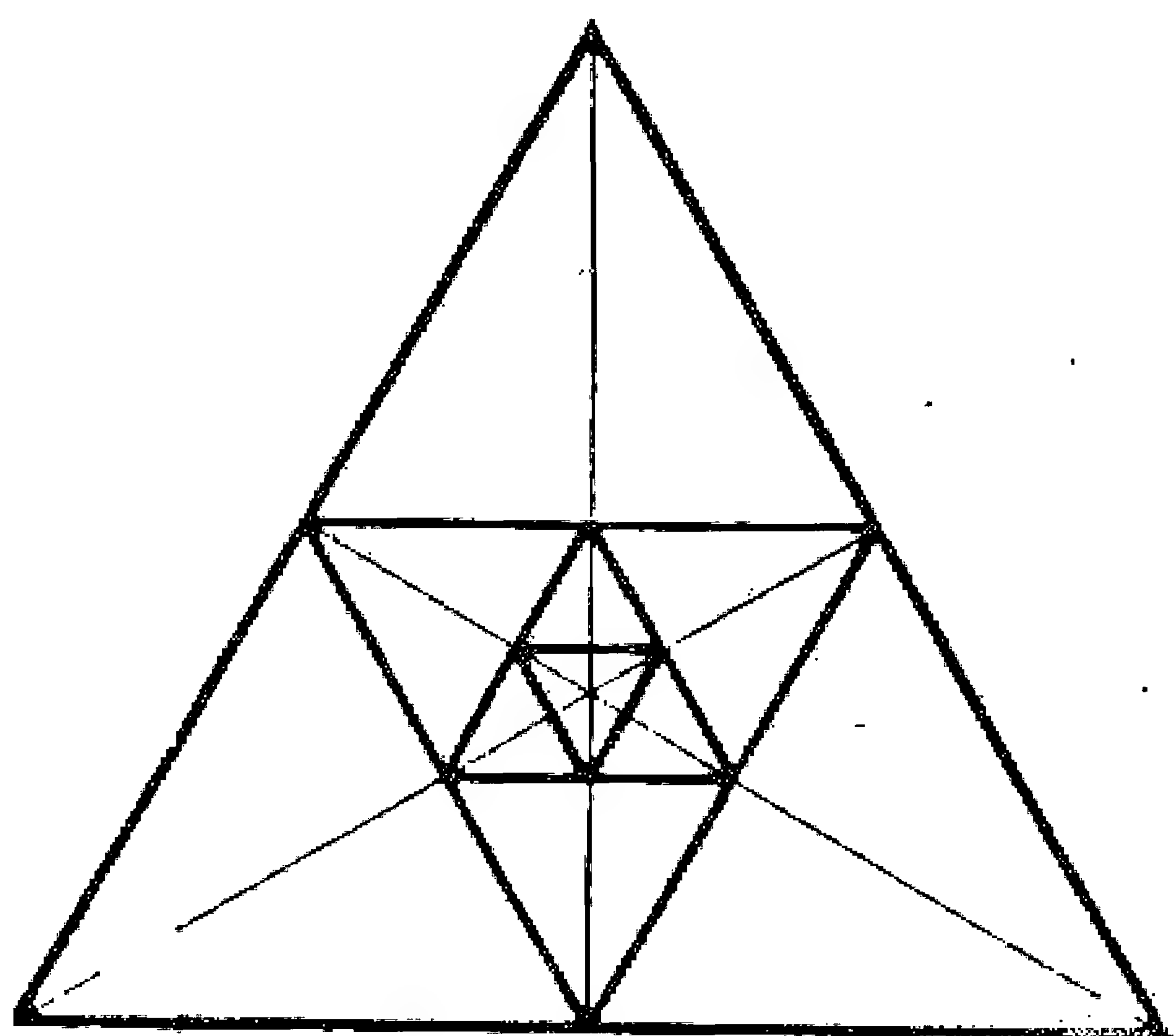
یکی از راههای تقریبی، کشیدن مثلث بنگا می باشد. یعنی در دایره ای به نحوی زاویه با قطر را انتخاب می کنیم که وتر حاصل، مساوی ضلع مربع مورد نظر باشد که با محاسبات انجام شده این زاویه در حدود ۲۷ درجه و ۳۶ دقیقه است. یعنی وتر کشیده شده در دایره که با قطر، زاویهٔ ۲۷ درجه و ۳۶ دقیقه را بسازد ضلع مربعی را به دست می دهد که مساحت آن معادل مساحت آن دایره خواهد بود. و چنانچه مثلث قائم الزاویهٔ ا ب جـ را در نظر بگیریم که زاویهٔ ب آن معادل ۲۷ درجه و ۳۶ دقیقه و زاویهٔ ا معادل ۶۲ درجه و ۲۴ دقیقه باشد و با توجه به اینکه تانژانت زاویهٔ ب معادل ۰/۵۲۳ و یا ۲۳/۴۴ است، اضلاع مجاور زاویهٔ قائمه دارای نسبت ۲۳ به ۴۴ خواهد بود. به عبارت دیگر اگر مثلث قائم الزاویه ای بسازیم که یك ضلع آن ۲۳، ضلع دیگر آن ۴۴ باشد، این مثلث مطلوب خواهد بود که با آن می توان برای هر دایرهٔ مفروض ضلع مربع معادل آن را به دست آورد.

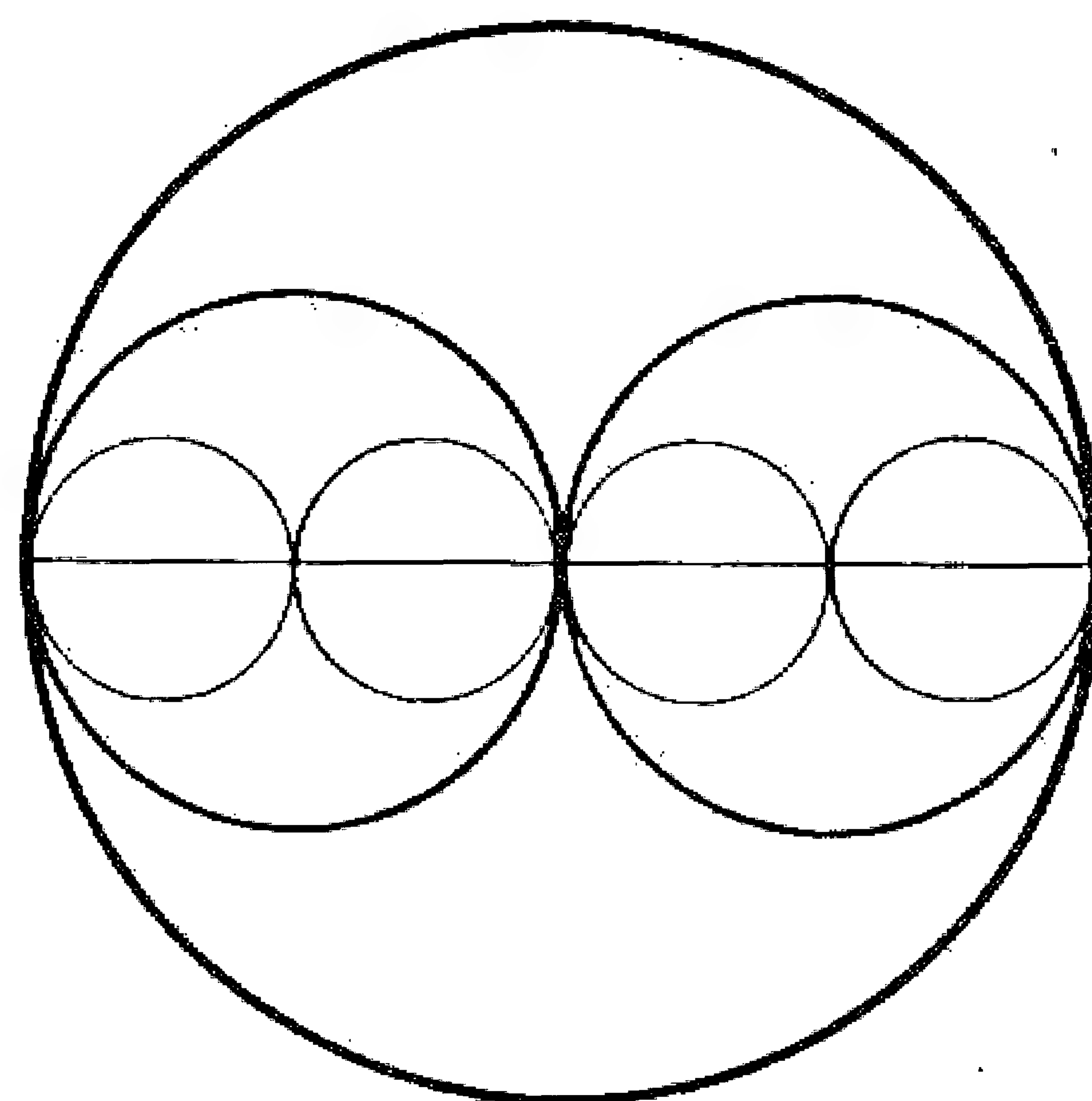


مسئلهٔ ۹۶

تصاعد هندسی در مثلث و مربع و دایره: با اتصال وسط اضلاع به یکدیگر اشکال مشابه که سطح و محیط آنها با یکدیگر تصاعد هندسی را تشکیل می دهند به دست آید. که، حد مساحت مربعها و حد مجموع محیط مربعها و همچنین حد مجموع مساحت مثلثها و حد مجموع محیط مثلثها دیده می شود که مقدار ثابتی می باشند. و در دایره ای به شعاع R با بُعدهای $\frac{R}{۲}$ و $\frac{R}{۴}$ و.... مجموع محیط دایره ها با شعاع مشترك مقداری ثابت است و حد مجموع مساحت دایره ها هم مقدار ثابتی است.







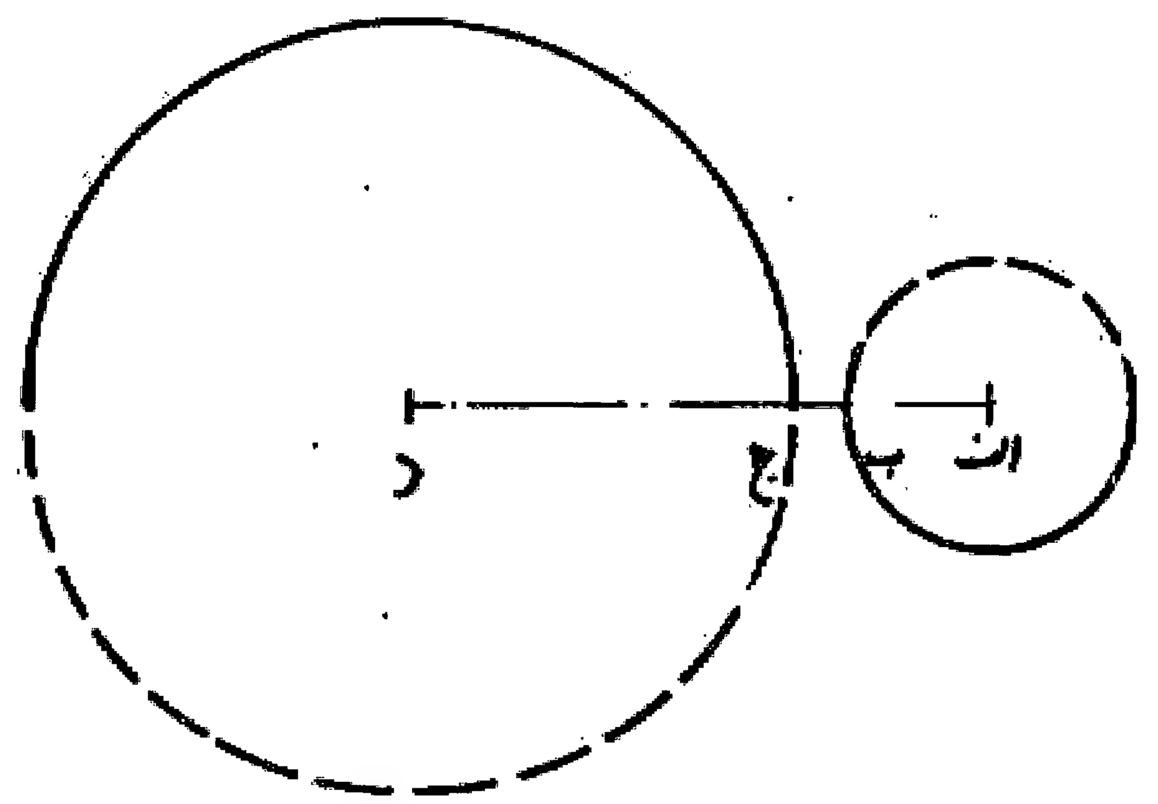
فصل

مسئلهٔ ۹۷

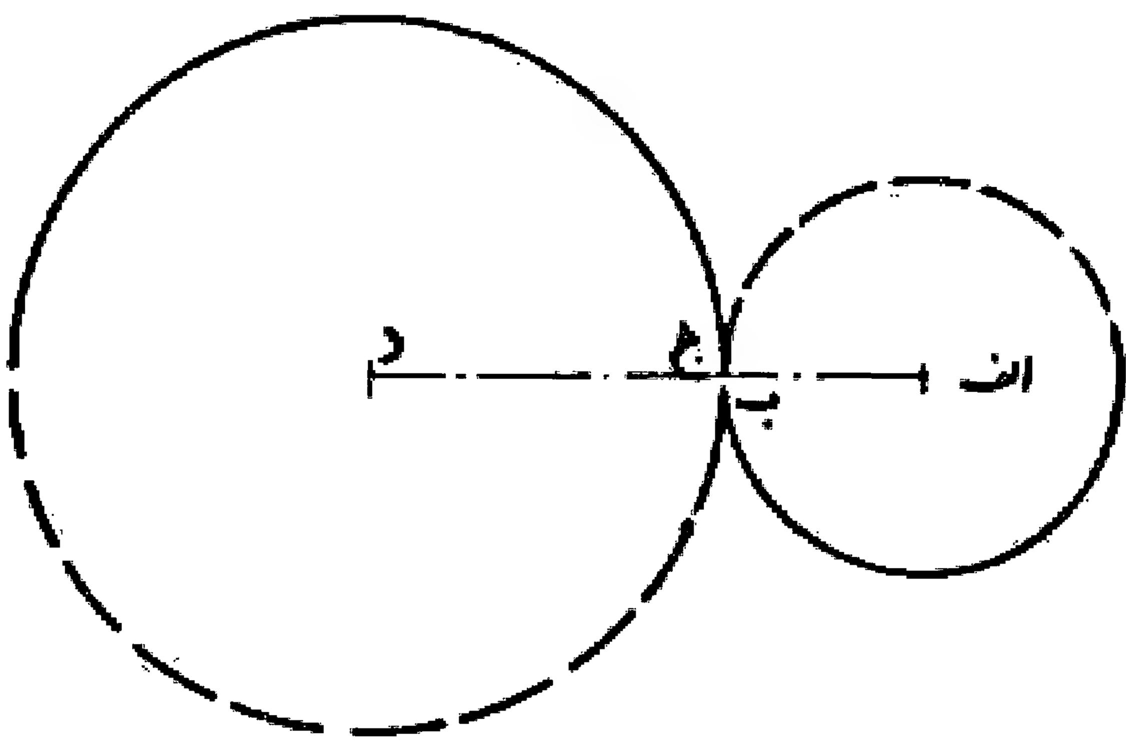
تعریف

نسبت دو دایره به یکدیگر:

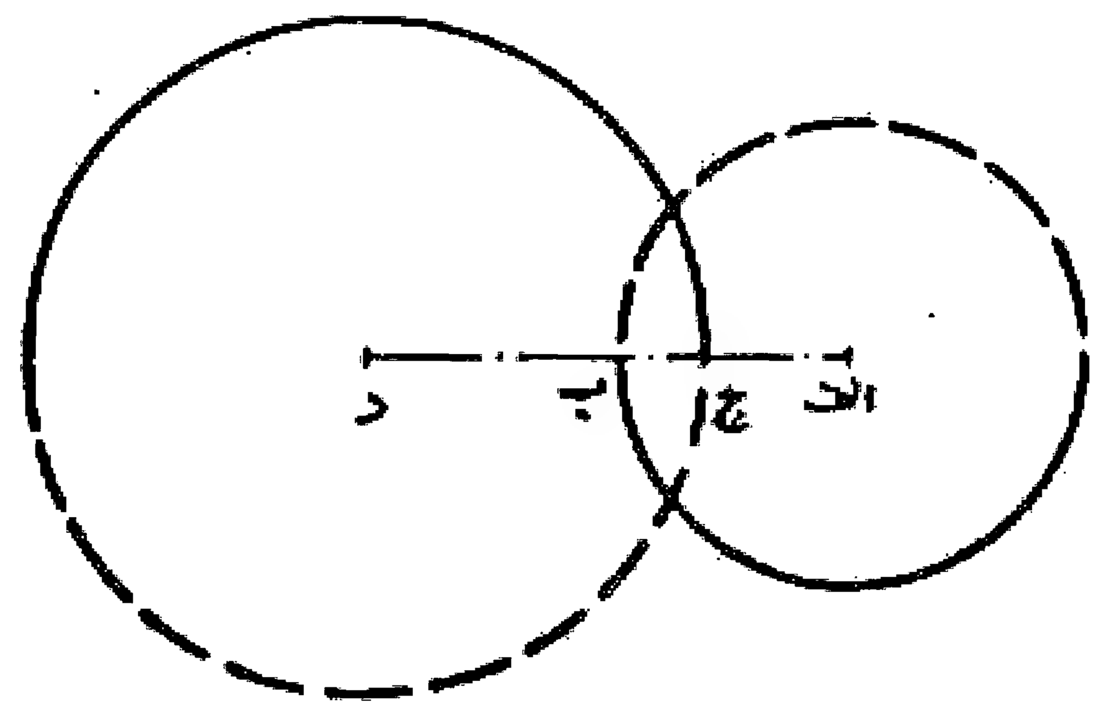
۱ـ اگر طول خط المرکزین بزرگ‌تر از مجموع دو شعاع باشد، دو دایره را متخارج گویند: ب جـ + جـ د + ا ب = ا د



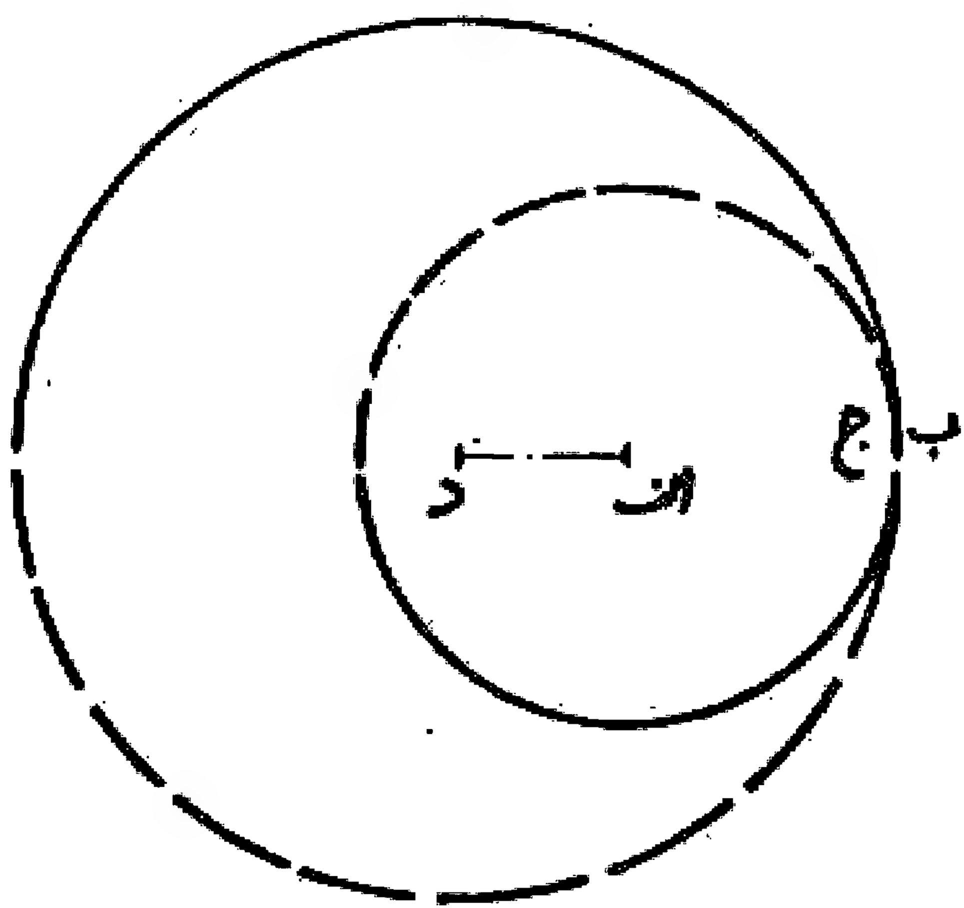
۲ـ اگر طول خط المرکزین مساوی مجموع دو شعاع باشد، دو دایره مماس خارجی می‌باشند: ب د + ا ب = ا د



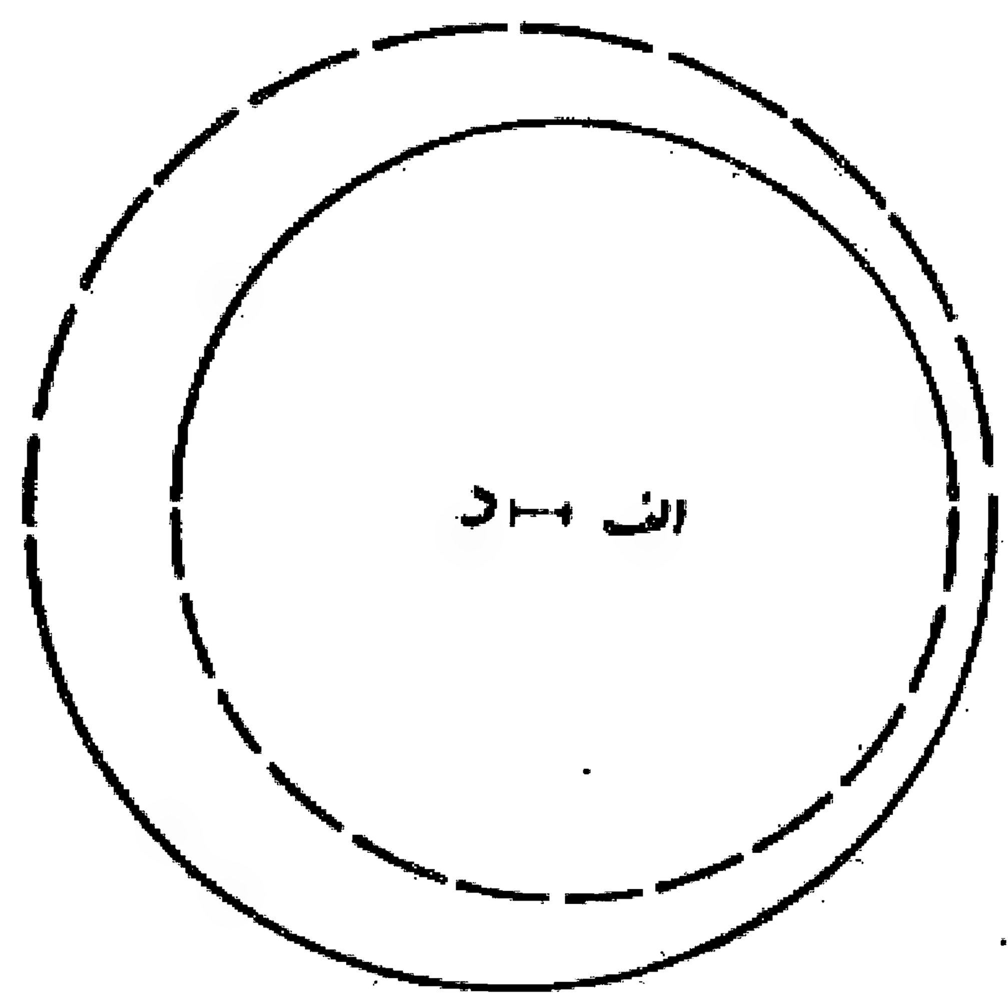
۳ـ اگر طول خط المرکزین کوچک‌تر از مجموع دو شعاع باشد، دو دایره متقاطع اند: جـ ب - جـ د + ا ب = ا د



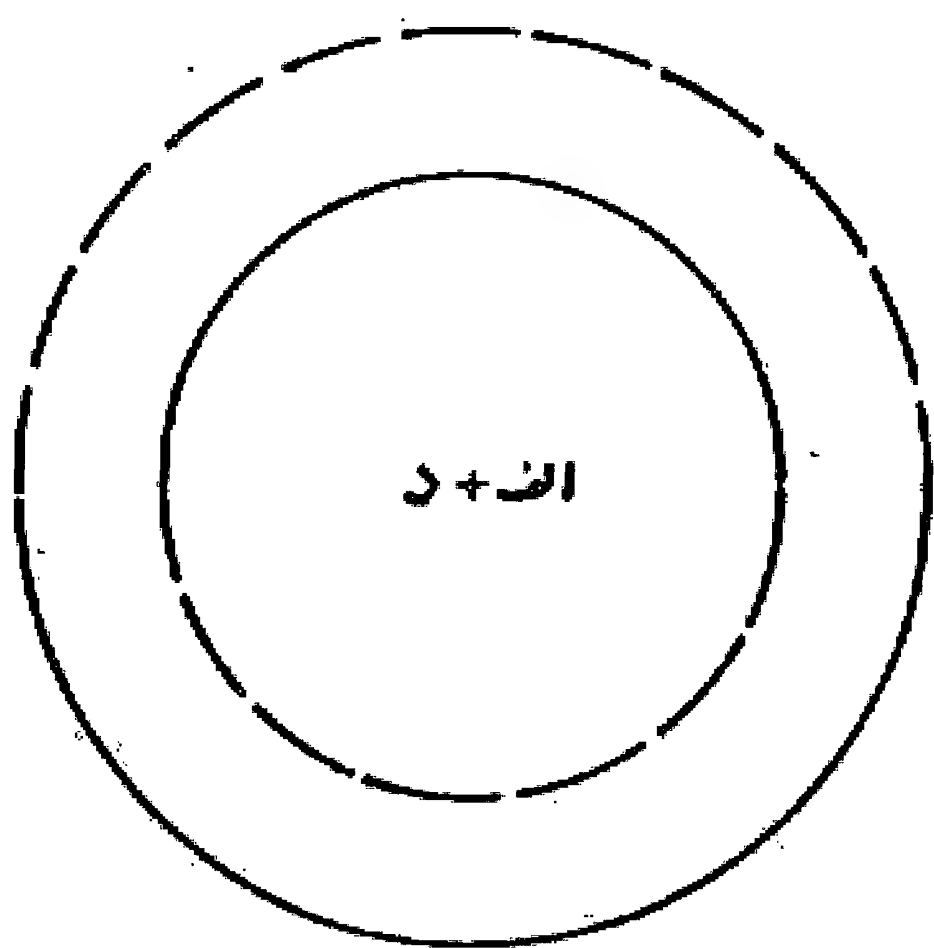
۴ـ اگر طول خط المرکزین مساوی تفاضل دو شعاع باشد، دو دایره مماس داخلی می‌باشند: ا ب - جـ د = ا د



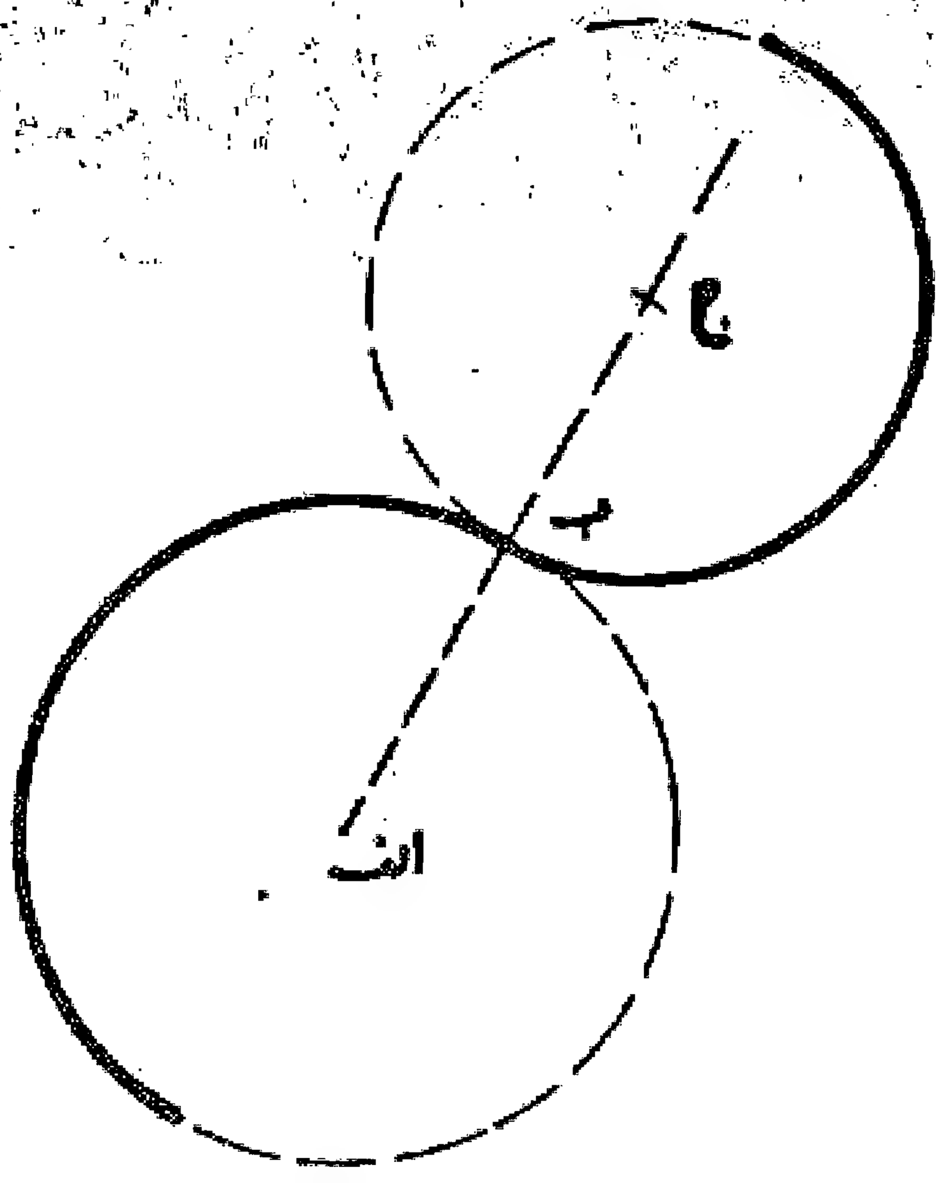
۵ـ اگر طول خط المرکزین کوچک‌تر از تفاضل دو شعاع باشد در این صورت دو دایره را متداخل می‌گویند.



۶ـ چنانچه دو مرکز برهم منطبق باشند دو دایره متحدالمرکز هستند.

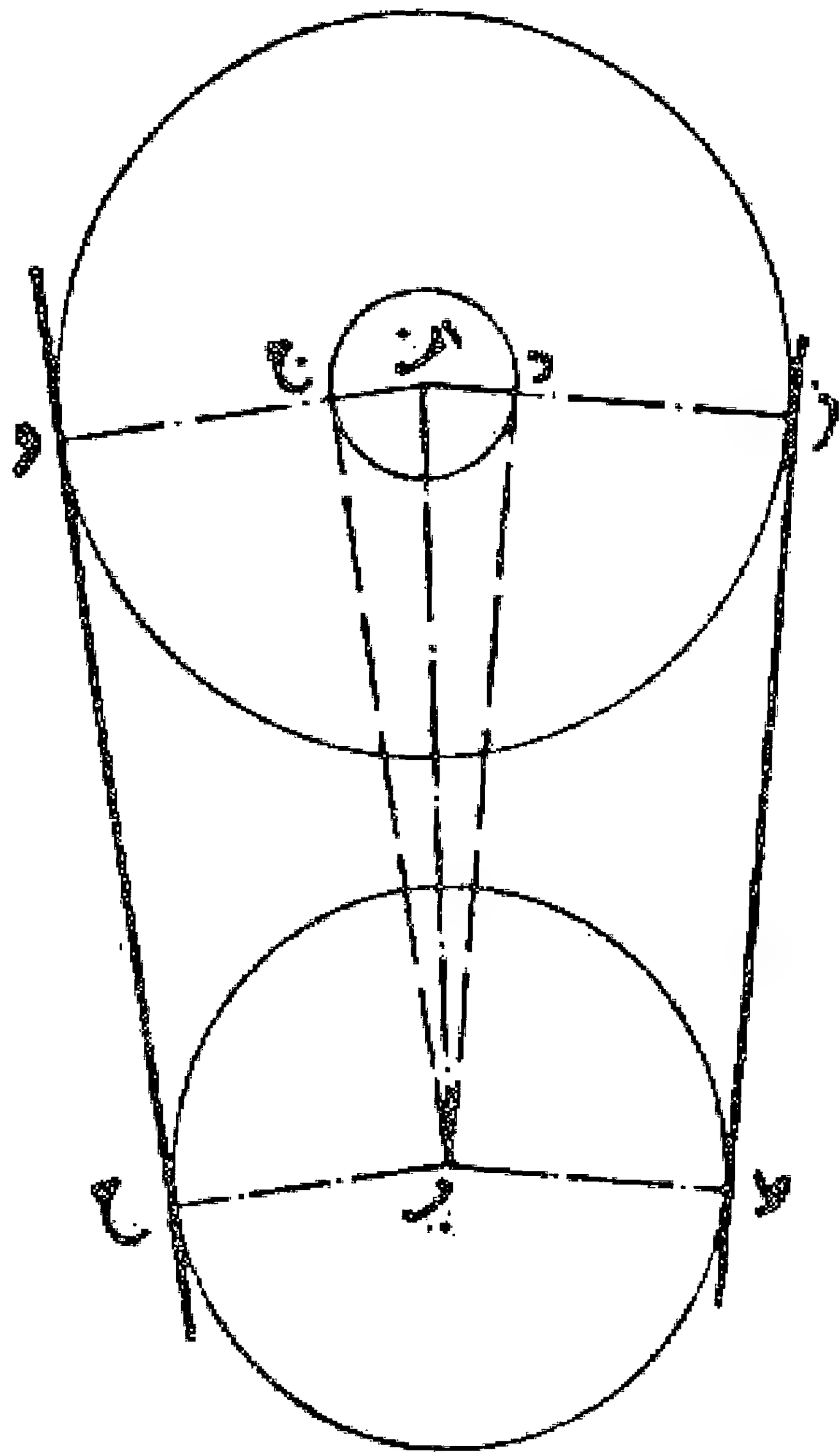


مسئلهٔ ۹۸



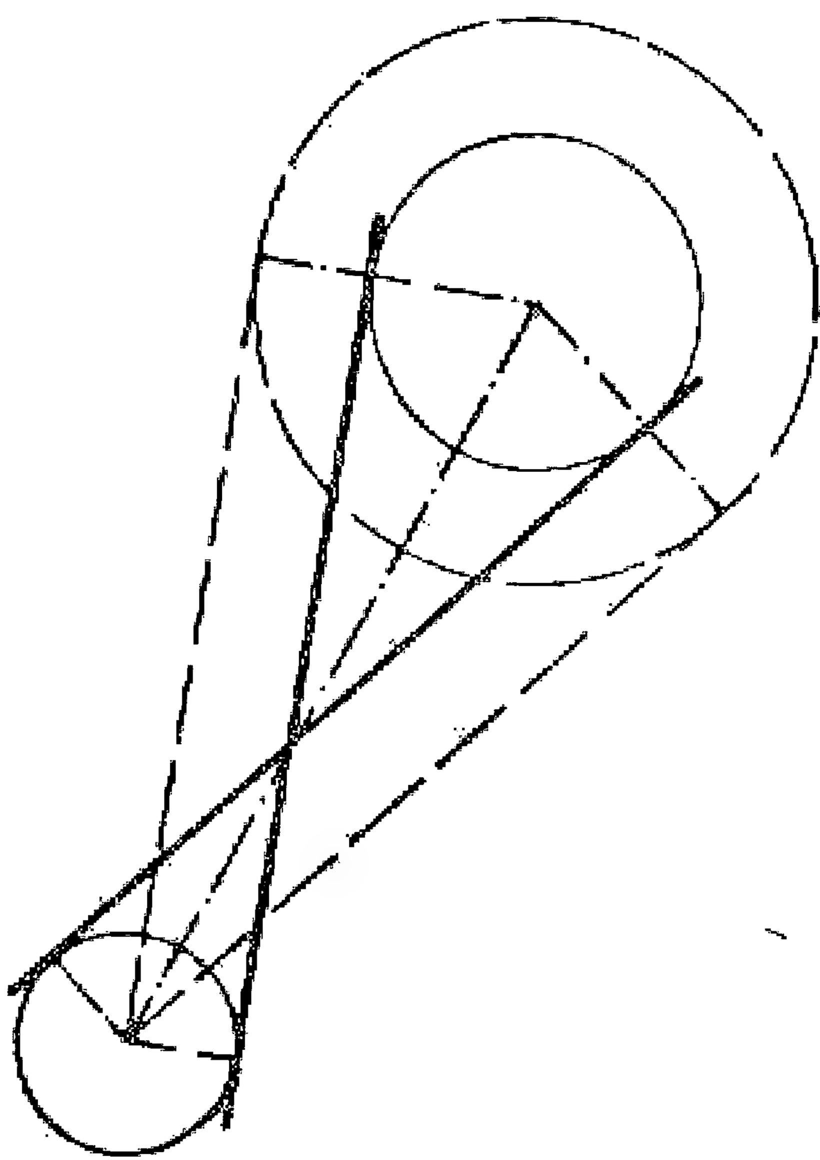
می‌خواهیم از نقطه‌ای واقع روی دایره‌ای دایرهٔ دیگری به شعاع مشخص مماس بر آن رسم کنیم. ابتدا از مرکز دایره خطی به نقطهٔ ب وصل می‌نماییم و به اندازهٔ شعاع دایرهٔ مورد درخواست ادامه می‌دهیم تا نقطهٔ جـ به دست آید. سپس به مرکز جـ و طول ب جـ دایرهٔ مورد نظر را رسم می‌کنیم بدین صورت:

مسئلهٔ ۹۹



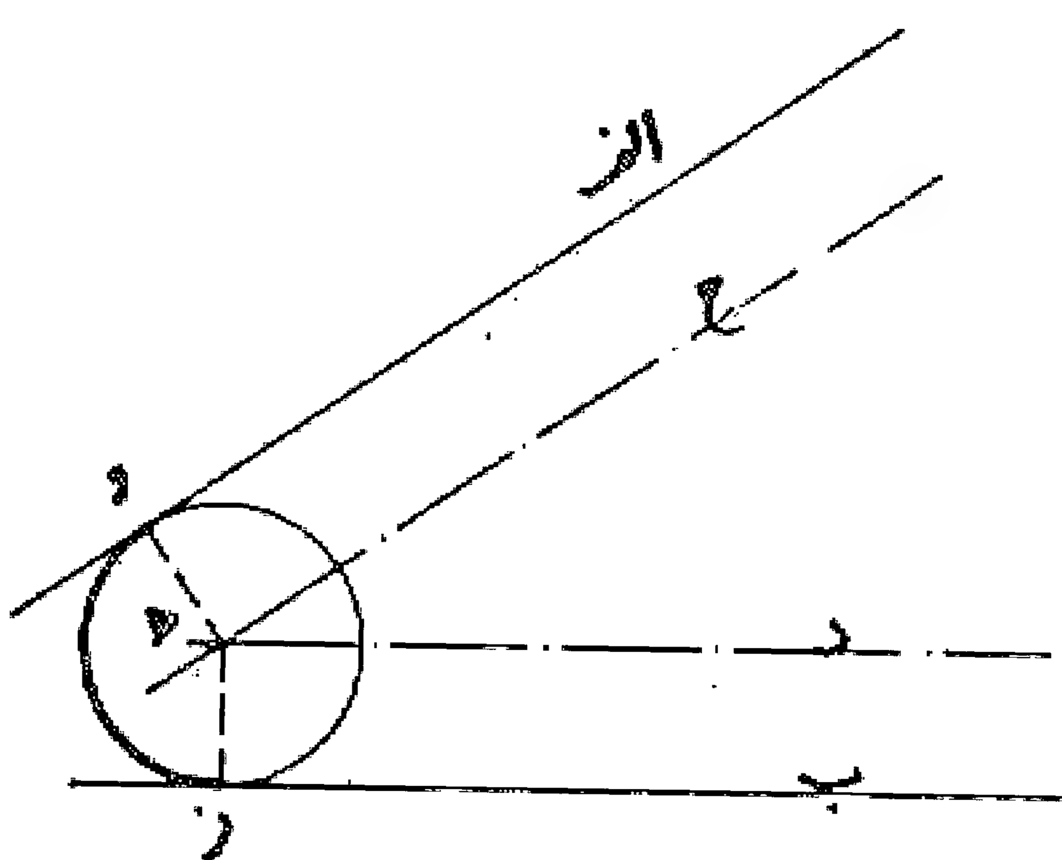
می‌خواهیم خط مماس دو دایره را رسم کنیم: ابتدا در دایرهٔ بزرگ‌تر و به مرکز آن دایره‌ای با شعاع تفاضل دو شعاع دایره رسم می‌نماییم و سپس طبق یکی از روشهای گفته شده از مرکز دایرهٔ کوچك‌تر خط مماسی بر این دایره رسم می‌کنیم. بعد از مرکز دایرهٔ بزرگ‌تر شعاع نقطهٔ تماس را می‌کشیم و ادامه می‌دهیم تا دایرهٔ بزرگ‌تر را قطع کند و همین طور از مرکز دایرهٔ کوچك‌تر شعاع موازی این شعاع را رسم می‌نماییم تا دایره کوچکتر را قطع نماید. حال با اتصال این دو نقطه خط مماس به دست می‌آید که دیده می‌شود این خط یك خط مماس نظیری هم در طرف دیگر دارد.

مسئلهٔ ۱۰۰



در مسئلهٔ فوق دیده می‌شود چنانچه دایره‌ای مساوی مجموع دو شعاع، رسم کنیم و روش رسم را ادامه دهیم دو مماس جدید به دست می‌آید که آنها را مماسهای داخلی می‌گویند، چنانکه مماسهای وضع اول را مماسهای خارجی نامند. بدین صورت:

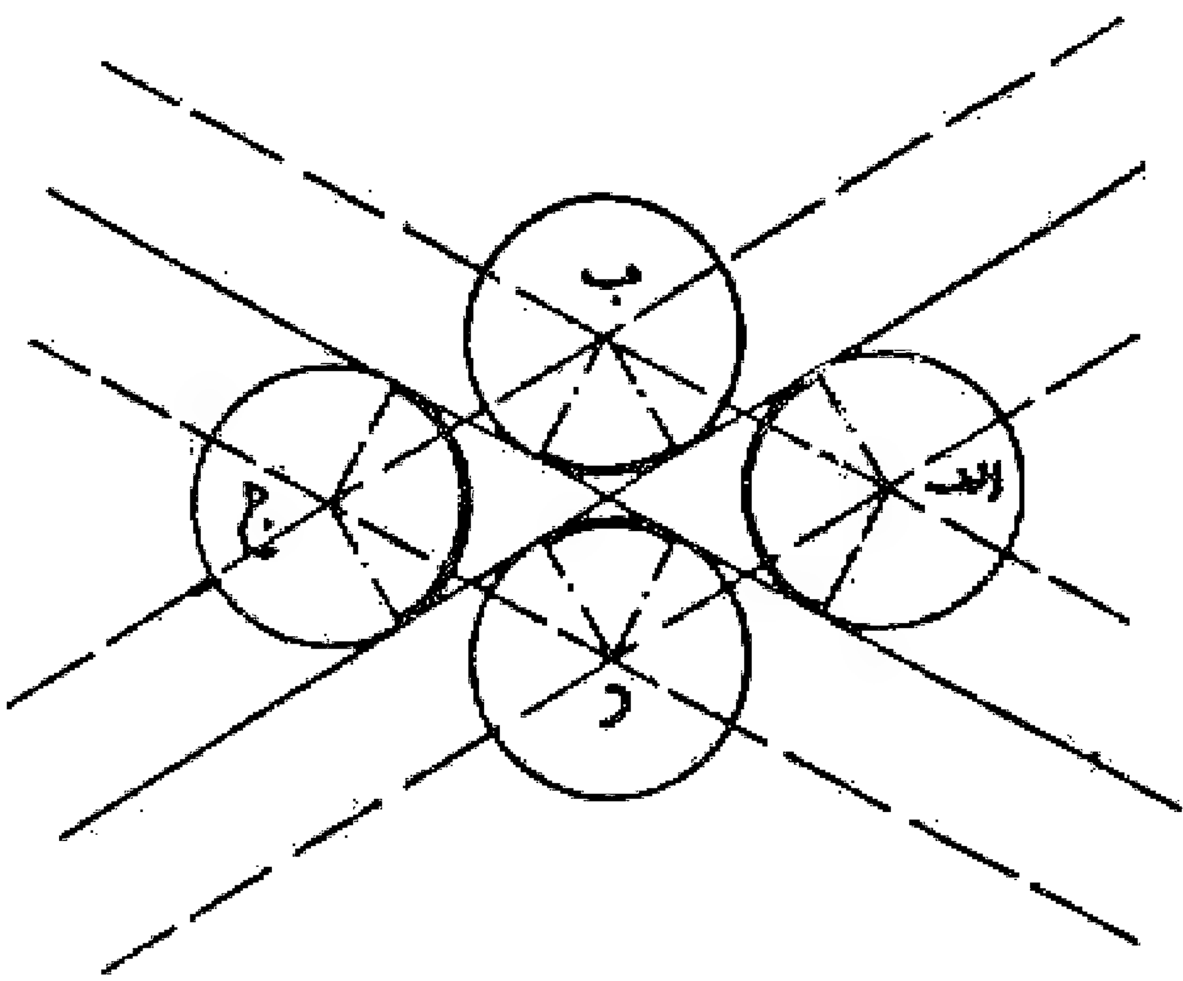
مسئلهٔ ۱۰۱



می‌خواهیم دایره‌ای رسم کنیم که با دو خط مماس باشد: ابتدا دو خط موازی به فاصلهٔ شعاع دایرهٔ دلخواه با دو خط داده شده رسم می‌نماییم تا یکدیگر را در نقطهٔ هـ قطع کنند. بعد به مرکز این نقطه و شعاع داده شده دایره را رسم می‌نماییم بدین صورت:

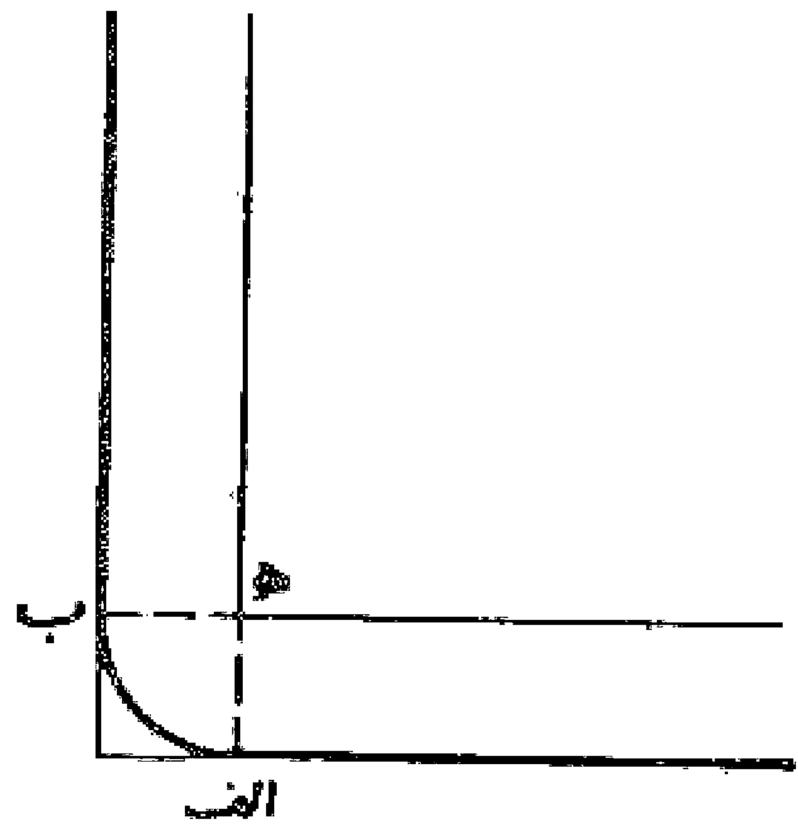
مسئلهٔ ۱۰۲

اگر دو خط متقاطع باشند چهار قوس در طرفین تقاطع با شعاع واحد بر آنها با همان روش مسئلهٔ قبل، می توان مماس رسم کرد. با توجه به اینکه باید خطوطی که با فاصلهٔ شعاع دایره به موازات دو خط رسم می کنیم در طرفین آن خطوط باشد تا محل تلاقی آنها یعنی مرکز قوسها به دست آید. بدین صورت:



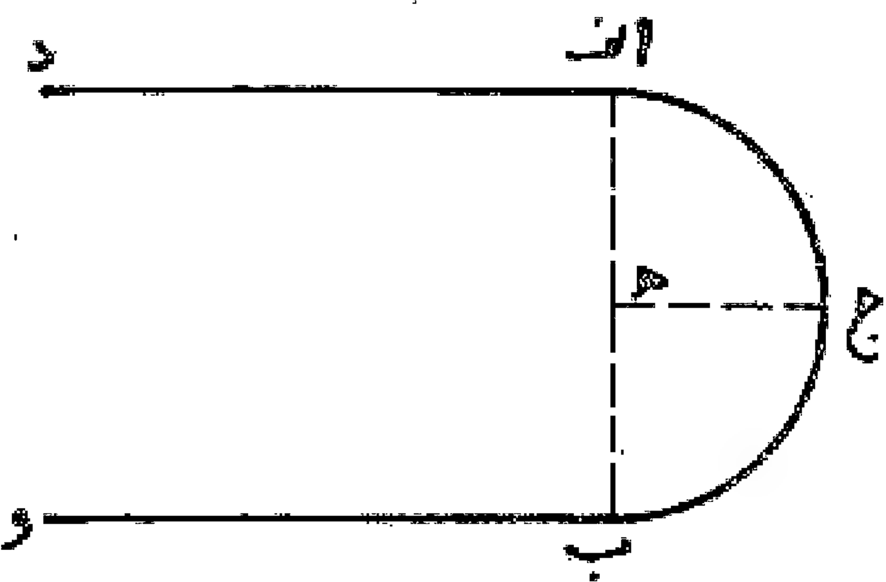
مسئلهٔ ۱۰۳

اشکال دیگر در رسم دایره ای که (قوسی که) با شعاع مشخص با دو خط مماس باشد: هـ ب مساوی هـ ا مساوی شعاع قوس.

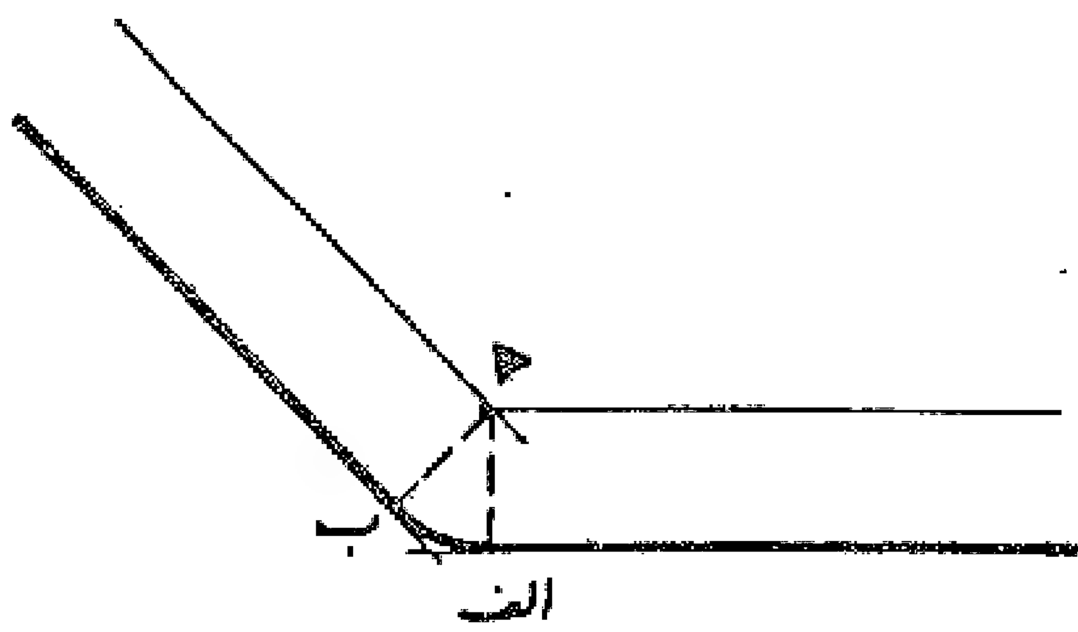


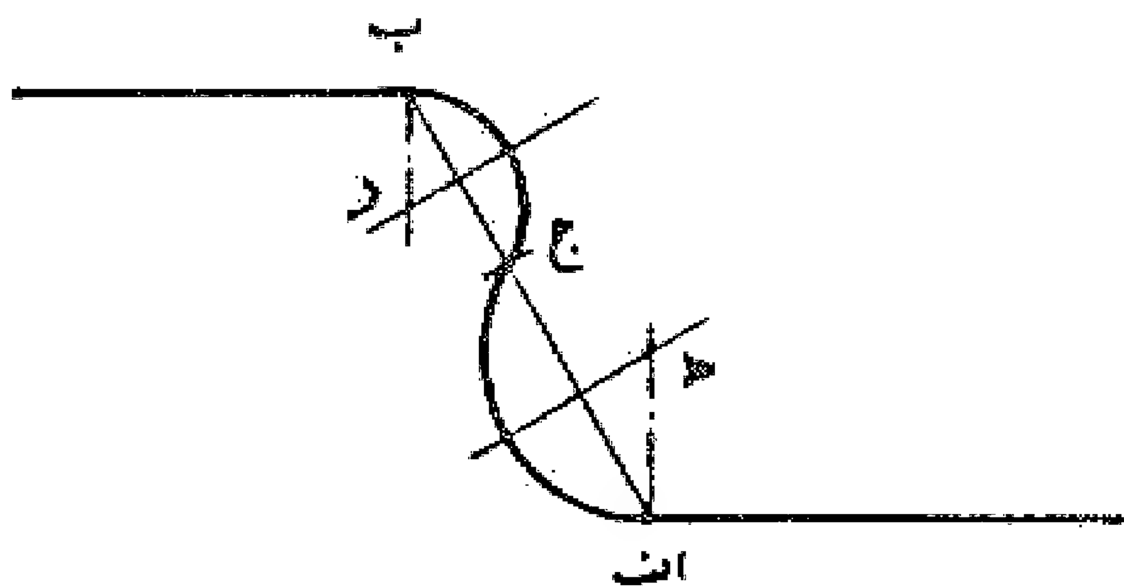
مسئلهٔ ۱۰۴

۱ـ دو خط اد و ب و موازی یکدیگر: مرکز قوس ازدو خط به یك فاصله یعنی ا هـ مساوی هـ ب است.



۲ـ دو خط موازی: دو نقطهٔ ا و ب روی آنها مشخص ـ خط ا ب را رسم می کنیم و محل تماس جـ را تعیین می نماییم. سپس از نقاط ا و ب دو خط بر خطوط موازی عمود می کنیم تا با خطوط عمود و منصف قطعات ا جـ و ب جـ در نقاط د و هـ تلاقی نمایند. این دو نقطه مرکز دو قوس مماس با یکدیگر و این دو خط با شعاعهای هـ ا و ب د می باشند. بدین شکل که رسم شد.

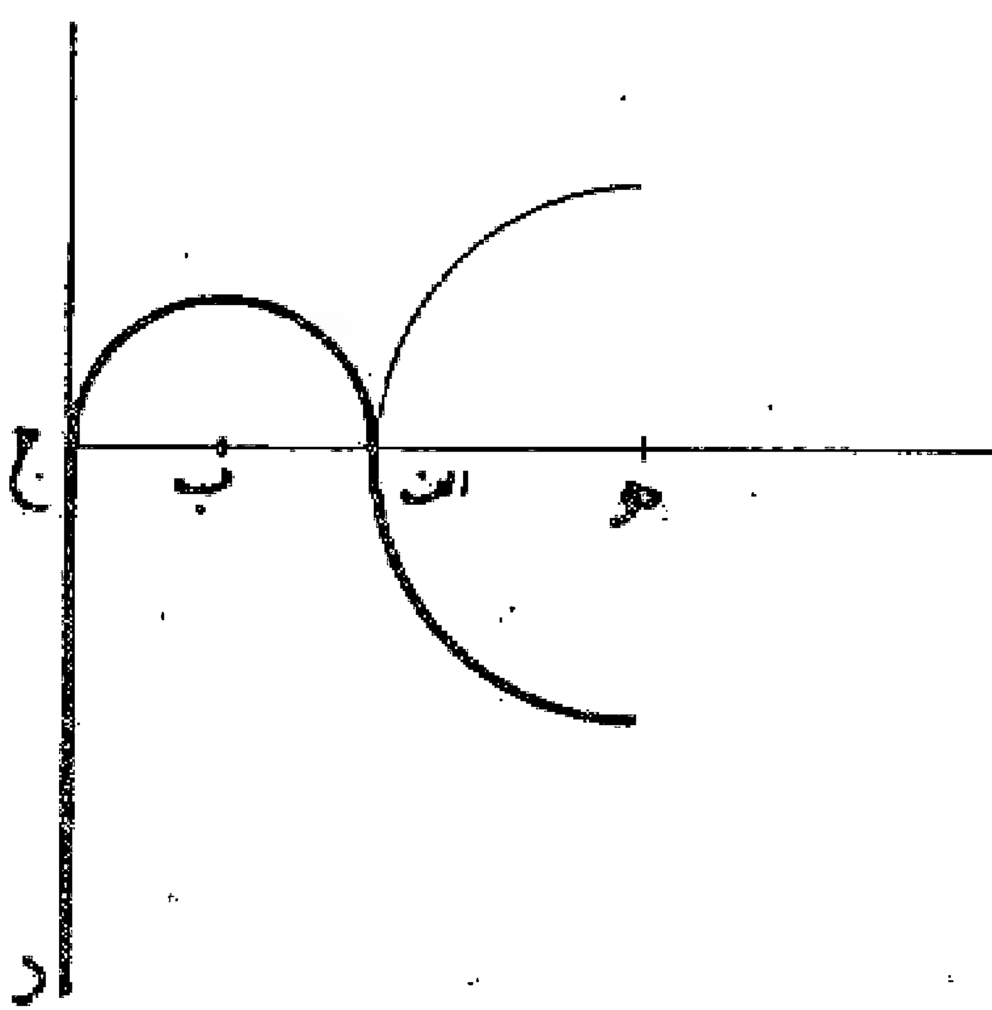




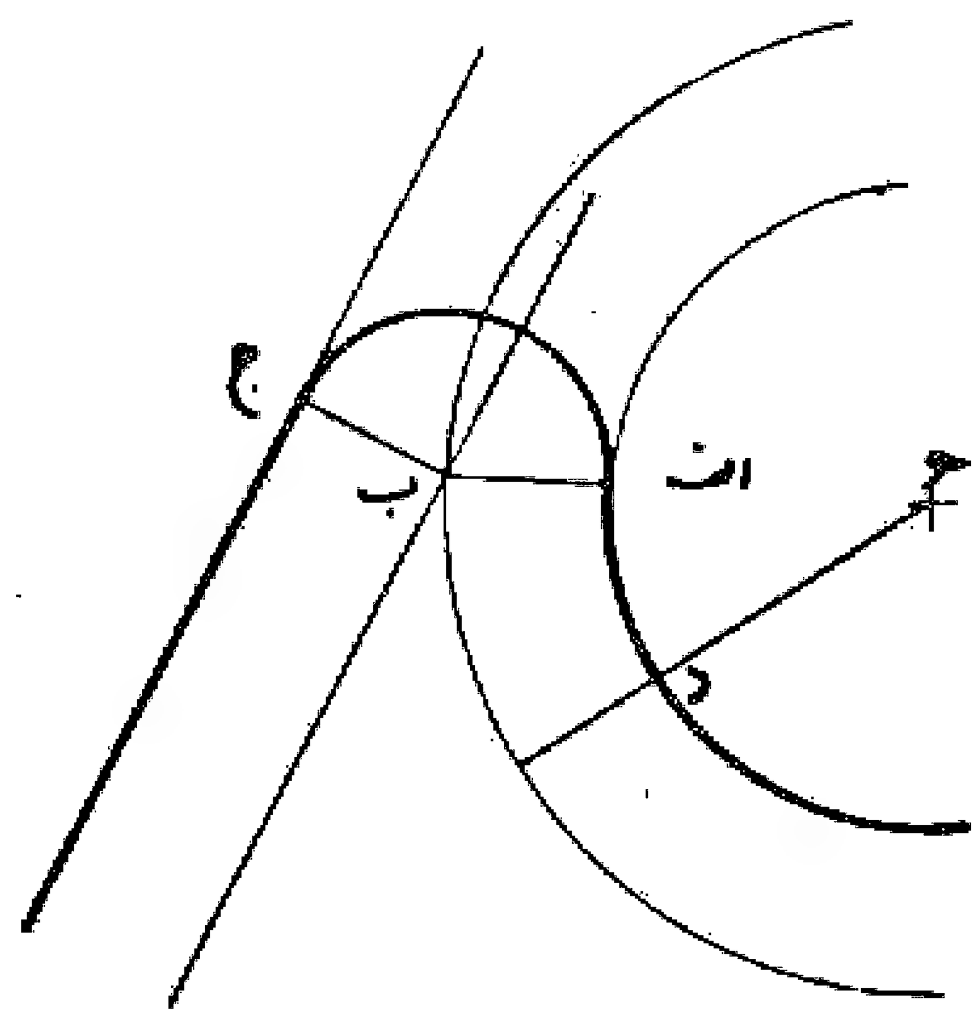
مسئلهٔ ۱۰۵

ترسیم قوسی که بر یك خط و یك قوس دیگر مماس است:

۱ـ از مرکز دایره خطی به خط داده شده عمود می کنیم، سپس فاصلهٔ بین محیط دایره و این خط را به دو نیمه و با آن مرکز و فاصله نصف قوس را رسم می کنیم تا با خط و دایره مماس شود.

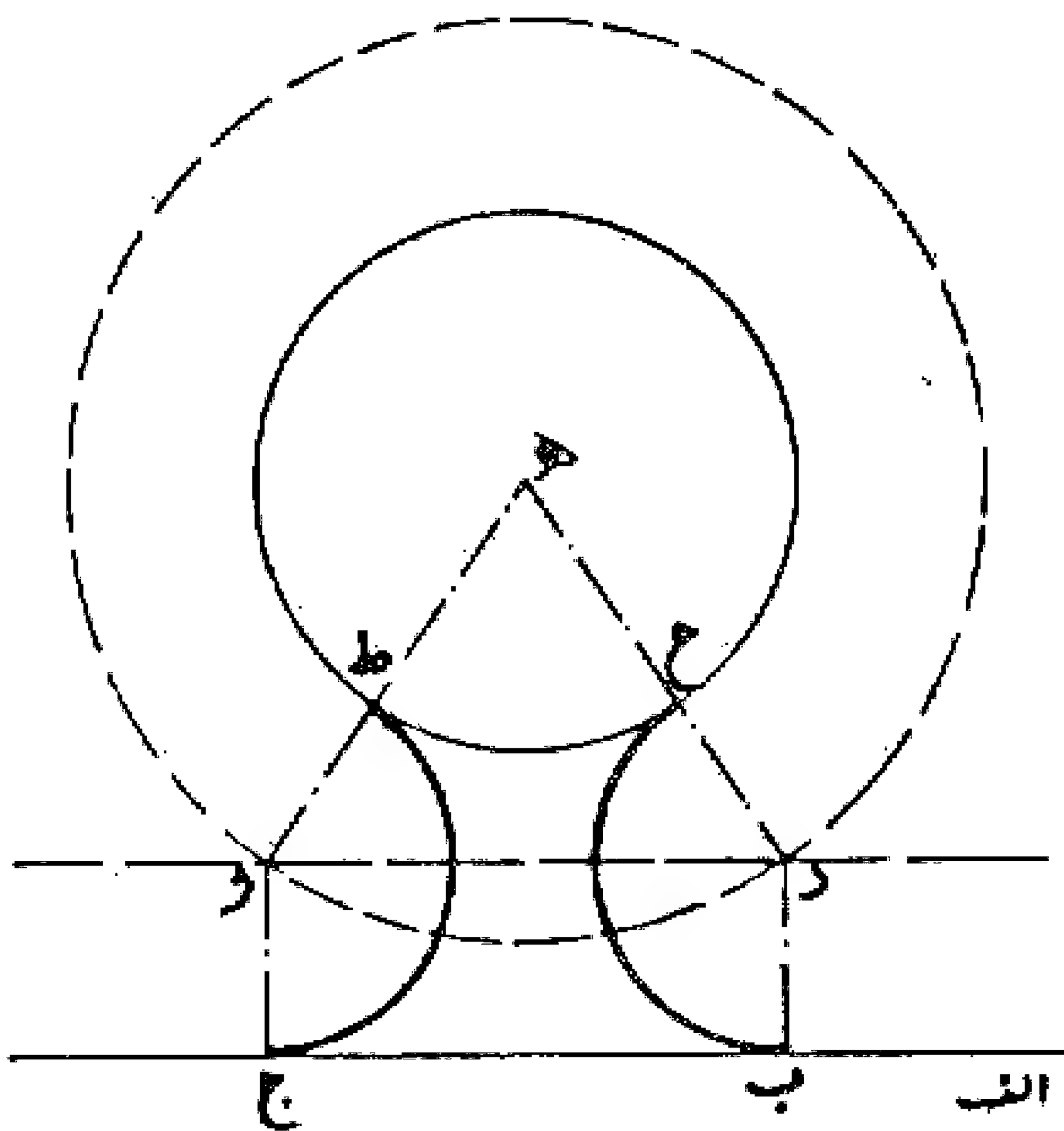


۲ـ خطی به فاصلهٔ مورد نظر به موازات خط داده شده رسم می نماییم. سپس قوسی به شعاع فاصلهٔ مورد نظر به اضافهٔ شعاع دایره رسم می کنیم تا با خط کشیده شده در نقطهٔ ب تلاقی نماید. حال چنانچه به این مرکز و فاصلهٔ مورد نظر قوسی رسم کنیم این قوس با خط و دایره (قوس داده شده) مماس خواهد بود.



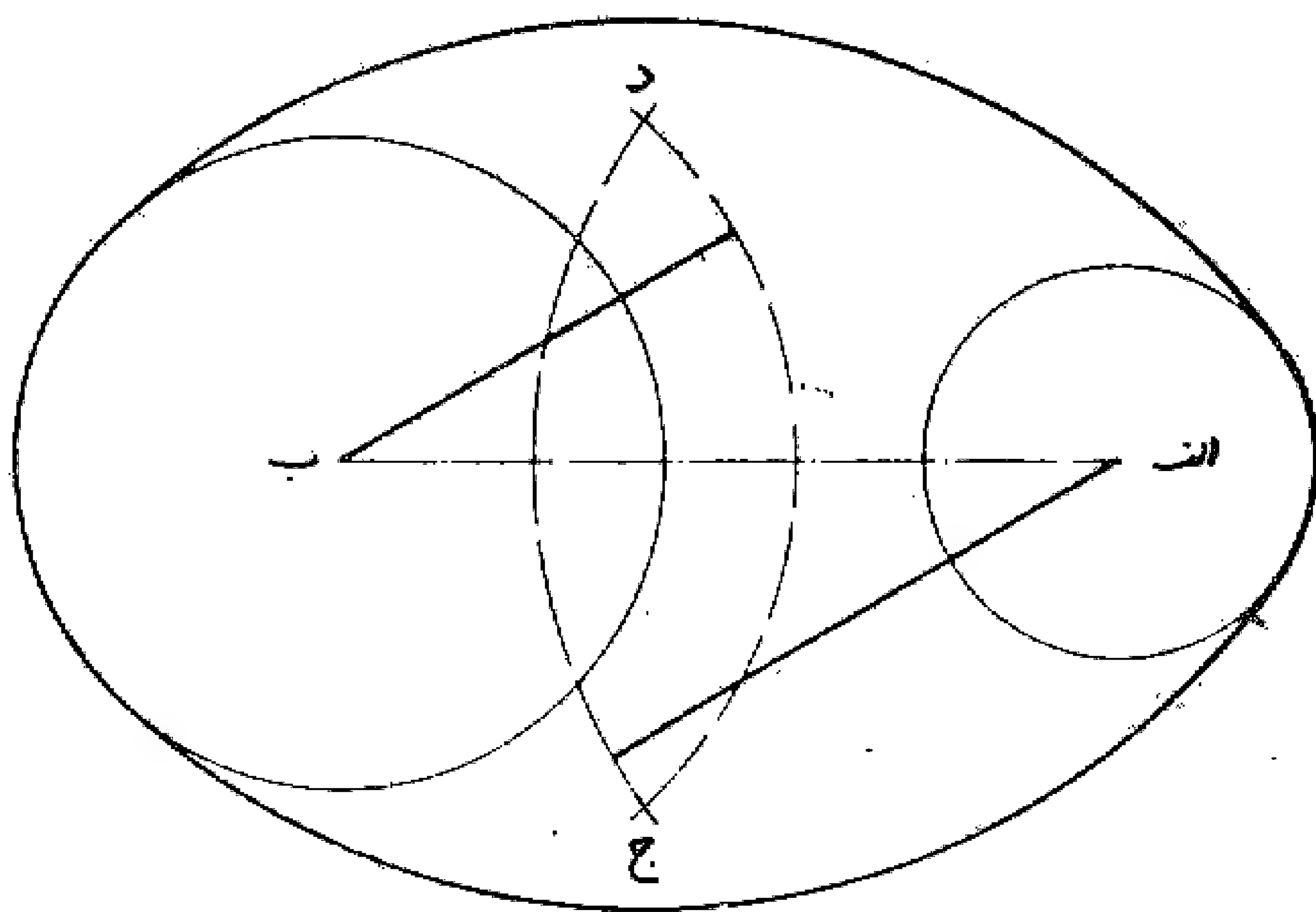
مسئلهٔ ۱۰۶

می خواهیم قوسی با شعاع معین رسم نماییم به طوری که با خط معین و دایرهٔ مشخص مماس شود: ابتدا خطی به فاصلهٔ شعاع داده شده به موازات خط اولیه رسم می کنیم. سپس به مرکز دایرهٔ اولیه و شعاع مجموع شعاع آن دایره و دایرهٔ داده شده قوسی رسم می نماییم تا خط موازی را قطع کند. محل تلاقی، مرکز دایرهٔ مورد نظر است. بدین صورت:



مسئلهٔ ۱۰۷

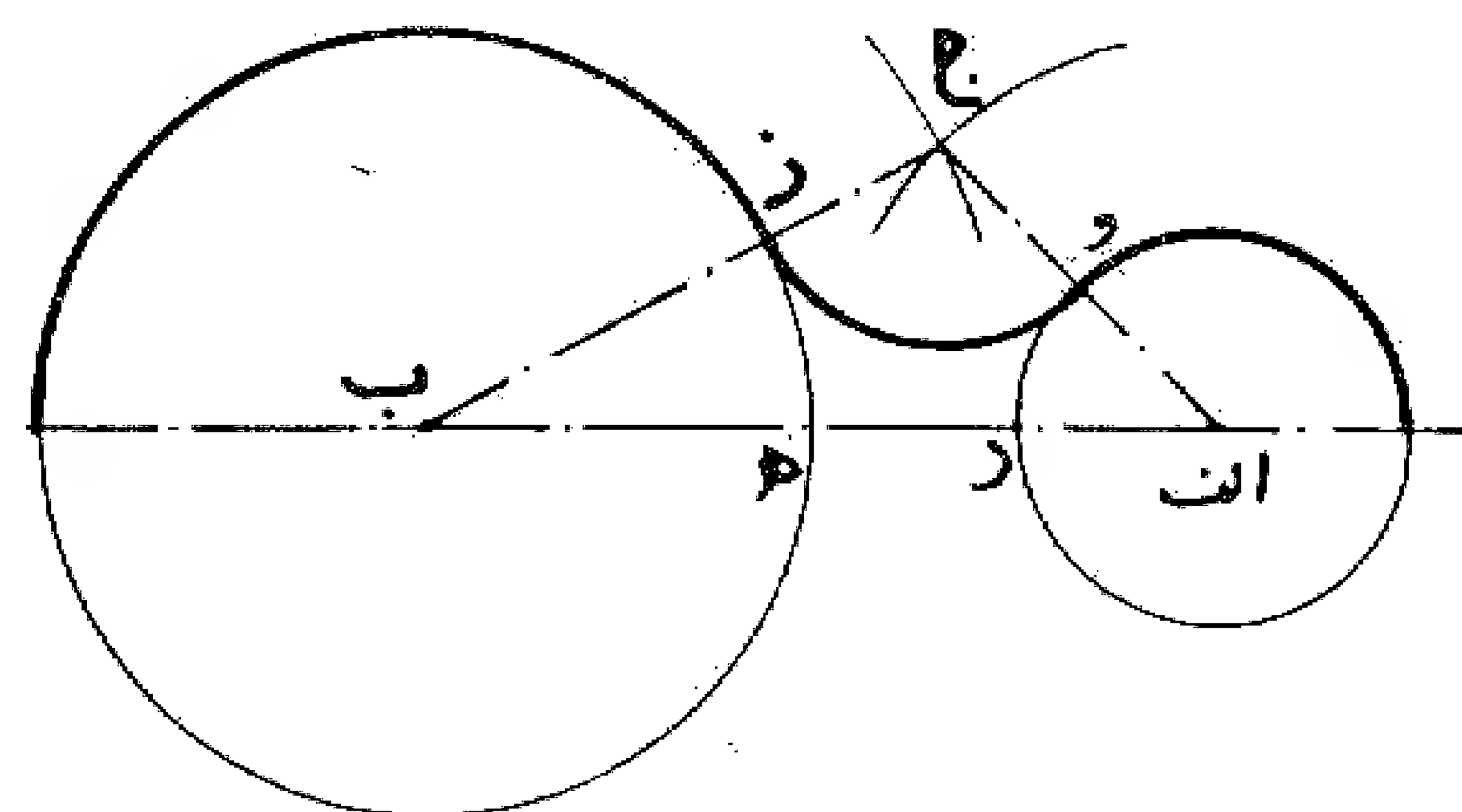
می خواهیم قوسی رسم کنیم که به دو دایره مماس باشد: ابتدا به مرکز هر دایره و شعاع قوس منهای شعاع دایرهٔ مربوطه دو قوس رسم می کنیم تا یکدیگر را قطع نمایند. بعد نقاط به دست آمده را مرکز قرار می‌دهیم و به شعاع قوس، قوسهای مورد نظر را رسم می کنیم. بدین صورت:



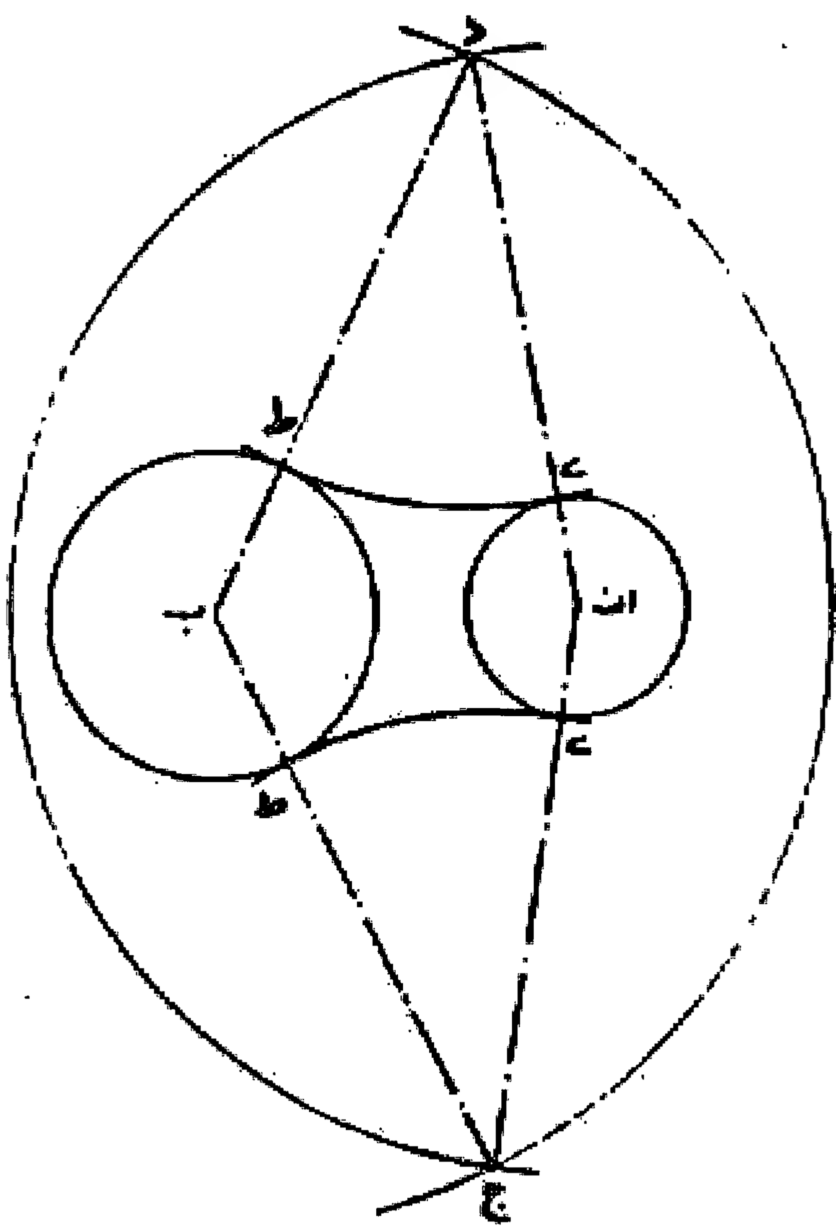
مسئلهٔ ۱۰۸

رسم قوسی با شعاع معین که مماس بر دو قوس دیگر با شعاعهای مختلف باشد:

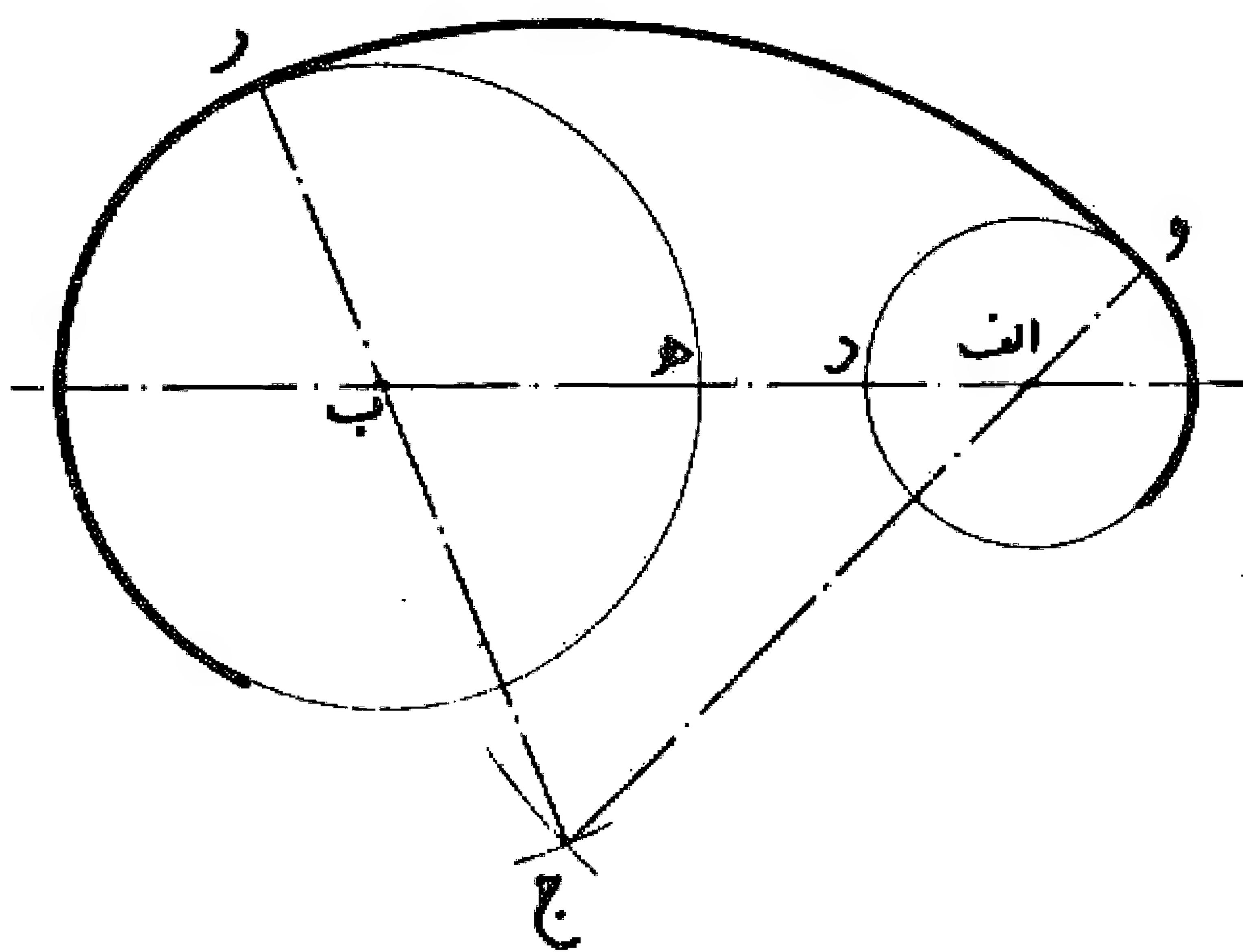
۱ـ به شعاع تفاضل شعاع قوس مورد نظر با هر کدام از دو دایره دو قوس رسم می کنیم تا یکدیگر را در نقطهٔ جـ قطع نمایند. سپس از نقطهٔ جـ به مراکز دو دایره وصل می کنیم و ادامه می دهیم تا دایره را در نقاط و و ز قطع کند. این دو نقطه نقاط تماس می باشد و چنانچه به مرکز جـ و شعاع جـ و مساوی



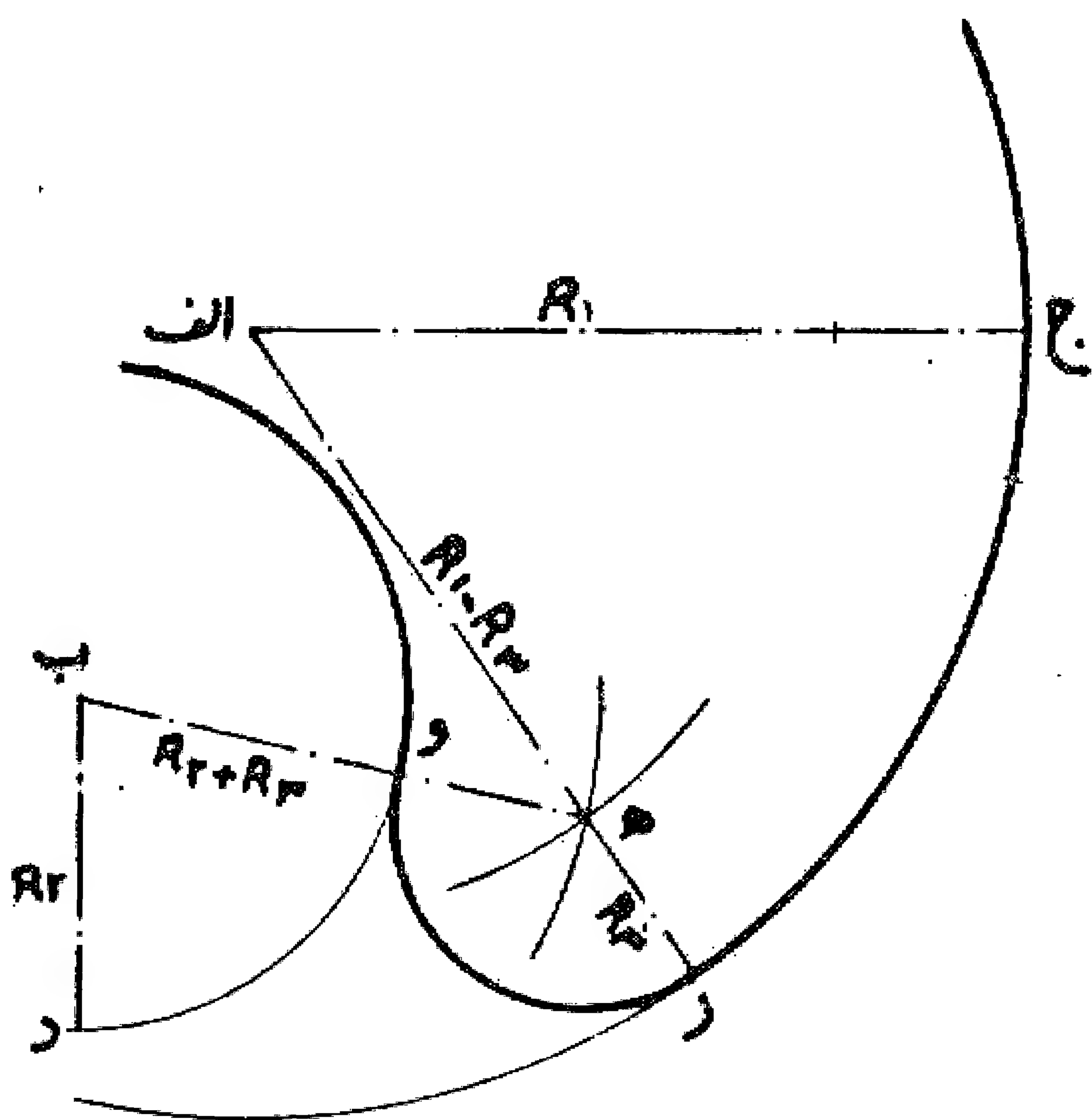
جـ ز قوسی رسم نماییم این قوس مورد نظر خواهد بود.

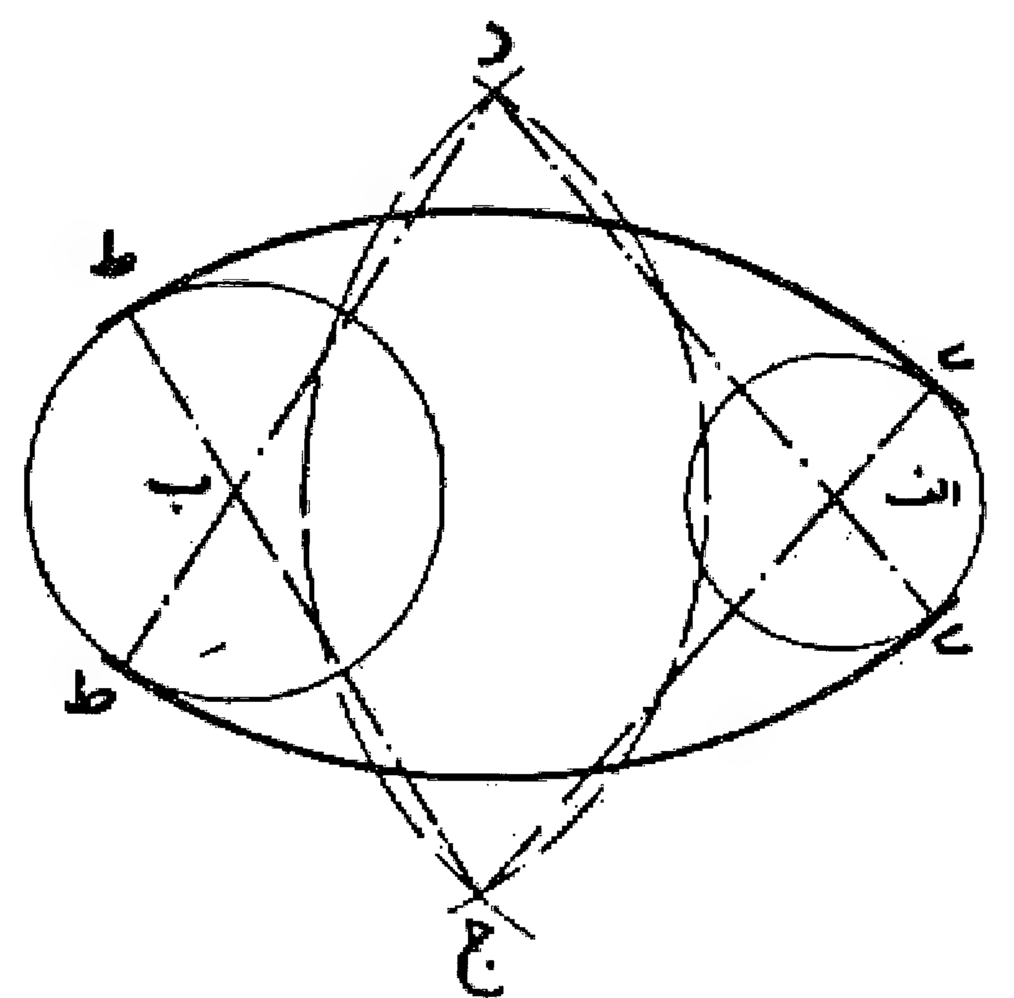


۲ـ مرکز قوس با رسم قوسهایی به مرکز هر کدام از دوایر و شعاع جمع شعاع دایره با شعاع قوس مورد نظر به دست می آید. و بقیهٔ رسم نظیر رسم قبلی است.



۳ـ چنانچه بخواهیم قوسهایی که برای پیدا کردن مرکز قوس درخـواستی رسم می نماییم نسبت به یك دایره تفاضل و یکی جمع باشد. بدین صورت عمل می کنیم:



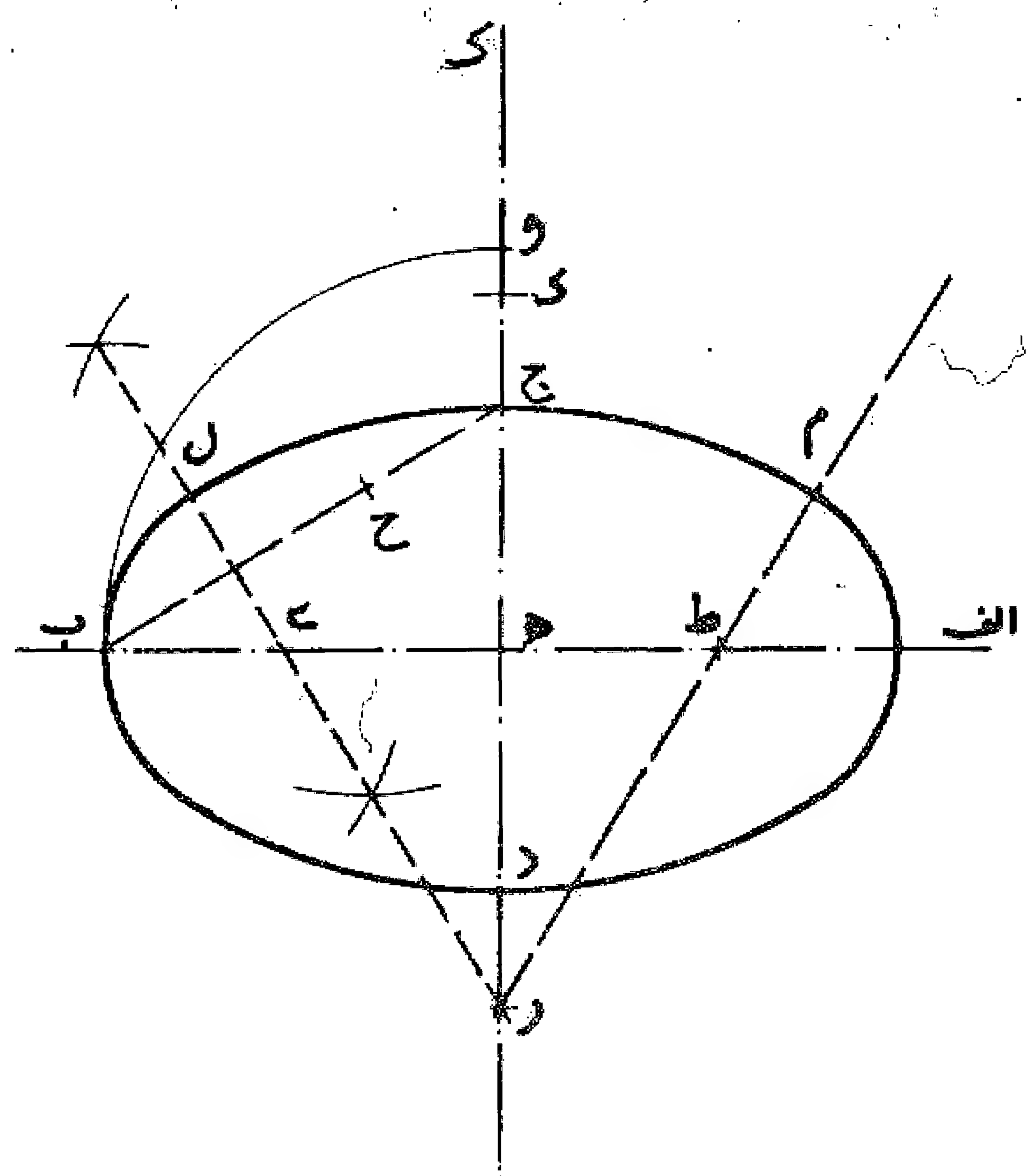


مسئلهٔ ۱۰۹

درمورد دو مسئلهٔ قبل چنانچه در مسئلهٔ اول به جای جمع دو شعاع برای رسم دایرهٔ معین با شعاع تفـاضل آن دو شعـاع دایره ای رسم کنیم شکل دیگری به دست می آید. ودر مسئلهٔ دوم اگر به جای تفاضل دو شعاع جمع دو شعـاع و یا یك دایره به شعاع جمع دو شعاع و دیگری به شعاع تفاضل دو شعاع قوسهای معینی رسم نماییم و نقاط مرکز قوسهـای مورد نظر را به دست آوریم اشکال جدیدی به دست می آید که در موارد لزوم به آنها احتیاج است.

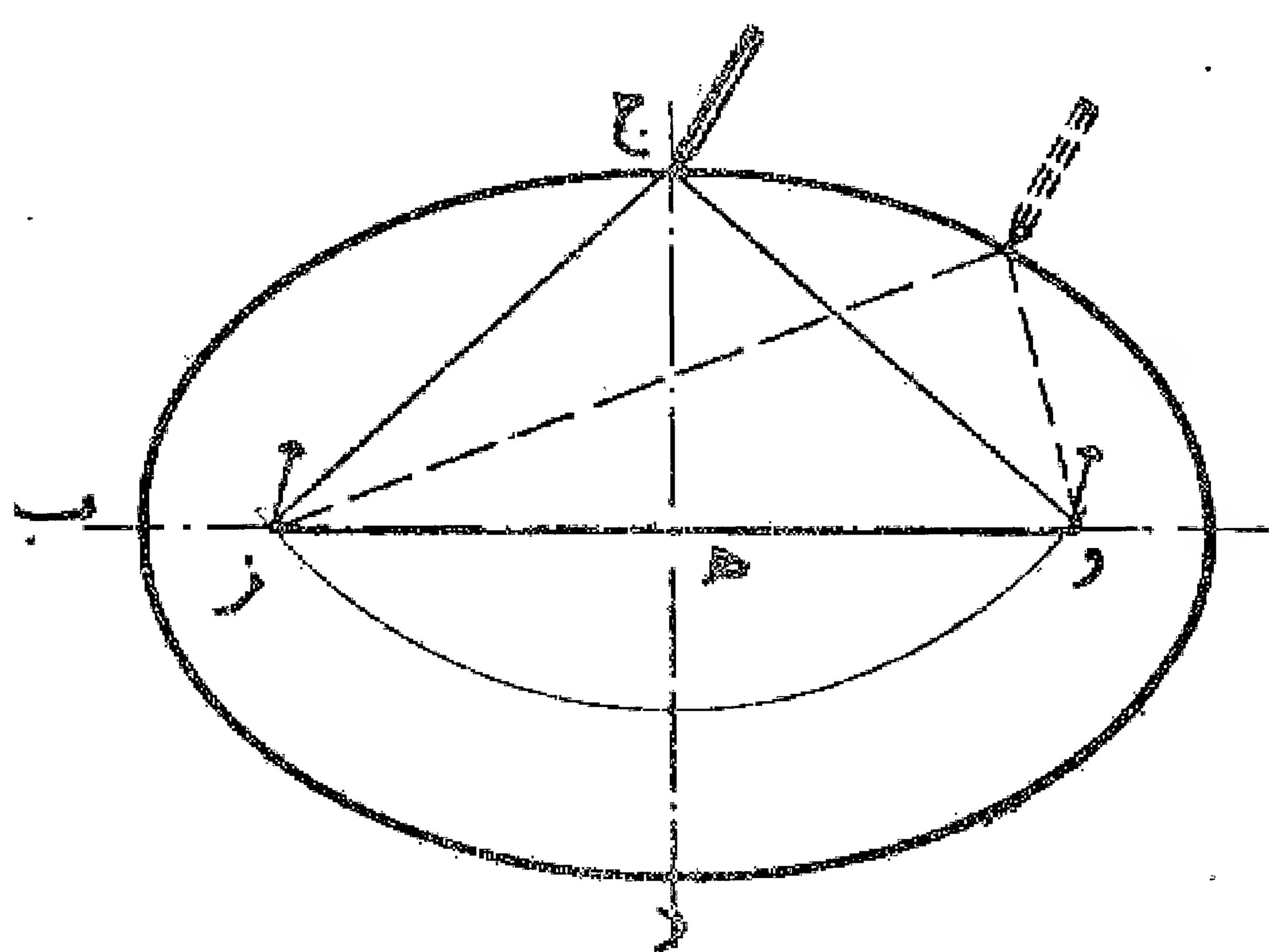
رسم بیضی

مسئلهٔ ۱۱۰



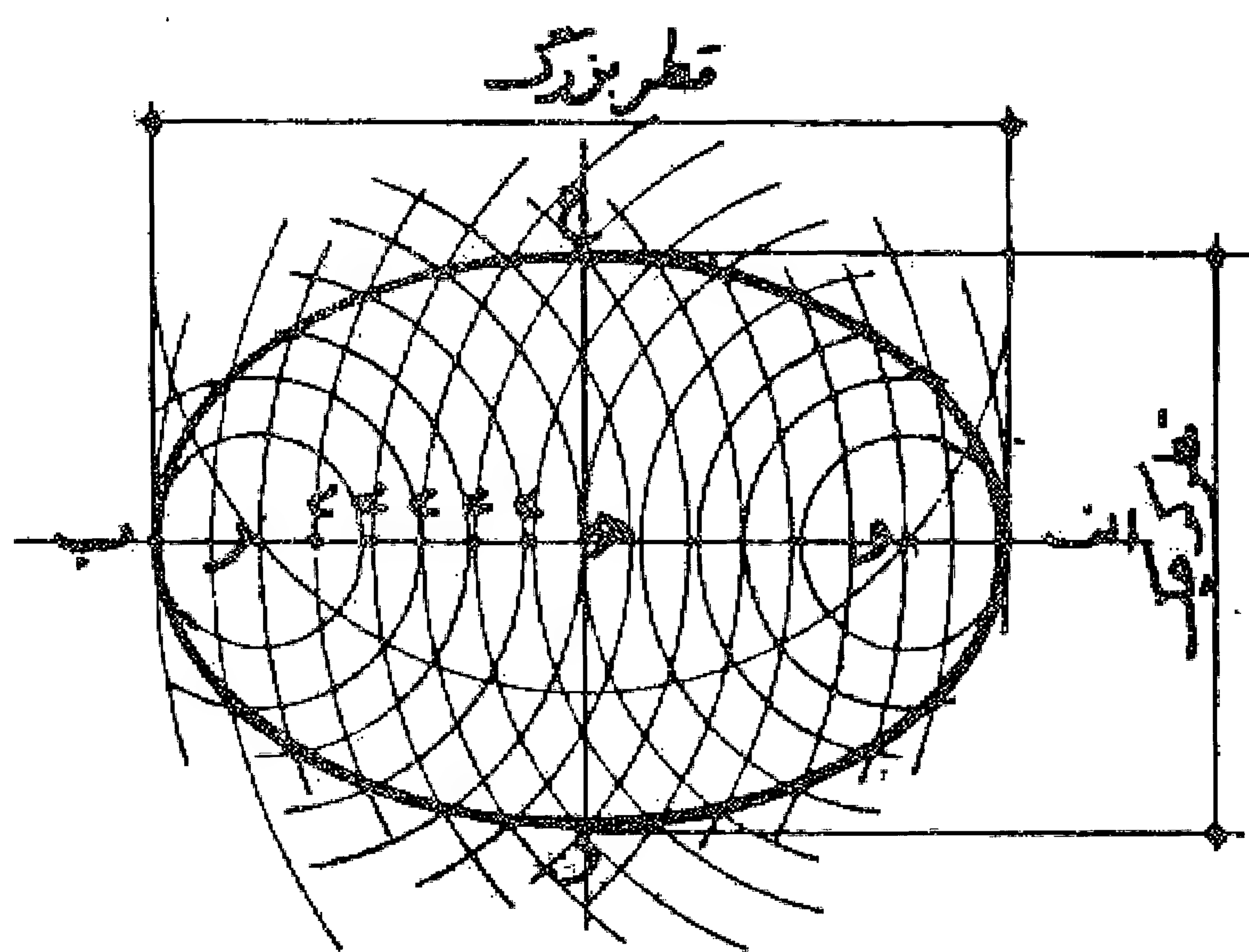
رسم بیضی: دو خط ا ب و جـ د را به اندازهٔ دو قطر بیضی عمود بر یکدیگر رسم می نماییم. سپس به مرکز هـ و شعاع هـ ب نقطهٔ و را روی امتداد هـ جـ پیدا می کنیم، بعد به مرکز جـ و طول جـ و نقطهٔ ح را روی خط جـ ب تعیین می نماییم، آنگاه خط عمود و منصف ح ب را رسم می کنیم تا دو قطر را در نقطهٔ ی و ر قطع نماید و نقطهٔ ط قرینهٔ ی را روی قطر بزرگ و همچنین نقطهٔ ك را قرینهٔ نقطهٔ ر روی امتداد قطر کوچك مشخص می کنیم. حال به مرکزی و شعاع ی ب قوس ب ل را و به مرکز ر قوس ل جـ م و به مرکز ط قوس م ا را می کشیم و با رسم قوس قرینهٔ آن بیضی را کامل می نماییم. بدین صورت:

مسئلهٔ ۱۱۱



وجهی دیگر در رسم بیضی به نحوی که از قدیم مرسوم بوده است و بنّایان بدان عمل می کنند: پس از رسم دو خط عمود بر یکدیگر و تعیین نقاط چهارگانه روی آنها به طول قطرهای بیضی و به مرکز انتهای قطر کوچك تر و طول نصف قطر طول بزرگ‌تر قوسی می کشیم تا در دو نقطهٔ و و ز قطر بزرگ‌تر را قطع کند. حال این دو نقطه را کانون قرار می دهیم و میخ می کوبیم و نخی به طول فاصلهٔ انتهای قطر کوچك با دو کانون و فاصلهٔ دو کانون بر آنها استوار می نماییم و یا مدادی در آن قرار می دهیم و بیضی را رسم می کنیم. بدین صورت:

مسئلهٔ ۱۱۲



می خواهیم با قطرهای مشخص بیضی رسم کنیم: (بیضی منحنی بسته ای است که دو قطر آن با یکدیگر مساوی نیست و دارای دو نقطه به اسم کانون روی قطر بزرگ‌تر می باشد که مجموع فاصلهٔ هر نقطه روی بیضی از این دو نقطه مساوی قطر بزرگ‌تر است) ابتدا دو خط بر یکدیگر عمود و از مرکز تقاطع در هر طرف معادل نصف قطرهای بیضی جدا می کنیم تا نقاط ا، ب، جـ، د به دست آید. سپس به مرکز جـ و شعاع نصف قطر بزرگ‌تر قوسی رسم می نماییم تا قطر بزرگ‌تر را در دو نقطهٔ و، ر قطع کند. بعد نقطه ای مثل نقطهٔ ی را روی قطر بزرگ انتخاب و با شعاع ا ی و ب ی از هر کدام از نقاط و، ر دو قوس رسم می کنیم تا یکدیگر را قطع نمایند. نقاط حاصل در دو نقطه از منحنی بیضی است و به همین ترتیب ادامه می دهیم تا نقاط مختلف به دست آمده و با اتصال آنها به یکدیگر بیضی حاصل می شود. بدین صورت:

مسئلهٔ ۱۱۳

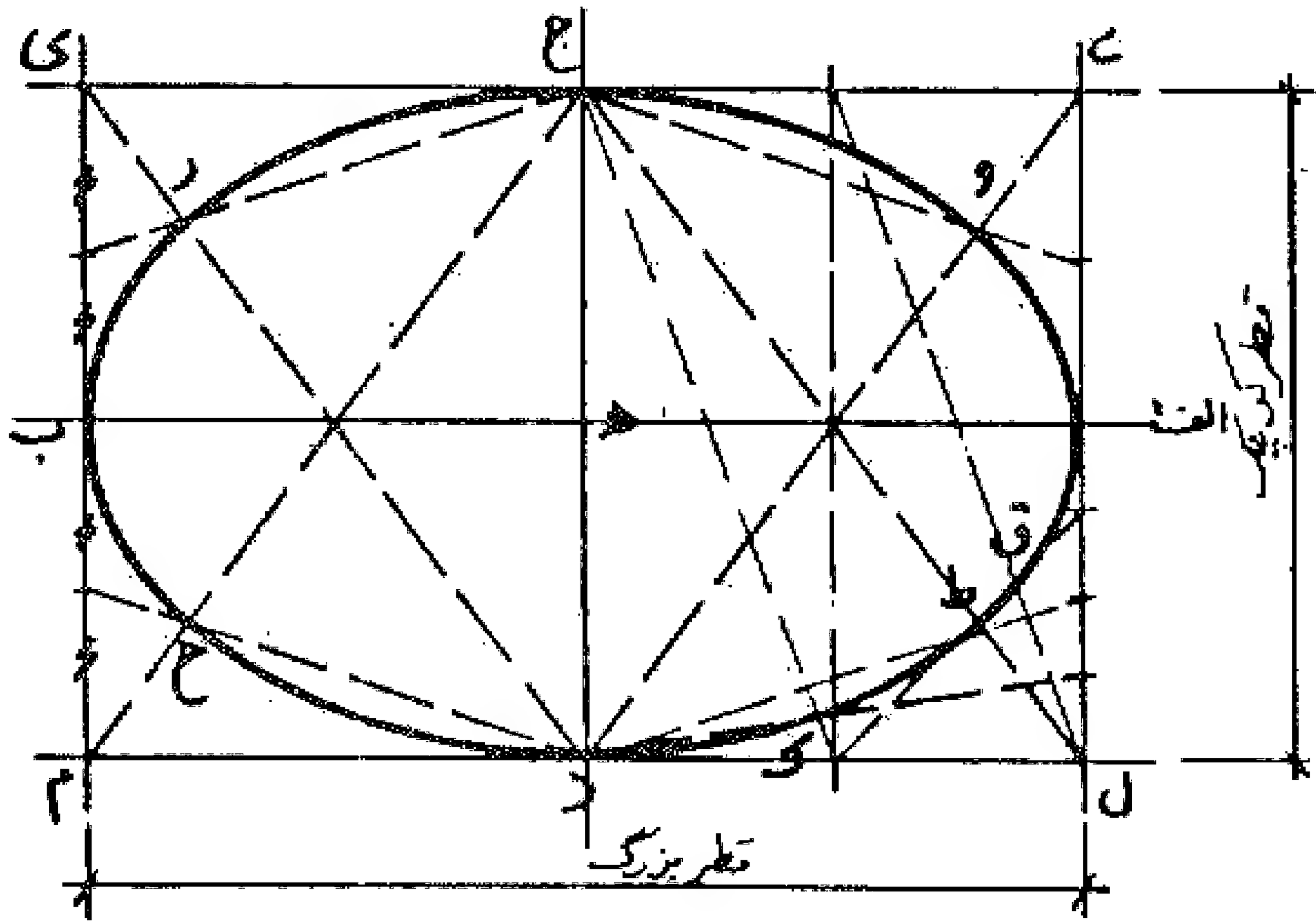
وجهی دیگر: دودایره یکی با قطر قطر بزرگ‌تر ودیگری با قطر قطر کوچك‌تر بیضی رسم می‌نماییم. سپس شعاعی می‌کشیم ومحل تلاقی آن را با دودایره تعیین می‌کنیم. بعد از محل تلاقی با دایرهٔ کوچك‌تر خطی موازی قطر بزرگ‌تر و از محل تلاقی با دایرهٔ بزرگ‌تر خطی موازی قطر کوچك‌تر رسم می‌نماییم تا یکدیگر را قطع کنند. این نقطه یکی از نقاط منحنی بیضی است و با رسم دیگر شعاعها به همین ترتیب نقاط دیگر بیضی رابه دست می‌آوریم و آنها را به یکدیگر وصل و بیضی را کامل می‌کنیم. بدین صورت:

وجهی دیگر: این روش رسم بیضی را می‌توان درحالتهای مختلف دیگری نیز انجام داد. بدین صورت:

وجهی دیگر: دایره‌ای مانند دایرهٔ هـ با قطر معادل قطر بزرگ بیضی رسم می‌نماییم ودو قطر عمود بر یکدیگر در آن می‌کشیم. سپس اگر نقطهٔ و را روی قطر جـ د تعیین نموده و خط رح را به موازات قطر اب بکشیم تادایره رادر نقاط روح قطع نماید وخطوط رط وح ی را بر آن عمود کنیم تا با قطر ا ب در نقاط ط و ی تلاقی نماید، این دو نقطه دو کانون بیضی هستند که قطر بزرگ آن اب وقطر کوچك‌تر آن دوبرابر هـو می‌باشد و خط رح خط مماس بر آن بیضی می‌باشد.

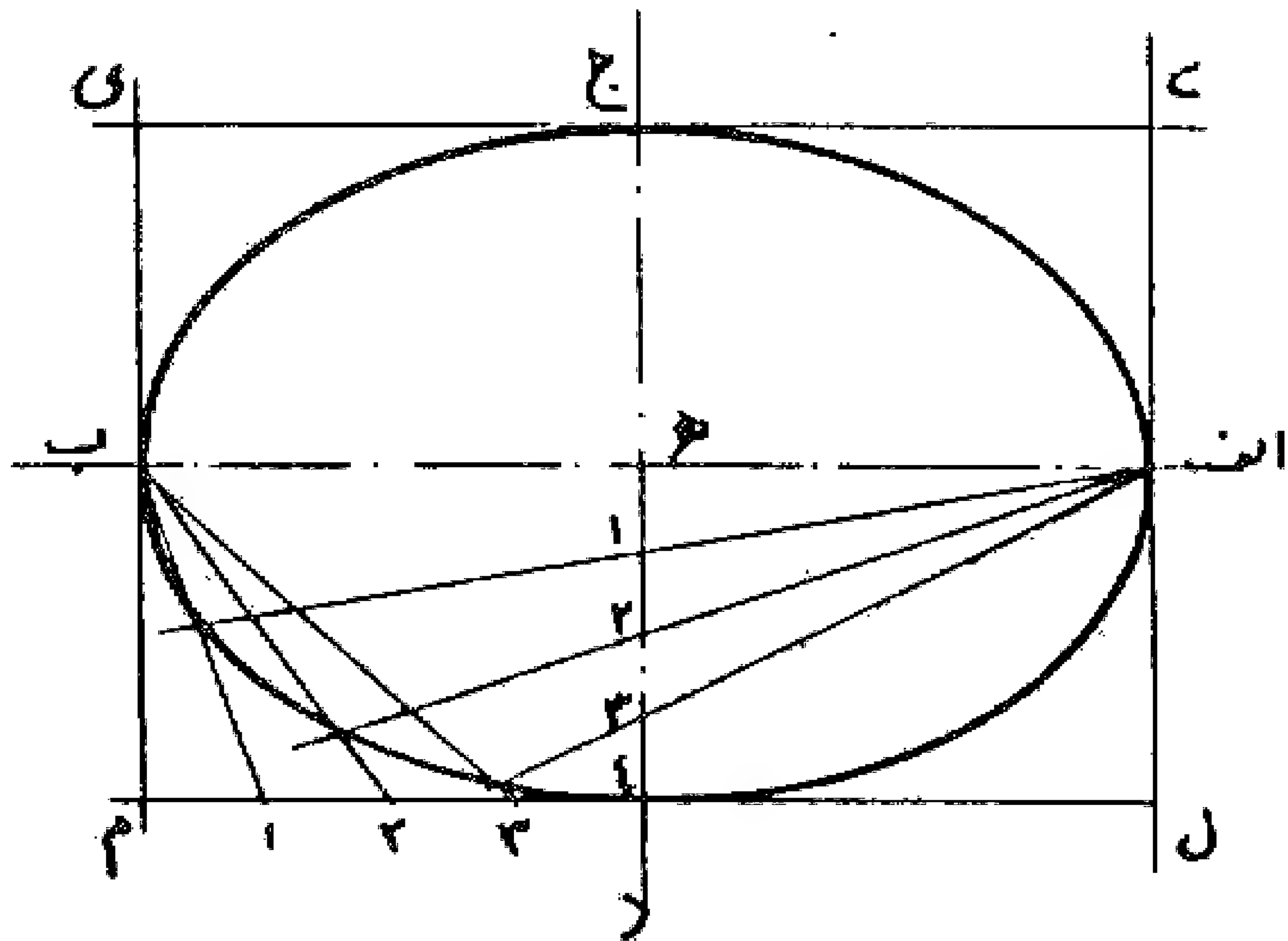
حال برای رسم این بیضی کافی است که خط گونیای ح رط را به نحوی روی محیط دایره جابه‌جا نماییم که نقطهٔ ز روی دایره باشد و امتداد خط ر ط از نقطهٔ ط بگذرد. در این صورت بدیهی است چنانچه نقطهٔ و روی قطر جـ د جابه‌جا شود بیضیهای دیگری را به دست می‌دهد.

مسئلهٔ ۱۱۴



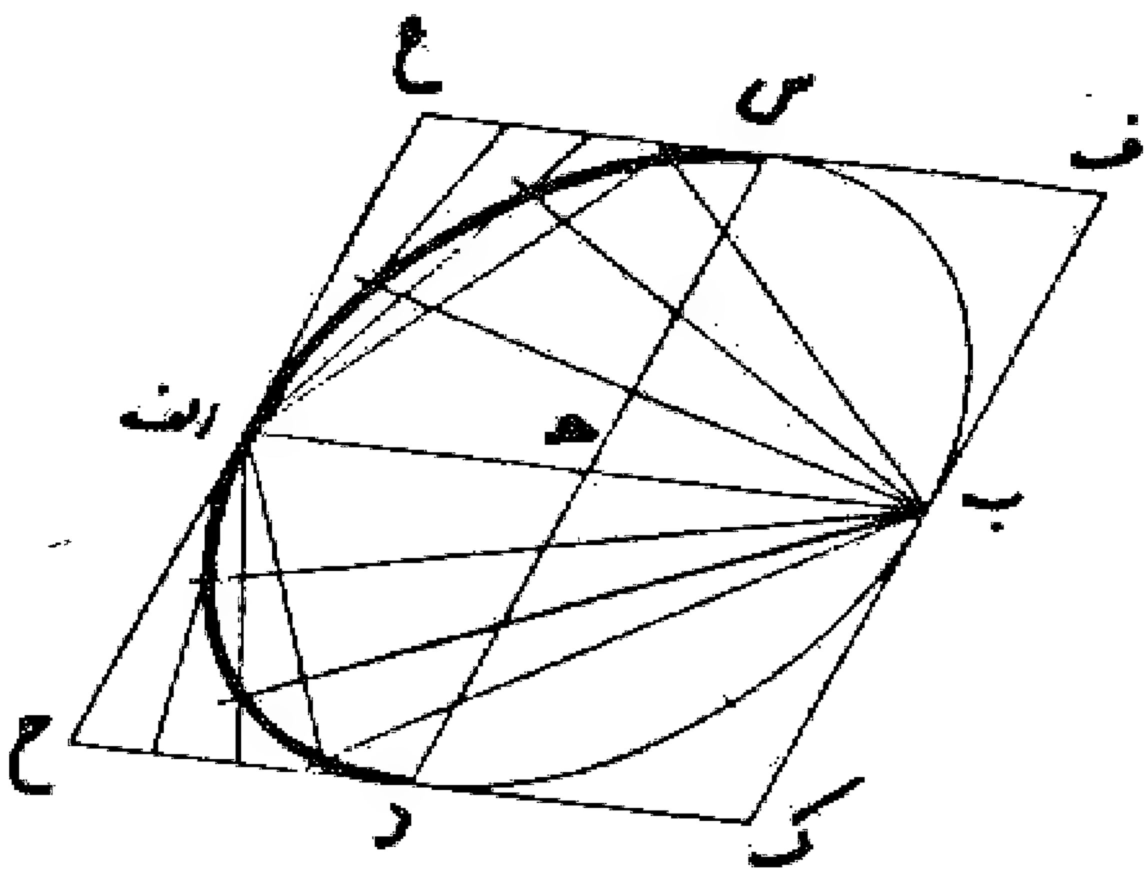
وجهی دیگر: ابتدا مستطیلی با ابعاد دو قطر بیضی رسم می نماییم. سپس دو عمود و منصف آن را رسم می کنیم. بعد خطوط جـل وجـم ودی ودك را می کشیم و قطعات ای، ال، ب م، ب ك را نصف و به ترتیب آنها را به نقاط جـ و د وصل می نماییم تا با خطوط رسم شده در نقاط و، ر، ط، ح تلاقی کنند. این نقاط چهار نقطه از محیط بیضی است و به همین ترتیب با نصف کردن هر کدام از قطعات حاصل روی مستطیل و اتصال آنها به نقاط د و جـ دیگر نقاط محیط بیضی را به دست می آوریم و آن را تمام می کنیم. بدین صورت:

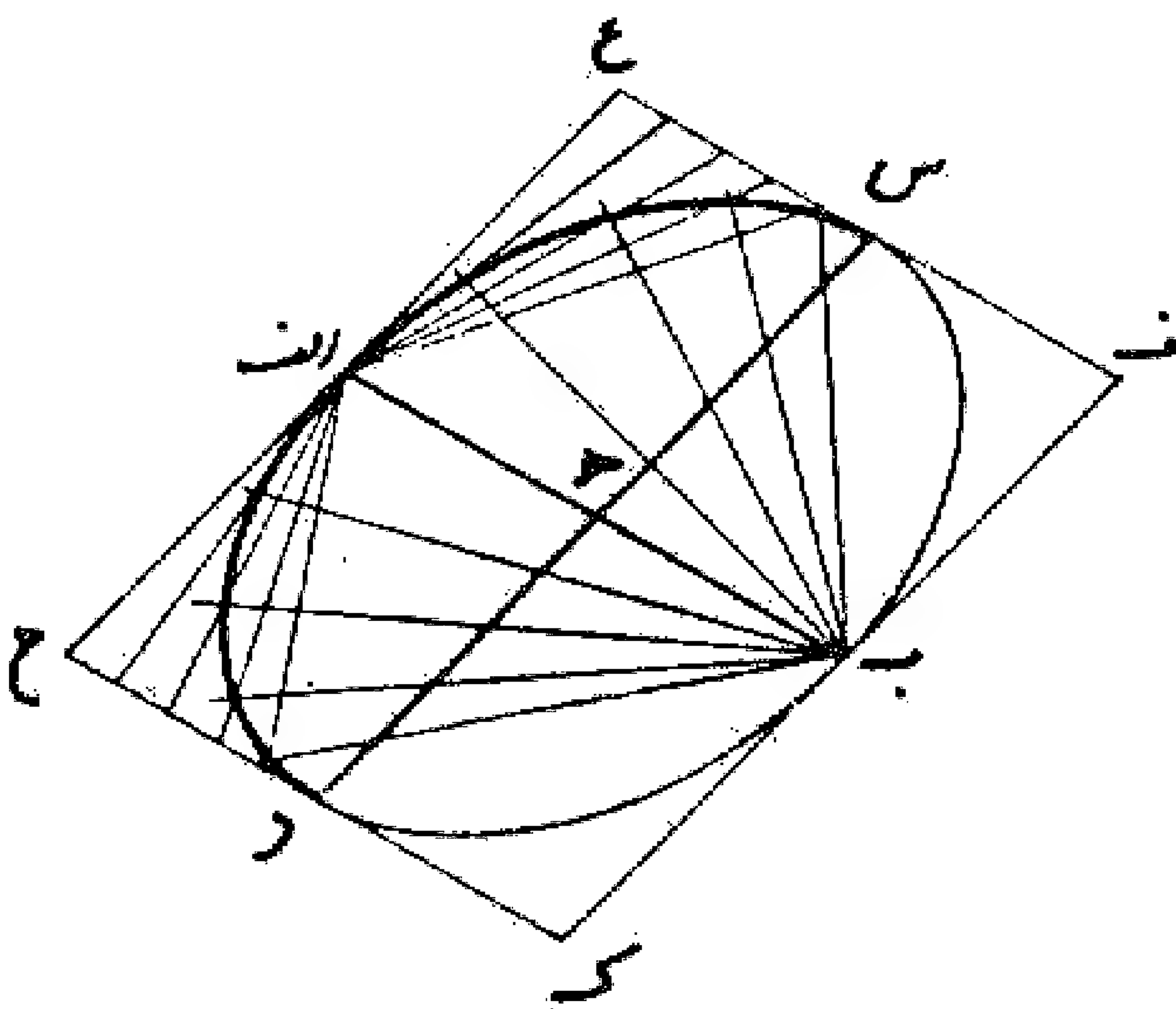
مسئلهٔ ۱۱۵



وجهی دیگر: مستطیل ا ب جـ د را به ابعاد دو قطر بیضی رسم می کنیم و دو قطر بیضی را می کشیم. سپس هر کدام را به یك تعداد معین تقسیم و از دوسر قطرها به نقاط تقسیم وصل می نماییم تا یکدیگر را قطع کنند. اتصال این نقاط به یکدیگر قوس بیضی را تشکیل می دهد. بدین صورت:

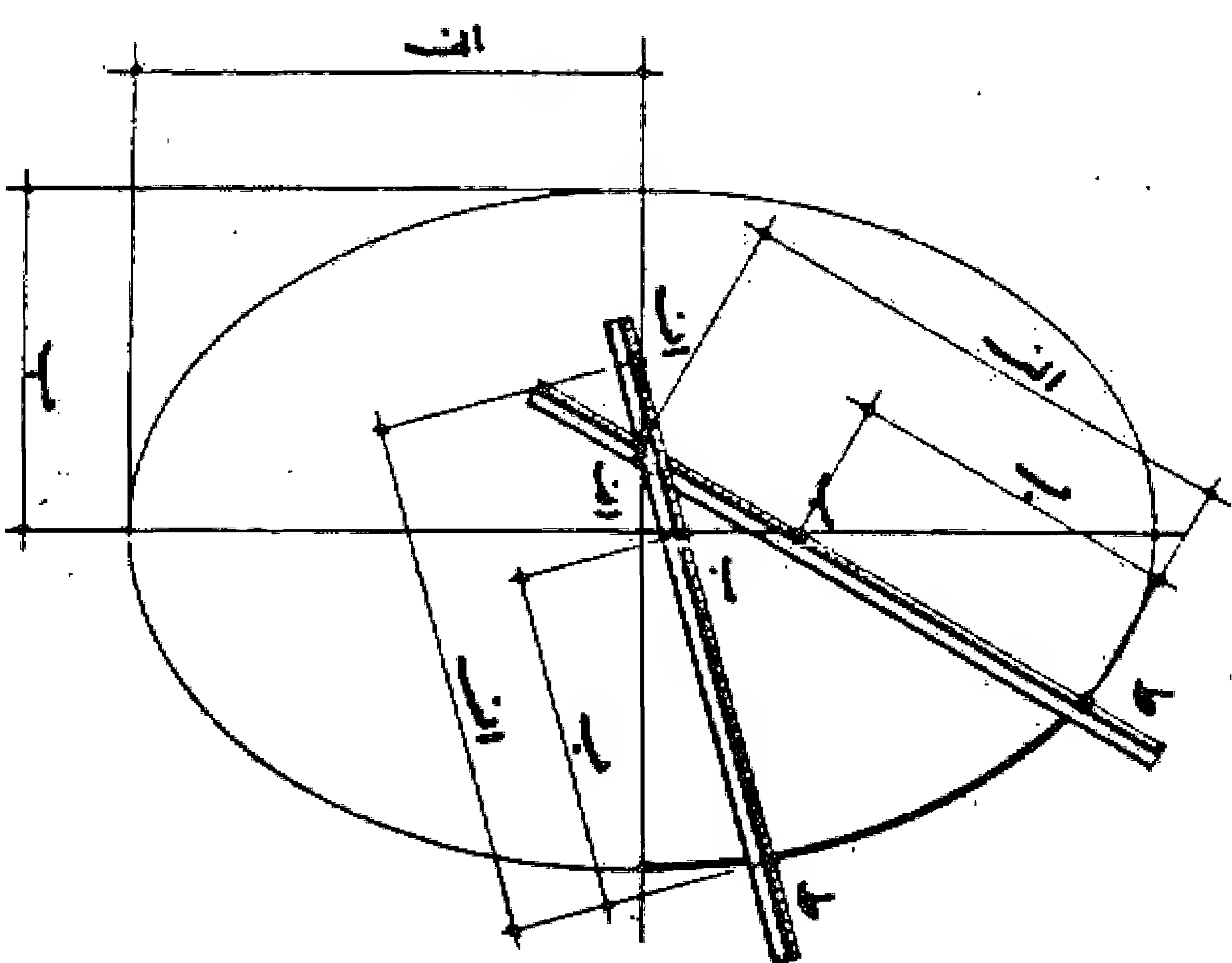
مسئلهٔ ۱۱۶



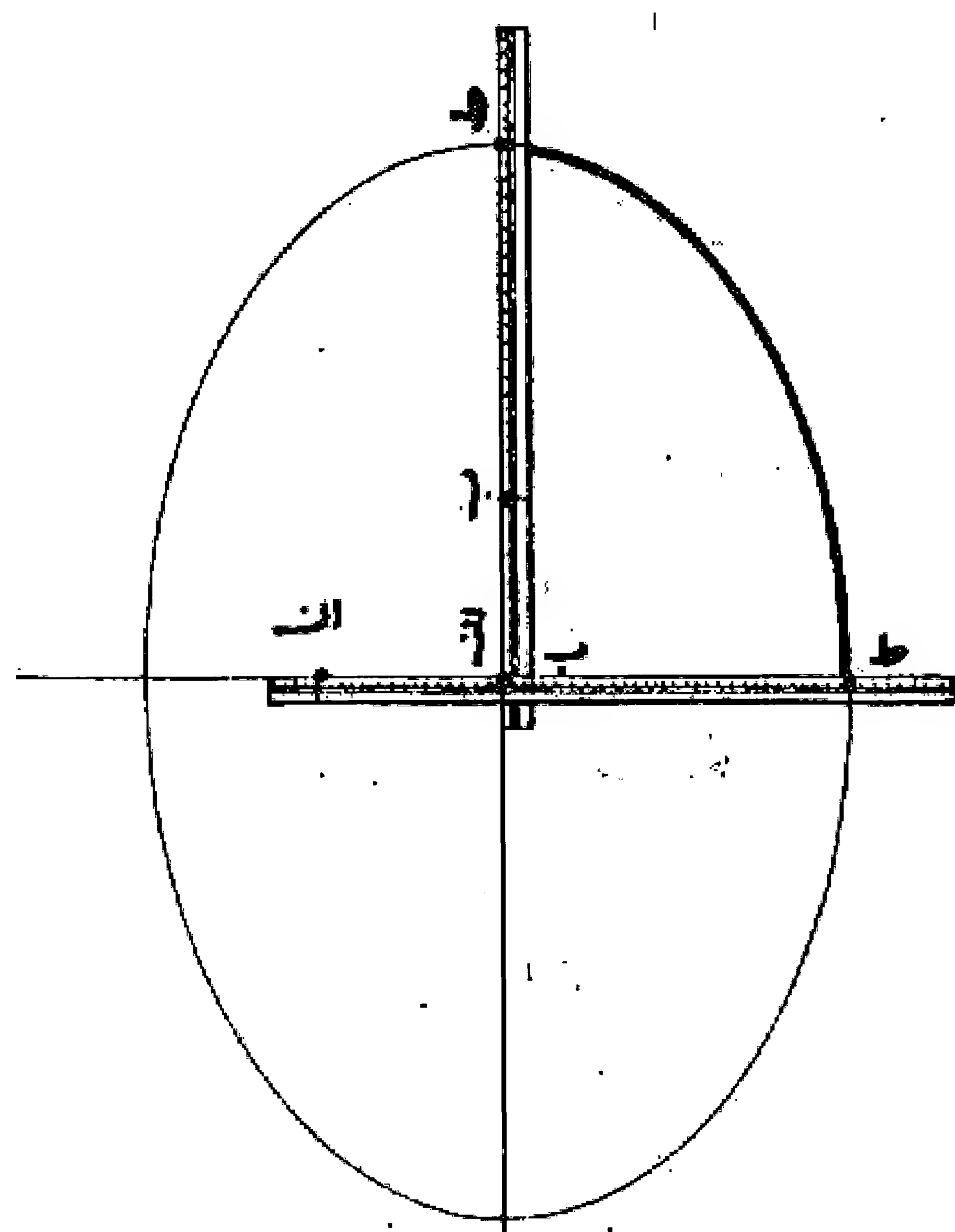


وجهی دیگر: رسم بیضی به وسیلهٔ متوازی الاضلاع-دو خط متقاطع عمود بر هم رسم می کنیم و روی هر کدام ازمحل تلاقی معادل نصف قطرهای بیضی جدا می نماییم تا نقاط ا ب س د به دست آید. از آن نقاط خطوطی موازی با دو خط اول می کشیم ومتوازی الاضلاع ف ع ح ك را به دست می آوریم. حال چنانچه خط هـ د را به قطعات مساوی وخط د ح را هم به همان تعداد مساوی تقسیم کنیم و همان طور که درشکل نشان داده می شود شماره گذاری نماییم و سپس از نقطهٔ ب به نقاط تقسیم روی خط هـ د و از نقطهٔ ا به نقاط روی خط د ح وصل کنیم و امتداد دهیم محل تلاقی خطوط هم شماره را پیدا می نماییم. این نقاط روی محیط بیضی قرار دارد و با وصل کردن آنها به یکدیگر بیضیٔ مورد نظر به دست می آید. بدین صورت:

مسئلهٔ ۱۱۷

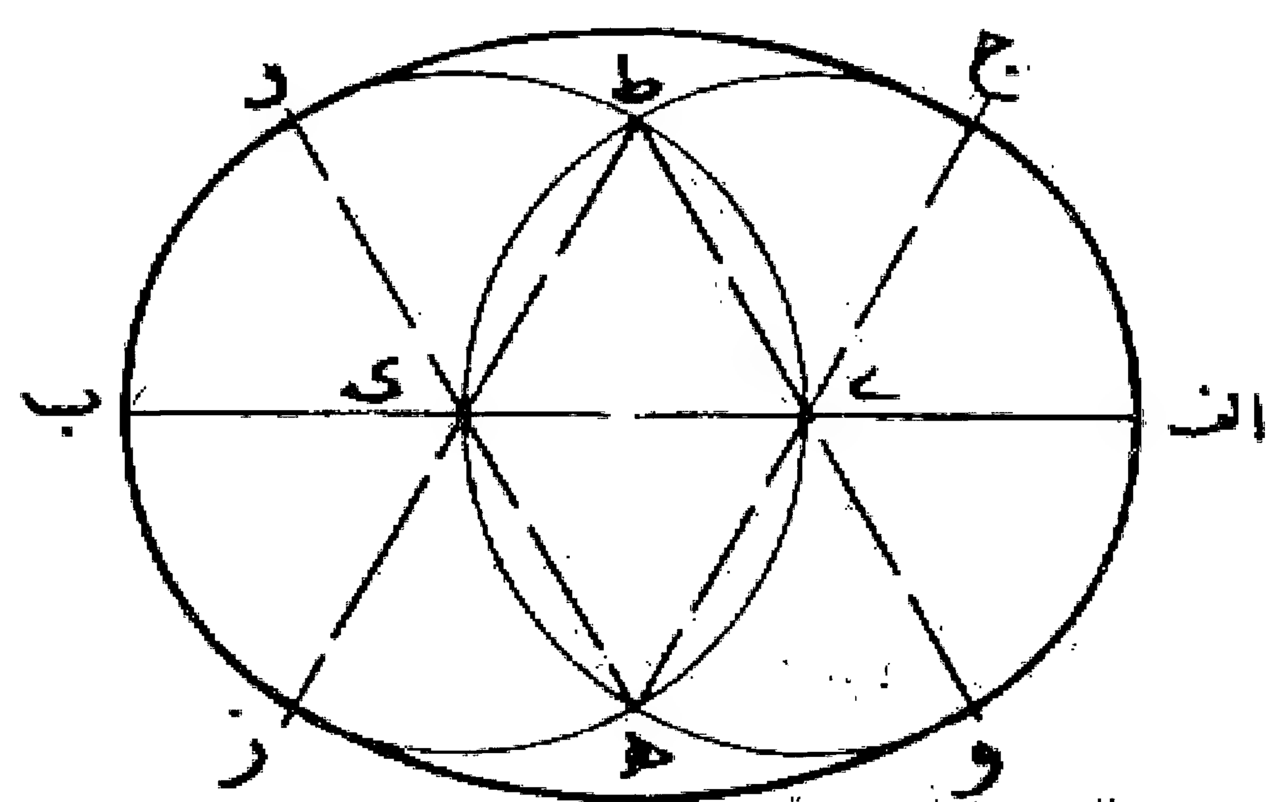


وجهی دیگر: رسم بیضی با جابه‌جایی کردن خط‌کش: دو خط عمود بر یکدیگر رسم می‌کنیم. سپس روی خط‌کشی سه نقطه بدین صورت نشان می‌کنیم، به طوری که طول ا ب معادل نصف قطر بزرگ‌تر و ب ط معادل نصف قطر کوچك‌تر بیضی باشد. حال چنانچه این خط‌کش را به نحوی روی دو خط عمود به حرکت درآوریم که همواره نقاط ا و ب روی دو خط عمود بر هم باشند، نقطهٔ ط مسیر محیط بیضی را نشان می‌دهد و کافی است مدادی در نقطهٔ ط نصب نماییم تا بیضی را رسم نماید. بدین صورت:



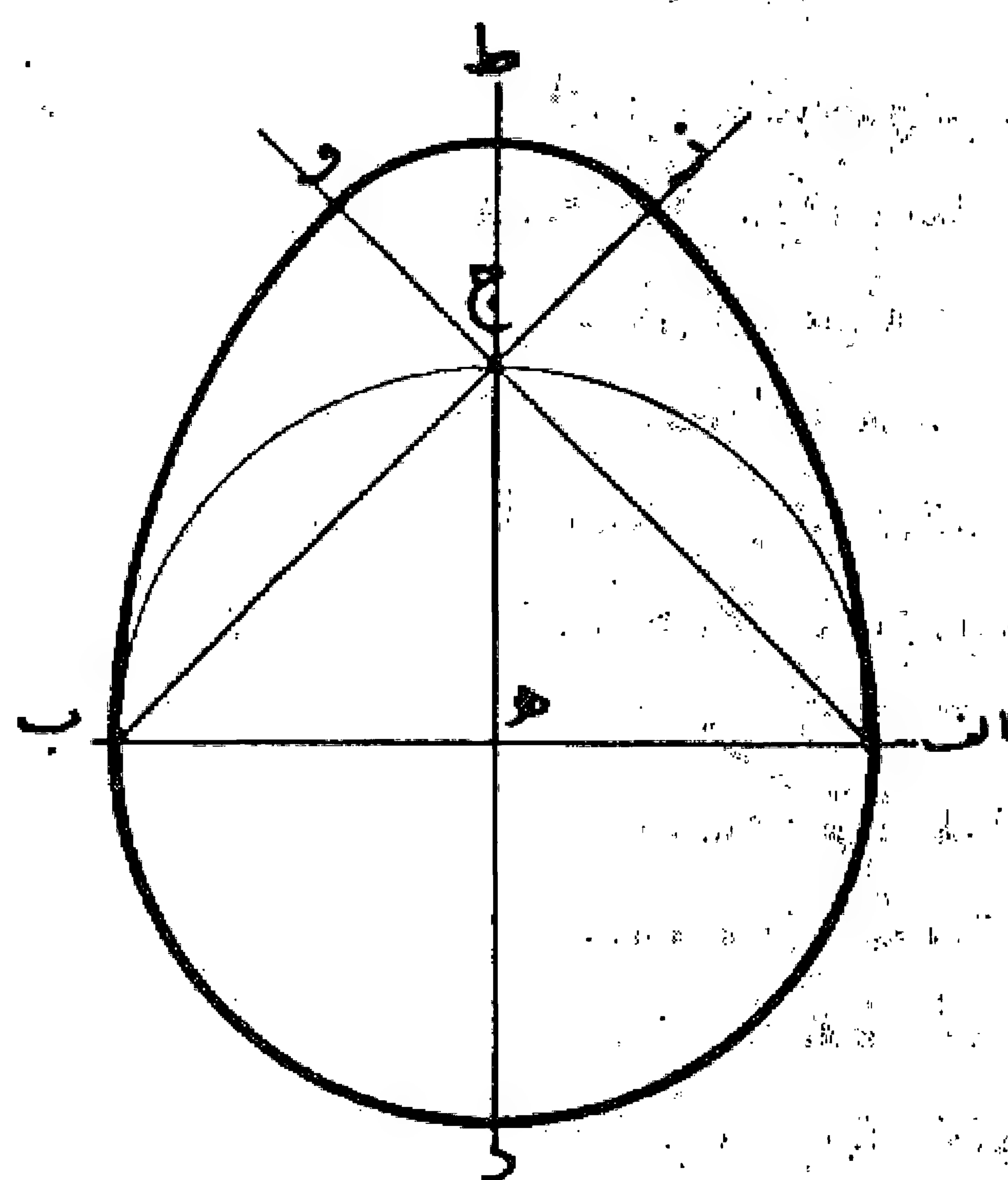
روش رسم بیضیهای مشخص:

مسئله ۱۱۸



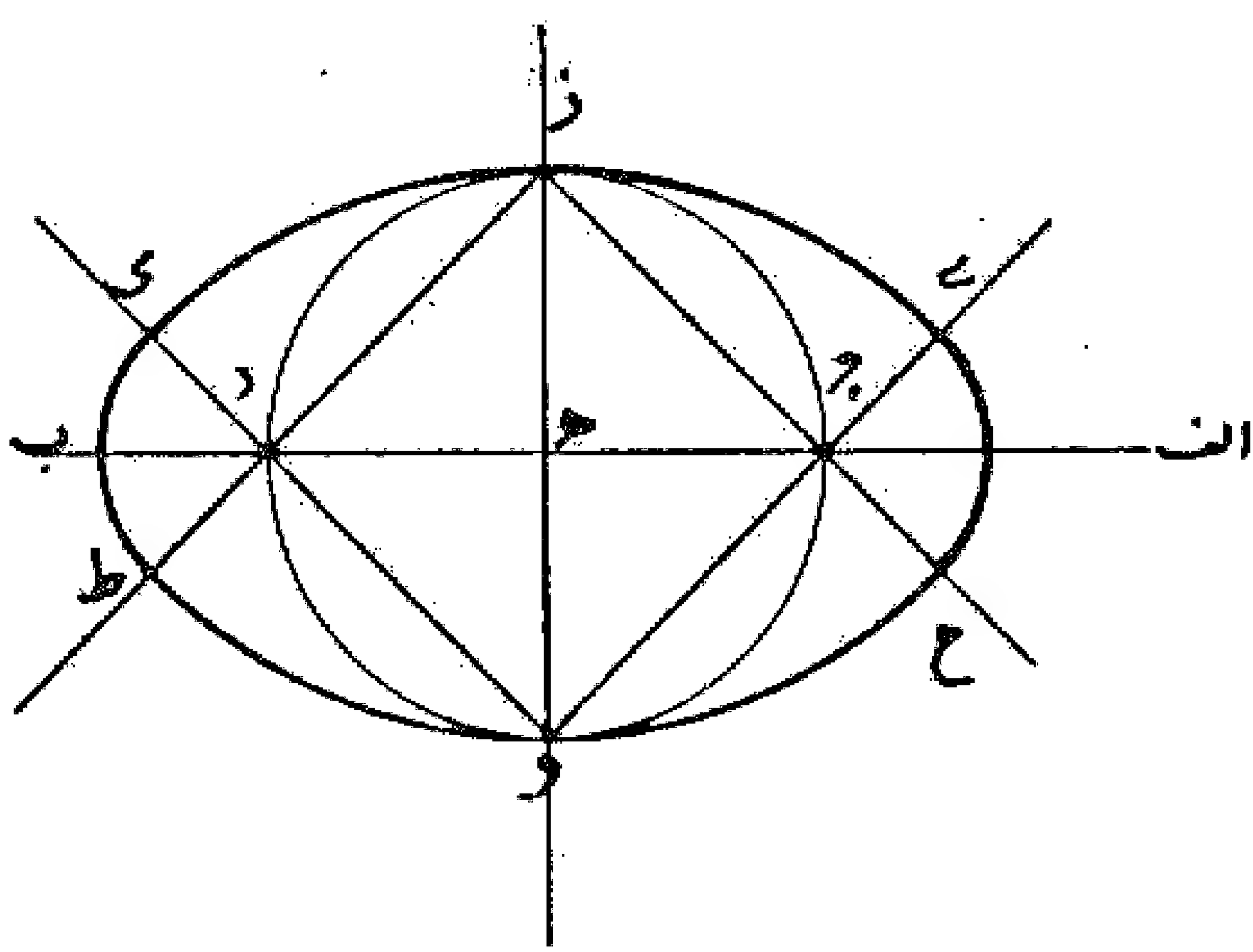
۱ـ خط ا ب را مساوی قطر بزرگ‌تر رسم و آن را به سه قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم. سپس به مرکز نقاط ی و ك و فتح پرگار ای دو دایره رسم می‌نماییم تا یکدیگر را در نقاط ط و هـ قطع کنند. بعد خطوط ط ی و ط ك را رسم می‌نماییم تا دو دایره را در نقاط و، ز قطع کنند و به همین ترتیب نقاط جـ و د را به دست می‌آوریم. حال به مرکز ی و فتح پرگار مساوی ای قوس و ا جـ و به مرکز ط و فتح پرگار ط و قوس و ز و همچنین قوسهای ز ب د و د جـ را می‌کشیم و بیضی را کامل می‌کنیم. بدین صورت:

مسئلهٔ ۱۱۹



بیضی خاگی: خط ا ب را مساوی قطر کوچك و با آن قطر دایرهٔ ا جـ ب را رسم می‌کنیم تا قطر دیگر را در نقاط جـ و د قطع نماید. سپس به مرکز ا و فتح پرگار ا ب قوس ب و را می‌کشیم تا امتداد خط ا جـ را قطع نماید. و به همین ترتیب قوس ا ز را رسم می‌کنیم. بعد به مرکز جـ و فتح پرگار جـ و قوس و ط ز را می‌کشیم و بیضی را تمام می‌نماییم. بدین صورت:

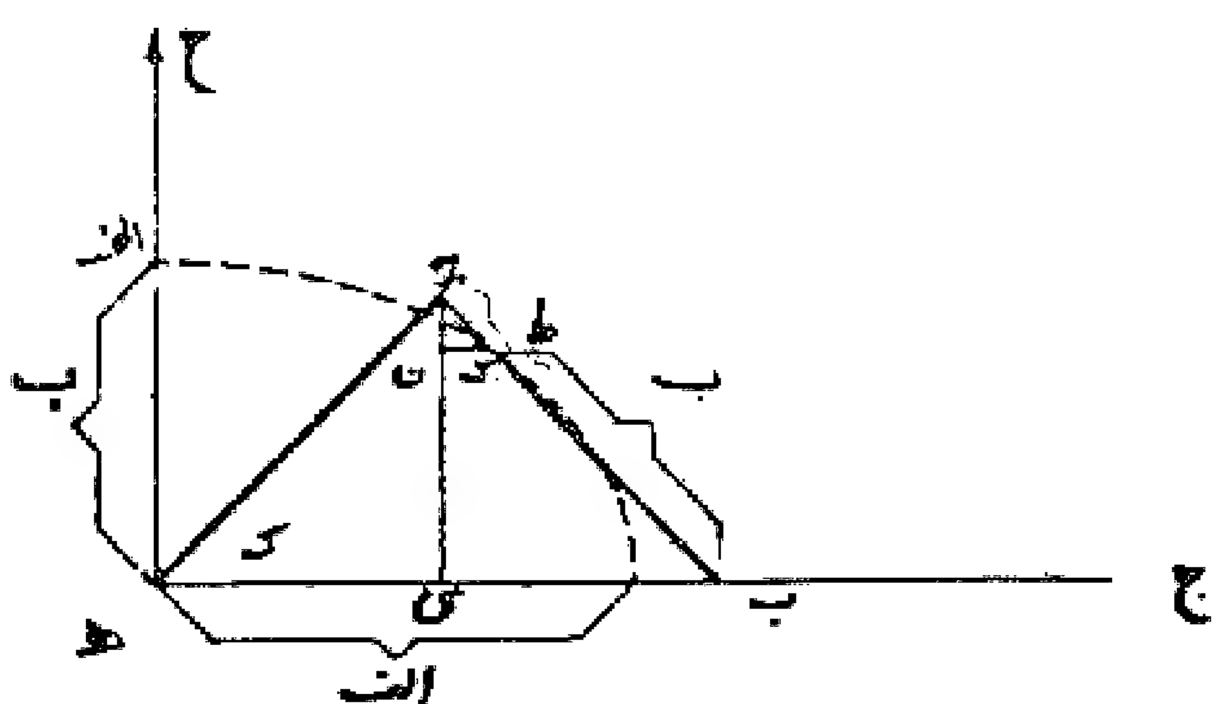
مسئلهٔ ۱۲۰



چنانچه به همین ترتیب در قسمت دیگری نیز عمل کنیم بیضی خاگی متقارن کامل به دست می آید. بدین صورت:

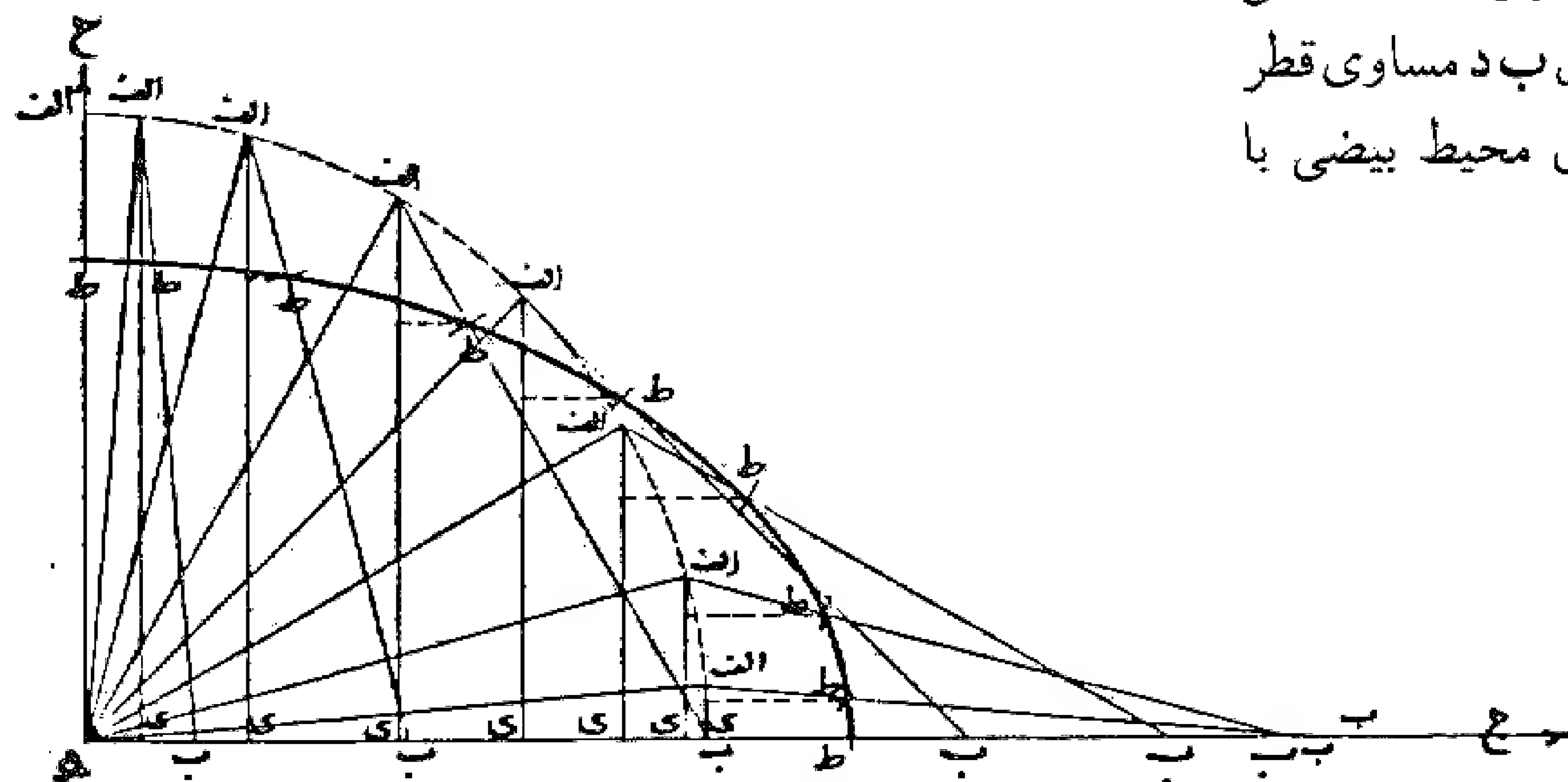
البته برای ترسیم بیضی وجوهات دیگر نیز درکتابهای مختلف پیشنهاد شده است که می توان در صورت لزوم و احتیاج به آنها مراجعه کرد.

مسئلهٔ ۱۲۱

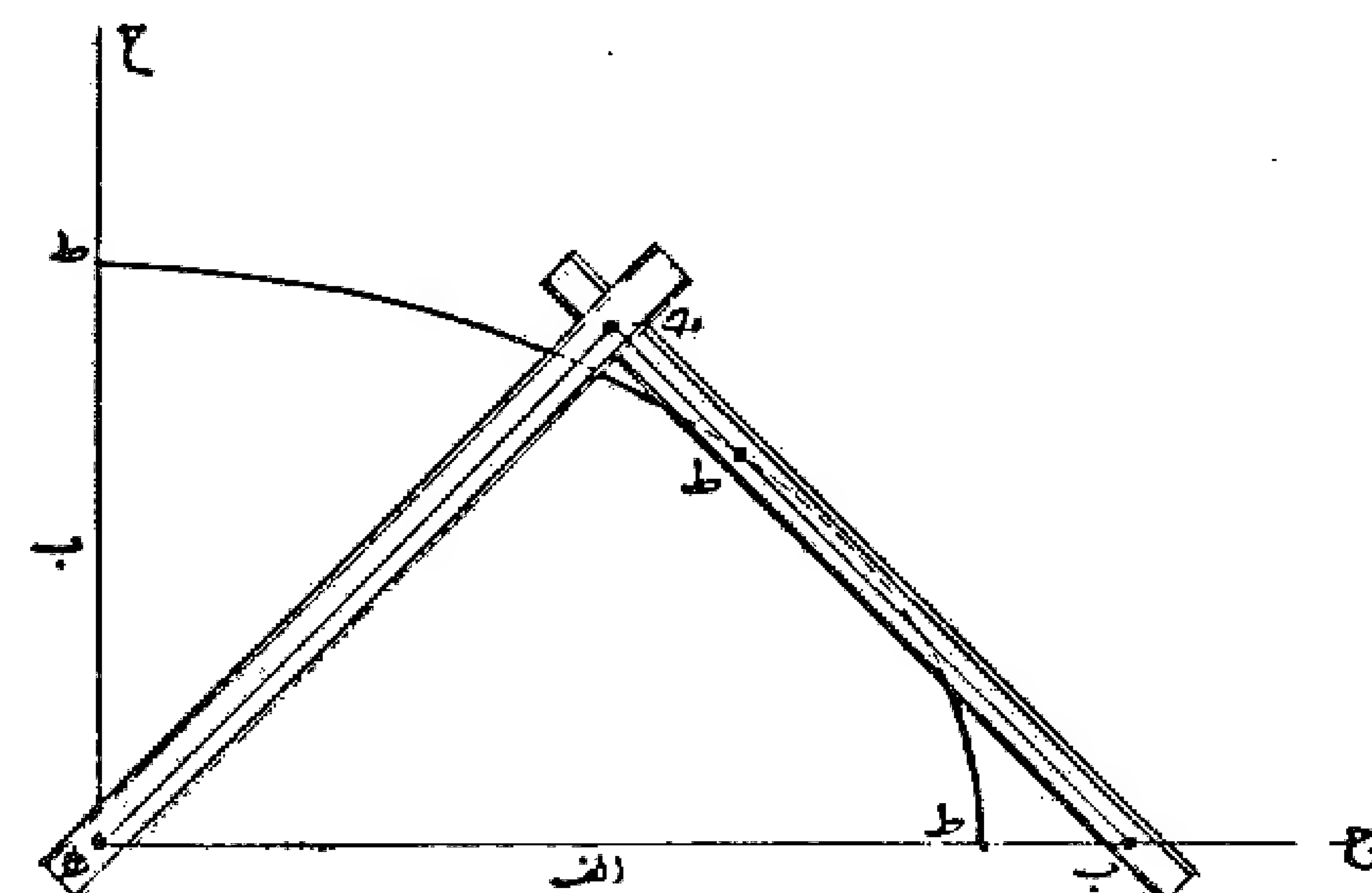


وجهی دیگر: **رسم بیضی با پرگار دوشاخه:**

مقدمه: چنانچه دو محور عمود بر هم نظیر محورهای **هـ ا** و **هـ ب** را داشته باشیم، روی محور **هـ ب** مثلث متساوی الساقین **هـ جـ ب** را به نحوی رسم می کنیم که طول **هـ جـ** مساوی **جـ ب** و هر کدام مساوی نصف مجموع نیمهٔ دو قطر بیضی مورد نظر باشد. بعد نقطه ای روی ضلع **جـ ب** به طوری انتخاب می کنیم که طول **جـ ط** مساوی نصف تفاضل نیمهٔ دو قطر باشد. (و یا به عبارت دیگر طول **ب د** مساوی قطر کوچك تر) در این صورت نقطهٔ **ط** روی محیط بیضی با قطرهای مورد نظر قرار دارد.



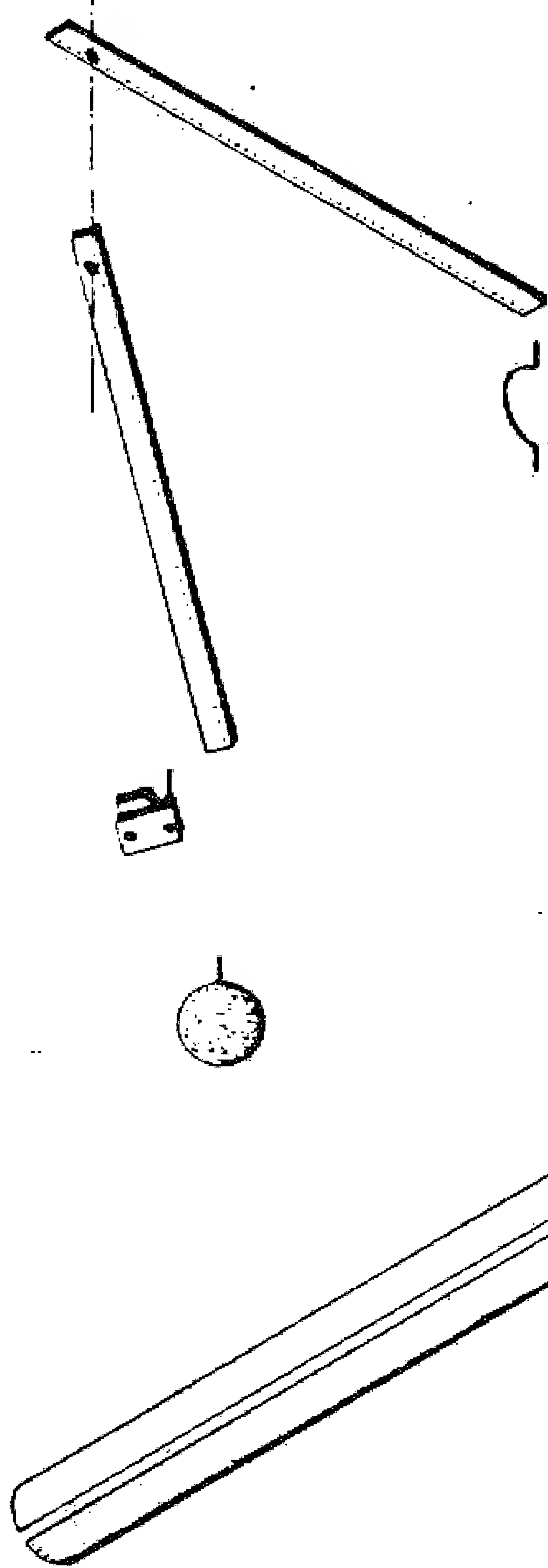
طرز ساختن پرگار: حال برای ساختن پرگار روی دو خط کش را از یك طرف به یکدیگر متصل می نماییم به طوری که بتوانند در حول محور اتصال گردش نمایند. سپس از محور دو طول مساوی که هر کدام معادل نصف مجموع نیمهٔ دو قطر بیضی مورد نظر باشند مانند طولهای **جـ هـ** و **جـ ب** جدا می کنیم بعد نقطهٔ **د** را به فاصلهٔ **جـ ط** مساوی نصف تفاضل نیمهٔ دو قطر بیضی روی آن نشان می نماییم.

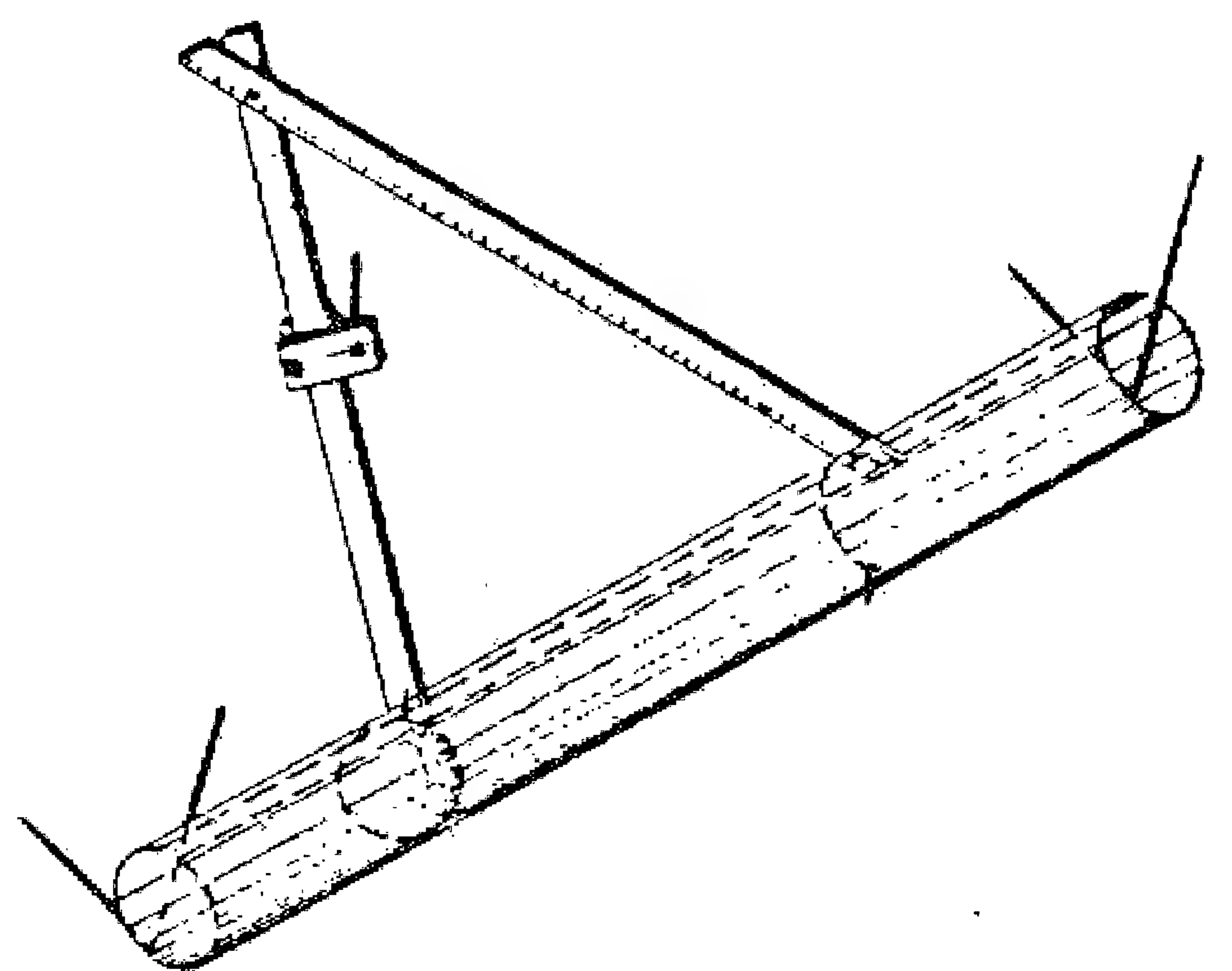


حال برای رسم بیضی کافی است دو خط عمود بر یکدیگر رسم و نقطهٔ **هـ** را در مرکز آن ثابت کنیم و نقطهٔ **ب** را روی محور **هـ ب** حرکت دهیم تا مداد نصب شده در نقطهٔ **ط** محیط بیضی مورد نظر را رسم نماید. البته در این رسم ابتدا نصف بیضی را

رسم می‌کنیم و برای رسم نصف دیگر لازم است جهت خط‌کش را در امتداد مقابل هـ ب تغییر دهیم.

لازم به تذکر است که: این روش اخیر به وسیلهٔ آقای فریبرز آذرپناه از گروه ریاضی دانشگاه شهید چمران اهواز پیشنهاد گردیده است و ایشان برای کشیدن بیضی به صورت یك جا و بدون جابه‌جایی خط‌کش پرگار کامل‌تری را نیز پیشنهاد می‌نمایند. مطابق شکل زیر:





مقدمه

ترسیم منحنیهای دیگر

قبل از شروع روش ترسیم دیگر منحنیها در اینجا لازم است یادآوری گردد که: چهار منحنیهای معروف یعنی دایره ـ بیضی ـ سهمی ـ هذلولی به نام مقاطع مخروطی نامیده می‌شوند که بنا بر طرز برش مخروط و نسبت سطح برش به آن، منحنیهای یادشده را به دست می‌دهد.

به عبارت دیگر، اگر صفحهٔ برش عمود بر خط محور مخروط باشد سطح برش، دایره و اگر عمود بر محور نباشد ولی مخروط را کاملا قطع نماید سطح برش، بیضی شکل و چنانچه صفحهٔ برش به موازات یك یال مخروط باشد سطح برش، سهمی و بالاخره اگر موازی خط محور مخروط باشد سطح برش، یك شاخهٔ هذلولی را تشکیل می‌دهد و مخروط مجازی هم‌رأس که با امتداد صفحهٔ برش تلاقی می‌نماید شاخهٔ دوم هذلولی را نمایان می‌کند و به خوبی معلوم است که این چهار منحنی هر کدام دارای گروههای زیادی هستند.

همچنین می‌توان گفت تغییر دایره از یك جهت بیضی و ادامهٔ این حرکت سهمی و بالاخره هذلولی را به دست می‌دهد.

در تعریف این مقاطع گفته می‌شود که:

۱ـ دایره مکان هندسی نقاطی است که فاصلهٔ آنها از یك نقطهٔ ثابت مقدار ثابتی است.

۲ـ بیضی مکان هندسی نقاطی است که مجموع فاصلهٔ آنها از دو نقطهٔ ثابت مقدار ثابتی است.

۳ـ سهمی مکان هندسی نقاطی است که فاصلهٔ آنها از یك نقطهٔ ثابت و یك خط مستقیمی مساوی باشد.

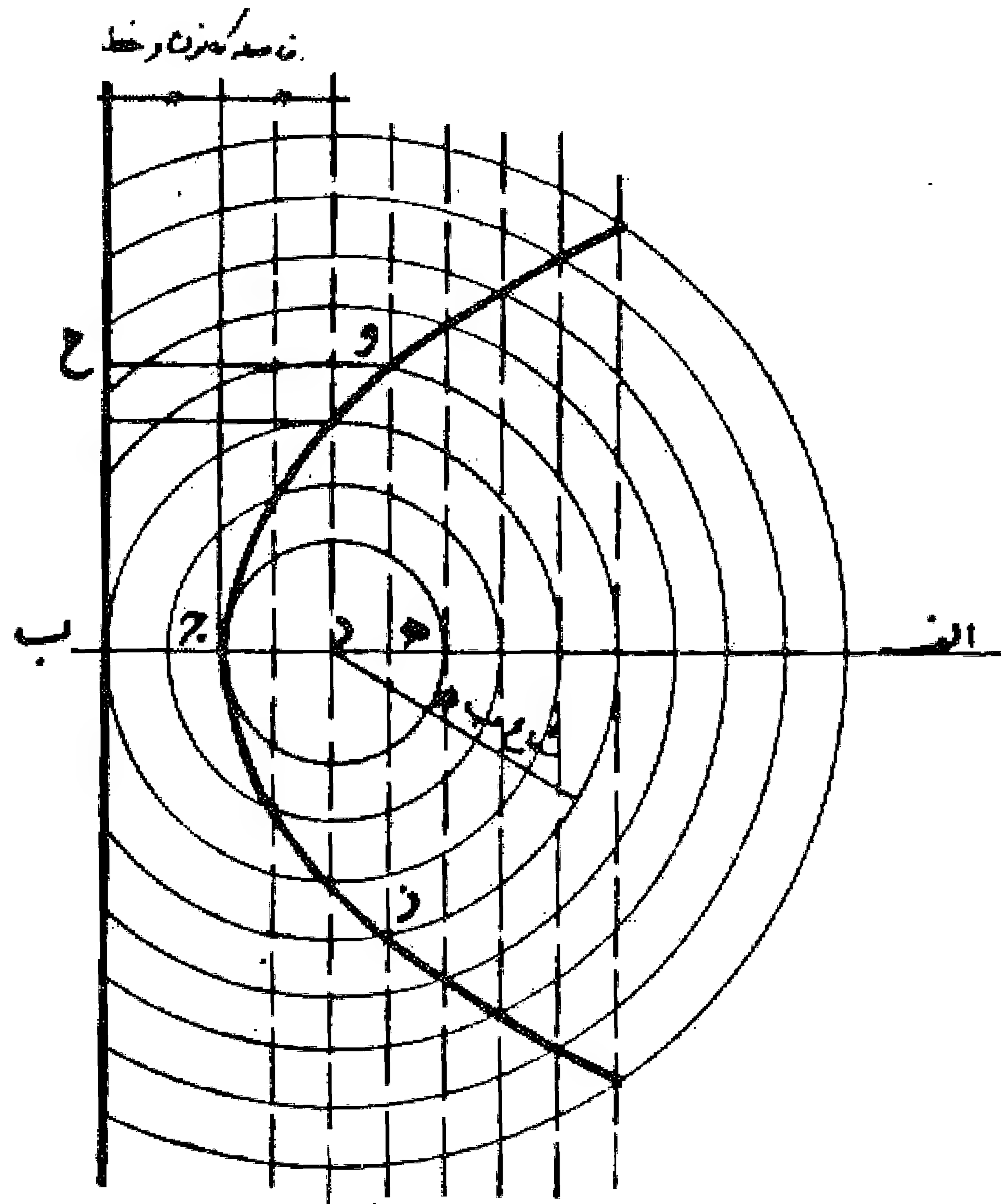
۴ـ هذلولی مکان هندسی نقاطی است که تفاضل فاصلهٔ هر نقطه از آن از دو نقطهٔ ثابت مقدار ثابتی باشد.

حال پس از گفتن روش ترسیم بیضی بی‌تناسب نیست که طرز کشیدن دو منحنی سهمی و هذلولی را هم ذکر نماییم.

ترسیم سهمی

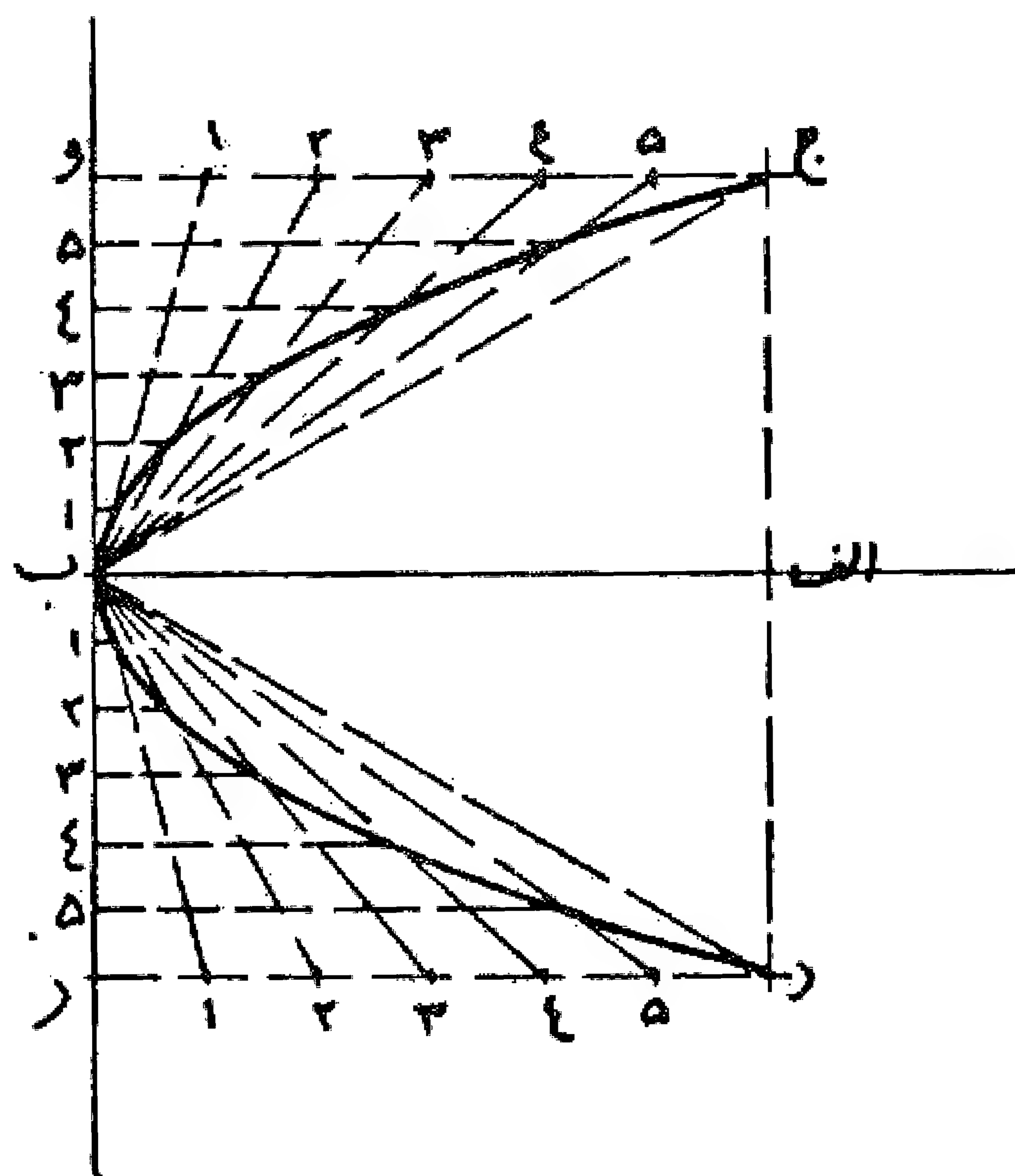
مسئلهٔ ۱۲۲

روش رسم منحنی سهمی: روش رسم این منحنی آن است که ابتدا خطی به موازات خط عمود به محور اصلی با فاصلهٔ معینی رسم می نماییم و سپس به همان فاصله دایره ای به مرکز کانونی می کشیم تا آن خط را قطع کند و دو نقطه از منحنی به دست آید. و به همین ترتیب دیگر نقاط منحنی را مشخص و به یکدیگر وصل و منحنی را کامل می نماییم. بدین صورت:



مسئلهٔ ۱۲۳

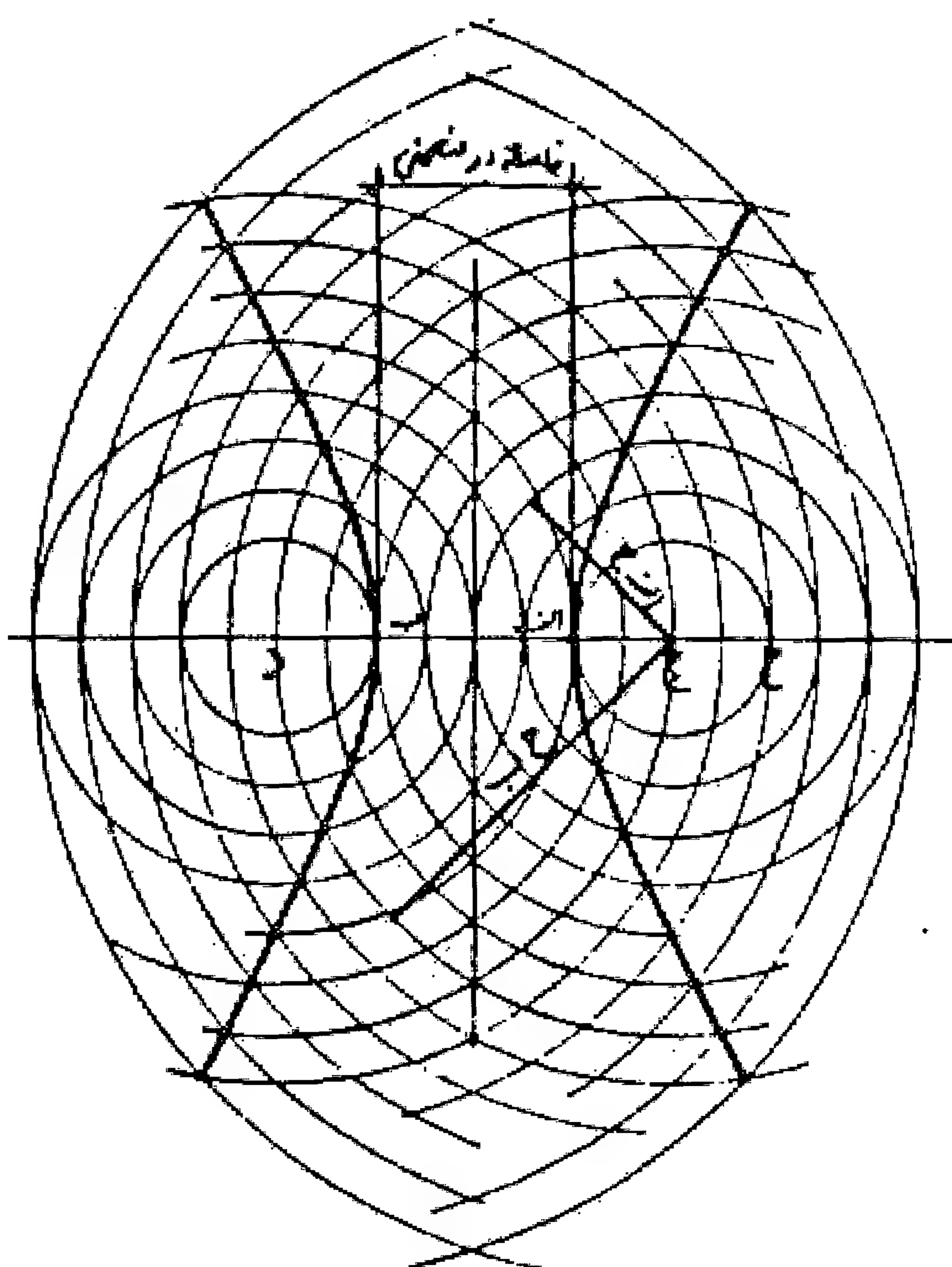
وجهی دیگر: در این مسئله رأس منحنی و دو نقطهٔ قرینه از آن داده شده است و می خواهیم منحنی را رسم کنیم. ابتدا محور اصلی را رسم و از رأس منحنی خطی بر آن عمود می نماییم تا دو خطی را که از دو نقطهٔ داده شده موازی محور اصلی رسم می کنیم قطع نماید. سپس آن دو خط را به قسمتهای مساوی تقسیم می کنیم و خطوطی از نقاط تقسیم به رأس منحنی می کشیم و بعد خط عمود از رأس منحنی را به همان تعداد قسمت مساوی تقسیم و خطوطی موازی محور اصلی رسم می کنیم تا خطوط کشیده شده را قطع نمایند. این نقاط، نقاط منحنی است آنها را به یکدیگر وصل و منحنی را کامل می کنیم. بدین صورت:



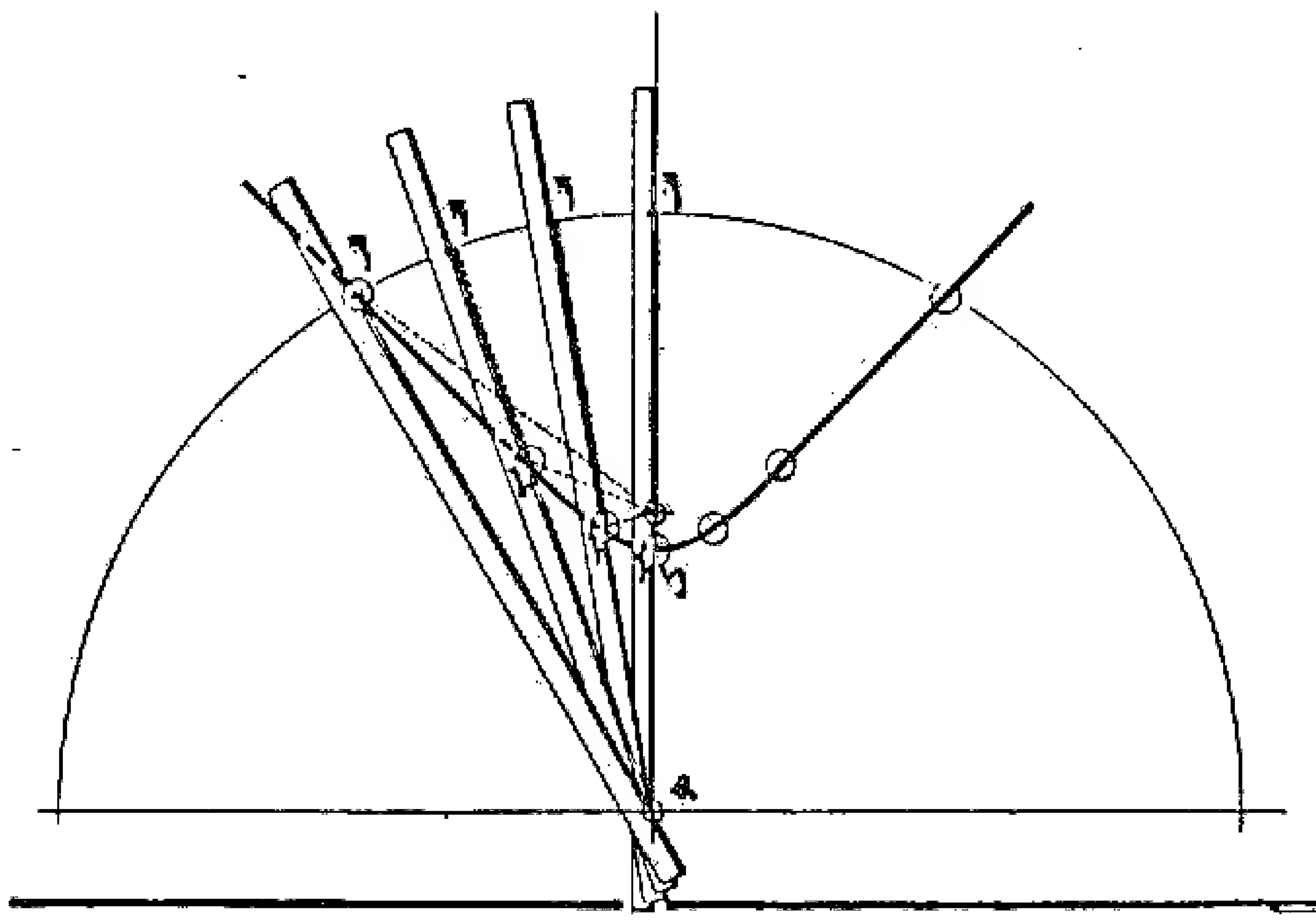
ترسیم هذلولی

مسئلهٔ ۱۲۴

روش رسم یك هذلولی: ابتدا دو خط عمود بر یکدیگر رسم و بر روی یکی فاصلهٔ دو منحنی و سپس دو کانون هذلولی را مشخص می کنیم. بعد برای به دست آوردن نقاط مختلف بدین طریق عمل می نماییم که نقطه ای روی محور اصلی انتخاب و به مرکز کانونها و فاصلهٔ آن نقطه از دو سر هذلولی قوسهایی رسم می کنیم تا یکدیگر را قطع نمایند. این نقاط روی منحنی هذلولی قرار دارد و ادامهٔ این کار برای نقاط مختلف روی محور اصلی، منحنی هذلولی را به دست می دهد. بدین صورت:



مسئلهٔ ۱۲۵

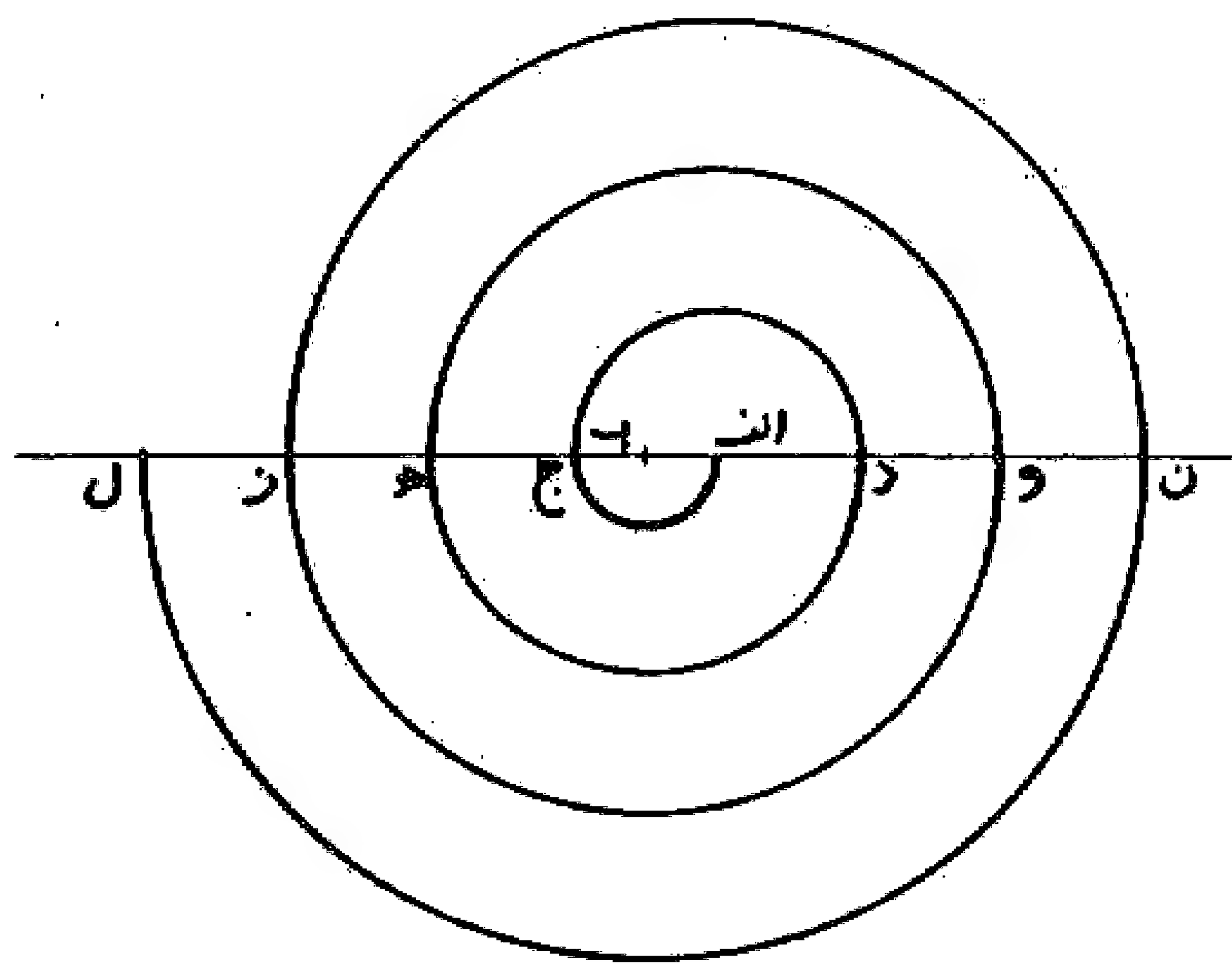


وجهی دیگر: خط کش و قطعه نخی مساوی طول آن انتخاب و یك سر آن دو را به یکدیگر وصل می نماییم. سپس دو نقطهٔ ثابت یا کانون هذلولی را معین می کنیم بعد یك طرف نخ را در یك کانون و طرف دیگر خط کش را در کانون دیگر ثابت می نماییم به طوری که بتواند حول آن کانون بچرخد. حال مداد را در نخ می گذاریم و آن را به خط کش تکیه می دهیم و شروع به رسم می کنیم، به نحوی که مداد از خط کش جدا نشود. در این حال یك شاخه هذلولی رسم می شود. بدین صورت:

در اینجا بی تناسب نیست که گفته شود استفاده از مقاطع مخروطی در صنایع و معماری زیاد است و به طور نمونه می توان از سطح هذلولی یکپارچه نام برد که نخستین بار به وسیلهٔ ارشمیدس بیان شد و دارای ویژگیهای چشمگیر است که بـا اسـتـفاده از این قسمت یکی از شاهکارهای معماری به نام آسمان نما، پلانتاریم (Planeterium) توسط مك‌دونل در پارك جنگلی سنت لوییز به وجود آمده است.

فصل
(خطوط اسلیمی) (خطوط جلزونی)

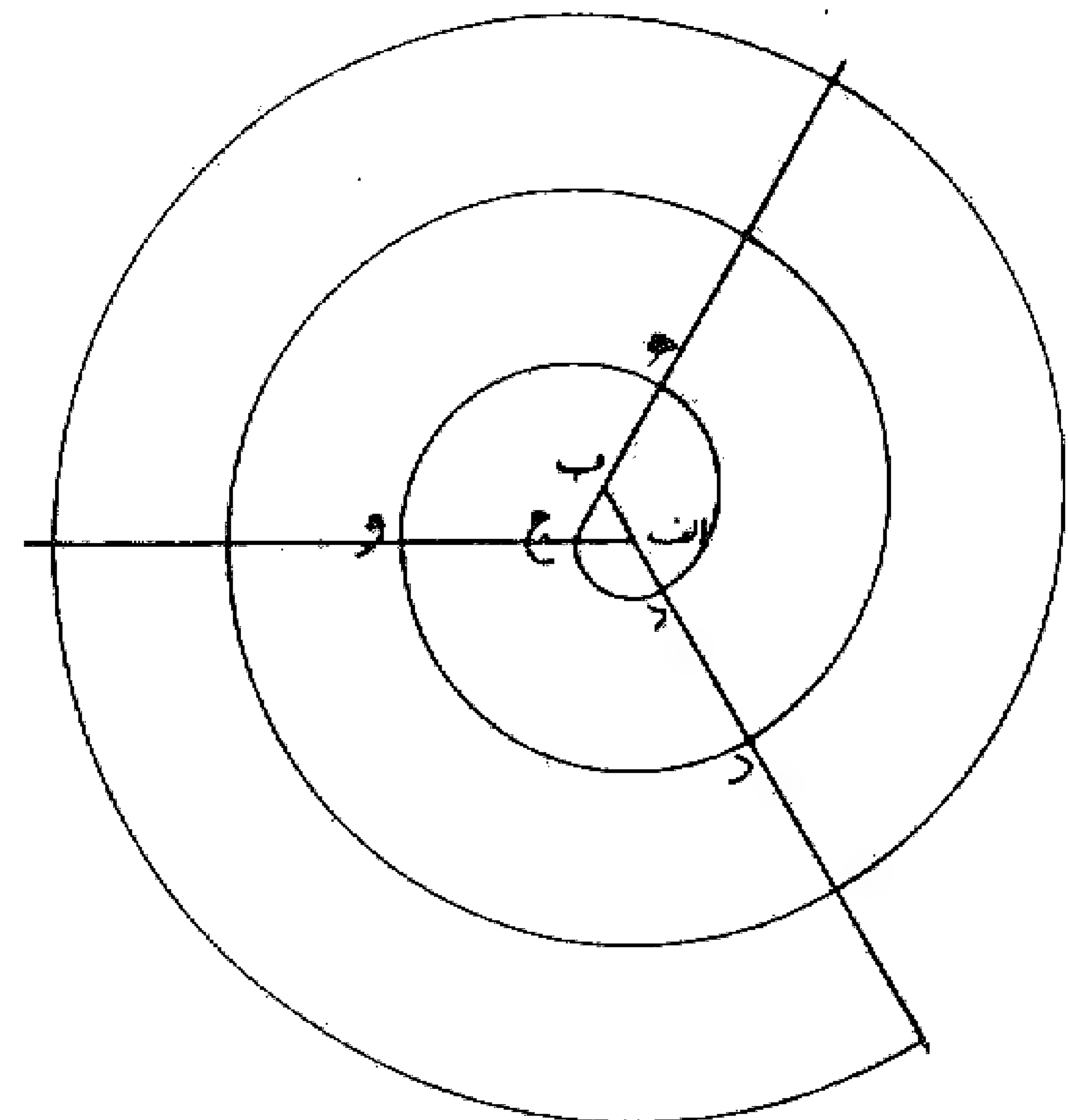
مسئلهٔ ۱۲۶



رسم مارپیچ: دو نقطهٔ ا و ب را برای مرکز با فاصلهٔ دلخواه در نظر می گیریم و بعد به ترتیب هر کدام را مرکز قرار می دهیم و به شعاع[۲] فاصله با دیگری نیم دایره ای مماس با یکدیگر رسم می کنیم و تا اندازهٔ مورد نظر کار را ادامه می دهیم. و بدین صورت مارپیچی با دو مرکز به دست می آید، مطابق شکل.

به دست آوردن طول محیط شکل از طریق رسم، یا تبدیل محیط اشکال به خط مستقیم

مسئلهٔ ۱۲۷

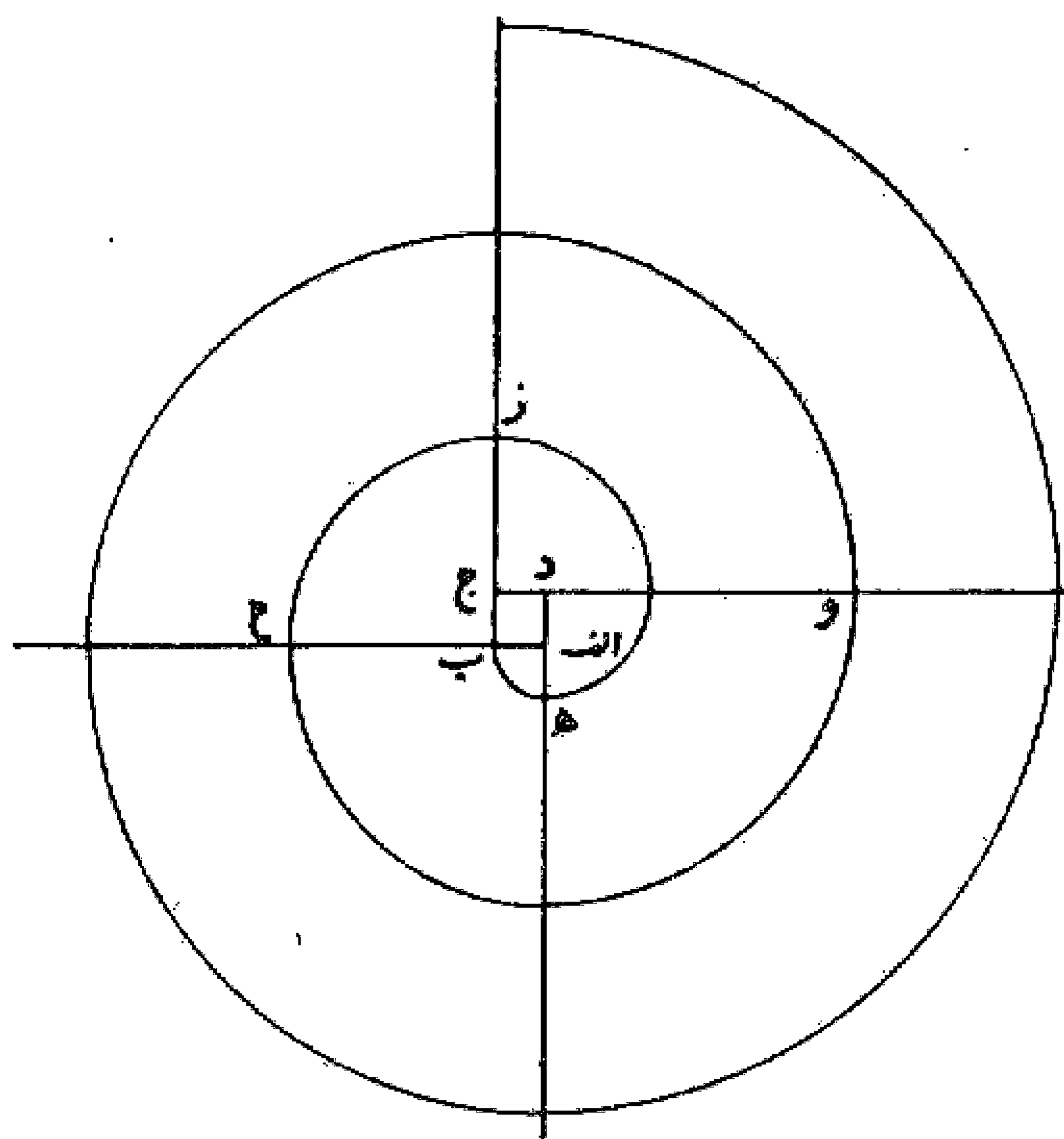


در مثلث ا ب جـ ابتدا اضلاع را ادامه می دهیم و سپس به مرکز رأس ا و فتح پرگار مساوی ا جـ قوس جـ د را می کشیم و بعد به مرکز ب و شعاع ب د قوس د هـ و به همین ترتیب به مرکز جـ و شعاع جـ هـ قوس هـ و را. به خوبی دیده می شود که شعاع سومین قوس یعنی جـ هـ معادل طول محیط مثلث است. و بدین صورت مارپیچی با سه مرکز به‌دست می آید مطابق شکل.

۲. هر شعاع مساوی است با شعاع قبلی به اضافهٔ فاصلهٔ دو مرکز.

مسئلهٔ ۱۲۸

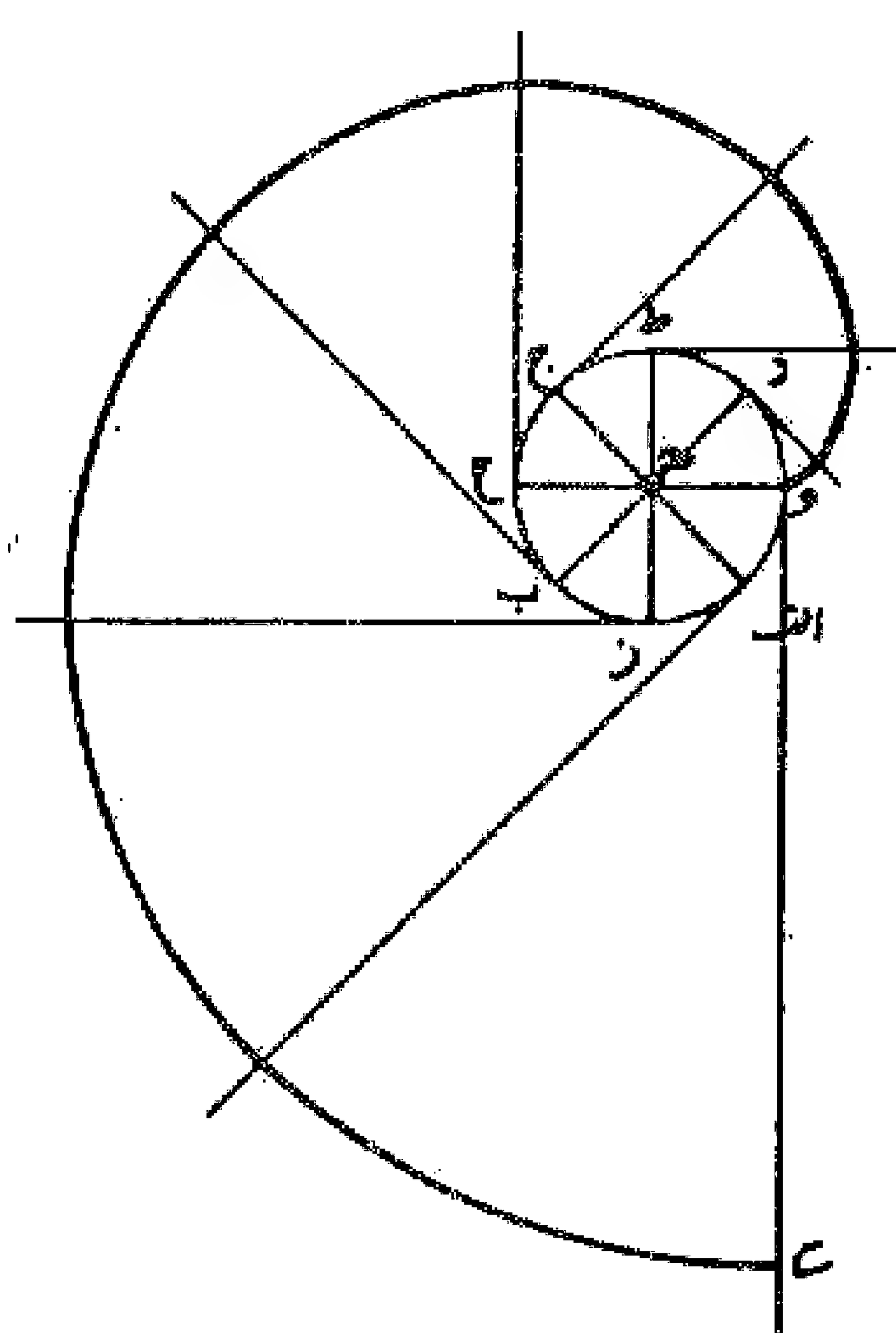
در مربع ا ب جـ د نیز به همان ترتیب و روش مثلث منحنیها رسم می‌شود و در این شکل چهارمین شعاع معادل طول محیط مربع یعنی شعاع ب ز مساوی ب ح به دست می‌آید. و بدین صورت مارپیچی با چهار مرکز رسم می‌شود مطابق شکل.



مسئلهٔ ۱۲۹

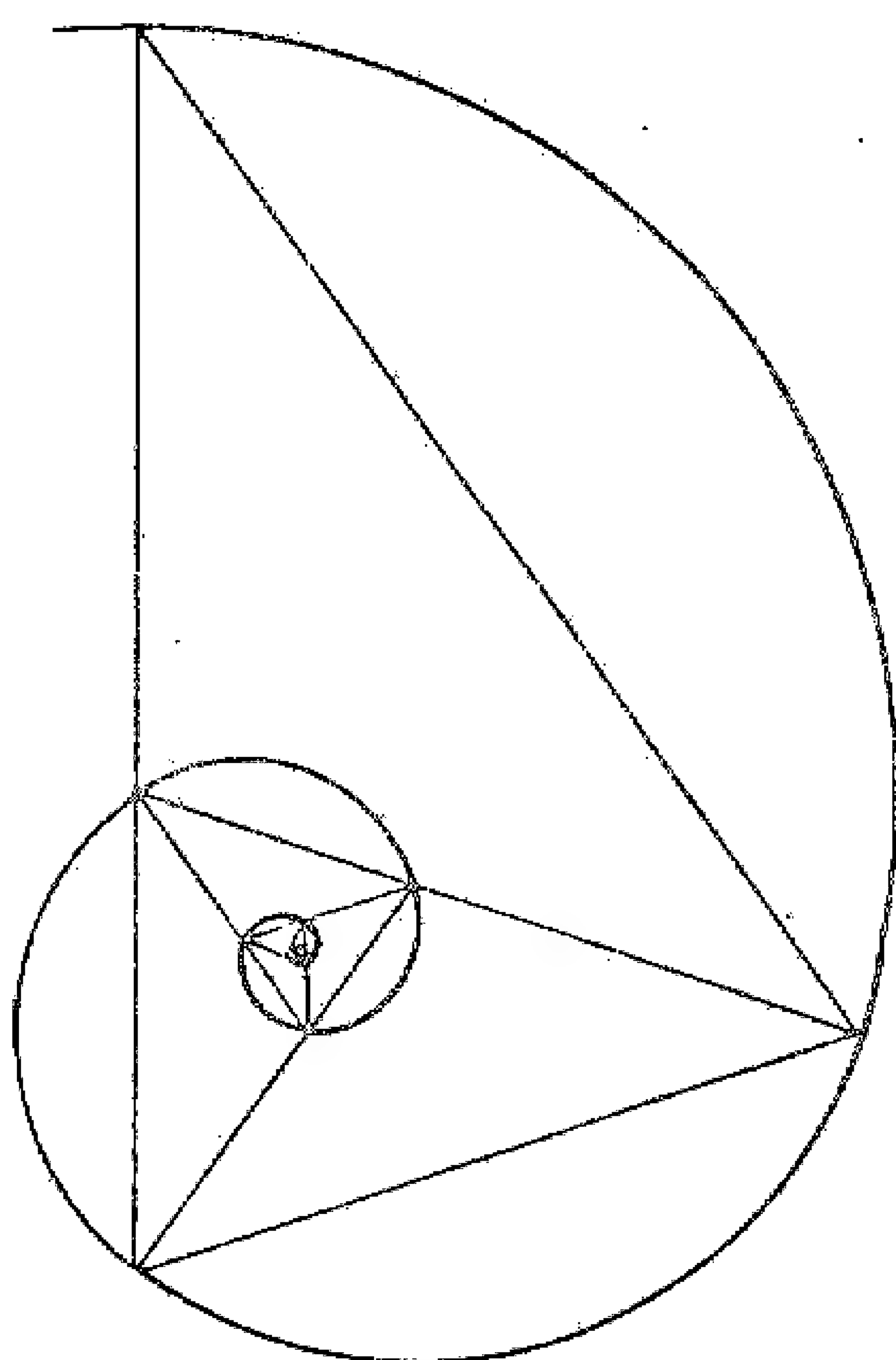
و بالاخره چنانچه این عمل در دایره انجام شود با این روش طول محیط دایره بـه دست می‌آیـد. بدین ترتیب که در ترسیم زیر هشتمیـن شعـاع مساوی طول محیط دایره است. طول وی مساوی طول قطر در عدد پی (π) است قابل توجه آن است که هر چند تعداد نقاط تقسیم روی محـیط دایـره بیشتر باشد طول مماس آخر به رقم صحیح محیط دایره نزدیك‌تر و عدد دقیق‌تری به دست می‌آید.

البته ترسیمات دیگری نیز وجود دارد، مـانند منحنیهای گردان و غیره کـه فعلا احتیـاجی به بحث دربارهٔ آنها نیست.



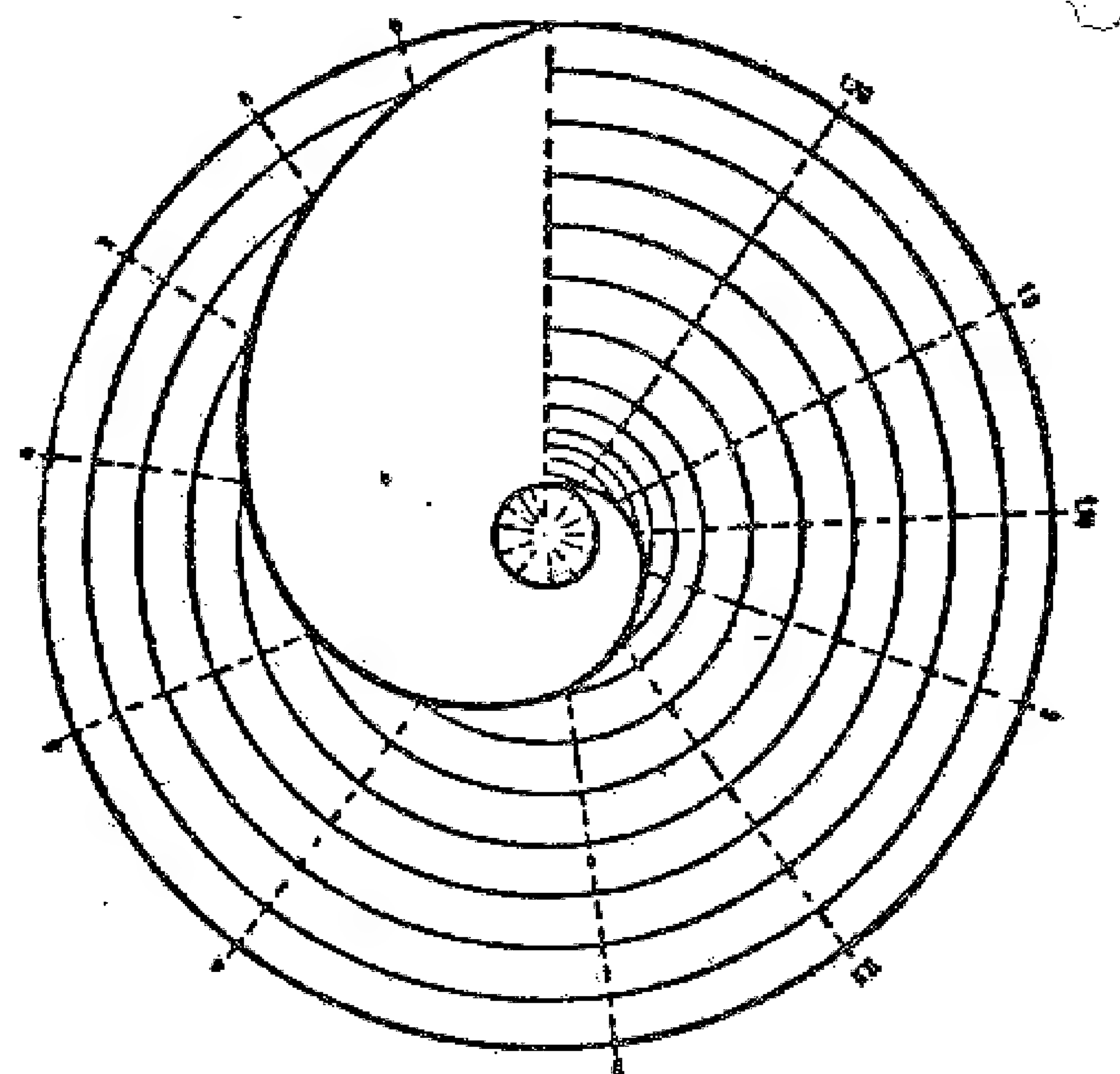
مسئلهٔ ۱۳۰

وجهی دیگر: اگر مثلث متساوی‌الساقینی با زاویهٔ رأس ۳۶ درجه و به عبارت دیگر مثلث پنج ضلعی به گفتهٔ ابوالوفاء بوزجانی را رسم کنیم و نیمساز زاویهٔ مجاور قاعدهٔ آن را که ۷۲ درجه است بکشیم، مثلث دیگری حاصل می‌شود که متناسب و متشابه با مثلث اول است و چنانچه این عمل را تکرار کنیم یك سلسله مثلثهای دوّار متشابه به دست می‌آید که اگر رأسهای این مثلثها را به یکدیگر پیوند دهیم مارپیچ حلزونی (لگاریتمی) به دست خواهد آمد که قطب آن محل تلاقی دو میانه از دو مثلث اول است. و به خوبی دیده می‌شود که نسبت دو منصف در مثلثهای دوّار و نسبت دو قطر مستطیل در مربعهای دوّار نسبت طلایی هستند. این مارپیچ لگاریتمی در طبیعت زیاد دیده می‌شود (مثل صدف حلزون).

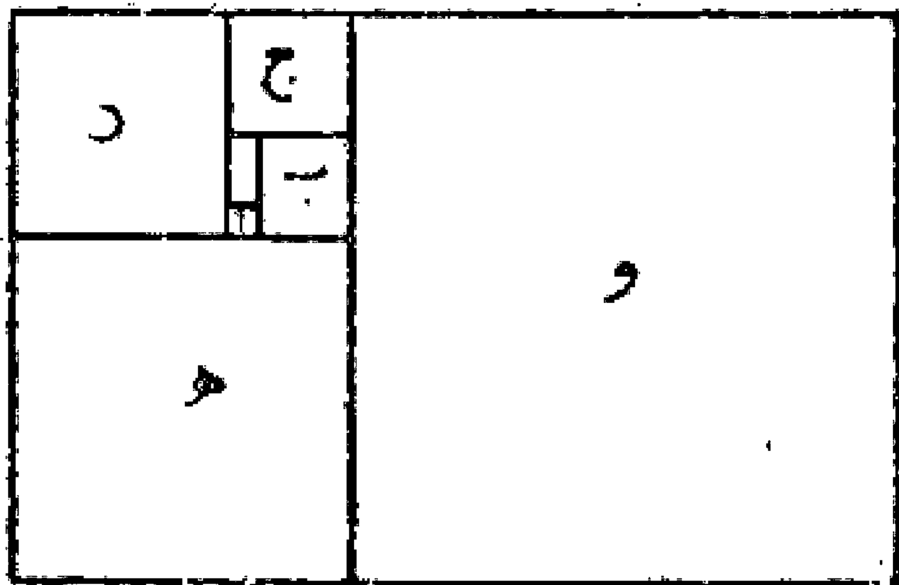


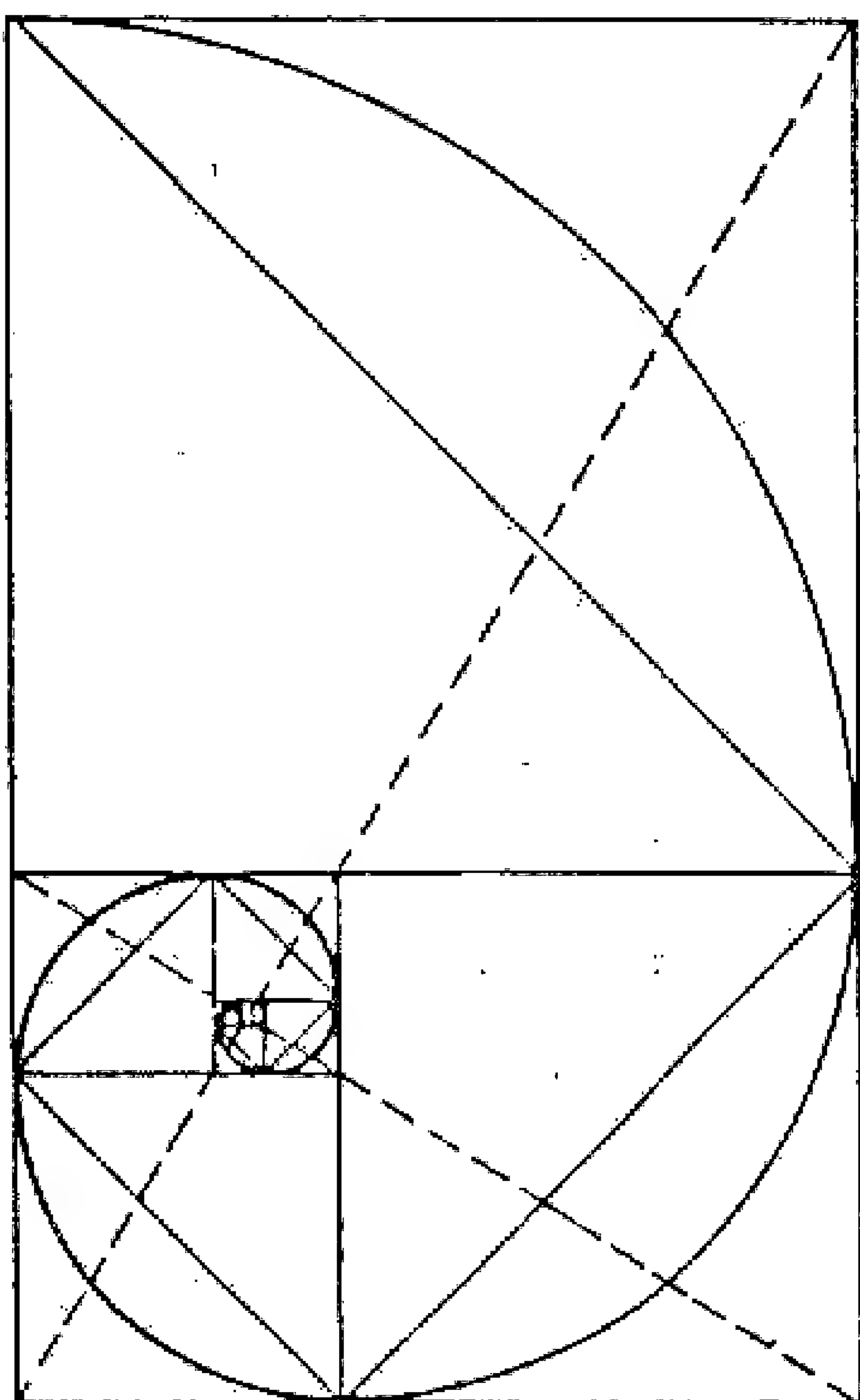
دررسم خطوط اسلیمی وحلزونی لازم است از مرتبهٔ دیگری از تناسبات طلایی ذکری به میان آورده شود ورابطهٔ آن را با این منحنی بیان کنیم.

دیدیم که مستطیل طلایی مستطیلی بود که نسبت طول به عرض آن نسبت ذات وسطین و طرفین را داشته باشد. حال اگر مستطیلی با خواص ذکر شده رسم نماییم و از یك سمت آن مربعی به عرض مستطیل جدا کنیم دیده می شود که مستطیل باقی مانده خود مستطیلی طلایی و مشابه با مستطیل اولی است واگر این عمل را مرتباً تکرار نماییم مستطیلهایی به دست می آید که همگی با یکدیگر متشابه و دارای تناسبات طلایی هستند و در صورتی که نقاط تقسیم را به یکدیگر وصل کنیم یك مارپیچ حلزونی با نسبت طلایی به دست می آید که قطب این مارپیچ بر روی نقطهٔ تلاقی دوقطر مستطیل اول ودومی قرار دارد وضمناً قطرهای مستطیلهای دیگر نیز بر روی همین دو قطر منطبق هستند.



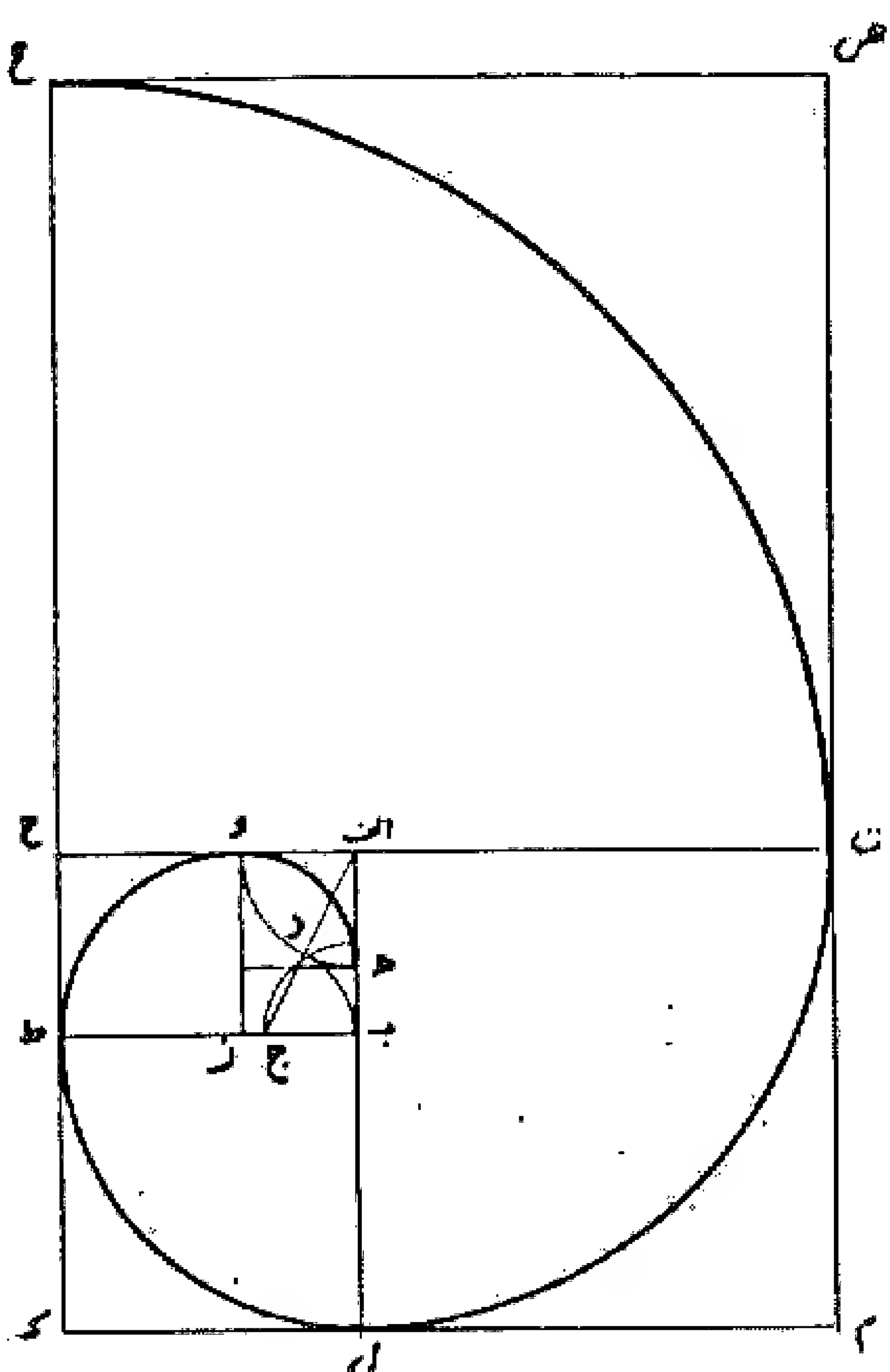
محاط کردن یك پیچ لگاریتمی در دایرهٔ محاسبه، اعدادی که نشان داده شده‌اند برابر شعاعهای متناظرند، واحد $\frac{۱}{۱۰}$ شعاع‌دایرهٔ محاسبه‌اختیار شده است.





مسئلهٔ ۱۳۱

روش ترسیم قوس حلزونی با تناسب طلایی:
ابتدا مستطیل ا ب ز و را با تناسبات طلایی اضلاع رسم می نماییم. سپس بر روی ضلع ز و مربع ز و ح ط را می سازیم و به همین ترتیب روی ضلع ب ط مربع ب ط ك ل وبر روی ضلع ا ل مربع ا ل م ن و بر روی ضلع ن ح مربع ح ن ص ع و قس علی هذا را رسم می کنیم. سپس به ترتیب به مرکز نقطهٔ ز وطول ز و و نقطهٔ ب با طول ب ط و نقطهٔ ا با طول ا ل و نقطهٔ ح با طول ح ن قوسهایی رسم می نماییم تا حلزون هـ و ط ل ن ع به دست آید. این مارپیچ را که یك مارپیچ لگاریتمی است با روشهای دیگری هم که با این نسبت ساخته شده باشند می توان کشید.

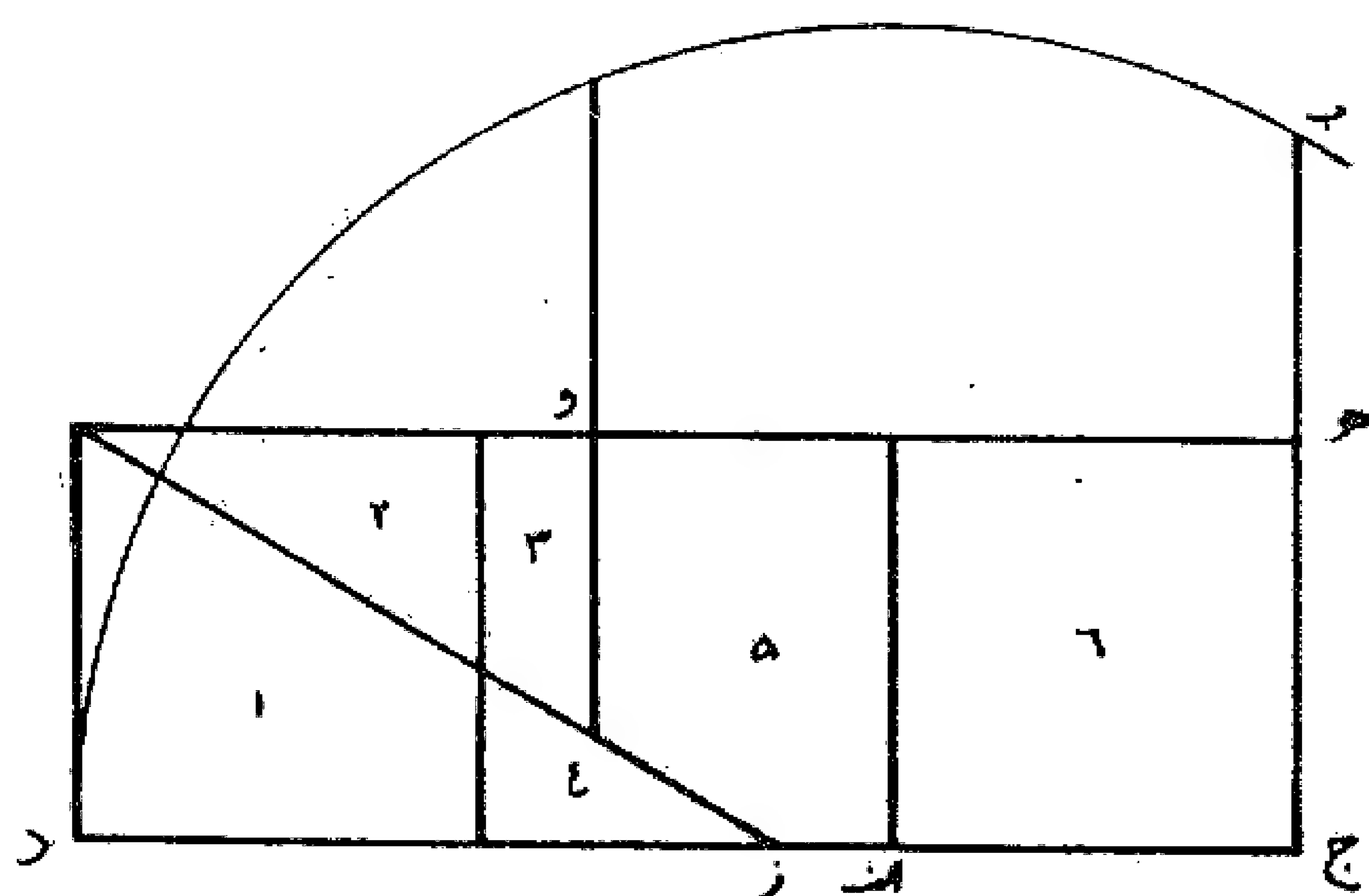


در اینجا بی‌تناسب نیست که بازهم یادآورگردیم که حسن زیباپسندی ودید هنرمندان ایرانی در انتخاب اشکال هندسی و استفاده از آنها درکار هنری درحدخود بوده است وبه خوبی توانسته اند ازاین مطلب نیز استفاده کنند به طوری کـه مـلاحـظه می شود خطوط منحنی استفاده شده در کشیدن اسلیمیها وخطائیها درصنعت کاشیکاری و نقوش زیبای قـالی بـافـی بیشتر منطبق با این منحنیهاست.

فصل
تقسیم و ترکیب اشکال هندسی:
مسئلهٔ ۱۳۲

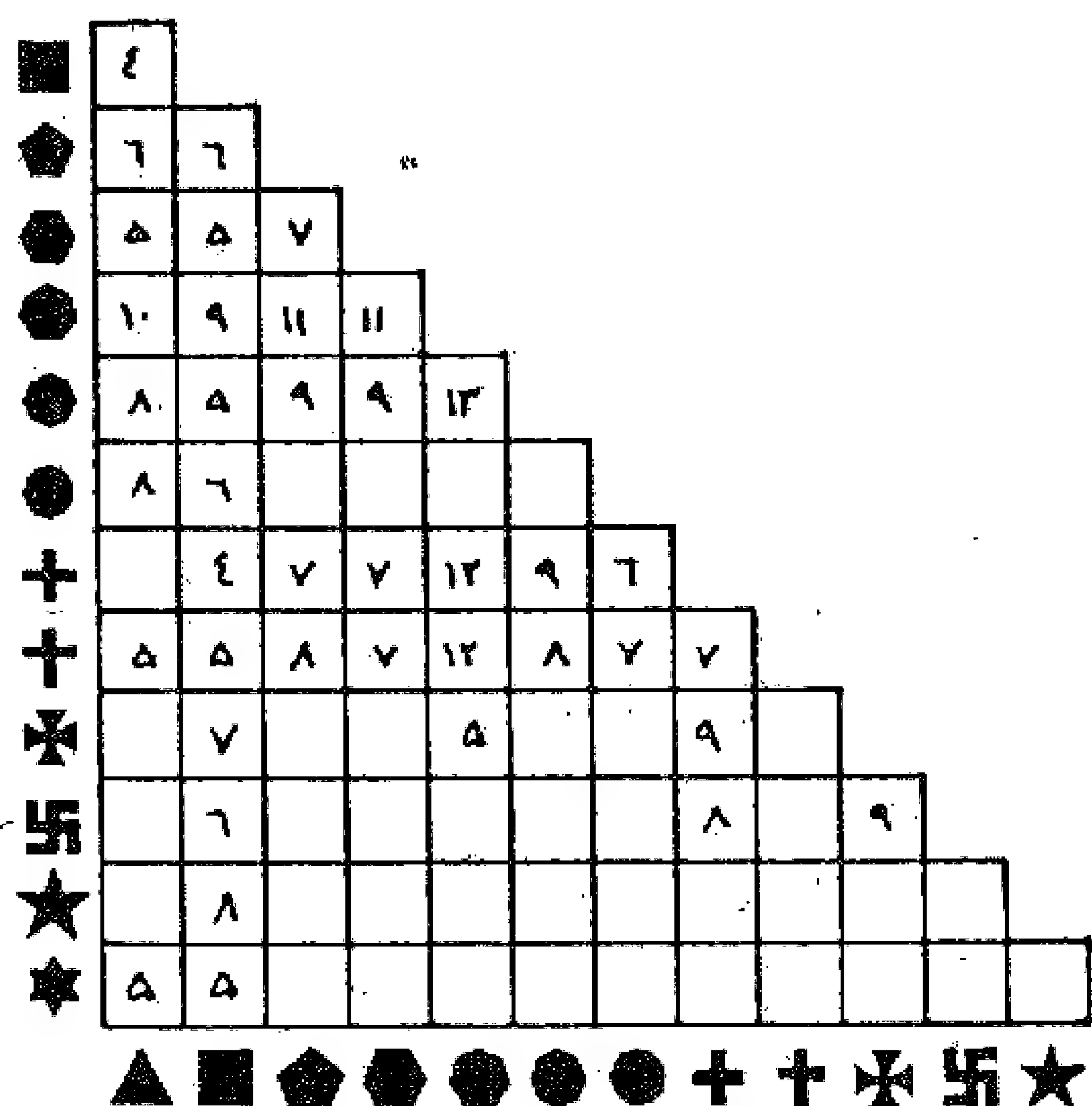
همان طور که دیده شد و استاد ریاضیدان مشهور ایرانی ابوالوفاء بوزجانی در کتاب *اعمال هندسی* خود آورده است روش تقسیم سطوح مختلف و ترکیب آنها از قدیم مورد توجه صاحبان حرف و ریاضیدانها بوده است ولی این فصل از هندسه در اروپا به فراموشی سپرده شده بود تا در قرن حاضر که دوباره مورد توجه متخصصان قرار گرفت و کوشیدند که روشهایی ارائه نمایند که با حداقل تقسیم و ترکیب تبدیل اشکال هندسی را انجام دهند.

در این راه می توان از هانری ارنست دودنی انگلیسی نام برد که قضیهٔ تقسیم وتبدیل سه مربع به یك مربع مطرح شده ازطرف بوزجانی را باحداقل شش برش حل کرد، مطابق شکل.



مسئلهٔ ۱۳۳

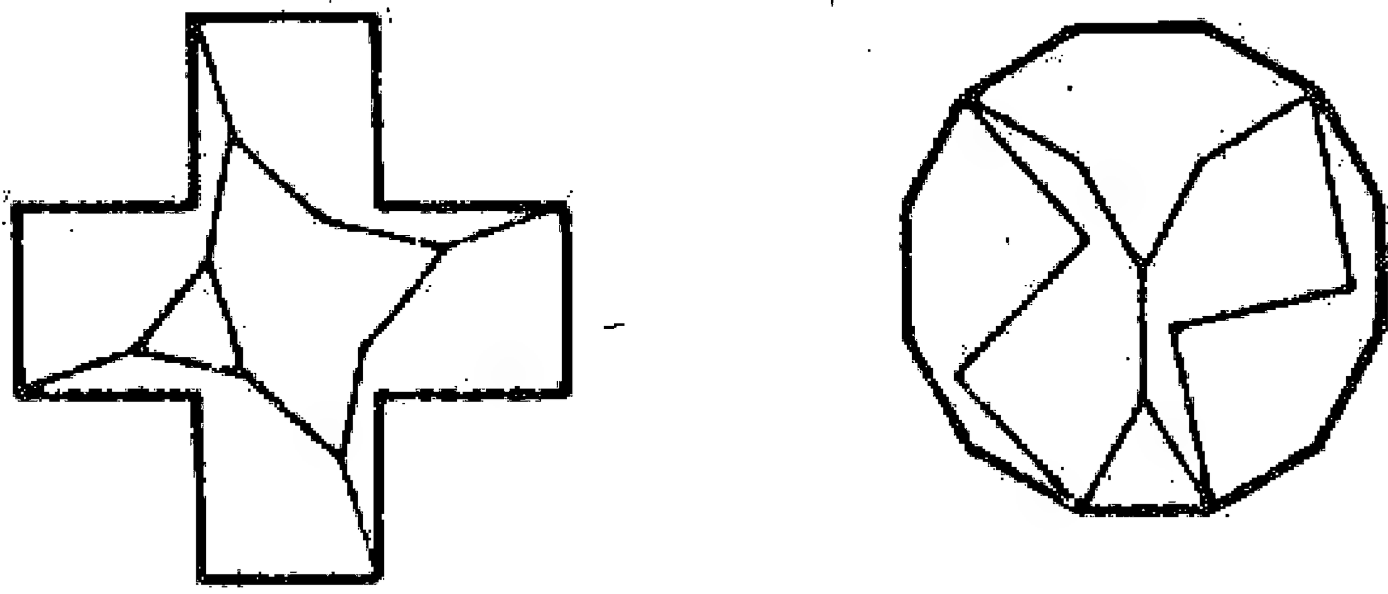
و بالاخره هاری لیندگرن که در این قرن متخصص جهانی درحل این نوع معماری هندسی می باشد توانسته است برای تبدیل هر شکل به شکل دیگر با حداقل تقسیم و تبدیل جدولی بدین شرح ارائه نماید.

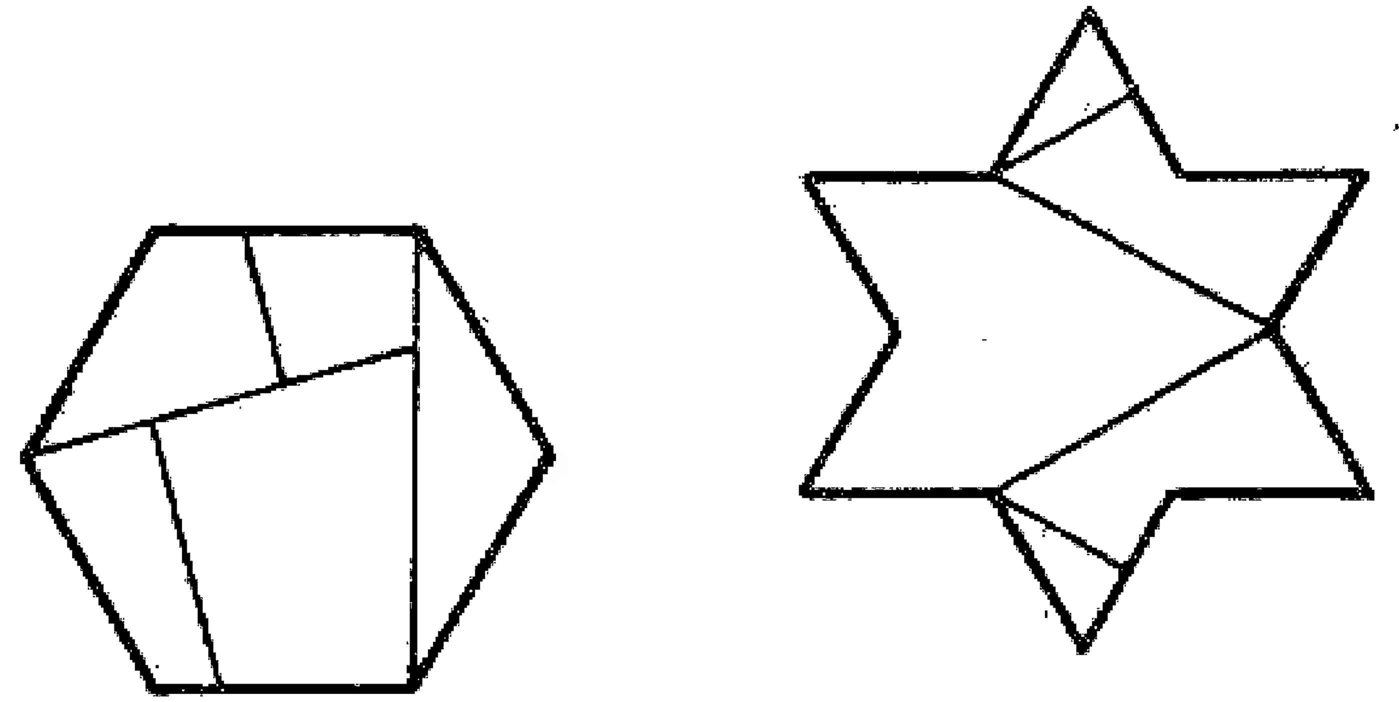


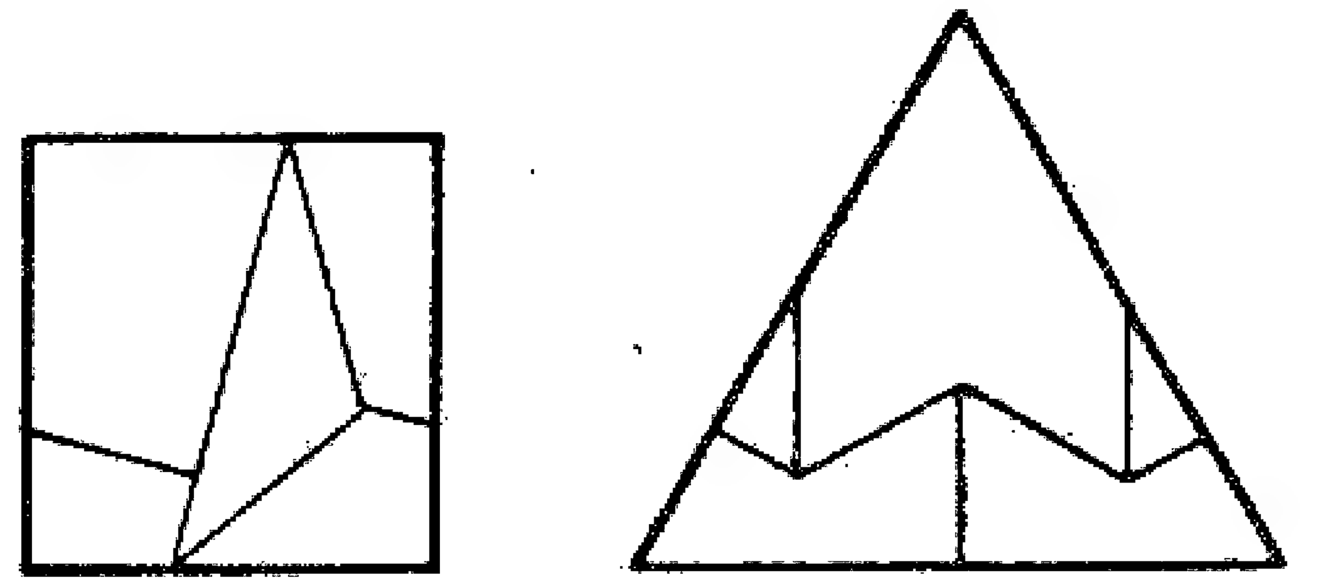
	٤											
	٦	٦										
	٥	٥	٧									
	١٠	٩	١١	١١								
	٨	٥	٩	٩	١٣							
	٨	٦										
		٤	٧	٧	١٢	٩	٦					
	٥	٥	٨	٧	١٢	٨	٧	٧				
		٧			٥			٩				
		٦						٨		٩		
		٨										
	٥	٥										

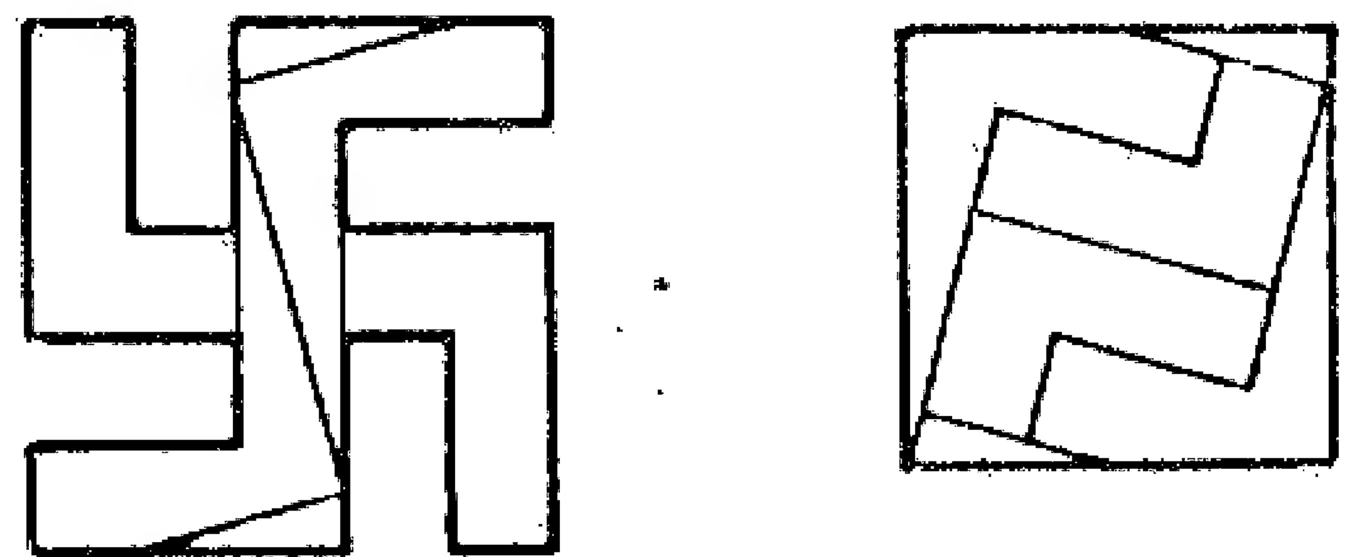
مسئلهٔ ۱۳۴

و حال برای مثال، در زیر تقسیم و تبدیل ۵ دسته از سطوحی که از همه جالب‌تر است را نشان می‌دهیم. و نیز یکی از این تقسیم و تبدیلها را به روش لیندگرن شرح می‌دهیم.









مسئلهٔ ۱۳۵

تبدیل هشت‌ضلعی منتظم به مربع: ابتدا چند هشت‌ضلعی مساوی را پهلوی یکدیگر در یك سطح قرار می‌دهیم که در نتیجه بین آنها مربعهای کوچکی به وجود می‌آید. بعد روی کاغذ دیگری مربعهایی معادل هشت‌ضلعی رسم می‌نماییم به طوری که با مربعهای کوچك‌تری مساوی مربعهای بین هشت‌ضلعیها ترکیب شده باشد. حال با قرار دادن این دو کاغذ و لغزاندن آنها روی یکدیگر نسبت مطلوب را به دست می‌آوریم و با چیدن آنها و قرار دادن قسمتهای چیده شده بر اساس نقش دوم هشت‌ضلعی تبدیل به مربع و یا بالعکس مربع به هشت‌ضلعی تبدیل خواهد شد.

و با این روش لیندگرن توانسته است حداقل تقسیم و تبدیل اجزا را به دست آورد و یا آقای دودنی یکی دیگر از هندسه‌دانهای اخیر گفته است: «اشخاصی که به چنین راه‌حلهای ساده‌ای پی می‌برند کسانی هستند که دارای حس هنردوستی و زیباپرستی می‌باشند. مطالعهٔ قوانین و نظام طبیعت

موضوعات شیرین و خوش آیندی می باشد ولی وقتی که این قوانین مورد بررسی یك شخص تیزبین و موشکاف قرار گیرد خود مسائل زیادی را به وجود می آورد؛ اشخاصی که هیچ اطلاعات هندسی ندارند پس از مطالعهٔ چنین موضوعاتی حداقل، علاقهٔ زیباشناسی آنها تحریك می شود و من اشخاصی را می شناسم که از حل و مطالعهٔ معماهای تقسیم و تبدیل، ذوق آنها چنان تحریك شده که در پی خواندن علم هندسه برآمدند.»

و بالاخره باید گفته شود که مبحث تقسیم و تبدیل هندسی یکی از رشته‌های نادر ریاضی است که کم و بیش درهمه جا و بخصوص در سرگرمیها و ارشاد و ترقی هوش و دید باز در کارهای علمی و گسترش تفکر از آن استفاده می شود. و طرح این مسئله از طرف ابوالوفاء بوزجانی خود نشان‌دهندهٔ توجه ایشان به این موضوع و نیز مطالب دیگری که امروز مطرح نیست و شاید بعدها مورد توجه قرار گیرد بوده است.

فصل

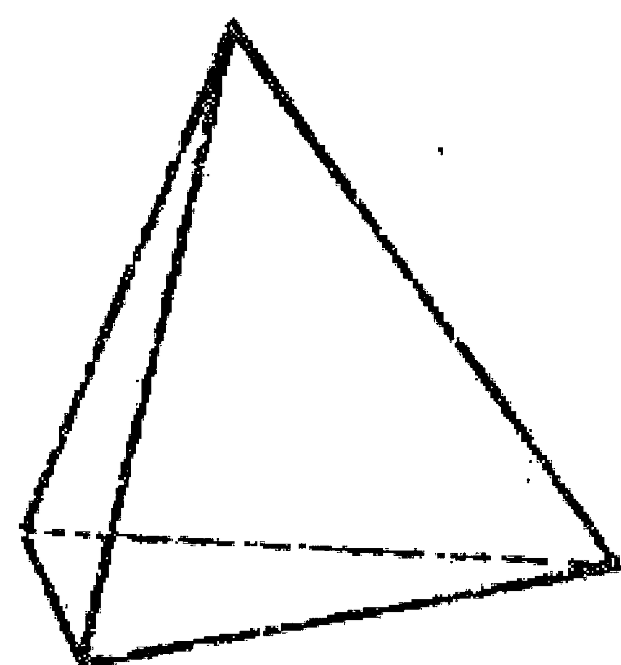
اجسام افلاطونی

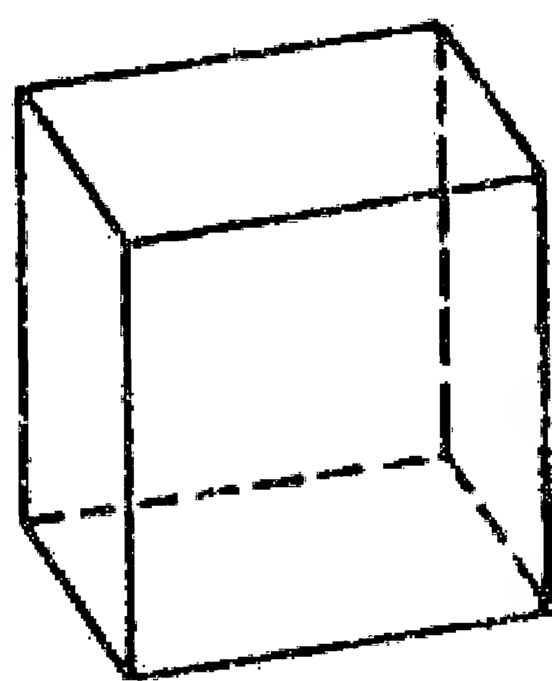
پنج جسم افلاطونی ـ تنها حجمهای منتظم

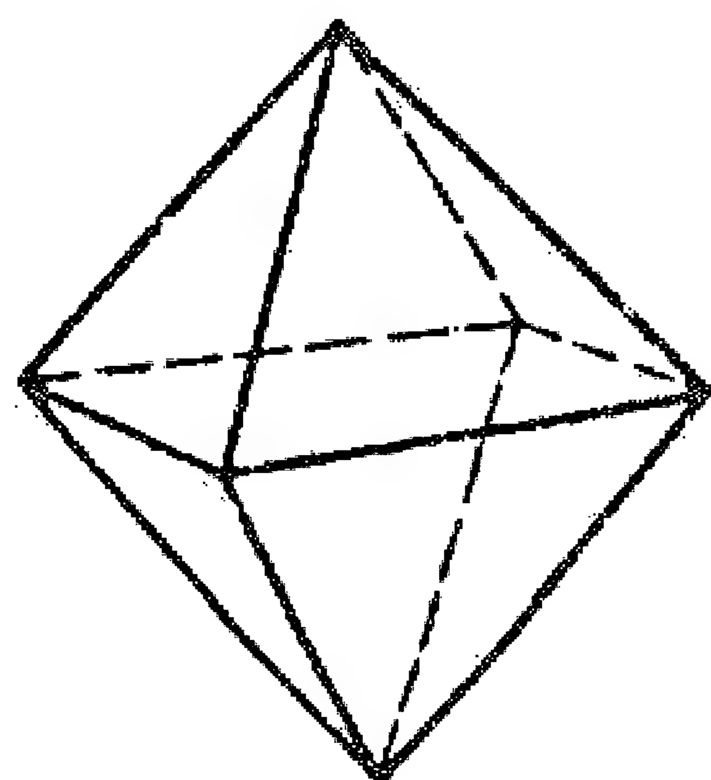
در هندسهٔ مسطّحه به شکلی منتظم گویند که اضلاع و زوایای داخلی آن با یکدیگر مساوی باشد و تعداد آنها بی شمار است. ولی در هندسهٔ فضایی در این مورد می‌توان از چند وجهیهای منتظم نام برد. و چند وجهیهای منتظم شکلهایی هستند که محصوراند به چند ضلعیهای منتظم و مساوی که در کلیهٔ رأسها دارای زاویهٔ داخلی مساوی باشند.

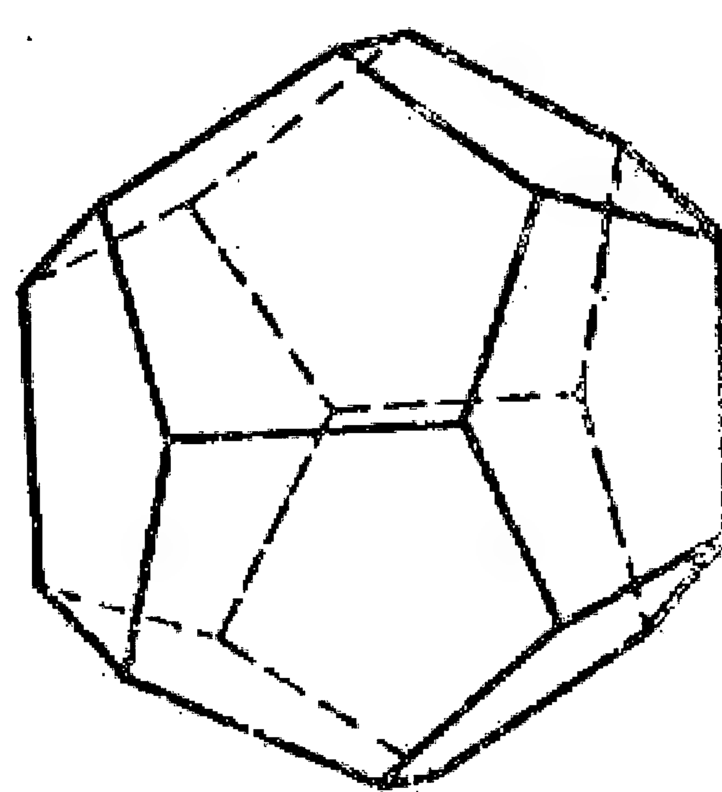
تعداد چند وجهیهای منتظم برخلاف چند ضلعیهای منتظم از شمارهٔ انگشتان یك دست تجاوز نمی کند و تنها پنج نوع چندوجهی منتظم می‌توان در جهان پیدا کرد که عبارتند از: چهار وجهی، شش وجهی (مکعب)، هشت وجهی، دوازده وجهی، بیست وجهی منتظم که به پنج جسم افلاطونی موسوم می‌باشند. زیرا فیثاغورثیان بر این عقیده بوده اند که همان طور که افلاطون گفته است چهار عنصر اصلی: آتش و خاك و باد و آب هر يك به ترتیب از چهاروجهی، شش وجهی، هشت وجهی و بیست وجهی منتظم درست شده اند.

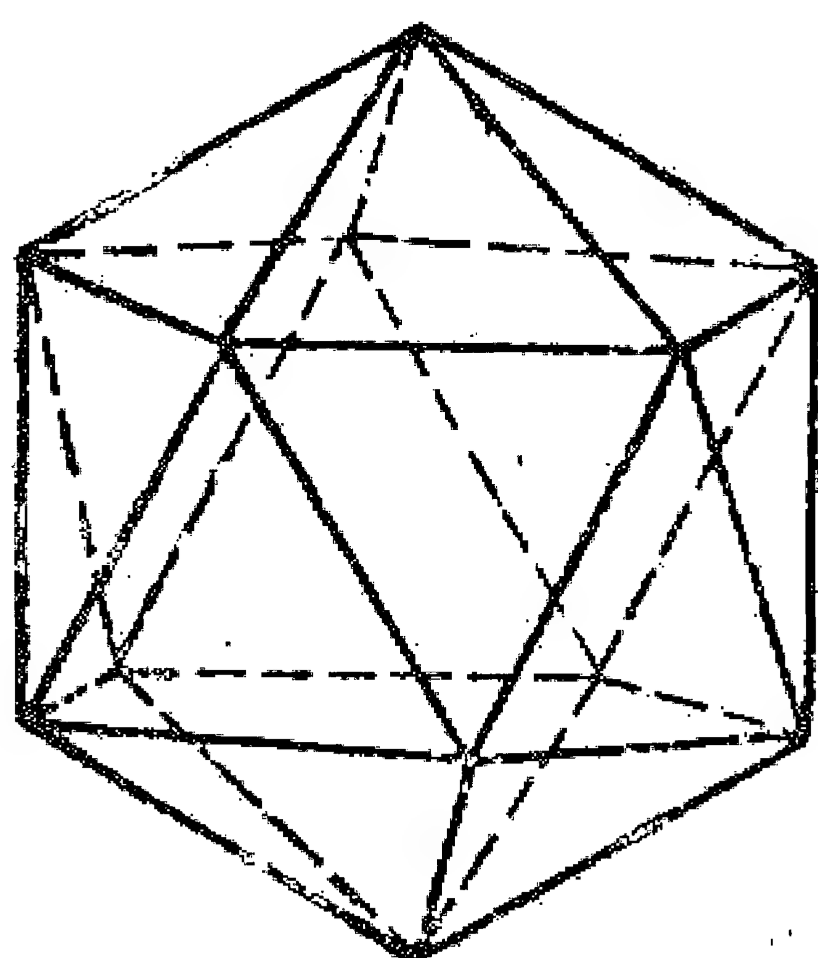
کیفیت ریاضی این پنج حجم که از زیبایی و جاذبهٔ خاصی برخورداراند از زمان افلاطون تا دورهٔ رنسانس دائماً مورد توجه و بررسی بوده است.


۱ـ چهاروجهی


۲ـ شش وجهی


۳ـ هشت‌وجهی


۴ـ دوازده‌وجهی


۵ـ بیست‌وجهی

روش ساختن چندوجهی:

مسئلهٔ ۱۳۶

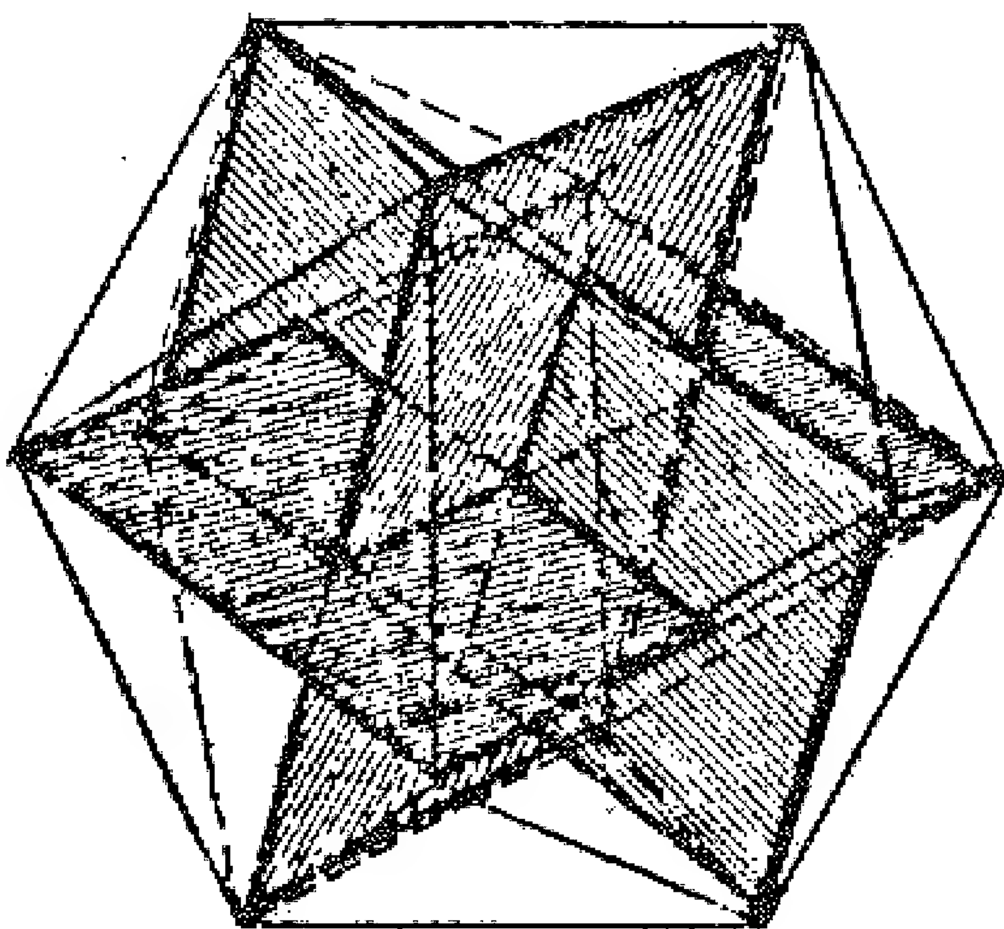
اولا می‌دانیم که رأس یك چند وجهی، نقطه‌ای است که از برخورد چند وجه به دست می‌آید و حداقل باید سه وجه وجود داشته باشد تا رأس چند وجهی تشکیل شود و ثانیاً می‌دانیم که مجموع زوایای اطراف یك نقطه در یك سطح معادل ۳۶۰ درجه می‌باشد و برای چند وجهی باید این مجموع کمتر از ۳۶۰ درجه باشد تا چند وجهی تشکیل گوشه بدهد. بنابراین برای درست کردن یك حجم منتظم محدّب با چند وجهیهای منتظم لازم است مجموع زوایای ترکیب شده در هر رأس هم کمتر از ۳۶۰درجه باشد و هم حداقل سه وجه وجود داشته باشد. و بدین صورت چنانچه برای ساختن چند وجهی مثلث متساوی الاضلاع را در نظر بگیریم می‌توانیم سه وجه یا چهاروجه یا پنج وجه در هر رأس ترکیب کنیم نه بیشتر و یك چهار وجهی و یا هشت وجهی افلاطونی به دست آوریم. زیرا اگر شش وجه را ترکیب نماییم زاویهٔ رأس ۳۶۰ درجه می‌شود و وجه‌ها در یك سطح قرار خواهند گرفت و در نتیجه حجمی را به دست نمی‌دهند.

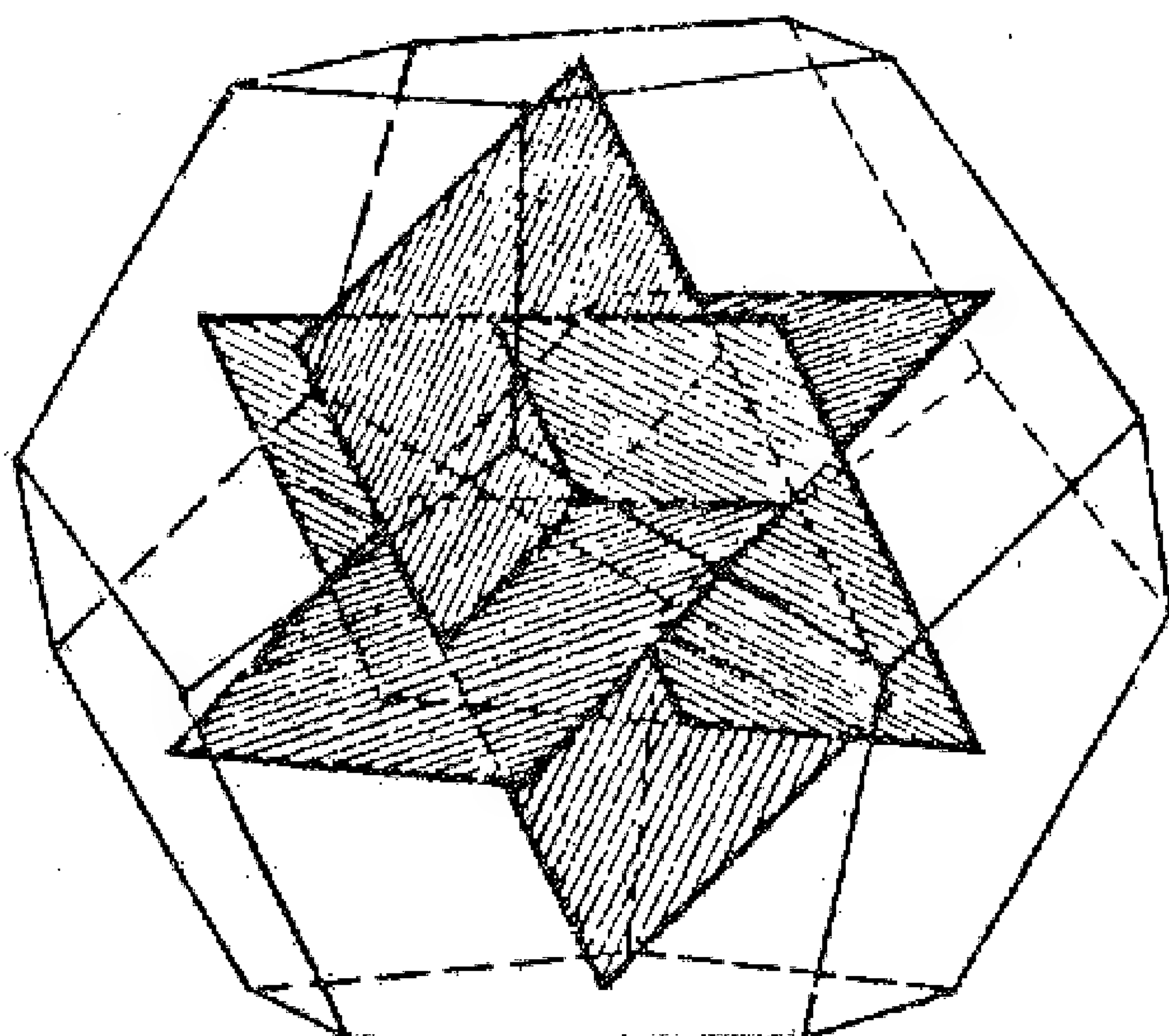
اگر مربع را در نظر بگیریم می‌توانیم سه وجه را ترکیب نماییم و یك شش وجهی منتظم به دست آوریم و بالاخره اگر پنج ضلعی منتظم را اختیار کنیم، باز فقط سه وجه را می‌توانیم ترکیب نماییم و یك دوازده وجهی منتظم را تشکیل دهیم.

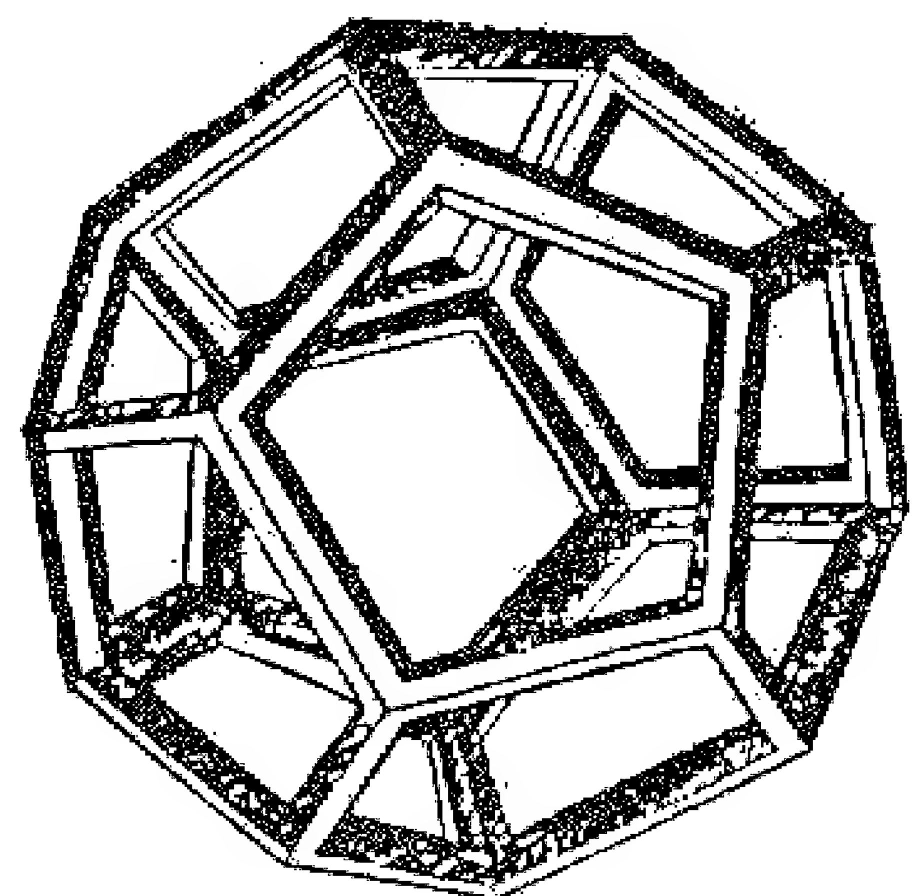
در ادامهٔ این راه به خوبی دیده می‌شود چنانچه سه وجه شش ضلعی را در یك گوشه ترکیب کنیم چون جمع زوایای آن ۳۶۰ درجه می‌شود آن سه شش ضلعی در یك سطح قرار می‌گیرند و حجمی را به دست نمی‌دهند و به همین ترتیب از ترکیب دیگر کثیرالاضلاعهای منتظم نیز چندوجهی به دست نمی‌آید.

مسئلهٔ ۱۳۷

باز هم در این فصل بی‌تناسب نیست به نسبت طلایی مراجعه کنیم و یادآور شویم چنانچه سه صفحهٔ مستطیل شکل با نسبت طلایی تهیه نماییم و آنها را به طور متقارن و عمود بر یکدیگر قرار دهیم هر ضلع این صفحه‌ها می‌توانند دوازده گوشهٔ یك بیست وجهی منتظم را تشکیل دهند و هر رأس آنها بر مرکز وجوه دوازده وجهی منتظم منطبق باشند.



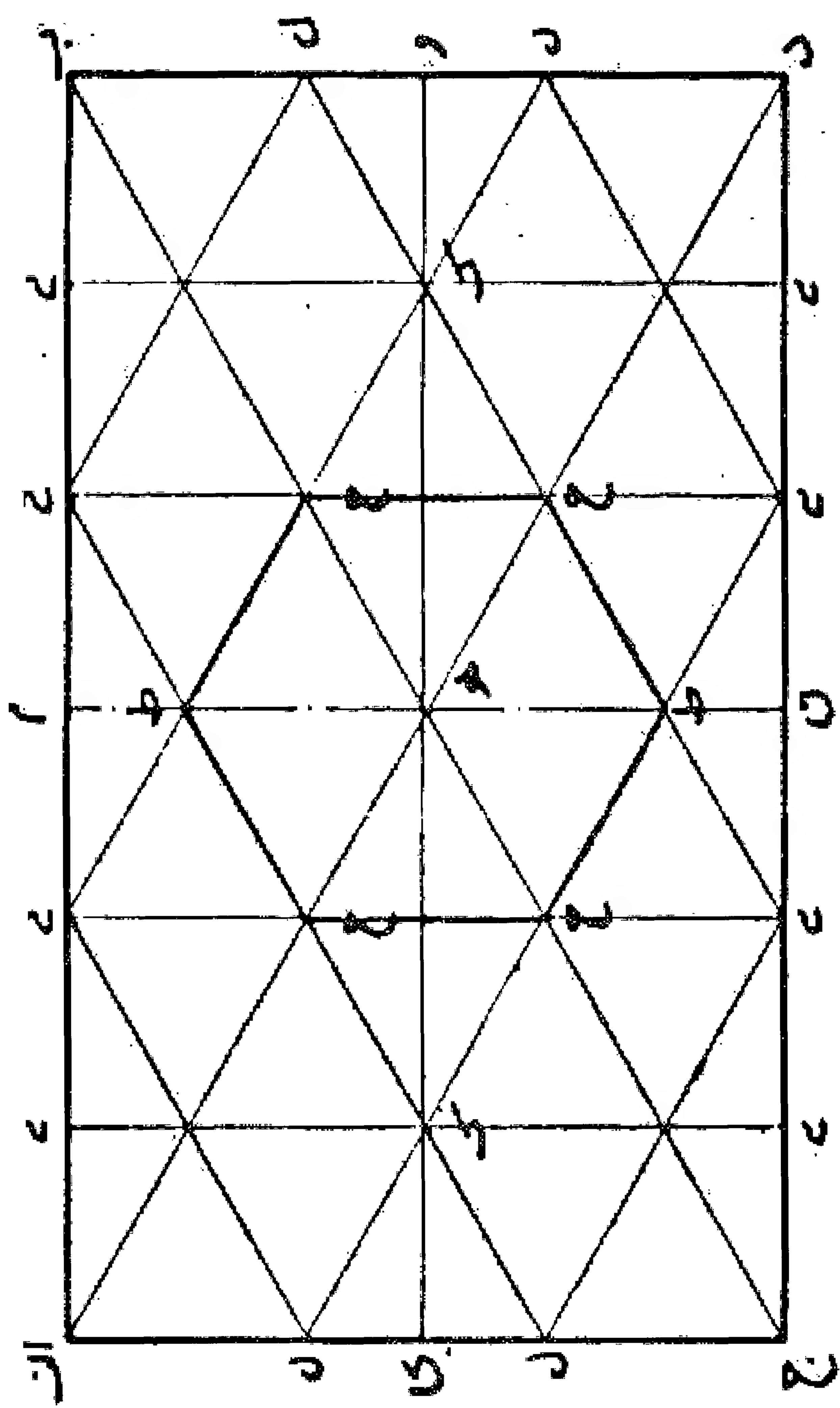




فصل

هنر تاکردن کاغذ

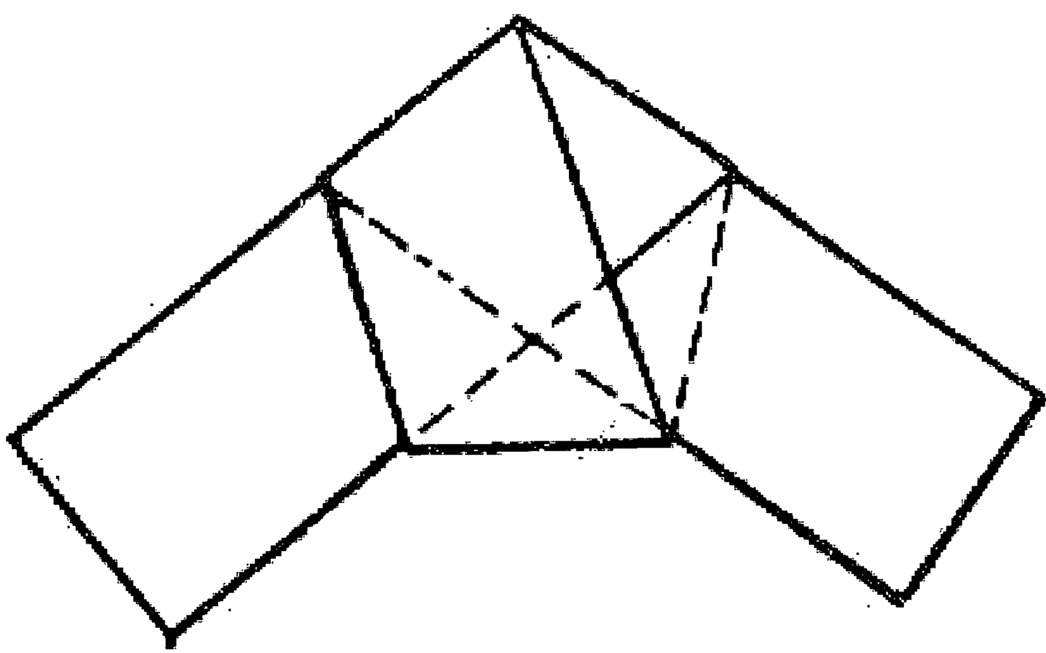
مسئلهٔ ۱۳۸

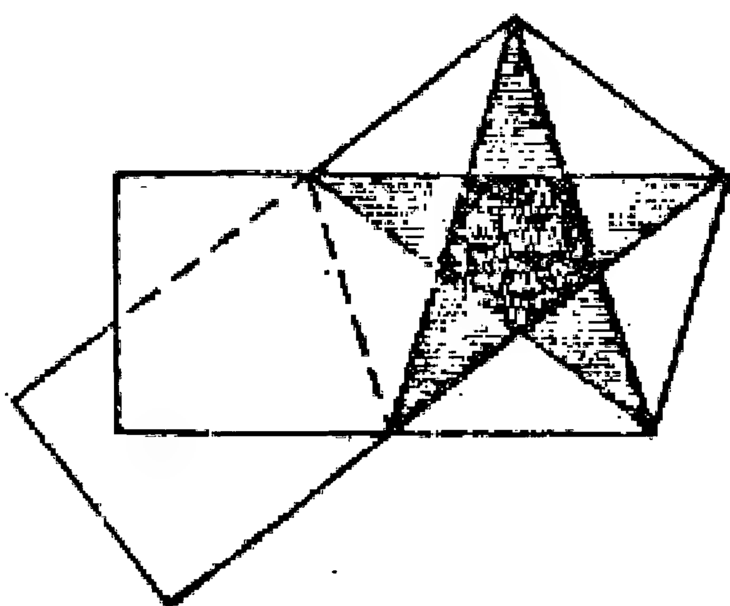


در خاتمهٔ جمع آوری این مجموعه به احترام استاد کاظم معمار اصفهانی که مدتی از محضر و بینش هنری ایشان استفاده کرده‌ام لازم دیدم مطالبی ذکر نمایم.

یکی از هنرهایی که به وسیلهٔ ایشان ارائه می گردید تهیهٔ نقشهٔ کاربندیهای مختلف به وسیلهٔ تاکردن کاغذ متناسب با محل کار تهیه و پیاده کردن و اجرای آنها بود که آن را نقشهٔ ناخونی می نامید. لذا به نظر رسید ضمن ارائهٔ یك نمونه از کار ایشان که به کاربندی شش شیرازی موسوم است، یادآور شود که تعلیم این هنر که خود از گذشتگان به ارث رسیده حاکی از رواج این هنر بین استادکاران ایرانی بوده است و از آن برای انجام کارهای خود استفاده می کرده اند و حتی به اندازه ای پیشرفت داشته است که در کارهای معماری نیز برای تهیه نقشه های متناسب از آن بهره می گرفته اند.

مسئلهٔ ۱۳۹





ساختن چندضلعیهای منتظم: ساختن چندضلعیهای منتظم از قبیل مثلث متساوی الاضلاع ـ مربع ـ شش ضلعی و هشت ضلعی منتظم با تاکردن کاغذ تقریباً کار آسانی است، ولی ساختن پنج ضلعی کمی مشکل است و ساده ترین راه آن گره زدن کاغذ است. مطابق شکل.

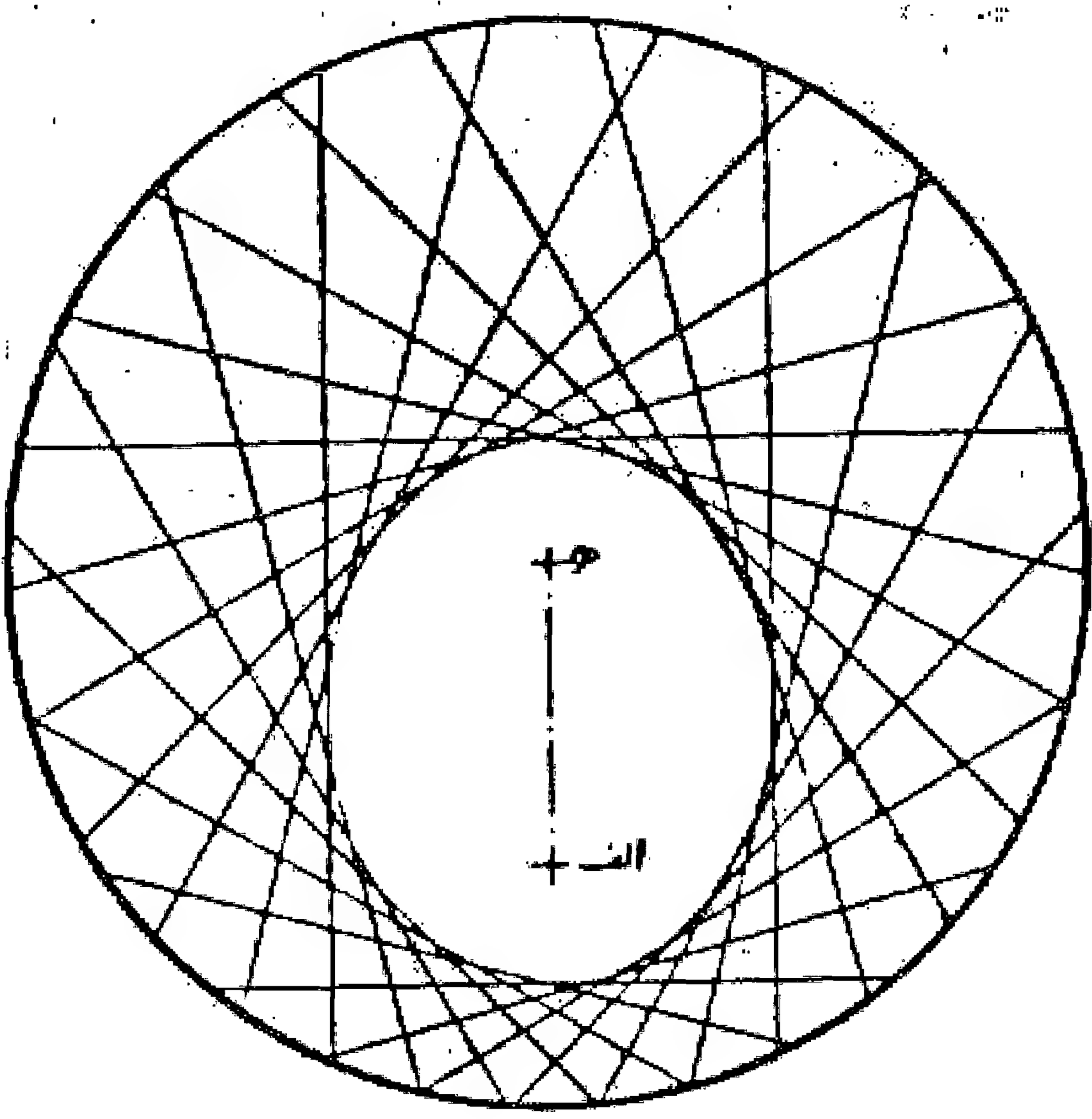
همچنین با تاکردن کاغذ می توان مماسهایی نظیر بیضی ـ سهمی ـ هذلولی را ایجاد کرد که منحنیهای مختلفی را به وجود می آورد.

این هنر تاکردن کاغذ در کشورهای دیگر به نحو دیگری مورد توجه قرار گرفته است و در ژاپن به صورت یکی از هنرهای ظریفه به نام اریگامی برای ساختن عروسکهای کاغذی و یا تزیینات کیمونو (لباس ژاپنی) مورد استفاده قرار گرفته است.

هنر تاکردن کاغذ در قرن حاضر نیز علاقه‌مندان زیادی در سایر کشورهای دنیا پیدا کرده و کتابهای مختلفی به زبانهای زنده در این باره نوشته شده است و از نظر هندسی می توان گفت این هنر دارای جاذبه‌ای دل‌انگیز است و برای استفاده و بهره برداری و اطلاعات بیشتر از این دانش که فصلی مجزا از هندسه گردیده است می توان به آنها مراجعه نمود.

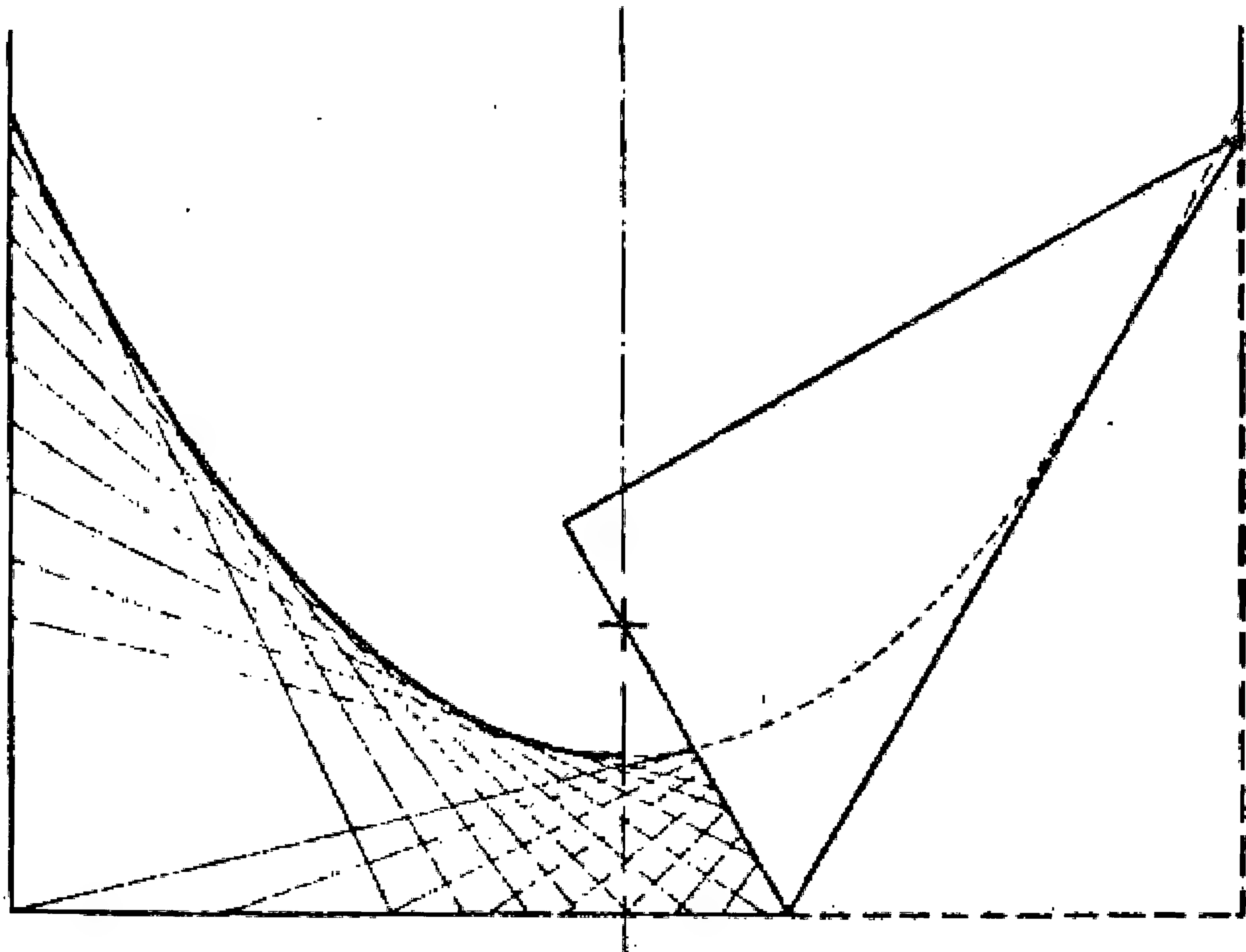
رسم بیضی و هذلولی به وسیلهٔ تاکردن کاغذ:

مسئلهٔ ۱۴۰



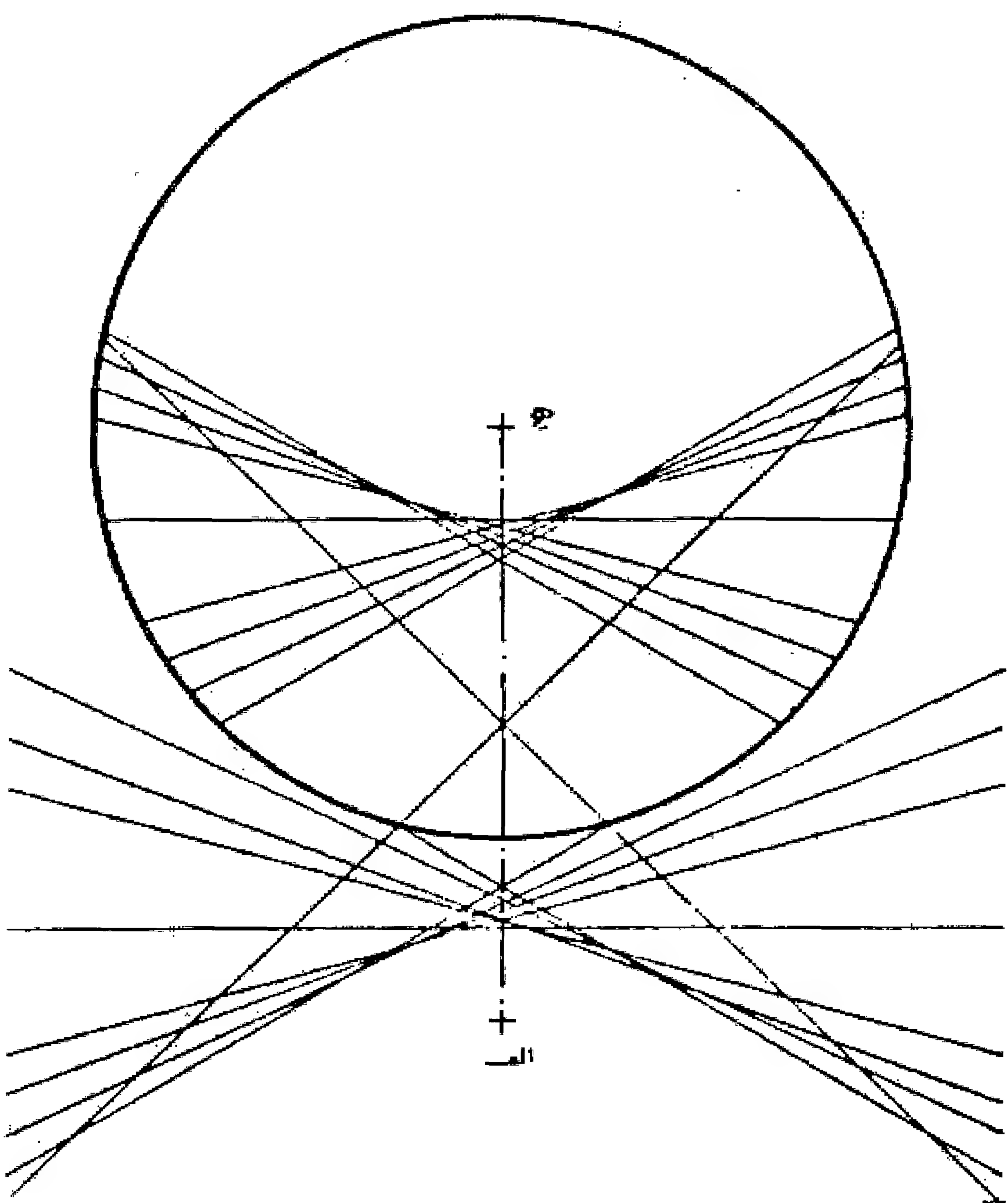
۱ـ دایره ای روی کاغذ رسم نموده. نقطه ای در محل دلخواه داخل دایره اختیار می کنیم. حال کاغذ را تا کرده به نحوی که نقطه روی دایره قرار گیرد و خط تا را مشخص می نماییم. بعد نقطهٔ مفروض را روی دیگر نقاط دایره قرار داده خط تاهای دیگر را مشخص می نماییم. این خطوط که همان خطهای مماس خواهند بود چنانچه به تعداد کافی ایجاد گردد بیضی را نمایش می دهد، مطابق شکل.

مسئلهٔ ۱۴۱



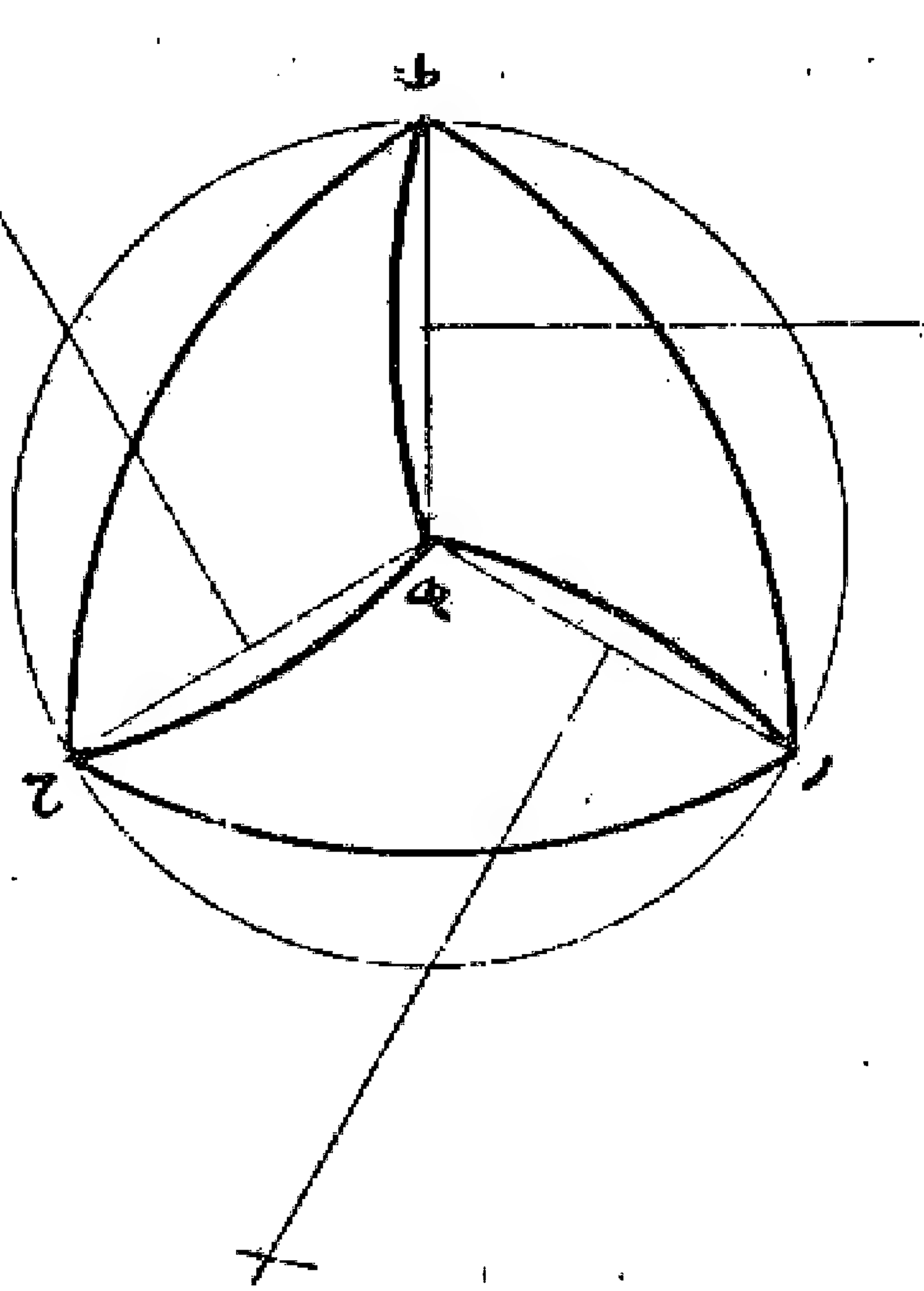
۲ـ نقطه ای را روی یك ورق کاغذ معین می کنیم، سپس کاغذ را به نحوی تا می نماییم که لبهٔ کاغذ منطبق با نقطهٔ مذکور باشد و این کار را چندین مرتبه در جهات مختلف تکرار می کنیم. شکل حاصل یك سهمی است که نقطهٔ معین شدهٔ کانون و لبهٔ کاغذ خط ثابت منحنی می باشد، مطابق شکل.

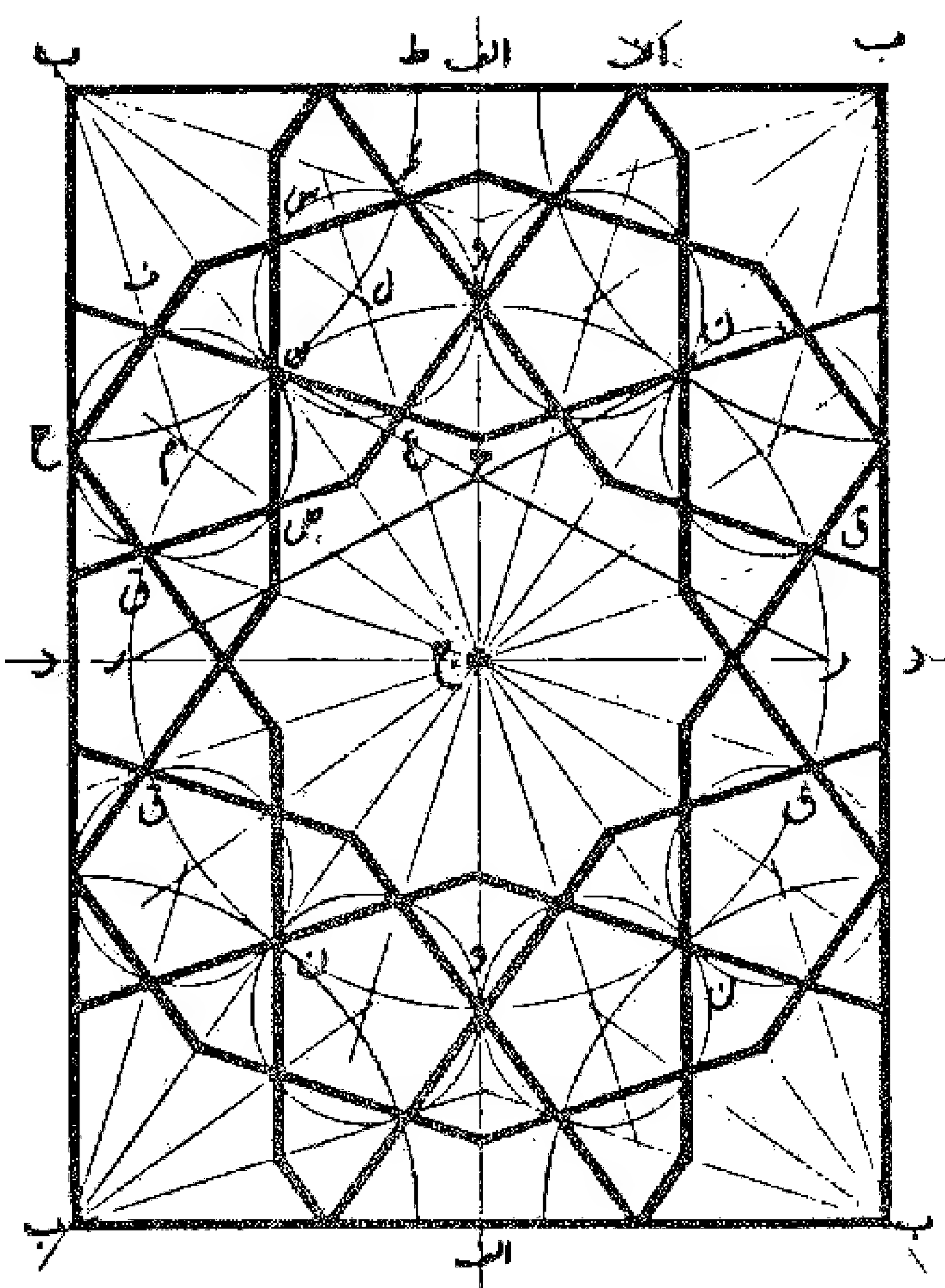
مسئلهٔ ۱۴۲

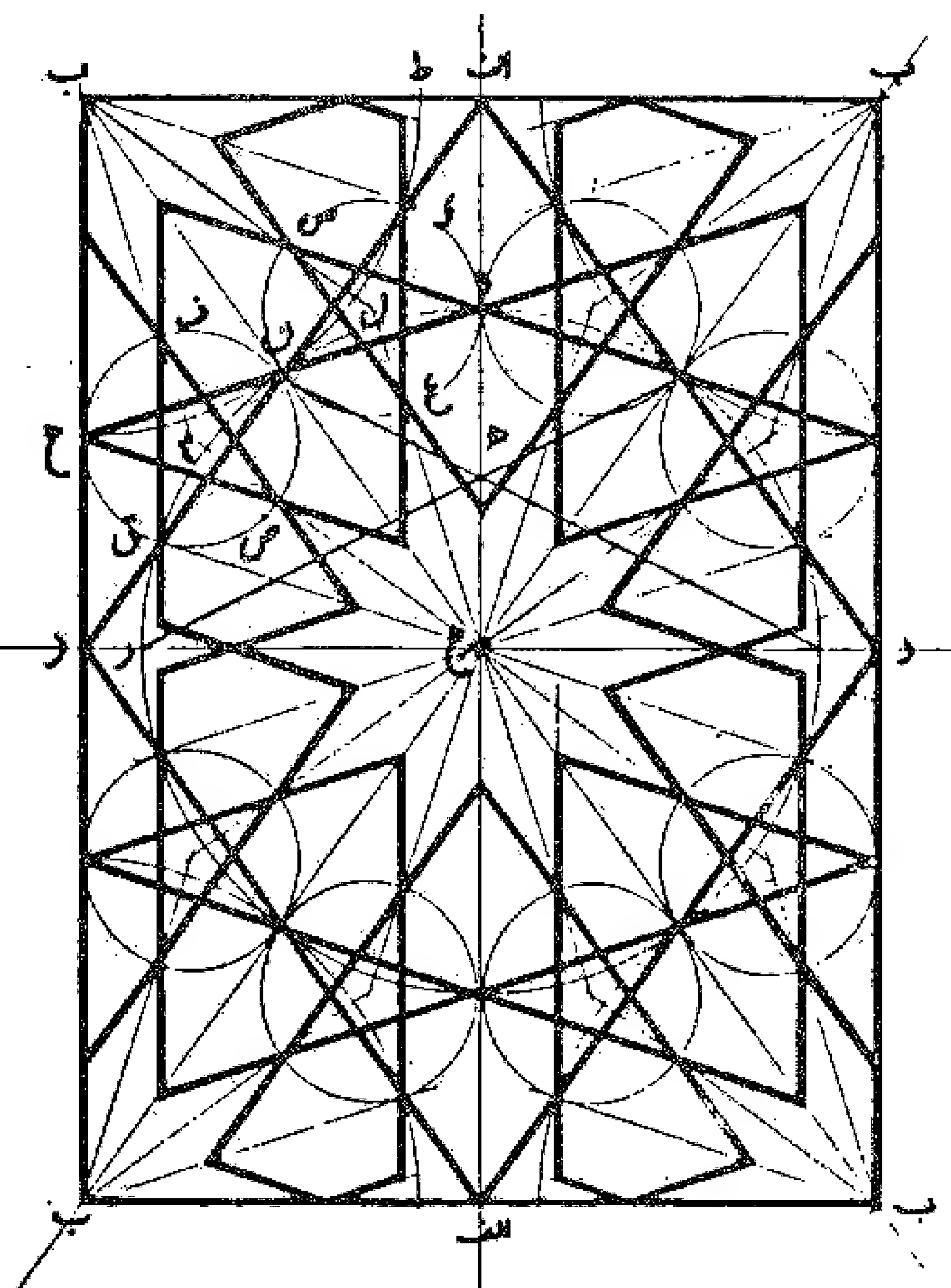


چنانچه دایره ای رسم و نقطهٔ مفروض را در بیرون دایره انتخاب کنیم و عمل تاکردن را انجام دهیم شکل هذلولی با هر دو شاخهٔ خود نمایان می شود.

و در هر دو صورت اول و سوم نقطهٔ انتخاب شده و مرکز دایره دو کانون بیضی و هذلولی هستند ولی در صورت دوم چون کانون دوم سهمی در بی نهایت است بدین ترتیب نمی توان شکل سهمی را به دست آورد.







مسئلهٔ ۱۴۳

در اینجا بی تناسب نیست که از روش ترسیم منحنیهای متساوی‌البعد که در صنعت بسیار مورد استفاده هستند نام برد، نظیر منحنی نامدور متساوی‌البعد موسوم به مثلث رلو که برای ترسیم آن ابتدا مثلث متساوی‌الاضلاعی رسم می‌کنیم و سپس به مرکز هر رأس و طول یك ضلع قوسی می‌کشیم که از دو رأس دیگر بگذرد و بدین صورت مثلث منحنی‌الاضلاعی به وجود می‌آید که در جهات مختلف دارای عرضهای ثابت می‌باشد و از خواص آن این است که چنانچه آن را در مربعی محاط نماییم و بچرخانیم در همه حال با اضلاع مربع در تماس است. بدین صورت:

از این خاصیت در سال ۱۹۱۴ مهندس انگلیسی هازی جمس وات توانست مته‌ای اختراع کند که سوراخ چهار گوش تعبیه نماید و بر همین قیاس توانسته‌اند سطوح دیگری که متساوی‌البعد است تهیه کنند.

و بالاخره بر همین پایه احجام متساوی‌البعد نیز ساخته شده است و چون بیش از این گفت‌وگو دراین مورد بحث تخصصی درصنایع است علاقه‌مندان می‌توانند به کتابهایی که دراین موردرصنایع نوشته شده است مراجعه کنند.

فصل

و بالاخره برای حسن ختام می‌توان از گره‌های معروف درنقشهای گره‌سازی ایران، که دوگرهٔ کندوتند است تاکنون راه‌حلهای زیادی برای رسم آنها گفته شده است ما در اینجا راه‌حلی را که توسط مرحوم میرزاحسین ولی‌اللهی، معلم رسم در اصفهان عمل گردید یادآور می‌شویم تا از آن معلم که دراین موردمطالعات زیادی به عمل آورده بودومتأسفانه‌هیچ کدام از نتایج آنها در دسترس نیست یادی کرده شود.

مسئلهٔ ۱۴۴ و ۱۴۵

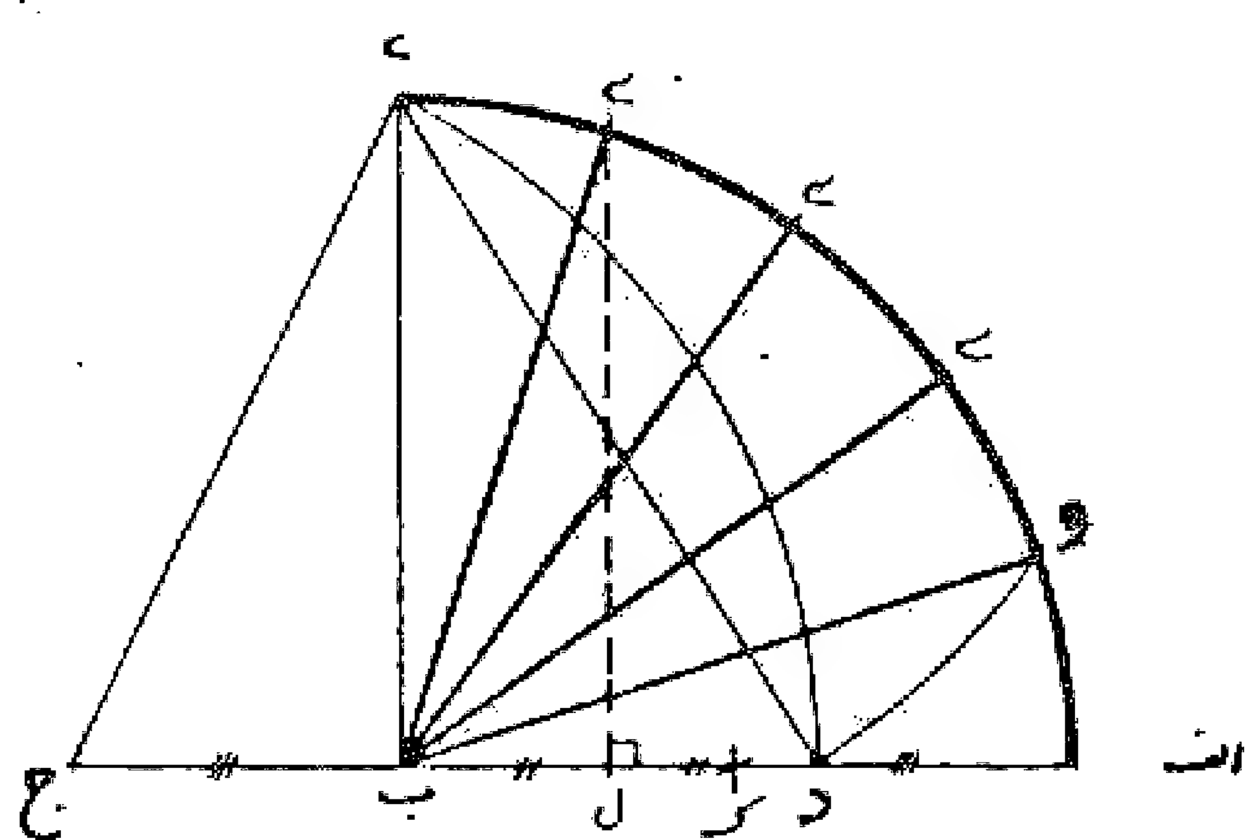
برای رسم این گره ها، اول دوخط **اجـ**و**جـد** را بر یکدیگر عمودمی نماییم. سپس به مرکز**جـ**وشعاع دلخواه دایرهٔ **ون ق ر** را رسم می‌کنیم و بعد شعاع **جـ و** را در نقطهٔ **هـ** نصف می‌نماییم و خط **ر هـ** را می‌کشیم و امتداد می‌دهیم تا محیط دایره را در نقطهٔ **ن** قطع نماید. حال از نقطهٔ **جـ** مرکز دایره خط **جـن** را رسم می‌کنیم تا امتداد عمود **ب د** را که در خط **جـد** از نقطهٔ **د** اخراج کرده ایم در نقطهٔ **ب** قطع نماید و با کشیدن خط **ا ب** مجلس (کادر) ترسیم گره را به دست می‌آوریم. پس از رسم مجلس گره، دوقطر **جـب** را رسم و به شعاع **جـن** مساوی **ن ب** معادل نصف **جـ ب** دایرهٔ **ون ق ر** را در مرکز و چهارربع دایرهٔ **ط ن ح** را در چهار گوشه رسم می‌کنیم و بعد هر کدام را به پنج قسمت تقسیم و (با کشیدن پنج ضلعی محاطی آن و به دست آوردن قوس **ق ر**) شعاعهای **جـل**، **جـن**، **جـم**، **جـق**،

را رسم می نماییم و قوس ط ن ح را هم به همان ترتیب به پنج قسمت تقسیم و شعاعهای ب ك، ب ل، ب ن، ب م، ب ق، را رسم می کنیم. بعد با به‌دست آوردن نقاط ل، م محل تلاقی این شعاعها، آنها را مرکز قرار می دهیم و به طول م ن مساوی ل ن دوایر کوچك را می کشیم. این دوایر در محل تلاقی خود با شعاعها یعنی نقاط ن ع و ك س و همچنین ن ص ق ح ف هر کدام به پنج قسمت مساوی تقسیم می شوند. حال چنانچه در این دوایر پنج ضلعیهای منتظم محاطی را رسم نماییم و اضلاع آنها را امتداد دهیم تا اولین شعاع قوسهای دوایر بزرگ را قطع کند، نقش اول یعنی گرهٔ کند به دست خواهد آمد و چنانچه در هر کدام از این دوایر پنج ضلعی کوکبی رسم نماییم و اضلاع آنها را تا اولین شعاع قوسهای دوایر بزرگ امتداد دهیم، نقش دوم یعنی گرهٔ تند به دست خواهد آمد، چنانکه رسم شد.

توضیحـ نظر به اینکه در رسم این گره ها بیشتر گفته می شود که ربع دایره را باید به پنج قسمت مساوی تقسیم کرد. یك راه حل از این تقسیم در زیر شرح داده می شود.

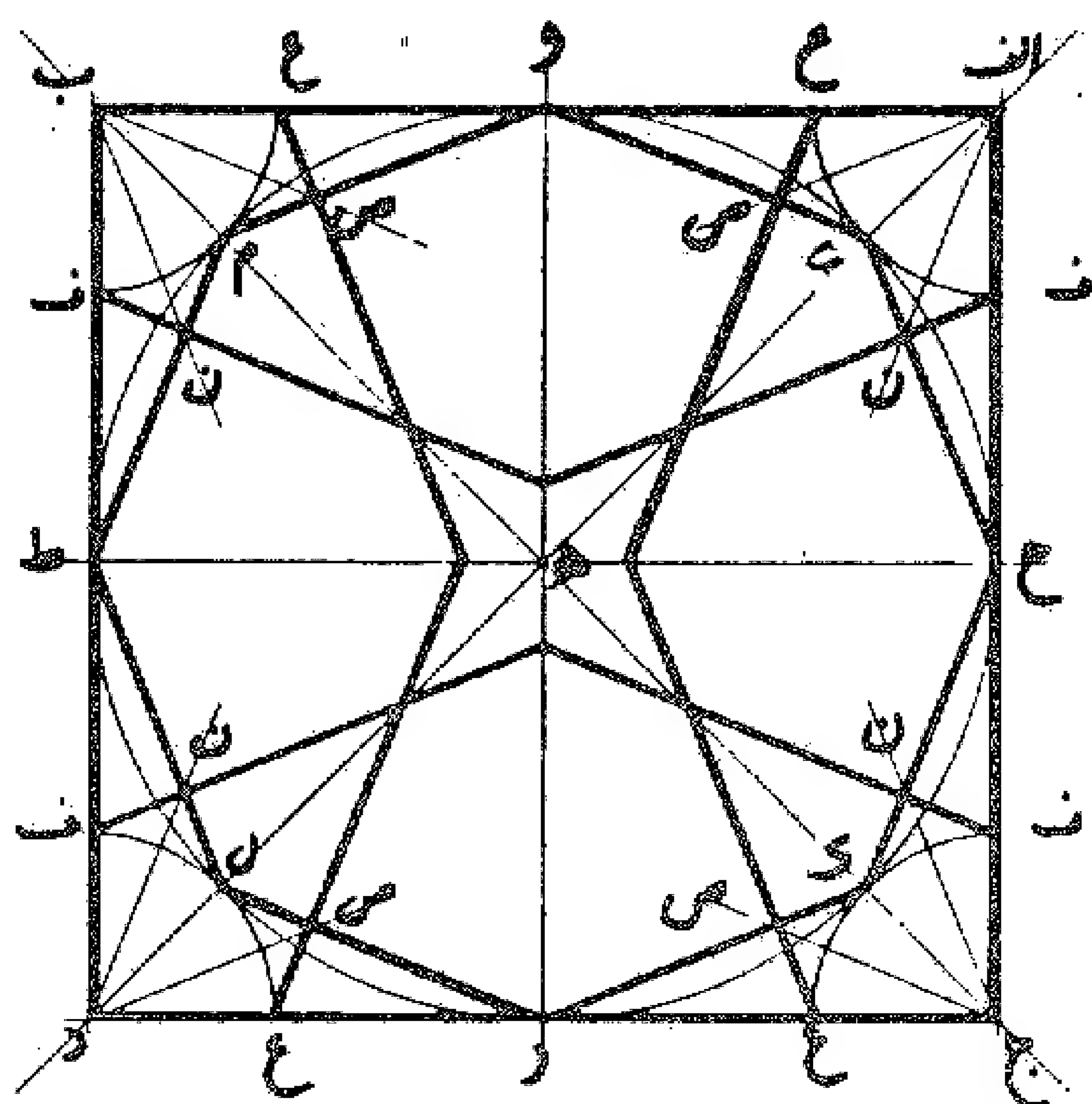
مسئلهٔ ۱۴۶

تقسیم زاویهٔ قائمه «ربع دایره» به پنج قسمت مساوی:
زاویه قائمهٔ ا ب ی را رسم می کنیم، سپس به مرکز ب و شعاع دلخواه قوس ا ی را می کشیم. حال خط ا ب را به اندازهٔ نصف خودش تا نقطهٔ جـ امتداد و نقطهٔ ج را مرکز قرار می دهیم و به شعاع جـ ی قوسی رسم می نماییم تا خط ا ب را در نقطهٔ د قطع کند. بعد به مرکز ی و طول ی د قوس د و را می کشیم تا با قوس ربع دایرهٔ ا ی در نقطهٔ و متقاطع شود. بدین صورت قطعهٔ قوس ا و مساوی یك پنجم قوس ربع دایرهٔ ا ی می باشد و کافی است قطعهٔ باقیماندهٔ ربع دایره یعنی و ی را به چهار قسمت مساوی تقسیم نماییم. تا ربع دایره به پنج قسمت مساوی تقسیم گردد، مطابق آنچه کشیده شده است.

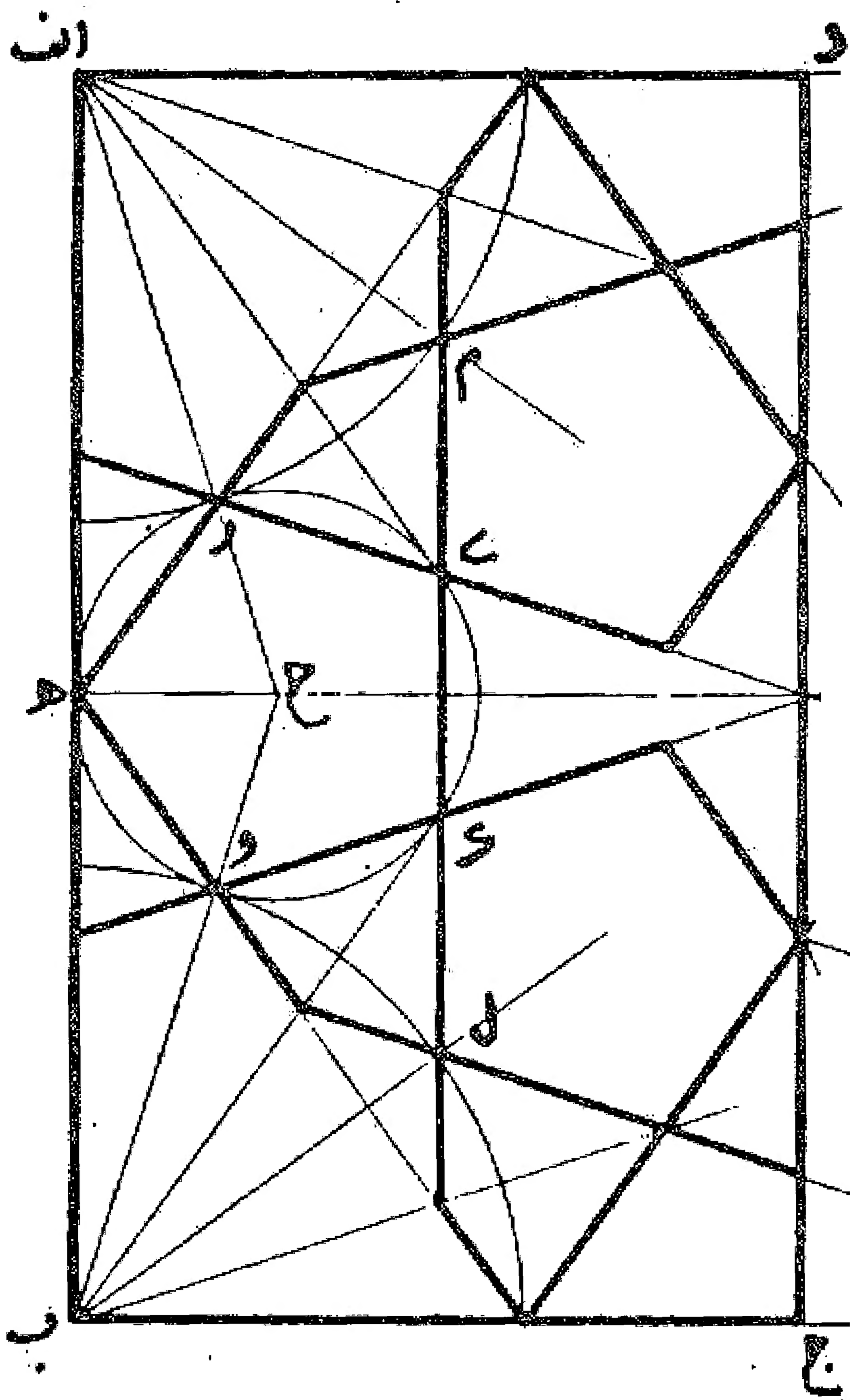


مسئلهٔ ۱۴۷

گرهٔ چهار لنگه: مربع ا ب د جـ را رسم می کنیم و دو قطر ا د، ب جـ را می کشیم تا یکدیگر را در نقطهٔ هـ قطع نمایند. سپس دو عمود و منصف و ر، ح ط را رسم می کنیم، بعد به مرکز هـ و به طول هـ ط دایرهٔ ح ر ط و را می کشیم و محل برخورد آن را با دو قطر یعنی نقاط ی، ك، ل، م را به دست می آوریم و با کشیدن خطوط و ی، ی ح، ح ك، ك ر، ر ل، ل ط، ط م، م و هشت ضلعی منتظم محاطی آن را رسم می نماییم. حال به مرکز ا، ب، د، جـ و طول ا ی چهار ربع دایره در چهار گوشهٔ مربع رسم می کنیم و خطوط منصف الزاویه های زوایای مرکزی و ا ی و ی ا ح را می کشیم تا اضلاع هشت ضلعی را در نقاط ن، ص قطع نمایند. حال با رسم خطوط ف ن و ع ص و امتداد آنها تا تلاقی با یکدیگر روی خطوط عمود و منصف ر و، ح ط گرهٔ چهار لنگهٔ مورد نظر را به دست می آوریم. بدین صورت که رسم شد.



مسئلهٔ ۱۴۸



گرهٔ کند سرمه‌دانی: خط ا ب را به‌اندازهٔ مورد نظر می‌کشیم و آن را درنقطهٔ هـ به دو نیمهٔ مساوی تقسیم می‌کنیم. سپس خطوط ب جـ و ا د را بر خط ا ب عمود اخراج می‌نماییم و به مرکز ا یا ب ربع دایره هایی رسم و، آنها را به پنج قسمت مساوی تقسیم و اولین شعاع آنها را رسم می‌کنیم تا خط عمود و منصف ا ب را در نقطهٔ ح قطع نماید. بعد به مرکز ح و طول ح هـ دایره ای رسم می‌کنیم تا دو شعاع ا ح و ب ح را در نقاط ر، و قطع نماید و به مرکز ب و ا و شعاع ب و مساوی ا ر دو ربع دایره رسم می‌کنیم. در دایرهٔ ر هـ و به مرکز ح خطوط هـ ر و هـ و مساوی ضلع پنج ضلعی محاطی آن است، لذا پنج ضلعی منتظم هـ ر ی ك و را رسم می نماییم و اضلاع آنها را امتداد می‌دهیم تا شعاع ربع دایره ها را قطع کند و با طول ی م و ك ل دو پنج ضلعی منتظم دیگر رسم و گره ها را تمام می نماییم. بدین صورت که رسم شد.

این چهار رسم، طبق نظر و راه حلی است که توسط معلم گرام مرحوم میرزا حسین ولی اللهی معلم رسم در مدارس اصفهان در سالی که به آن دیار مسافرت کرده بودم و ملاقاتی با ایشان دست داد فرا گرفته شد. یادش گرامی باد. ولی متأسفانه چون ایشان در موقع مرگ بدون وارث بودند کلیهٔ اوراق و یادداشتهای مطالعاتی ایشان که در مدت سالیان دراز فراهم شده بود، برای مستخدمهٔ ایشان که بی سواد هم بود قابل درك و فهم نبود و تماماً در رُفت و روب منزل به عنوان کاغذهای مُسوّده و بلا استفاده به زباله‌دانی ریخته و از بین برده شد. در صورتی که جا داشت از طرف ادارهٔ آموزش و پرورش پس از فوت ایشان در فراهم کردن و جمع و نگهداری آن اوراق اقدامی می شد تا شاید مورد استفادهٔ محققان در سالهای بعد قرار گیرد.

در اینجا بازنویسی عکسهای تهیه شده از روی میکرو فیلمهای نسخ خطی *کتاب تجارت* یا *اعمال الهندسیهٔ* دانشمند معظم ریاضی قرن چهارم هجری قمری ابوالوفای بوزجانی که نسخ کتب خطی در کتابخانه های مرکزی دانشگاه تهران و آستان قدس رضوی موجود است به پایان می رسد که ما آنها را به صورت اصل رساله قرار دادیم و نیز قسمتی که توسط ریاضیدان قرن نهم هجری قمری ابواسحاق کوبنانی پس از ترجمهٔ رسالهٔ اصلی به آن منضم شده است و در نسخهٔ کتابخانهٔ مرکزی پاریس نگهداری می شود به صورت ضمیمهٔ اول و بالاخره اضافات دیگر که از کتب مختلف در این باب جمع آوری شده و در دو بخش به آن اضافه گردید به صورت ضمیمهٔ دوم قرار داده شد. امید که این جمع آوری مورد استفادهٔ هنرمندان ـ صنعتگران و دانشجویان محترم قرار گیرد و موجب تسهیلاتی در کار آنها باشد. با توجه به آگاهی کامل به ضعف علمی خود در این مورد امید که اشتباهات اتفاق افتاده را بر این بنده ببخشند و آنها را نه تنها با چشم اغماض نگرند بلکه با راهنماییهای خود این شرمنده را قرین لطف و محبت قرار دهند. تا چه قبول افتد و چه در نظر آید. در اینجا باید از آقای فرهاد افشار که در رسم اشکال این رساله از هیچ کوششی دریغ نفرمودند و دیگر کسانی که در تصحیح و اصلاح محبت فرموده اند نیز سپاسگزاری نمایم.

تمة کلام بعون ملك علام ـ کمترین بنده ـ **سیدعلیرضا جذبی**

منابع و مآخذ

منابع مورد استفاده جهت تهیه و جمع آوری مطالب و ضمائم کتاب کاربرد هندسه(*فی مایحتاج الیه العمال و الصناع من الاشکال الهندسیه)*
نوشته: ابوالوفاءبوزجانی در مائهٔ سوم هجری

کتاب تجارت ترجمهٔ *کتاب العمال*، قرن چهارم، نسخهٔ دانشگاه تهران، نسخهٔ آستان قدس رضوی.
ترجمهٔ *کتاب اعمال هندسه*، قرن پنجم، ابواسحاق بن عبدالله کوبنانی.
ضمیمهٔ ترجمهٔ *کتاب اعمال هندسه*، قرن پنجم، ابواسحاق بن عبدالله کوبنانی.
شرح *الاعمال الهندسیه*، کمال الدین موسی شافعی، نسخهٔ آستان قدس رضوی.
الایضاح عن اصول صناعة المساح (عربی ـ فارسی)، ابومنصور عبدالقاهر تمیمی، ابوالفتوح منتجب الدین اسعد اصفهانی.
کتب رسم سه سالهٔ (دبیرستان)، وزارت فرهنگ، چاپ ۱۳۱۹.
کتب رسم سه سالهٔ (دبیرستان)، بحرانی، منتصری، پارکی، چاپ ۱۳۲۹.
دستور ترسیم «مجموعه امیر»، حکیمی، معینی، چاپ ۱۳۰۶.
ریاضیدانان ایرانی، ابوالقاسم قربانی.
زندگینامهٔ *ریاضیدانان دورهٔ اسلامی*، ابوالقاسم قربانی.
ریاضیات در سرگرمیها، مارتین گاردنر، ترجمهٔ هرمز شهریاری.
اعداد و اسرار آن، آندره واروسفل، ترجمهٔ عباس گرمان.
بازآموزی و باز شناخت هندسه، هـ. س. م. کوکس تیر، س. ل. کرتیزر، ترجمهٔ عبدالحسین مصحفی.
اندیشهٔ ریاضی، ب آ. کوردمسکی، ترجمهٔ پرویز شهریاری.
ریاضیات در شرق، ك. و. گنه‌دنگو و گروهی از نویسندگان، ترجمهٔ پرویز شهریاری.
سرگرمیهای هندسه، یاکوب ایسیدوروویچ پرلمان، ترجمهٔ پرویز شهریاری.
هندسه در گذشته و حال، تألیف و ترجمهٔ پرویز شهریاری.
در پی فیثاغورث، شه‌پال، النسکی، ترجمهٔ پرویز شهریاری.
مجلات *آشنایی با ریاضیات*، گردآوری پرویز شهریاری.
در قلمرو ریاضیات، الکساندر پترویچ دوموریاد، ترجمهٔ پرویز شهریاری.
دانشنامهٔ ایران و اسلام، بنگاه ترجمه و نشر کتاب.
دایرة المعارف فارسی، مصاحب.
فرهنگ فارسی، معین.
لغتنامهٔ دهخدا.
المنجد.

Building Construction Drawing, P. Barsukov.
Dictionnaire Fran Cais-Persan, Saïd Naficy.
Encyclopédie Pratique de la construction et du Batiment, Epuillet.
Nouveau petit Larausse en Couleurs.
Toits et Charpente en Bois, Willibord Mannes.

سروش منتشر کرده است:

اصول دیوید و ترانزیستور. جی. فونتین. ترجمهٔ پرویز شهبازی.

اصول و قواعد تولید تلویزیونی. دزموند دیویس. ترجمهٔ علی اکبر عقیلی آشتیانی.

بیونیک لوسین ژراردن. ترجمهٔ دکتر محمود بهزاد و مهندس پرویز قوامی. چاپ دوّم

دورهٔ ریاضیات عالی. ژ. مارتن. ترجمهٔ باقر امامی.

سیستمهای مخابراتی. پی. اچ. اسمیل. ترجمهٔ محمد رهبر.

سروش منتشر می کند:

آشنایی با میکروویو. جلد دوم: نیمه‌هادیهای میکروویو. بهرام رزم‌پوش.

آشنایی با میکروویو. جلد سوم: طراحی مدار. بهرام رزم‌پوش.

اپتیک. رنه سوارده. ترجمهٔ دکتر حسن امتیازی.

تئوری مقدماتی اعداد. جلد دوم سه قسمت. دکتر غلامحسین مصاحب.

کاربرد روشهای عددی در ریزرایانه‌ها. تری ای. شوپ. ترجمهٔ پرژاد طرفه‌نژاد.

Applied Geometry

Abolvafa Mohammad ibn Mohammad Albuzjani

rewritten into modern Persian, with appendices by

Seyyed Alireza Jazbi

Soroush Press Tehran 1991

